

Ж-122

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

9-94-26

ЖАБИЦКИЙ
Вячеслав Михайлович

УДК 621.384.6.01

МЕТОДЫ ДИСКРЕТНОГО АНАЛИЗА
СИСТЕМ ПОДАВЛЕНИЯ
ПОПЕРЕЧНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ
КОЛЕБАНИЙ ПУЧКА В СИНХРОТРОНАХ

Специальность: 01.04.20 — физика пучков заряженных
частиц и ускорительная техника

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1994

Работа выполнена в Лаборатории сверхвысоких энергий
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук

И.Н.Иванов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор

В.П.Саранцев

кандидат технических наук

К.Ф.Герцев

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Московский радиотехнический институт РАН, г. Москва

Защита диссертации состоится "1" марта 1994 г.
в _____ часов на заседании специализированного совета Д-047.01.03
при Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований,
г. Дубна Московской области

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ

Автореферат разослан 31 января 1994 г.

Ученый секретарь специализированного совета
доктор физико-математических наук

Ю.А.Батусов

Общая характеристика работы

Актуальность

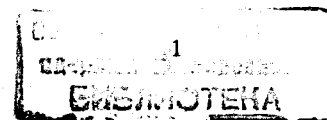
Повышение интенсивности и плотности пучков ускоренных заряженных частиц является одной из основных задач в ускорительной физике и технике. Одним из факторов ограничения интенсивности пучка в синхротронах и накопителях являются когерентные неустойчивости. Они обусловлены электромагнитным взаимодействием пучка с различными элементами вакуумной камеры ускорителя. Эти неустойчивости носят пороговый характер, развиваются при превышении некоторой интенсивности накопленного пучка и приводят к экспоненциальному росту амплитуды когерентных поперечных колебаний пучка. Число обнаруженных к настоящему времени различных типов когерентных неустойчивостей весьма велико. Обусловленные ими ограничения на интенсивность ускоряемого пучка заставляют разрабатывать методы их изучения и подавления.

С целью подавления когерентных поперечных колебаний пучка в синхротронах и накопителях применяются специальные системы, в которых используются активные способы воздействия на пучок в соответствии с его состоянием в предшествующие моменты времени. Такие системы подавления в каждом из поперечных направлений колебаний состоят из датчика положения (ДП) и дипольного магнита-толкателя (Т), соединенных цепью обратной связи. Датчик положения регистрирует отклонение центра тяжести пучка от равновесной орбиты в месте его расположения. Сигнал с датчика усиливается до необходимого уровня и с необходимой задержкой подается на толкатель, где происходит изменение угла наклона траектории пучка на угол, пропорциональный отклонению пучка в месте расположения датчика. Величина задержки подбирается таким образом, чтобы воздействие в толкателе было синхронизовано с показаниями датчика положения для одних и тех же частиц. Подобные системы подавления позволили существенным образом повысить интенсивность ускоряемого пучка и превысить предельные токи пучка, величина которых в отсутствие систем подавления связана с резистивной неустойчивостью и ограничена значениями, зависящими от декремента заглушения Ландау для этих колебаний.

Наряду с повышением интенсивности ускоряемого пучка в последнее время все большее внимание уделяется его плотности. Рост эмиттанса пучка в ряде случаев связан с переходом когерентных колебаний в некогерентные. В результате создания в последние годы мощных усилителей для систем подавления появилась возможность в значительной мере подавлять когерентные колебания за промежуток времени меньший, чем время перехода таких колебаний в некогерентные. В связи с этим возникла потребность расчета предельно возможных параметров систем подавления.

В настоящей работе с помощью методов дискретного анализа проведено теоретическое исследование систем подавления когерентных поперечных колебаний:

1. для традиционных систем (один ДП и один Т) при максимально возможных темпах подавления, когда становится возможным предотвратить переход когерент-



ных колебаний пучка после инжекции в пекогерептные и, тем самым, повысить плотность ускоряемого пучка;

2. для новых систем (несколько ДП и Т), обеспечивающих повышение интенсивности ускоряемого пучка за счет подавления быстро развивающихся поперечных неустойчивостей, которые ожидаются в ускорителях и накопителях на сверхвысоких энергиях;
3. для систем с фильтрами в цепи обратной связи, обеспечивающими подавление помех в сигналах с ДП и работу с меньшими уровнями сигналов, что способствует предотвращению развития неустойчивостей на начальной стадии;
4. для систем с цифровыми фильтрами в цепи обратной связи, позволяющими реализовывать гибкие способы подавления помех и имеющими существенные преимущества для ускорителей с протяженной длиной орбиты, где с целью необходимой синхронизации требуется обеспечить значительную задержку сигнала (около сотни микросекунд) в цепи обратной связи при одновременной широкополосности этой цепи (до сотни мегагерц).

Используемые методы решения применяются для расчета новой быстрой системы подавления поперечных когерентных колебаний пучка после инжекции, а также быстрой резистивной неустойчивости в I ступени УНК.

Цель работы:

- разработка новых методов решения задачи о подавлении когерентных поперечных колебаний пучка в синхротронах и накопителях;
- исследование режимов работы систем с высоким темпом подавления;
- изучение особенностей работы систем подавления сгруппированного пучка;
- применение методов дискретного анализа для определения областей устойчивости систем подавления с цифровыми фильтрами в цепи обратной связи;
- определение допусков по расстановке устройств системы с высоким темпом подавления;
- расчет влияния помех в элементах системы подавления с целью определения режимов устойчивой работы;
- теоретическое обоснование системы подавления в I ступени УНК.

Научная новизна:

- впервые применен метод дискретного анализа для решения задачи о подавлении остаточных поперечных колебаний пучка в синхротроне после инжекции; получены

новые зависимости для систем с высоким темпом подавления, которые согласуются с известными для низких темпов подавления; обнаружена зависимость частоты бета-тропных колебаний от коэффициента усиления усилителей в цепи обратной связи;

- разработан новый метод решения задачи о подавлении когерентных поперечных колебаний сплошного пучка при использовании фильтров в цепи обратной связи; обнаружены новые низкочастотные моды колебаний в пучке и проанализирована их устойчивость;
- впервые решена задача о подавлении неустойчивости сгруппированного пучка с помощью системы подавления с цифровыми методами обработки сигнала в цепи обратной связи; получены новые результаты о спектре колебаний сгустков, причем для одиночного сгустка они совпадают с известными;
- впервые получено, что при использовании фильтров в цепи обратной связи систем подавления с задержкой сигнала более чем на один оборот возникают новые моды колебаний сгустков, которые определяют области устойчивости движения частиц при высоком темпе подавления колебаний; с целью расширения областей устойчивости предложено использовать в цепи обратной связи фильтры с рекурсивными звеньями, обоснованы другие преимущества их применения;
- предложена и теоретически обоснована новая быстрая система подавления когерентных поперечных колебаний, имеющая в два раза более высокий темп подавления, чем у используемых в настоящее время традиционных систем подавления;
- получены расчетные данные для определения допусков на расстановку устройств систем подавления новой быстрой системы подавления; результаты использованы для расчета режимов работы системы подавления в I ступени УНК с учетом реальной расстановки датчиков и толкателей.

Практическая ценность:

- для задачи о подавлении когерентных поперечных колебаний пучка в синхротронах и накопителях с помощью систем обратной связи разработаны новые методы решения, где результирующие зависимости получаются в аналитическом виде; эти решения можно применить для исследования и расчета режимов работы таких систем в различных циклических ускорителях с широким набором параметров без трудоемких численных расчетов;
- полученные новые предсказания о спектре колебаний сгустков и новые данные о зависимостях частоты бета-тропных колебаний частиц от коэффициента усиления усилителей в цепи обратной связи делают актуальной установку экспериментов по их обнаружению;
- полученные аналитические зависимости для определения областей устойчивости движения частиц в синхротронах и накопителях с системами подавления когерентных поперечных колебаний при использовании цифровых фильтров в цепи обрат-

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Работа изложена на 112 страницах, включая 37 рисунков.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность проблемы, кратко охарактеризованы современные тенденции развития и совершенствования систем подавления, направленные на получение предельных параметров. Показано, что на действующих ускорителях и накопителях уже достигнут темп подавления поперечных когерентных колебаний, при котором становятся существенны эффекты, связанные с изменением собственных частот бетатронных колебаний. Последние не учитываются в существующих теоретических моделях. Кратко обсуждены причины, затрудняющие решение задач о подавлении колебаний с предельно высоким темпом. Также показано, что усложнение схем цепей обратных связей, сопровождающееся введением фильтров для подавления помех, еще не нашло адекватного теоретического описания. Обсуждаются основные тенденции в разработке новых схем фильтров, которые заключаются в применении цифровых методов обработки сигналов в цепи обратной связи. В связи с последней тенденцией обосновывается выбор методов дискретного анализа для расчета параметров систем подавления поперечных когерентных колебаний.

В первой главе проведено исследование систем подавления остаточных когерентных поперечных колебаний после инъекции с помощью методов дискретного анализа. Теоретическому исследованию такой системы предшествует общий раздел о конфигурации систем подавления поперечных когерентных колебаний и о системе дифференциальных уравнений, описывающих движение центра тяжести пучка при наличии системы подавления.

В качестве базовой конфигурации системы подавления поперечных колебаний пучка в синхротроне или накопителе рассматриваются системы, состоящие в каждом из двух направлений поперечных колебаний пучка в горизонтальной и вертикальной плоскостях из двух пар датчиков положения (ДП) и дипольных корректирующих магнитов-толкателей (Т), соединенных идентичными цепями обратной связи (см. рис.1). Система подавления с такой конфигурацией была впервые предложена автором диссертации в связи с разработкой системы подавления для первой ступени УНК и названа быстрой системой подавления.

Все параметры быстрой системы сравниваются с параметрами используемой в настоящее время классической системой подавления, имеющей в каждом из направлений колебаний один датчик положения и один толкатель (см. рис.2). В целях общности изложения теоретическое рассмотрение выполнено для системы подавления с N цепями обратной связи.

Для цепи обратной связи показано, что в самом общем виде изменение угла наклона $\Delta x'_{Ki}$ в точке расположения i -го толкателя связано с отклонением центра тяжести пучка

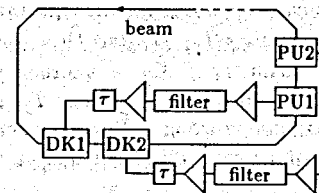


Рис. 1: Структурная схема быстрой системы подавления.

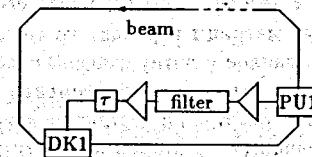


Рис. 2: Структурная схема классической системы подавления.

в N датчиках положения следующим образом:

$$\Delta x'_{Ki}(t) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{\beta_{Ki}\beta_{Pl}}} \int_0^{t-\tau_{ii}} K_{ii}(t-\tau_{ii}-t') [x(t') + u(t')\delta x_{Pl}] dt', \quad (1)$$

где отклонение центра тяжести пучка в l -м датчике положения представлено в виде суммы отклонений пучка x от равновесной орбиты и постоянного смещения δx_{Pl} электрической оси датчика от равновесной орбиты, а β_{Ki} и β_{Pl} есть значения β -функций соответственно в местах расположения i -го толкателя и l -го датчика положения. Задержка τ_{ii} обеспечивает необходимую синхронизацию, когда взаимодействие в толкателе передается на те же частицы, что генерировали сигнал на пластинах ДП. Передаточная функция $K_{ii}(t)$ цепи обратной связи зависит от ее схемотехнического решения и описывает характер изменения сигналов с датчиков положения и их смешивание между собой перед поступлением управляющего сигнала на толкатель. Уравнение (1) имеет фундаментальный характер и отражает принцип причинности для линейных инвариантных во времени систем.

Для смещения $x(s)$ центра тяжести сгустка выведено дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + K_B(s)x = \left[\sum_{i=1}^N \Delta x'_{Ki}(s_{Ki})\delta(s-s_{Ki}) + \frac{1}{Am\gamma_0 v_0^2} F_E \right], \quad (2)$$

где $K_B(s)$ — коэффициент жесткости магнитной структуры синхротрона с учетом добавки от собственных электромагнитных полей пучка в идеально проводящих стенках вакуумной камеры, а F_E — компонента силы, связанная с искажениями ведущего магнитного поля.

Показано, что решение уравнений (1) и (2) можно представить в матричном виде:

$$\hat{X}(s+C_0) = \hat{D}^{-1}(s_{P1}, s)\hat{M}_0\hat{D}(s_{P1}, s)\hat{X}(s) + \sum_{i=1}^N \hat{D}^{-1}(s_{P1}, s)\hat{M}(s_{P1}+C_0, s_{Ki})\hat{T}\Delta\hat{X}(s_{Ki}) + \hat{X}_E(s+C_0, s), \quad (3)$$

ной связи могут быть применены разработчиками электроники для выявления новых цифровых методов обработки сигналов с датчиков положения, не нарушающих условий устойчивости движения частиц, но повышающих помехоустойчивость системы и позволяющих работать со значительно меньшими уровнями входных сигналов; последнее означает понижение мощности выходных устройств системы подавления, ограниченные возможности которых в настоящее время не позволяют работать с высоким темпом подавления и фактически приводят к ограничениям по интенсивности пучка;

- предложенная новая быстрая система подавления резистивной неустойчивости реализуется для I ступени УНК.

Разработанные методы решения применены автором диссертации для расчета режимов работы систем подавления в УНК-1 (ИФВЭ, Россия), LHC (CERN). Результаты расчетов уже используются в этих проектах, в том числе при практической реализации отдельных устройств системы подавления.

Предложенный автором диссертации метод решения был повторен для расчета системы подавления в CESR (Корнель, США). Расчетные зависимости совпали с экспериментально измеренными.

Автор защищает:

- Новый метод решения дифференциальных уравнений, описывающих движение частиц в синхротронах и накопителях при наличии системы обратной связи (движение частицы зависит от ее состояния в предшествующие моменты времени), для сплошного пучка и для сгруппированного пучка с последующим применением матричного подхода для решения преобразованных уравнений.

Дискретные методы анализа матричных уравнений, описывающих подавление остаточных колебаний после инжекции сгустка в синхротрон, и системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику сгустков при подавлении резистивной неустойчивости, разработанные и примененные впервые в теории ускорителей.

Уравнение для нахождения собственных значений $z_k = \exp(i\omega_k T_0)$, зависящих от передаточной функции $\tilde{K}_{ji}(z)$ в N цепях обратной связи с цифровыми фильтрами и результаты исследований зависимостей собственных значений z_k от набегов фаз бетатронных колебаний между датчиками и толкателями системы подавления, а также от параметров матрицы Твисса β , и α ; в местах их расположения.

- Обоснование новой быстрой системы подавления когерентных поперечных колебаний с двумя цепями обратной связи, которая при определенных условиях может обеспечить подавление поперечных колебаний за один оборот независимо от фазы бетатронных колебаний в местах расположения датчиков положения и подавление сильной резистивной неустойчивости, ожидаемой на I ступени УНК.
- Теоретическую модель взаимодействия сгустков и решение задачи о подавлении резистивной неустойчивости сгруппированного пучка с помощью систем подавления с цифровыми методами обработки сигнала в цепи обратной связи.

- Результаты исследования влияния цифровых фильтров в цепи обратной связи системы подавления на устойчивость движения частиц и предсказания о влиянии обнаруженных в результате теоретического рассмотрения новых мод колебаний на области устойчивости.
- Предложение об использовании фильтров с рекурсивными звеньями в цепи обратной связи системы подавления как более эффективных, чем используемые в настоящее время нерекурсивные фильтры.
- Результаты анализа асимптотических решений для мод колебаний сгустков в синхротроне с системой подавления в связи с исследованием влияния помех в устройствах системы подавления на смещение равновесной орбиты.
- Результаты анализа влияния ошибок расстановки датчиков положения и толкателей на устойчивость решений.

Апробация и публикации

Диссертация написана на основе научных работ, выполненных автором или с участием автора в Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ в период с 1989 по 1993 год. Изложенные в ней материалы:

- докладывались на совещаниях, проходивших в ОИЯИ, ИФВЭ и МРТИ в рамках работ по созданию системы подавления для I ступени УНК;
- обсуждались в ускорительном подразделении ЦЕРН в связи с работами по созданию системы подавления для LHC;
- докладывались на научных семинарах Лаборатории сверхвысоких энергий ОИЯИ;
- докладывались на
 - XII Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц (Москва, СССР, 1990 г.);
 - Международной школе ЦЕРН по ускорителям заряженных частиц (Нидерланды, 1991 г.);
 - XV Международной конференции по ускорителям частиц высоких энергий (Гамбург, ФРГ, 1992 г.);
 - XIII Совещании по ускорителям заряженных частиц (Дубна, Россия, 1992 г.);
 - Национальной конференции по ускорителям РАС93 (Вашингтон, США, 1993 г.).

По результатам диссертации опубликовано 12 работ.

где $\widehat{X}(s)$ — матрица-столбец, в которой первый элемент есть смещение центра тяжести пучка, а второй — угол наклона его траектории. Матрицы $\widehat{M}(s_2, s_1)$ или $\widehat{D}(s_2, s_1)$ есть обычные матрицы перехода из точки s_1 на орбите в точку s_2 , а \widehat{X}_E — частное решение, связанное с возмущающей силой F_E . В квадратной матрице \widehat{T} элемент T_{21} равен единице, а все остальные элементы равны нулю. Матрица-столбец $\widehat{\Delta X}(s_{Ki})$ описывает действие толкателя и состоит из двух элементов, первый из которых равен $\Delta x'_{Ki}$ и задан уравнением (1), а второй равен нулю.

Уравнения (1) и (3) преобразованы к линейным разностным уравнениям, устанавливающим связь между двумя последовательными состояниями центра тяжести пучка на $(n+1)$ -м и n -м оборотах на азимуте, например, первого ДП, расположенного при $s = s_{P1}$, с учетом прохождения N толкателей:

$$\widehat{X}[n+1, s_{P1}] = \widehat{M}_0 \widehat{X}[n, s_{P1}] + \delta \widehat{X}_E[n, s_{P1} + C_0] + u[n-q] \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N \widehat{M}(s_{P1} + C_0, s_{Ki}) \widehat{T} \widehat{M}(s_{Pl}, s_{P1}) \sum_{m=0}^{n-q} \frac{K_{il}[m]}{\sqrt{\beta_{Ki} \beta_{Pl}}} \widehat{X}[n-m-q, s_{P1}]. \quad (4)$$

Здесь \widehat{M}_0 — матрица оборота; $\delta \widehat{X}_E$ — матрица, характеризующая ошибки в ведущем магнитном поле и поправки, обусловленные смещениями электрической оси ДП относительно равновесной орбиты. Величины $K_{il}[m]$ характеризуют цепь обратной связи. Необходимо найти те их значения, при которых движение частиц будет устойчиво, причем введение цепи регулирования предотвращает самораскачку частиц пучка в поперечном направлении.

Полученное линейное разностное матричное уравнение (4) решено с использованием одностороннего Z -преобразования последовательности $\widehat{X}[n, s]$:

$$\widehat{X}[n, s] \iff \widehat{X}(z, s), \quad \widehat{X}(z, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \widehat{X}[n, s] z^{-n},$$

$$\widehat{X}[n, s] = \frac{1}{2\pi i} \int_C \widehat{X}(z, s) z^{n-1} dz = \sum_k \text{Re}z \left[\widehat{X}(z_k, s) z_k^{n-1} \right]. \quad (5)$$

Здесь C — любой замкнутый контур, окружающий все особые точки $\widehat{X}(z, s)$ на комплексной z -плоскости, в частности любая окружность $|z| > R_z$, где R_z — радиус круга, вне которого сходится (абсолютно и равномерно) задающий $\widehat{X}(z, s)$ ряд. Данный способ решения выбран также по соображениям удобства последующего анализа движения частиц пучка при наличии цепи обратной связи с цифровой обработкой сигнала, поскольку Z -преобразование широко используется при анализе радиотехнических систем дискретного времени. Из (5) ясно, что устойчивое движение частиц возможно, если все полюсы z_k на комплексной z -плоскости лежат внутри окружности с радиусом $R_z = 1$, то есть

$$|z_k| \leq 1. \quad (6)$$

Из вида выражения для $\widehat{X}[n, s]$ видно, что смещение центра тяжести пучка в месте расположения ДП на n -м обороте есть сумма дискретных экспонент $\exp((n-1) \ln z_k)$.

Поэтому темп затухания амплитуды k -й моды когерентных поперечных колебаний центра тяжести пучка за оборот определим как

$$D_k = |z_k| = \exp(-T_0/\tau_D), \quad (7)$$

где τ_D^{-1} есть постоянная времени затухания данной моды колебаний. Другим важным параметром является аргумент z_k , который пропорционален числу колебаний за оборот. Далее будем обозначать дробную часть числа колебаний за оборот как $\{\text{Re}Q_k\}$. Ясно, что

$$\{\text{Re}Q_k\} = \frac{1}{2\pi} |\arg(z_k)|, \quad (8)$$

причем будем определять $\arg(z_k)$ для значений $|\arg(z_k)| \leq \pi$. Данное определение является традиционным и общепринятым в теории ускорителей.

Среди различных мод колебаний всегда можно выделить моды, затухающие наиболее медленно. Поэтому естественно в области изменения какого-либо параметра определить минимальный темп затухания, который будет определяться максимальным значением D_k :

$$\exp\left(-\frac{T_0}{\tau_D(\text{min})}\right) = \text{MAX}(D_k). \quad (9)$$

Подчеркнем, что, вообще говоря, величина $\text{MAX}(D_k)$ в одной из областей изменения выбранного параметра может отвечать, например, D_1 , а в другой области, например, D_2 . Поэтому кривая $\text{MAX}(D_k)$ есть огибающая среди всех рассматриваемых кривых для D_k .

Таким образом, определив положение полюсов z_k на комплексной z -плоскости, можно выявить величины параметров, при которых движение частиц устойчиво, а также постоянную затухания поперечных колебаний частиц и их собственные частоты.

Показано, что полюса z_k находятся из уравнения

$$\det(z\widehat{I} - \widehat{M}(z)) = z^2 - z \text{Tr} \widehat{M}(z) + \det \widehat{M}(z) = 0, \quad (10)$$

где \widehat{I} — единичная матрица, а матрица $\widehat{M}(z)$ имеет вид:

$$\widehat{M}(z) = \widehat{M}_0 + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{\widehat{K}_{il}(z)}{\sqrt{\beta_{Ki} \beta_{Pl}}} \widehat{M}(s_{P1} + C_0, s_{Ki}) \widehat{T} \widehat{M}(s_{Pl}, s_{P1}). \quad (11)$$

Коэффициент $\widehat{K}_{il}(z)$ есть передаточная функция цепи обратной связи, связывающей l -й ДП и i -й Т. Получено, что уравнение для собственных значений может быть преобразовано к следующему виду:

$$\det(z\widehat{I} - \widehat{M}(z)) = z^2 - z \text{Tr} \widehat{M}(z) + \det \widehat{M}(z) =$$

$$= z^2 - z \left(2 \cos(2\pi Q) + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N \widehat{K}_{il}(z) \sin(2\pi Q - \psi(s_{Ki}) + \psi(s_{Pl})) \right) +$$

$$+ 1 - \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^N \widehat{K}_{il}(z) \sin(\psi(s_{Ki}) - \psi(s_{Pl})) + \det \widehat{M}_T(z) = 0, \quad (12)$$

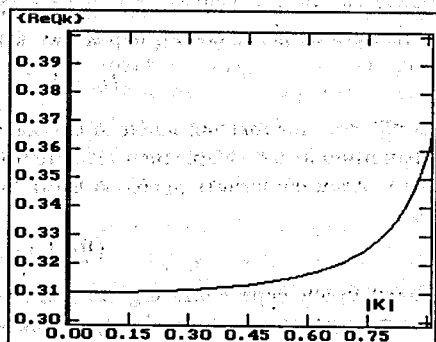
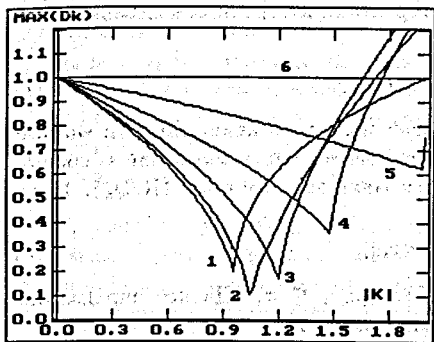


Рис. 3: Зависимости D_k от $|K|$ при $\psi_{PK} = 140.5\pi - 0.1(n-1)\pi$. Цифры у кривых — значения n .

Рис. 4: Зависимости $\{ReQ_k\}$ от $|K|$ при $\psi_{PK} = 140.5\pi$.

где $\widehat{M}_T(z)$ есть квадратная матрица, элементы которой пропорциональны $\tilde{K}_{ii}(z)$. Из полученного выражения видно, что при различных расстановках датчиков положения и толкателей, а также связях между ними, включая перекрестные, корни уравнения для собственных значений зависят от набегов фаз бетатронных колебаний $\psi(s)$ между датчиками и толкателями, но не зависят от параметров матрицы Твисса β_i и α_i в местах их расположения.

Уравнение в виде (12) проанализировано с целью выявления областей устойчивости движения частиц пучка в ускорителе при наличии системы подавления поперечных когерентных колебаний с цепями обратной связи и фильтрами.

Показано, что для применяемой в настоящее время на различных ускорителях классической системы подавления с одной широкополосной цепью обратной связи в линейном приближении по $|K| = |\tilde{K}_{11}|$ из (12) получается:

$$z_k \cong \left[1 \mp i \frac{1}{2} |K| \exp(i(\varphi \mp \psi_{PK})) \right] \exp(\pm i 2\pi Q), \quad k = 1, 2, \quad (13)$$

где $\varphi = \arg(K)$, а ψ_{PK} — набег фаз бетатронных колебаний от ДП1 до Т1. Отсюда

$$\frac{T_0}{\tau_D} = -\ln |z_k| \cong \frac{1}{2} |K| \sin(\psi_{PK} \pm \varphi). \quad (14)$$

Это выражение для декремента затухания колебаний хорошо известно. Максимальный темп подавления при малых $|K|$ получается для усилителя, близкого к идеальному, когда $|\cos(\varphi)| = 1$, при такой расстановке ДП и Т, когда $|\sin(\psi_{PK})| = 1$. В этом случае набег фаз бетатронных колебаний от ДП до Т равен нечетному числу $\pi/2$ радиан. Получается результат, который очевиден из простых физических соображений и также хорошо известен. На рис.3 и рис.4 приведены зависимости темпа подавления колебаний и дробной части числа бетатронных колебаний от $|K|$ в ЛНС ($ReQ = 70.61$). Необходимо подчеркнуть две особенности. Во-первых, при малых $|K|$ максимальный темп

подавления достигается в том случае, когда набег фаз бетатронных колебаний между ДП и Т ψ_{PK} равен нечетному числу $\pi/2$ радиан (кривая 1). Это согласуется с хорошо известными результатами. Однако с ростом $|K|$ максимальный темп подавления отвечает другим значениям ψ_{PK} . Причина такого поведения связана с тем, что изменяется с ростом $|K|$ число бетатронных колебаний за оборот. Эту зависимость подтверждает рис.4: с ростом $|K|$ увеличивается $\{ReQ_k\}$. В результате набег фаз, когда $|\sin \psi_{PK}| = 1$, получается при меньшем угловом расстоянии между ДП и Т, что и подтверждают зависимости на рис.3. Однако наиболее важно не то, что наибольший темп подавления с ростом $|K|$ получается при иных, чем при малых $|K|$, расстановках, а тот факт, что зависит от величины коэффициента передачи цепи обратной связи число бетатронных колебаний. Таким образом, положение рабочей точки на плоскости Q_1, Q_2 изменяется с ростом $|K|$. Поскольку выбор рабочей точки существенным образом влияет на динамику частиц в синхротроне, особенно вблизи резонансов, то ясно, что изменение $\{ReQ_k\}$ необходимо учитывать и компенсировать его за счет коррекции тока в квадрупольях основной магнитной системы ускорителя.

Для быстрой системы подавления с двумя цепями обратной связи ДП1 — Т1 и ДП2 — Т2 с идентичными передаточными функциями без фильтра ($\tilde{K}_{11}(z) = \tilde{K}_{22}(z) = K$) и одинаковыми набегам фаз бетатронных колебаний в промежутках ДП1 — ДП2 и Т1 — Т2, равными $\pi/2$ радиан ($\psi_P = \psi_K = \pi/2$), решения уравнения (12) есть:

$$z_k = [1 \mp i |K| \exp(i(\varphi \mp \psi_{PK}))] \exp(\pm i 2\pi Q), \quad k = 1, 2. \quad (15)$$

Для малых по сравнению с единицей значений $|K|$ получаем из (15) в линейном приближении

$$|z_k|^2 \cong 1 - 2|K| \sin(\psi_{PK} \pm \varphi).$$

Поэтому для декремента затухания колебаний при малых коэффициентах усиления в цепи обратной связи имеем:

$$\frac{T_0}{\tau_D} = -\ln |z_k| \cong |K| \sin(\psi_{PK} \pm \varphi). \quad (16)$$

Поскольку зависимость коэффициента передачи от частоты принята слабой, а при низких частотах усилители имеют фазовый сдвиг, равный нулю или π , то близким к таким же величинам будет фазовый сдвиг в рабочей области частот. С учетом этого из (16) видно, что максимальный темп подавления поперечных колебаний при малых $|K|$ будет для идеального усилителя в цепи обратной связи, когда $\cos(\varphi) = |\cos(\arg(K))| = 1$, при такой расстановке ДП и Т, когда $|\sin(\psi_{PK})| = 1$. В случае этой расстановки набег фаз бетатронных колебаний между первым датчиком ДП1 и первым толкателем Т1 равен нечетному числу $\pi/2$ радиан. Расстановка, при которой $|\sin(\psi_{PK})| = 1$, является оптимальной. Из сравнения (14) и (16) видно, что быстрая система подавления при малых величинах коэффициента усиления цепи обратной связи обеспечивает темп подавления поперечных колебаний в два раза выше, чем классическая система.

Отметим еще одно существенное отличие быстрой системы от классической. При оптимальной расстановке имеем:

$$z = (1 - K(z)) \exp(\pm i 2\pi Q).$$

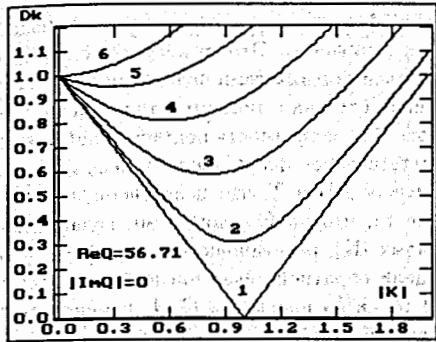


Рис. 5: Зависимости D_k от $|K|$ при $\psi_{PK} = 112.5\pi \pm 0.1(n-1)\pi$; $\varphi = 0$. Цифры у кривых - значения n .

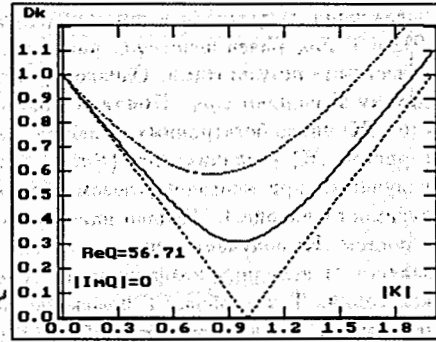
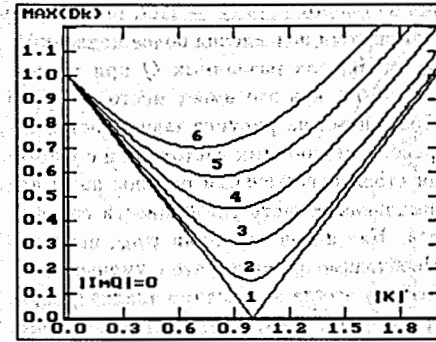


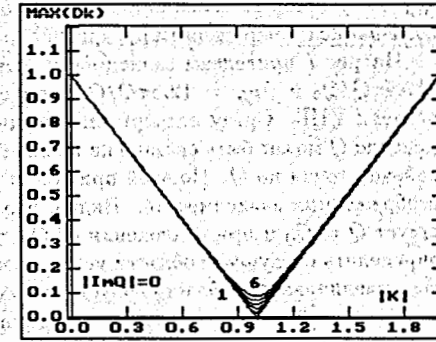
Рис. 6: Зависимости D_k от $|K|$ при $\varphi = 0.1\pi$. Сплошные линии: $\psi_{PK} = 112.5\pi$. Пунктирные линии: $\psi_{PK} = 112.4\pi$.

Поэтому при $|K| = 1$ получаем, что быстрая система с широкополосным усилителем в цепи обратной связи обеспечивает подавление остаточных колебаний после инжекции за один оборот независимо от фаз сигналов с ДП1 и ДП2. Поскольку пучок после инжекции может иметь как смещение, так и угол наклона траектории пучка к равновесной орбите, то есть произвольную фазу, то независимость темпа подавления колебаний от фазы сигнала в месте расположения датчиков положения при использовании быстрой системы является ее основным и важнейшим преимуществом перед классической системой подавления.

На рис.5 приведены зависимости $D_k = |z_k|$ от $|K|$ для различных ψ_{PK} при $ReQ = 56.71$ в области значений параметров для устойчивого движения частиц в УНК-1. Первая максимальная область устойчивости соответствует $\psi_{PK} = 112.5\pi$ (кривая 1) и нулевому сдвигу фазы сигнала $\varphi = 0$ в цепи обратной связи (см. рис.5). С уменьшением угловой протяженности промежутка между Т2 и ДП1 область устойчивости сужается и при $\psi_{PK} = 112\pi$ (кривая 6) становится нулевой. Следующая область устойчивости соответствует $111\pi < \psi_{PK} < 112\pi$ и значению $\varphi = \pi$, когда $-2 < |K| \cos(\varphi) < 0$ и необходимо инвертирование сигнала в цепи обратной связи. Затем область устойчивости при $\varphi = 0$ соответствует $|\psi_{PK} - 110.5\pi| \leq 0.5\pi$ и так далее. В пределах одной области устойчивости кривые, соответствующие одинаковым значениям $\sin(\psi_{PK})$, совпадают. Это свойство отражено на приведенном рисунке. Отметим также, что все подобные зависимости симметричны относительно вертикальной прямой, проходящей через точку на горизонтальной оси $|K| = |K|_{opt} = |\sin(\psi_{PK})|$. Иначе говоря, темп подавления колебаний один и тот же в двух режимах, одинаково удаленных от $|K|_{opt}$. Однако при $|K| > |K|_{opt}$ сила толчка превышает необходимую для компенсации угла отклонения пучка величину в месте расположения толкателя, хотя еще возможен режим подавления колебаний. Поскольку режим при $|K| > |K|_{opt}$ требует больших значений поля в толкателе, чем при $|K| < |K|_{opt}$, он энергетически невыгоден, и поэтому следует использовать режимы работы системы подавления при $|K| < |K|_{opt}$.



(а)



(б)

Рис. 7: Зависимость $MAX(D_k)$ от $|K|$ при $\psi_{PK} = 112.5\pi Q/Q_0$ (рисунок а) и $\psi_{PK} = 12.5\pi Q/Q_0$ (рисунок б). $Q = Q_0 + 0.025(n-1)$; $Q_0 = 56.71$. Цифры у кривых - значения n .

Фазовые искажения в цепи обратной связи характеризуются отличием значений φ от идеальных $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi$. При наличии таких искажений происходит сужение области устойчивости. Если же набег фазы бетатронных колебаний ψ_{PK} от ДП1 до Т1 отличен от оптимального, то происходит еще и разделение кривых, соответствующих $|z_k|$. Примеры таких зависимостей приведены на рис.6. Следует подчеркнуть, что при любых ψ_{PK} наличие фазовых искажений приводит к сужению области устойчивости.

Из-за энергетического разброса частиц в пучке когерентные колебания будут переходить в некогерентные, минимальная величина времени перехода которых есть τ_f . Ясно, что система подавления поперечных когерентных колебаний должна обеспечивать более высокий темп подавления, чем τ_f . Это означает, что условие (5) должно быть заменено на более жесткое:

$$|z_k| < \exp(-T_0/\tau_f), \quad (17)$$

где T_0 — период обращения частиц в ускорителе. Показано, что в линейном приближении по $|K|$ и по T_0/τ_f имеем:

$$|K \sin(\psi_{PK})| > T_0/\tau_f = \pi\sqrt{2}\Delta Q.$$

Это означает, что при наличии разброса ΔQ для подавления поперечных колебаний необходимы коэффициенты передачи в цепи обратной связи, превышающие по крайней мере в пять раз разброс ΔQ . Также видно, что чем сильнее расстановка толкателей и датчиков отличается от оптимальной, тем меньше $|\sin(\psi_{PK})|$, и требуются уже еще большие величины коэффициента передачи $|K|$.

Второй эффект, обусловленный ненулевым импульсным разбросом частиц в пучке, связан с тем, что, например, при заданной расстановке $\psi_{PK} = \psi_{PK}(Q_0)$ и идеальной цепи обратной связи, только для части частиц темп подавления максимальный, а для

других, у которых число бетатронных колебаний за оборот есть $Q_0 + \Delta Q$, при том же коэффициенте передачи $|K|_{opt}$ в цепи обратной связи темп подавления более медленный.

На рис.7 приведены зависимости $MAX(D_k)$ от $|K|$ для различных Q при $\psi_{PK} = 112.5\pi/Q_0$ и $\psi_{PK} = 12.5\pi/Q_0$, причем $Q_0 = 56.71$, как это имеет место в первой ступени УНК. Сразу подчеркнем, что для изображенных на рисунке зависимостей изменение Q может быть связано не только с разбросом бетатронных частот, но и с уходом рабочей точки по Q . По этой причине и выбран столь значительный разброс по Q для изображенных зависимостей. Видно, что максимальная область устойчивости соответствует $Q = Q_0$ и при отклонении от Q_0 сужается. Как и при вариации ψ_{PK} , нетрудно определить следующие области устойчивости. Необходимо отметить, что с уменьшением ψ_{PK} увеличивается область допустимых ΔQ . Поэтому всегда необходимо анализировать область устойчивости не только для принятой расстановки, которую следует выбирать оптимальной, но и для соответствующих набегов фаз бетатронных колебаний при изменении Q в области допустимых значений.

Во второй главе решена задача о подавлении поперечной резистивной неустойчивости для сплошного и сгруппированного пучков. При анализе работы системы подавления сгруппированного пучка используется метод Z -преобразования, как это было сделано в первой главе. Введение раздела для анализа работы систем подавления резистивной неустойчивости сплошного пучка, несмотря на имеющиеся аналогичные опубликованные работы, обусловлено исключительно общностью изложения и демонстрацией общих результатов при использовании общепринятых методов фурье-анализа. Показано, что отличие полученных решений при выключенной системе подавления от решений для свободных колебаний сгустка существенно только в том, что в нем учтены поправки в Q , связанные с резистивностью стенок вакуумной камеры. Уравнение для определения собственных частот колебаний полностью эквивалентно аналогичным соотношениям (6) и (10); если положить

$$z = \exp(i\omega T_0) \quad (18)$$

и считать Q комплексной величиной, действительная часть которых ReQ равна числу когерентных бетатронных колебаний за оборот, а мнимая часть ImQ характеризует инкремент неустойчивости. Получено, что при выключенной системе подавления выражения для собственных частот совпадают с известными. Показано, что область устойчивости по $|K|$ для быстрой системы задается двумя параболой D_k (см. рис.8). Найден диапазон изменения для величин коэффициентов передачи, когда неустойчивость подавляется:

$$|K|_{min} = 2 \exp(|Im\psi_{PK}| - \pi|ImQ|) \operatorname{sh}(\pi|ImQ|);$$

$$|K|_{max} = 2 \exp(-\pi|ImQ|) \operatorname{ch}(\pi|ImQ|).$$

Максимальный темп подавления

$$D_{opt} \cong \frac{\operatorname{sh}(2\pi|ImQ|)}{\sin(Re\psi_{PK}) \cos(\varphi + \omega\Delta\tau)} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\cos^2(Re\psi_{PK}) \sin^2(\varphi + \omega\Delta\tau)}{\operatorname{sh}^2(2\pi|ImQ|)} \right).$$

достигается при величине коэффициента передачи $|K|_{opt}$, равной:

$$|K|_{opt} \cong \frac{\operatorname{ch}(2\pi|ImQ|)}{\sin(Re\psi_{PK}) \cos(\varphi + \omega\Delta\tau)} \quad (19)$$

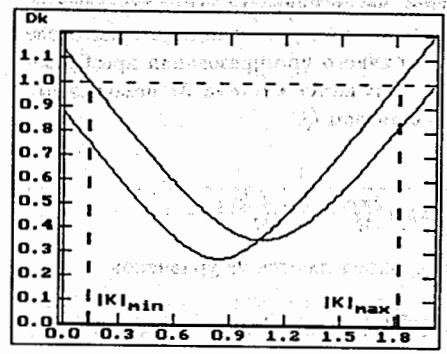


Рис. 8: Зависимости D_1 и D_2 от $|K|$.
 $Re\psi_{PK} = 112.4\pi$.
 $\varphi + \omega\Delta\tau = 0$.

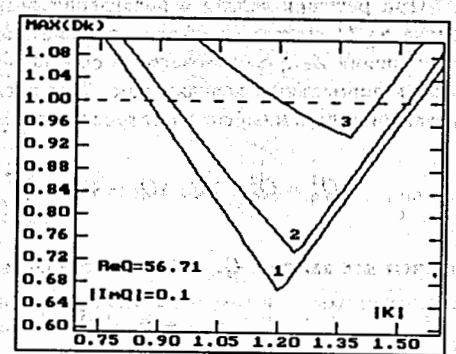


Рис. 9: Зависимости $MAX(D_k)$ от $|K|$.
 $Re\psi_{PK} = 112.5\pi - 0.08(n-1)\pi$.
 Цифры у кривых — значения n .

Неустойчивость подавляется, если

$$|\sin(Re\psi_{PK}) \cos(\varphi + \omega\Delta\tau)| > \operatorname{sh}(2\pi|ImQ|). \quad (20)$$

Для оптимальных условий имеем:

$$D_{opt} \cong \operatorname{sh}(2\pi|ImQ|),$$

и неустойчивость подавляется, если

$$\operatorname{sh}(2\pi|ImQ|) < 1.$$

Для I ступени УНК при $|ImQ| = 0.1$ получаем $\operatorname{sh}(2\pi|ImQ|) = 0.670$, то есть подавление неустойчивости возможно.

На рис.9 приведены зависимости $MAX(D_k)$ от $|K|$ для УНК-1, подтверждающие, что при идеальной цепи обратной связи быстрая система обеспечивает подавление ожидаемой неустойчивости с $|ImQ| = 0.1$ при оптимальной расстановке датчиков и толкателей (кривая 1). Необходимо, однако, подчеркнуть, что запас по всем параметрам в системе очень невелик. Например, при вариации по $Re\psi_{PK}$ отклонения по набегу фазы бетатронных колебаний между ДП1 и Т1 не должны превосходить 0.174π.

Таким образом, предлагаемая быстрая система подавления резистивной неустойчивости сплошного пучка обеспечивает ее подавление при идеальной цепи обратной связи и оптимальной расстановке.

Ясно, что для подавления неустойчивости достаточно обеспечить диапазон изменения коэффициента передачи $|K|$ в цепи обратной связи от $|K|_{min}$ до $|K|_{opt}$. Получено, что диапазон изменения коэффициента передачи цепи обратной связи при наличии энергетического разброса в пучке должен быть выбран, учитывая условие (17), в соответствии со следующим неравенством:

$$2 \exp \left(|Im\psi_{PK}| - \pi|ImQ| - \frac{T_0}{2T_f} \right) \operatorname{sh} \left(\pi|ImQ| + \frac{T_0}{2T_f} \right) < |K| < \frac{\operatorname{ch}(2\pi|ImQ|)}{|\sin(Re\psi_{PK}) \cos(\varphi + \omega\Delta\tau)|}$$

При решении задачи о подавлении резистивной неустойчивости сгруппированного пучка из M сгустков получена система дифференциальных уравнений, которая после применения Z -преобразования и специального матричного преобразования преобразована к нормальным координатам. Для последних получается система M независимых уравнений, описывающих бетатронные колебания с числом Q_n :

$$Q_n^2 = Q_0^2 + 2Q_0\Delta Q_0 - 4Q_0\nu_k \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_m}{D_m} \frac{1}{\exp(i\frac{2\pi n}{M} + \frac{\alpha_m + \ln z}{M}) - 1}, \quad (21)$$

причем для каждого Q_n собственные значения $z_{(n)k}$ определяются из уравнения

$$z_{(n)k}^2 - z_{(n)k} \text{Tr} \widehat{M}_n(z_{(n)k}) + \det \widehat{M}_n(z_{(n)k}) = 0. \quad (22)$$

Показано, что последнее уравнение при выключенной системе подавления приводит к хорошо известным результатам для одиночного сгустка: для всех $Q_c = Q_0 + \Delta Q_0$, лежащих между полупелым и ближайшим сверху целым числом, колебания будут неустойчивы. При выборе Q_c выше целого числа и меньше полупелого колебания одиночного сгустка будут устойчивыми. Показано, что для M сгустков, равномерно распределенных по орбите, каждая мода колебаний $(n_k \pm Q_0 \pm \Delta Q_0)\omega_0$ расщепляется на M спутников. Вычислена величина разброса δQ , соответствующая этим спутникам. Получено, что величина $|\delta Q|$ максимальна, когда поле проникает за стенки вакуумной камеры, что имеет место на УНК-1. Установлено, что в этом случае величина $|\delta Q|$ равна $|\text{Im}Q|$, то есть достигает величины около 0.1, что намного больше ожидаемого разброса Q вследствие импульсного разброса частиц. Это означает, что добиться строгого выполнения оптимальных условий подавления когерентных поперечных колебаний одновременно для всех возможных мод колебаний сгустков невозможно. В связи с этим необходимо рассчитывать систему подавления для наихудших условий, соответствующих такому собственному числу бетатронных колебаний за оборот, когда набег фазы бетатронных колебаний $\text{Re}\psi_{PK}$ для него максимально отличается от оптимального. Быстрая система подавления, создаваемая для УНК-1, обеспечивает режим затухания поперечных когерентных колебаний, если

$$|\sin(\text{Re}\psi_{PK})| > |\text{sh}(2\pi \text{Im}Q)|.$$

В УНК-1 ожидается величина $|\text{Im}Q| \cong 0.1$, что приводит к допустимым значениям $\text{Re}\psi_{PK}$ около 0.2π радиан. Поскольку угловая протяженность φ_{PK} промежутка между ДП1 и Т1 близка к 2π радиан, то допустим разброс $|\delta Q|$ около 0.1. Это означает, что быстрая система обеспечивает подавление всех мод колебаний, хотя практически отсутствует запас по области устойчивости.

В третьей главе проанализированы решения уравнения (12) для собственных значений для системы подавления когерентных бетатронных колебаний с цифровыми фильтрами в цепи обратной связи, схемы которых представлены на рис.10. Показано,

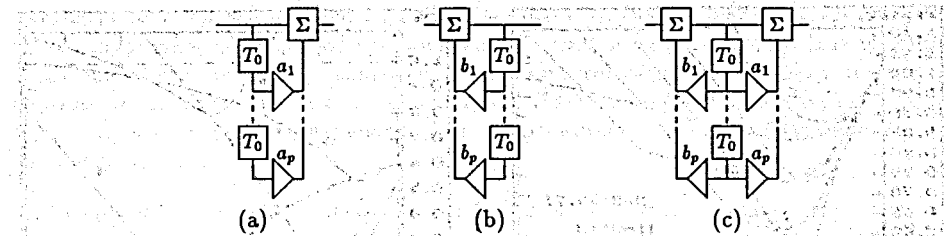


Рис. 10: Структурные схемы неперекурсивного (а), рекурсивного (б) и комбинированного (с) фильтров в цепи обратной связи

что для быстрой системы с цифровым фильтром первого порядка в цепи обратной связи в (12) необходимо положить:

$$K(z) = \frac{z + a_1}{z - b_1} |K|.$$

В результате возникают четыре решения, которые для малых значений $|K|$ есть:

$$z_{1,2} = (1 \mp i|K| \exp(\mp i\psi_{PK})) \exp(\pm i2\pi Q) \mp \frac{i(a_1 + b_1)|K| \exp(\mp i\psi_{PK})}{1 \mp i|K| \exp(\mp i\psi_{PK}) - b_1 \exp(\mp i2\pi Q)},$$

$$z_{3,4} = b_1 \pm \frac{i(a_1 + b_1)|K| \exp(\mp i\psi_{PK})}{1 \mp i|K| \exp(\mp i\psi_{PK}) - b_1 \exp(\mp i2\pi Q)}.$$

Видно, что первые два типа решений $z_{1,2}$ есть традиционные решения с небольшой добавкой, пропорциональной модулю коэффициента передачи цепи обратной связи $|K|$ и сумме коэффициентов усиления $(a_1 + b_1)$ усилителей в фильтре. Второй тип решений $z_{3,4}$ обусловлен наличием фильтра и есть следствие связи колебаний сгустка через оборот за счет активных цепей фильтра. Решения имеют характерный вид для связанных осцилляторов: добавки входят с противоположными знаками.

С целью выработки дополнительных критериев для подбора параметров фильтра исследованы асимптотические решения:

$$\widehat{X}[\infty, s] = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \widehat{X}(z, s), \quad (23)$$

которые имеют смысл, если данный предел существует (то есть все полюсы z_k лежат внутри окружности с радиусом $R_z = 1$). Данное асимптотическое решение не зависит от номера оборота и в соответствии с общепринятыми определениями характеризует смещение равновесной орбиты. Показано, что система подавления поперечных когерентных колебаний работает независимо от системы коррекции равновесной орбиты, если сумма коэффициентов усиления усилителей в неперекурсивных звеньях фильтра равна единице:

$$\sum_{m=1}^p a_m = -1. \quad (24)$$

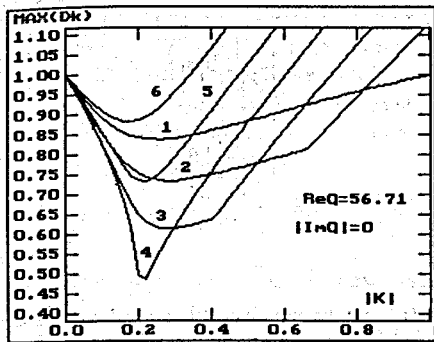


Рис. 11: Зависимости $\text{MAX}(D_k)$ от $|K|$ для гребенчатого фильтра: $a_1 = -1$; $b_1 = 0$. $\text{Re}\psi_{PK} = 112.5\pi - 0.1(n-1)\pi$. Цифры у кривых — значения n .

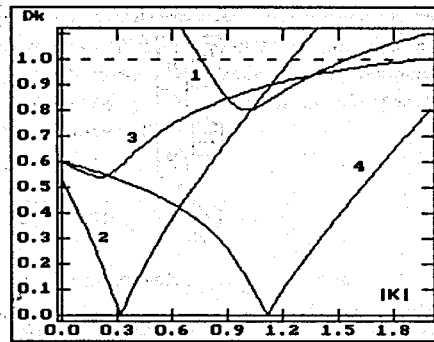


Рис. 12: Зависимости D_k от $|K|$. $\text{Re}Q = 56.71$; $|\text{Im}Q| = 0.1$; $\text{Re}\psi_{PK} = 112.5\pi$; $a_1 = -1$; $b_1 = 0.6$.

Для фильтра первого порядка условие (24) означает, что в нерекурсивном звене должен быть инвертор сигнала, то есть $a_1 = -1$. На рис.11 приведены зависимости $\text{MAX}(D_k)$ от $|K|$ для различных набегов фаз $\text{Re}\psi_{PK}$ между датчиком положения ДП1 и толкателем Т1. Видно, что с уменьшением $\text{Re}\psi_{PK}$ от значения, соответствующего оптимальной расстановке, сначала происходит увеличение темпа подавления колебаний, хотя область устойчивости по $|K|$ сужается. Максимальный темп подавления соответствует расстановке $\text{Re}\psi_{PK} = 112.2\pi$ и модулю коэффициента передачи $|K| = 0.22$. В этом случае происходит уменьшение амплитуды колебаний в два раза за оборот. При дальнейшем уменьшении $\text{Re}\psi_{PK}$ до значения 112.0π темп подавления колебаний уменьшается и одновременно сужается область устойчивости по $|K|$. Аналогичные зависимости по увеличению темпа подавления колебаний при уходе от оптимальной расстановки получаются для других значений a_1 .

Таким образом, при введении нерекурсивного фильтра в цепь обратной связи происходит сужение области устойчивости. Максимальное использование свойств фильтра для подавления кратных частоте обращения частот, когда в его цепи инвертор сигнала, и одновременное обеспечение максимального темпа подавления поперечных колебаний возможно при специальной расстановке устройств системы подавления колебаний, отличной от оптимальной расстановки в отсутствие фильтра.

Для устранения этой нежелательной зависимости предложено использовать фильтры с рекурсивным звеном. На рис.12 приведены зависимости D_k от $|K|$ для неустойчивости с $|\text{Im}Q| = 0.1$. Неустойчивость с таким инкрементом ожидается в УНК-1. Максимальный декремент подавления $\text{MAX}(D_k) = 0.85$ получается при $|K| = 0.90$ и $b_1 = 0.6$. В соответствии с (24) принято $a_1 = -1$. Напомним, что устойчивые решения для системы подавления с КИХ-фильтром в цепи обратной связи получались для $\text{Re}\psi_{PK}$, не равных нечетному числу $\pi/2$ радиан, что сразу же вызывает проблемы с расстановкой ДП и Т. В системе же подавления с БИХ-фильтром возможно подавление неустойчивости с $|\text{Im}Q| = 0.1$ при той же расстановке ДП и Т, что и в отсутствие неустойчивости.

Поскольку оптимальное значение параметра b_1 зависит от $\text{Im}Q$, то это позволяет настраивать рекурсивное звено фильтра таким образом, чтобы обеспечить максимальный темп подавления неустойчивости в конкретных условиях, что является несомненным достоинством системы подавления с БИХ-фильтром. Поэтому необходимо предусматривать возможность варьирования параметра b_1 при проектировании цепи обратной связи с БИХ-фильтром.

Подчеркнем, что наличие нескольких собственных частот поперечных колебаний не может служить основанием для запрета подобных режимов работы системы подавления. Принципиальным является то, что все такие колебания пучка являются устойчивыми при сделанных выше допущениях. Необходимо, однако, исследовать параметрическую устойчивость подобной системы.

Проведенный выше анализ работы системы подавления резистивной неустойчивости показывает существенное преимущество построения цепи обратной связи с БИХ-фильтром по сравнению с традиционно используемыми схемами с КИХ-фильтрами.

В четвертой главе проанализировано влияние ошибок расстановки ДП и Т в быстрой системе подавления. Получено, что при небольших отклонениях набегов фаз бетатронных колебаний от оптимальных значений для малых параметров:

$$\eta = \text{Re}\psi_{PK} - \frac{\pi}{2} - \pi m + \frac{\zeta - \xi}{2}; \quad \xi = \text{Re}\psi_P - \frac{\pi}{2}; \quad \zeta = \text{Re}\psi_K - \frac{\pi}{2} \quad (25)$$

имеем:

$$|z_{1,2}|^2 \cong \frac{\text{sh}^2(2\pi|\text{Im}Q|)}{\cos^2(\eta)} + \text{tg}^2(\eta) + \frac{\text{ch}^2(2\pi|\text{Im}Q|)}{2\cos^2(\eta)\cos^2\left(\frac{\zeta - \xi}{2}\right)} \sin^2\left(\frac{\zeta + \xi}{2}\right); \quad (26)$$

$$|K|_{\text{opt}} \cong \frac{\text{ch}(2\pi|\text{Im}Q|)}{|\cos(\eta)\cos\left(\frac{\zeta - \xi}{2}\right)|}$$

Следовательно, при равных ξ и ζ максимальный темп подавления достигается при тех же значениях коэффициента передачи, что и при нулевых ξ и ζ . Однако при этом темп подавления колебаний будет несколько медленнее. Из последнего выражения также видно, что наиболее существенным параметром, влияющим на темп подавления и размеры областей устойчивости, является набег фазы бетатронных колебаний между ДП1 и Т1. Отметим, что при изменении числа частиц на орбите изменяется когерентный сдвиг частоты бетатронных колебаний. В УНК-1 его величина может достигать 0.09 для горизонтальных и 0.41 для вертикальных колебаний. Поскольку сигнал от датчика до кикера по цепи обратной связи передается навстречу пучку, то возникают соответствующие значительные изменения $\text{Re}\psi_{PK}$. Из приведенных выше выражений ясно, что устойчивость движения частиц сохраняется, если

$$|\cos(\eta)| = \left| \sin\left(\text{Re}(\psi_{PK} + \frac{\psi_K - \psi_P}{2})\right) \right| > |\text{sh}(2\pi|\text{Im}Q)|.$$

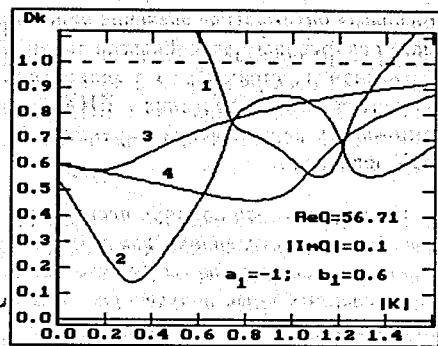
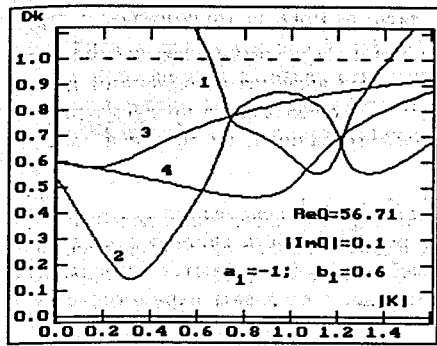


Рис. 13: Зависимости D_k от $|K|$. Система подавления остаточных горизонтальных колебаний после инжекции.

Рис. 14: Зависимости D_k от $|K|$. Система подавления резистивной неустойчивости.

В УНК-1 поэтому приемлемы отклонения $\text{Re}\psi_{PK}$ около 0.2π радиан, что меньше ожидаемого изменения $\text{Re}\psi_{PK}$ из-за когерентного сдвига $\text{Re}Q$ для вертикальных колебаний. Поэтому при инжекции очередной порции частиц должна быть предусмотрена коррекция $\text{Re}\psi_{PK}$ на участке между ДП2 и Т1.

Другого рода ошибки связаны с погрешностями в ведущем магнитном поле. Из многочисленного числа возможных возмущений в качестве методического примера рассмотрены возмущения в цепи питания толкателя. Найдены дополнительные решения, обусловленные внешними воздействиями; вычислены асимптотические решения. Показано, что результат воздействия внешних возмущений на движение частицы зависит от коэффициента передачи $|K|$ цепи обратной связи. С целью оценки влияния $|K|$ на смещение равновесной орбиты введено понятие о формфакторе. Получены выражения для формфакторов классической и быстрой систем подавления. Показано, что при некоторых расстановках, когда движение частиц устойчиво, наблюдается сильное влияние системы подавления на смещение равновесной орбиты. Таким образом, величина формфактора является дополнительным критерием для отбора расстановок устройств систем подавления.

В пятой главе приведены описание системы подавления когерентных бетатронных колебаний на I ступени УНК, которая принята к реализации, а также расчет полей в толкателях. С учетом реальной расстановки датчиков положения и толкателей на УНК-1 приводятся таблицы расчетных параметров фильтра с рекурсивным звеном и полей в толкателях, а также зависимости декрементов подавления всех четырех мод колебаний, которые будут присутствовать при движении сгустков в ускорителе. В качестве примера последние зависимости приведены на рис.13 и рис.14 для системы подавления горизонтальных колебаний.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

1. Разработан метод решения дифференциальных уравнений, описывающих движение частиц в синхротронах и накопителях при наличии системы обратной связи (движение частицы зависит от ее состояния в предшествующие моменты времени):

- для сплошного пучка — с использованием одностороннего преобразования Фурье,
- для сгруппированного пучка — с использованием одностороннего Z-преобразования,

с последующим применением матричного подхода для решения преобразованных уравнений.

Дискретные методы анализа матричных уравнений, описывающих подавление остаточных колебаний после инжекции сгустка в синхротрон, и системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику сгустков при подавлении резистивной неустойчивости, разработаны и применены впервые в теории ускорителей.

В общем виде получено уравнение

$$\det(\hat{I} - \hat{M}(z)) = z^2 - z \text{Tr} \hat{M}(z) + \det \hat{M}(z) = 0;$$

$$\hat{M}(z) = \hat{M}_0 + \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{\tilde{K}_{jl}(z)}{\sqrt{\beta_{Kj} \beta_{Pl}}} \hat{M}(z; s_{P1} + C_0, s_{Kj}) \hat{T} \hat{M}(z; s_{P1}, s_{P1})$$

для нахождения собственных значений $z_k = \exp(i\omega_k T_0)$, зависящих от передаточной функции $\tilde{K}_{jl}(z)$ в N цепях обратной связи с цифровыми фильтрами и определяющих темп затухания $D_k = |z_k|$ и собственную частоту $2\pi \{\text{Re}Q_k\} = \arg(z_k)$ мод колебаний в сплошном пучке или связанных мод колебаний сгустков.

Показано, что собственные значения z_k зависят от набегов фаз бетатронных колебаний между датчиками и толкателями системы подавления, но не зависят от параметров матрицы Твисса β ; и α ; в местах их расположения.

2. В результате проведенного исследования решений уравнений для собственных значений классической ($N = 1$) системы подавления обнаружена зависимость числа бетатронных колебаний $\text{Re}Q_k$ от величины коэффициента передачи $|K|$ цепи обратной связи, что необходимо учитывать при выборе рабочей точки в синхротронах, где необходим высокий темп подавления резистивной неустойчивости, достигающийся в области $|K| \approx 1$.

3. Предложена новая быстрая ($N = 2$) система подавления когерентных поперечных колебаний с двумя цепями обратной связи, которая обеспечивает в два раза более высокий темп подавления, чем классическая система, в области малых величин коэффициента передачи цепи обратной связи.

Показано, что в отсутствие неустойчивости быстрая система при оптимальной расстановке датчиков и толкателей может обеспечить подавление поперечных колебаний за один оборот независимо от фазы бетатронных колебаний в местах расположения датчиков положения.

Для быстрой системы подавления рассчитан диапазон изменения коэффициента передачи цепи обратной связи, когда резистивная неустойчивость подавляется и движение частиц устойчиво. Получено, что максимальный темп подавления неустойчивости достигается при оптимальной расстановке; вычислены значения коэффициента передачи и темпа подавления в этом случае. Показано, что неустойчивость подавляется, если

$$\text{sh}(2\pi|\text{Im}Q|) < 1.$$

Данное условие выполняется для подавления ожидаемой сильной резистивной неустойчивости с $|\text{Im}Q| = 0.1$ в I ступени УНК.

Полученные результаты исследований быстрой системы подавления явились основанием для проектирования и реализации предложенной системы подавления на I ступени УНК.

4. Впервые решена задача о подавлении резистивной неустойчивости сгруппированного пучка, когда сила взаимодействия сгустков для хвостовых полей, возникающих от наведенных сгустками в стенках вакуумной камеры токов, в явном виде зависит только от расстояния между ними.

Найдены новые решения уравнения для собственных значений; исследованы их зависимости от величины коэффициента передачи. Выявлены условия, когда система подавления обеспечивает подавление неустойчивых мод колебаний и увеличивает темп подавления других возможных мод колебаний.

Показано, что происходит расщепление основных мод колебаний, отвечающих одиночному сгустку, на число мод, равное числу сгустков. Вычислена ширина разброса частот этих мод, которая для большого числа сгустков не превосходит мнимой части числа бетатронных колебаний.

5. Впервые решена задача о подавлении когерентных поперечных колебаний в синхротронах с помощью систем, в которых используются цифровые фильтры в цепях обратной связи. Получено, что с введением фильтров, в которых реализуется смешивание сигналов от сгустков на разных оборотах, возникают новые моды колебаний. Проанализировано влияние этих новых мод на размеры области устойчивости колебаний сгустков. Показано, что новые решения, отвечающие используемым в настоящее время узкополосным гребенчатым фильтрам, приводят к существенному сужению области устойчивости в области значений коэффициента передачи, когда темп подавления в системах без фильтра был максимален.

В связи с последней зависимостью предложено использовать фильтры с рекурсивными звеньями, которые обеспечивают эффективное подавление частот помех, кратных частоте обращения, и при определенных условиях не ограничивают размер области устойчивости.

6. Получены асимптотические решения для мод колебаний сгустков в синхротроне

с системой подавления. Эти решения использованы при анализе влияния помех на устройствах системы подавления на устойчивость движения сгустков. Введено понятие о формфакторе, характеризующем степень влияния системы подавления на дополнительное смещение равновесной орбиты в зависимости от величины коэффициента передачи $|K|$ цепи обратной связи и являющемся дополнительным критерием для подбора параметров систем подавления. Анализ зависимости формфактора от $|K|$ показал, что при определенных расстановках, когда движение частиц устойчиво, влияние системы подавления на смещение равновесной орбиты настолько велико, что использование таких расстановок невозможно. В связи с последним показано, что при использовании комбинированных фильтров в цепи обратной связи с рекурсивными и не рекурсивными звеньями влияние системы подавления на смещение равновесной орбиты отсутствует, если сумма коэффициентов передач не рекурсивных звеньев фильтра равна минус единице; при этом одновременно достигается максимальное подавление частот помех, кратных частоте обращения.

7. В связи с реализацией предложенной быстрой системы подавления на I ступени УНК проанализировано влияние ошибок расстановки датчиков положения и толкателей на устойчивость решений. Показано, что наиболее сильное влияние на устойчивость оказывает величина набега фазы бетатронных колебаний между первым ДП и первым Т.

С учетом реальных возможностей установки ДП и Т на кольце УНК-1 выбраны их положения для систем подавления горизонтальных и вертикальных остаточных колебаний сгустков после их инжекции в синхротрон, а также для систем подавления резистивной неустойчивости; рассчитаны режимы подавления и области изменения коэффициента передачи цепи обратной связи, при которых движение частиц устойчиво.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Жабицкий В.М. Применение Z-преобразования для решения задачи о подавлении свободных колебаний пучка в ускорителе. 18с. (Сообщение ОИЯИ Р9-91-91, Дубна, 1991).
2. Жабицкий В.М., Иванов И.Н., Корнев И.Л., Юдин Л.А. Подавление резистивной неустойчивости в I ступени УНК при цифровой обработке сигнала в цепи обратной связи. 12с. (Сообщение ОИЯИ Р9-91-99, Дубна, 1991).
3. Zhabitsky V.M. Theoretical Treatment of a Classical Feedback System Using Z-Transform. 10p. (Communication of JINR, E9-91-156, Dubna, 1991).
4. Жабицкий В.М., Корнев И.Л., Юдин Л.А. Помехоустойчивость системы подавления когерентных поперечных колебаний пучка в синхротроне. 14с. (Сообщение ОИЯИ Р9-91-246, Дубна, 1991).

5. Жабицкий В.М., Коренев И.Л., Юдин Л.А. Система подавления резистивной неустойчивости в I ступени УНК с БИХ-фильтром в цепи обратной связи. 11с. (Сообщение ОИЯИ Р9-91-494, Дубна, 1991).
6. Zhabitsky V.M. The Transverse Damper System for LHC. 16p. (CERN-SL/RFS 91-14, CERN, Geneva).
7. Жабицкий В.М., Коренев И.Л., Юдин Л.А. Подавление резистивной неустойчивости сгруппированного пучка с использованием цепей обратной связи. 20с. (Сообщение ОИЯИ Р9-92-309, Дубна, 1992).
8. Жабицкий В.М. Влияние ошибок в расстановке датчиков и толкателей на параметры системы подавления резистивной неустойчивости в I ступени УНК. 14с. (Сообщение ОИЯИ Р9-92-310, Дубна, 1992).
9. Ivanov I.N., Zhabitsky V.M., Korenev I.L., Yudin L.A., Kopylov L.I. Requirements to the Feedback System to Damp Resistive Instability (I Stage UNK). 3p. (XVth International Conference on High Energy Accelerators. July 20-24, 1992, Hamburg, Germany).
10. Жабицкий В.М., Коренев И.Л., Юдин Л.А. Подавление резистивной неустойчивости сгруппированного пучка с использованием цепей обратной связи. 4с. (Труды XIII Совещания по ускорителям заряженных частиц, ОИЯИ, Д9-92-455, Дубна, 1993, т.1, с.78).
11. Жабицкий В.М., Чернов П.А. Влияние ошибок в расстановке датчиков и толкателей на параметры системы подавления резистивной неустойчивости в I ступени УНК. 5с. (Труды XIII Совещания по ускорителям заряженных частиц, ОИЯИ, Д9-92-455, Дубна, 1993, т.1, с.82).
12. Zhabitsky V.M., Korenev I.L., Yudin L.A. Transverse Feedback System with Digital Filter. 3p. (Particle Accelerator Conference, May 17-20, 1993, Washington, USA).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 января 1994 года.