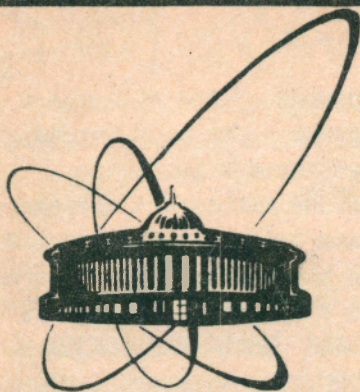


92-204



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

9-92-204

В.А.Михайлов, В.А.Щепунов

КОРРЕКЦИЯ БЕТАТРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ
В НУКЛОТРОНЕ

1992

Введение

Система коррекции бетатронных резонансов 2-4 порядков в нуклотроне должна обеспечить эффективную и, по возможности, независимую регулировку ширины соответствующих резонансов. Независимая коррекция резонанса в группе однотипных бетатронных резонансов состоит в одновременном изменении сил в семействе корректоров с целью минимизации его ширины и без воздействия на ширины остальных резонансов в группе. Такой подход позволяет облегчить процедуру настройки системы коррекции в случае влияния одного семейства корректоров на другое. Ранее на синхротроне У-70 ИФЭ^{1/1} была разработана и реализована система независимой коррекции резонансов 2 и 3 порядков.

В работе сделаны оценки ширины резонансов, ближайших к рабочей точке нуклотрона; рассмотрены возможные алгоритмы их коррекции и даны статистические оценки сил корректоров. Предлагается метод вычисления управляющих матриц для независимой коррекции, отличный от предложенного в /1/.

1. Независимая коррекция резонансов

Будем использовать определение ширины $P_{n_x n_z m}$ резонансной полосы резонанса $n_x Q_x + n_z Q_z = m$ в соответствии с /2/ :

$$P_{n_x n_z m} = \lambda_{n_x n_z} |F_{n_x n_z m}|, \quad /1.1/$$

$$\lambda_{n_x n_z} = \frac{n_x^2 \varepsilon_z + n_z^2 \varepsilon_x}{x^{2N-1} |n_x| |n_z|} \left[\varepsilon_x^{n_x-2} \varepsilon_z^{n_z-2} / (n_x^2 + n_z^2) \right], \quad /1.2/$$

$$F_{n_x n_z m} = \int_0^{2\pi} K^{(N-1)} dl \left[\beta_x^{n_x} \beta_z^{n_z} \exp[-i(n_x \chi_x + n_z \chi_z + ml/R)] \right], \quad /1.3/$$

где $\varepsilon_{x,z}$ - эмиттансы пучка, $Q_{x,z}$ - частоты бетатронных колебаний, $N = |n_x| + |n_z|$ - порядок резонанса, R - средний радиус ускорителя, $\chi_{x,z} = \mu_{x,z} - Q_{x,z} (1/R)$ - аргумент функции Флоке, $\beta_{x,z}$, $\mu_{x,z}$ - амплитудные функции Твисса и фазы бетатронных колебаний, l - переменная интегрирования - длина вдоль периметра ускорителя, $K^{(N-1)}$ - сила корректора или погрешности поля в структурных дипольных и квадрупольных магнитах:

$$K^{(N-1)} = \frac{1}{|B\rho|} \begin{cases} \partial^{N-1} B_z / \partial x^{N-1} & \text{при чётном } n_z, \\ \partial^{N-1} B_x / \partial x^{N-1} & \text{при нечётном } n_z. \end{cases} \quad /1.4/$$

Пусть одновременной коррекции подлежат I резонансов порядка N . Введём квадратную матрицу \hat{M} размерностью $2I \times 2I$:

$$M_{2i-1, j} = \text{Re}(Y_{ij}), \quad M_{2i, j} = \text{Im}(Y_{ij}), \quad i=1 \div 2I, \quad j=1 \div 2I, \\ Y_{ij} = \frac{1}{\Delta l_j} \int \beta_x^{n_{xi}} \beta_z^{n_{zi}} \exp[-i(n_{xi} \chi_x + n_{zi} \chi_z + m_i l/R)] dl, \quad /1.5/$$

где i - порядковый номер резонанса, j - порядковый номер корректора, Δl_j - эффективная длина j -ого корректора; интеграл берётся по длине корректора. Введём также вектор F , характеризующий ширины резонансных полос, с компонентами:

$$f_{2i-1} = \text{Re}(F_{n_{xi} n_{zi} m_i}), \quad f_{2i} = \text{Im}(F_{n_{xi} n_{zi} m_i}), \quad i=1 \div 2I, \quad /1.6/$$

где $F_{n_{xi} n_{zi} m_i}$ определены в /1.3/ для погрешностей поля без учёта сил корректоров, i - порядковый номер резонанса. Из /1.3/, /1.5/ и /1.6/ следует условие компенсации ширины I резонансных полос:

$$F + \hat{M}K = 0, \quad K_j = (K^{(N-1)} \Delta l_j), \quad j=1 \dots 2I, \quad /1.7/$$

где K - вектор сил корректоров. При правильной расстановке корректоров $\det(\hat{M}) \neq 0$, и система /1.7/ имеет единственное решение.

Независимую регулировку каждой компоненты $F_{n_{xi} n_{zi} m_i}$ можно осуществить одновременно, изменяя силы во всех корректорах с помощью управляющей матрицы $\hat{\alpha}$ и управляющего вектора V :

$$K = \hat{\alpha} V. \quad /1.8/$$

Каждая компонента v_j вектора V должна воздействовать на соответствующую компоненту f_j вектора F в /1.7/, оставляя при этом остальные компоненты F неизменными. С учётом /1.7/-/1.8/ это приводит к условию:

$$\hat{M} \hat{\alpha} = \hat{C}, \quad /1.9/$$

где в матрице \hat{C} должны быть отличны от нуля и произвольны только диагональные элементы c_{jj} , $j=1 \div 2I$. Откуда для управляющей матрицы получим:

$$\hat{\alpha} = \hat{M}^{-1} \hat{C} \text{ или } \alpha_{ij} = M_{ij}^{-1} c_{jj}, \quad i, j = 1 \div 2I, \quad /1.10/$$

где M_{ij}^{-1} — элементы обратной матрицы \hat{M}^{-1} , зависящие от положения корректоров в кольце ускорителя и рабочей точки на диаграмме $Q_x - Q_z$. Произволом в выборе c_{jj} можно пользоваться при выборе удобной нормировки столбцов управляющей матрицы. Для сил в корректорах получим:

$$K_i = \sum_j (M_{ij}^{-1} c_{jj}) v_j = - \sum_j M_{ij}^{-1} f_j, \quad /1.11/$$

где последнее равенство справедливо при условии компенсации:

$$f_j + c_{jj} v_j = 0. \quad /1.12/$$

В случае компенсации i -ого резонанса его ширина, как следует из /1.1/, /1.6/ и /1.12/, связана с компонентами управляющего вектора следующим образом:

$$P_{n_{xi} n_{zi} m_i} = \lambda_{n_{xi} n_{zi}} \left[(c_{2i-1, 2i-1} v_{2i-1})^2 + (c_{2i, 2i} v_{2i})^2 \right]^{1/2}. \quad /1.13/$$

2. Система коррекции резонансов в нуклотроне

В нуклотроне предусмотрено 16 сверхпроводящих безжелезных мультипольных корректоров, каждый из которых содержит 1 или 2 типа мультипольных обмоток для коррекции резонансов 2-4 порядков, а также 2 дипольные обмотки для коррекции замкнутой орбиты в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Расположение корректоров относительно структурных квадрупольных линз показано на рис.1. В таблице 1 приведены, а на рис.2 показаны на диаграмме $Q_x - Q_z$ ближайшие к рабочей точке линии резонансов 2-4 порядков и номера соответствующих корректоров для их коррекции. В простейшем случае коррекции отдельного резонанса $n_x Q_x + n_z Q_z = m$ используются две пары корректоров: "косинусная" и "синусная". Пусть $(Kl)_{1,3}$ и $(Kl)_{2,4}$ — силы 1 и 2 пар корректоров соответственно, θ_{12} — азимутальный угол между $(Kl)_1$ и $(Kl)_2$. Азимутальный угол между корректорами в паре составляет π рад. Из /1.3/ следует, что в этом случае при

$$(Kl)_3 = (Kl)_1 \text{ и } (Kl)_4 = (Kl)_2 \quad /2.1/$$

корректоры воздействуют только на чётные гармоники m возмущений, не возбуждая нечётные, а при

№	Φ_1	D_1	Φ_2	D_2	Φ_3	D_3	Φ_4	D_4
1	H_1	H_2		K_1		K_2		
2	H_3	H_4		K_3		K_4		
3	H_5	H_6	K_5		K_6			
4	H_7	H_8	K_7				K_8	
5	H_9	H_{10}		K_9		K_{10}		
6	H_{11}	H_{12}		K_{11}		K_{12}		
7	H_{13}	H_{14}	K_{13}		K_{14}			
8	H_{15}	H_{16}	K_{15}				K_{16}	

Рис.1. Расположение корректоров резонансов и частот бетатронных колебаний в кольце нуклотрона. Обозначения: № — номер суперпериода, $\Phi_1 - \Phi_4$ — фокусирующие квадрупольные линзы, $D_1 - D_4$ — дефокусирующие квадрупольные линзы, $K_1 - K_{16}$ — корректоры резонансов, $H_1 - H_{16}$ — корректоры частот, эффективная длина корректоров $l = 30$ см

$$(Kl)_3 = -(Kl)_1 \text{ и } (Kl)_4 = -(Kl)_2 \quad /2.2/$$

— на нечётные, не возбуждая чётных. Запишем условие /1.7/ коррекции резонанса:

$$\begin{cases} S_{13} b_1 + S_{24} b_2 \cos(m\theta_{12}) + f_1 = 0, \\ S_{24} b_2 \sin(m\theta_{12}) + f_2 = 0, \end{cases} \quad /2.3/$$

где

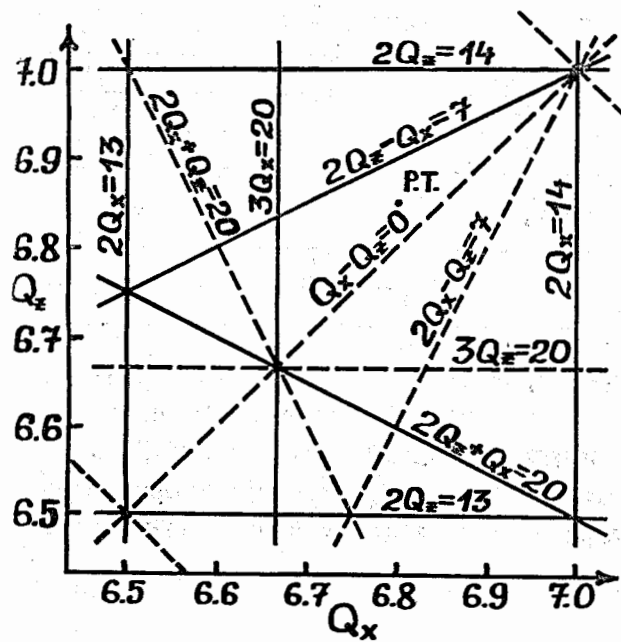
$$b_{1,2} = \left[\beta_x^{|n_x|/2} \beta_z^{|n_z|/2} \right]_{1,2}, \quad /2.4/$$

$$S_{13} = (Kl)_1 \pm (Kl)_3, \quad S_{24} = (Kl)_2 \pm (Kl)_4, \quad /2.5/$$

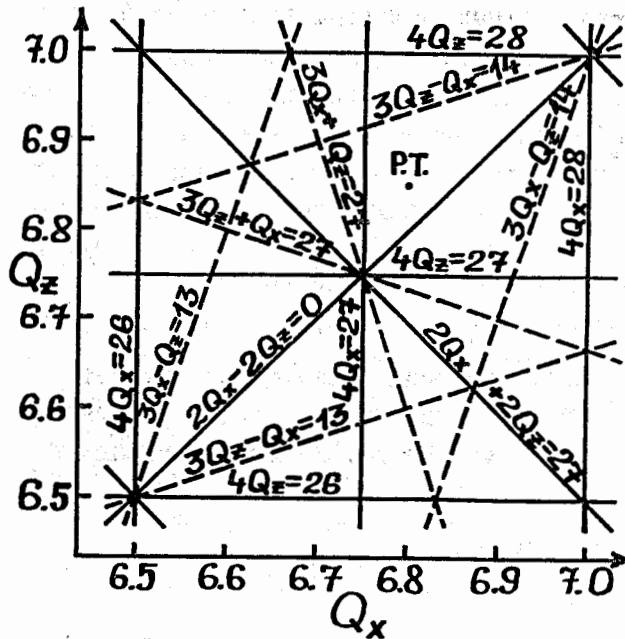
$f_{1,2}$ — косинусная и синусная m гармоники возмущения, отсчёт углов ведётся от первого корректора, знак — в /2.5/ соответствует нечётному m , а + — чётному. Из /2.3/ получим управляющую матрицу $\hat{\alpha}$ из /1.10/:

$$\begin{bmatrix} S_{13} \\ S_{24} \end{bmatrix} = \hat{\alpha} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\alpha} = - \begin{bmatrix} 1/b_1 & -1/(\operatorname{tg}(\phi) b_1) \\ 0 & 1/(\sin(\phi) b_2) \end{bmatrix}, \quad \phi = m\theta_{12}. \quad /2.6/$$

Для разностных резонансов $nQ_x - nQ_z = 0$ условие коррекции:



(a)



(б)

Рис.2. Линии резонансов 2, 3-го порядков (а) и 4-го порядка (б) вблизи положения рабочей точки (Р.Т.), возбуждаемых прямыми (сплошная линия) и косыми (пунктирная линия) нелинейностями магнитного поля.

Табл.1. Корректируемые резонансы. θ_{12} -азимутальный угол между первой и второй парами корректоров, угол между корректорами в паре равен π . Номера корректоров соответствуют рис.1.

Резонанс	Тип нелинейности	Номера корректоров попарно	θ_{12} (рад)
$2Q_z=13 \quad 2Q_z=14$	прямой квадруполь	2-10, 4-12	$\pi/4$
$2Q_x=13 \quad 2Q_x=14$	прямой квадруполь	5-13, 7-15	$\pi/4$
$Q_x-Q_z=0 \quad Q_x+Q_z=13$	косой квадруполь	4-12, 8-16	$17\pi/32$
$3Q_x=20 \quad 2Q_x+Q_z=20$ $2Q_z-Q_x=7$	прямой секступоль	3-11, 5-13	$7\pi/32$
$3Q_z=20 \quad 2Q_x+Q_z=20$ $2Q_x-Q_z=7$	косой секступоль	7-15, 8-16	$\pi/8$
$4Q_{x,z}=27 \quad 2Q_x+2Q_z=27$ $2Q_x-2Q_z=0$	прямой октуполь	3-11, 6-14	$9\pi/32$
$3Q_x+Q_z=27 \quad 3Q_z+Q_x=27$ $3Q_z-Q_x=13$	косой октуполь	1-9, 6-14	$17\pi/32$

$$\begin{cases} S_{13}b_1 \cos(\phi_1) + S_{24}b_2 \cos(\phi_2) + f_1 = 0, \\ S_{13}b_1 \sin(\phi_1) + S_{24}b_2 \sin(\phi_2) + f_2 = 0, \end{cases} \quad /2.7/$$

где

$$b_{1,2} = (\sqrt{B_x B_z})_{1,2}^n, \quad \phi_{1,2} = n(\chi_z - \chi_x)_{1,2}, \quad n=1,2. \quad /2.8/$$

Решение системы /2.7/:

$$\begin{bmatrix} S_{13} \\ S_{24} \end{bmatrix} = \hat{\alpha}^0 \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\alpha}^0 = \frac{-1}{\sin(\phi_2 - \phi_1)} \begin{bmatrix} \sin(\phi_2)/b_1 & -\cos(\phi_2)/b_1 \\ -\sin(\phi_1)/b_2 & \cos(\phi_1)/b_2 \end{bmatrix}, \quad /2.9/$$

$$S_{13} = (K1)_1 + (K1)_3, \quad S_{24} = (K1)_2 + (K1)_4.$$

Пусть $\hat{\alpha}^+$ и $\hat{\alpha}^-$ - матрицы /2.6/ коррекции чётной и нечётной гармоник соответственно, а при $m=0$ $\hat{\alpha}^+ = \hat{\alpha}^0$ из /2.9/. Тогда из /2.5/ следует, что в случае 4 независимых сил корректоров $(K1)_1$ одновременная и независимая коррекция достигается при

Табл.2 Разброс возмущений $\langle f_{1,2} \rangle^2$

Обозначения: $\langle \delta V \rangle_M^2 = (\Delta V/V)_M^2 - (\overline{\Delta V/V})_M^2$ -разброс погрешностей поля в дипольных магнитах (табл.3), $\langle \delta V \rangle_L$ -в квадрупольных линзах; индекс порядка резонанса n опущен.

Резонанс	$\langle f_{1,2} \rangle^2 = \overline{f_{1,2}^2} - \overline{f_{1,2}}^2$	Ед.
$2Q_x=13 \quad 2Q_x=14$	$(82.3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (17.0 \langle \Delta 1/1 \rangle_L)^2$	см ⁰
$2Q_z=13 \quad 2Q_z=14$	$(82.3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (16.8 \langle \Delta 1/1 \rangle_L)^2$	
$Q_x+Q_z=13 \quad Q_x-Q_z=0$	$(73.6 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (17.2 \langle \delta V \rangle_L)^2$	-1 см
$2Q_z-Q_x=7 \quad 2Q_z+Q_x=20$	$(965 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (244 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$3Q_x=20$	$(1180 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (440 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$2Q_x-Q_z=7 \quad 2Q_x+Q_z=20$	$(965 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (239 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$3Q_z=20$	$(1190 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (440 \langle \delta V \rangle_L)^2$	-2 см
$4Q_x=27$	$(26.6 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (11.7 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$4Q_z=27$	$(26.7 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (11.5 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$2Q_x+2Q_z=27 \quad 2Q_x-2Q_z=0$	$(18.0 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (4.11 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$3Q_x+Q_z=27$	$(20.1 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (6.05 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_L)^2$	
$3Q_z+Q_x=27 \quad 3Q_z-Q_x=13$	$(20.2 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_M)^2 + (6.00 \cdot 10^3 \langle \delta V \rangle_L)^2$	

использовании управляющей матрицы $\hat{\alpha}$ размерностью 4x4:

$$\hat{\alpha} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}^+ & \hat{\alpha}^- \\ \hat{\alpha}^+ & -\hat{\alpha}^- \end{bmatrix}, \quad K = \frac{1}{2} \hat{\alpha} F, \quad /2.10/$$

где K и F определены в /1.6/-/1.7/.

3. Статистические оценки

Все перечисленные в табл.1 резонансы с $m \neq 0$ возбуждаются разбросом погрешностей поля относительно средней величины.

Средние значения $\overline{F_{1,2}}$ реальных и мнимых частей величин $F_{n_x n_z m}$ (см./1.3/) равны нулю; для среднеквадратичных величин $\langle f_{1,2} \rangle^2$ можно получить:

Табл.3. Систематические погрешности поля $(\Delta V/V)^{(N)}$ и их разброс (стандартное отклонение) $\langle \Delta V/V \rangle^{(N)}$ для 96 дипольных магнитов нуклотрона на радиусе нормализации $r=4$ см. Колонка 1 соответствует энергии $E \approx 250$ Мэв/н, 2-энергии $E \approx 5.4$ Гэв/н, 3-максимальное по абсолютной величине значение за цикл ускорения. Нормировка: $(\Delta V/V)^{(N+1)} = (\partial^N V_{z,x} / \partial x^N) r^N / (Vn!) = K^{(N+1)} (pr^N/n!)$.

N	Тип нелинейности	$(\Delta V/V)^{(N+1)} \cdot 10^4$			$\langle \Delta V/V \rangle^{(N+1)} \cdot 10^4$		
		1	2	3	1	2	3
2	прямой квадруполь	0.09	0.05	0.18	0.93	1.45	1.45
2	косой квадруполь	-1.8	-1.5	-1.84	3.91	4.11	4.14
3	прямой секступоль	-11.2	21.5	21.5	0.90	2.41	2.41
3	косой секступоль	-0.42	0.16	-0.42	1.25	1.92	1.92
4	прямой октуполь	-0.33	-0.21	-0.33	0.60	1.53	1.53
4	косой октуполь	-1.47	-0.90	-1.47	3.67	3.28	3.67

$$\langle f_{1,2} \rangle = \frac{1}{2} \left[\sum_j \langle K^{(N-1)} 1 \rangle_j^2 \left[\beta_x^{n_x} \beta_z^{n_z} \right]_j \right]^{1/2}, \quad m \neq 0, \quad /3.1/$$

где $\langle \rangle$ обозначают стандартное отклонение от среднего, индекс j пробегает по всем магнитам-источникам возмущений $\langle K^{(N-1)} 1 \rangle_j$, значения β -функций в квадратных скобках усреднены по соответствующим магнитам.

Для резонансов $Q_x - Q_z = 0$ и $2Q_x - 2Q_z = 0$ основной вклад в ширину /1.1/ дают систематические погрешности поля $\langle K^{(N-1)} 1 \rangle_j$. Для некоррелированного набора случайных величин a_j ($\overline{a_i a_j} = \overline{a_i} \overline{a_j}$ при $i \neq j$) справедливо равенство:

$$\left| \sum_j a_j \exp(i\phi_j) \right|^2 = \left| \sum_j \overline{a_j} \exp(i\phi_j) \right|^2 + \sum_j (\overline{a_j^2} - \overline{a_j}^2). \quad /3.2/$$

Из /3.2/ и /1.3/ для среднего квадрата $\overline{|F_{n-n_0}|^2}$ следует:

$$\overline{|F_{n-n_0}|^2} = \left| \overline{F_{n-n_0}} \right|^2 + \sum_j \langle K 1 \rangle_j^2 (\beta_x \beta_z)^n, \quad /3.3/$$

$$\overline{F_{n-n_0}} = \overline{F_1 + iF_2} = \sum_j (KI)_j [(\beta_x \beta_z)^{n/2} \exp(in(\chi_z - \chi_x))]_j, \quad n=1,2, \quad /3.4/$$

$$\langle KI \rangle_j^2 = (KI)_j^2 - (KI)_j^2. \quad /3.5/$$

В случае коррекции одного резонанса с $m \neq 0$:

$$(KI)_i = 0, \quad i=1 \div 4, \quad /3.6/$$

а для среднеквадратичных сил в корректорах из /2.6/ можно получить оценку:

$$\langle KI \rangle_{1,2} = \langle KI \rangle_{3,4} = \langle f_1 \rangle / |2 \cdot \sin(\phi) b_{1,2}|, \quad /3.7/$$

где $\langle f_1 \rangle$ - из /3.1/. При одновременной коррекции чётной и нечётной гармоник с управляющей матрицей /2.10/:

$$\langle KI \rangle_i = [(\langle KI \rangle_i^+)^2 + (\langle KI \rangle_i^-)^2]^{1/2}, \quad i=1 \div 4, \quad /3.8/$$

где $\langle KI \rangle_i^+$ и $\langle KI \rangle_i^-$ - силы из /3.7/, полученные для чётной и нечётной гармоник соответственно.

Для резонансов связи $nQ_x - nQ_z = 0$ ($n=1,2$) средние значения сил в корректорах их дисперсии $\langle KI \rangle^2$:

$$\begin{pmatrix} (KI)_1 \\ (KI)_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \hat{\alpha}^0 \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}, \quad \langle KI \rangle_{1,2}^2 = \left[\frac{\langle f_1 \rangle}{2 \cdot \sin(\phi_2 - \phi_1) b_{1,2}} \right]^2, \quad \langle KI \rangle_{3,4} = \langle KI \rangle_{1,2}, \quad /3.9/$$

где $F_{1,2}$ - из /3.4/; $\hat{\alpha}^0$, $\phi_{1,2}$ и $b_{1,2}$ - из /2.9/.

Выражения /3.1/ и /3.3/ были рассчитаны с помощью программы SYNCEL^{/3/} для магнитной структуры нуклотрона с параметрами: рабочая точка - $Q_x = 6.80$, $Q_z = 6.85$; эффективные длины дипольных магнитов - $l_M = 144$ см, квадрупольных - $l_L = 42.5$ см, радиус кривизны равновесной орбиты $\rho = 2200$ см. Результаты для /3.1/ приведены в таблице 2. Таблица 3 содержит статистические данные о нормированных погрешностях поля $(\Delta B/B)^{(N+1)}$ в дипольных магнитах (по результатам магнитных измерений):

$$(\Delta B/B)^{(N+1)} = (\partial^N B_{z,x} / \partial x^N) r^N / (B N!) = K^{(N+1)} (\rho r^N / N!), \quad /3.10/$$

где $r = 4$ см - радиус нормализации, B - ведущее поле в дипольных магнитах.

4. Коррекция резонансов 2 порядка

4.1 Коррекция $2Q_{x,z} = 13$, $2Q_{x,z} = 14$

Источниками возбуждения резонансов являются 13 и 14 ази-

Табл.4. Параметры ϕ и b управляющих матриц /2.6/ для коррекции резонансов 2 порядка. Значения $\langle B_c/B \rangle_M^2 = (B_c/B)_M^2 - (B_c/B)_M^2$ полей /3.10/ в корректорах на радиусе $r = 4$ см (см. /3.7/) рассчитаны для $\langle \Delta B/B \rangle_M = 1.45 \cdot 10^{-4}$ и $\langle \Delta l/l \rangle_L = 10^{-3}$; B - ведущее поле.

Резонанс	ϕ (рад)	b	$\langle B_c/B \rangle_i^2$ $i=1 \div 8$	$\langle B_c/B \rangle$
$2Q_z = 13$	$-3\pi/4$	β_z	$(15.5 \langle \Delta B/B \rangle_M)^2 + (3.2 \langle \Delta l/l \rangle_L)^2$	$3.9 \cdot 10^{-3}$
$2Q_x = 13$	$-3\pi/4$	β_x	$(14.7 \langle \Delta B/B \rangle_M)^2 + (3.0 \langle \Delta l/l \rangle_L)^2$	$3.7 \cdot 10^{-3}$
$2Q_z = 14$	$-\pi/2$	β_z	$(11.0 \langle \Delta B/B \rangle_M)^2 + (2.3 \langle \Delta l/l \rangle_L)^2$	$2.8 \cdot 10^{-3}$
$2Q_x = 14$	$-\pi/2$	β_x	$(10.4 \langle \Delta B/B \rangle_M)^2 + (2.2 \langle \Delta l/l \rangle_L)^2$	$2.6 \cdot 10^{-3}$

мутальные гармоники разброса эффективных длин $(\Delta l/l)_L$ квадрупольных линз и квадрупольной компоненты в дипольных магнитах: $(\Delta B/B)_M = (\partial B_z / \partial x) r / B$. Разброс градиентов в линзах $\langle \Delta B/B \rangle_L$ (см. табл.1) связан с разбросом $\langle \Delta l/l \rangle_L$:

$$\langle \Delta B/B \rangle_L = \langle \Delta l/l \rangle_L |\partial B_z / \partial x|_L r / B \approx 0.67 \langle \Delta l/l \rangle_L \quad /4.1/$$

для рабочей точки $Q_x = 6.80$, $Q_z = 6.85$. При $\langle \Delta l/l \rangle_L \approx 1 \cdot 10^{-3}$ линзы и дипольные магниты вносят сравнимый вклад в ширины резонансных полос.

Для коррекции 4 параметрических резонансов имеется 8 корректоров (см. табл.1 и рис.1) - достаточное число для одновременной и полной их компенсации. Наиболее опасными являются резонансы $2Q_{x,z} = 13$, полосы которых пересекаются из-за кулоновского некогерентного разброса частот во время инжекции и на начальном этапе ускорения. Коррекция второй пары с $m=14$ обеспечивает уменьшение возмущения огибающей пучка, вызванное близостью рабочей точки к полосам этих резонансов. Запишем уравнения /1.7/ одновременной компенсации пары резонансов - $2Q_{x,z} = 13$ или $2Q_{x,z} = 14$:

$$F + \hat{M}S = 0, \quad F = (f_1, f_2, f_3, f_4), \quad S = (S_1, S_2, S_3, S_4), \quad /4.2/$$

где:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \beta_{z1} & \beta_{z1} \cos(\phi_{12}) & \beta_{z3} \cos(\phi_{13}) & \beta_{z3} \cos(\phi_{14}) \\ 0 & \beta_{z1} \sin(\phi_{12}) & \beta_{z3} \sin(\phi_{13}) & \beta_{z3} \sin(\phi_{14}) \\ \beta_{x1} \cos(-\phi_{13}) & \beta_{x1} \cos(-\phi_{23}) & \beta_{x3} & \beta_{x3} \cos(\phi_{34}) \\ \beta_{x1} \sin(-\phi_{13}) & \beta_{x1} \sin(-\phi_{23}) & 0 & \beta_{x3} \sin(\phi_{34}) \end{pmatrix}, \quad /4.3/$$

$$\phi_{ij} = m(\theta_j - \theta_i), \quad i, j = 1 \div 4, \quad m = 13, 14, \quad /4.4/$$

θ_i - азимутальные углы корректоров.

Для $2Q_{x,z} = 13$:

$$S_i = (K1)_i - (K1)_{i+4}, \quad i = 1 \div 4, \quad /4.5/$$

$$f_1 = \text{Re}(F_{0,2,13}), f_2 = \text{Im}(F_{0,2,13}), f_3 = \text{Re}(F_{2,0,13}), f_4 = \text{Im}(F_{2,0,13}),$$

$$\phi_{12} = \pi + \pi/4, \quad \phi_{13} = \pi + 9\pi/32, \quad \phi_{14} = \pi/2 + \pi/32 \text{ (рад).}$$

Для $2Q_{x,z} = 14$:

$$S_i = (K1)_i + (K1)_{i+4}, \quad i = 1 \div 4, \quad /4.6/$$

$$f_1 = \text{Re}(F_{0,2,14}), f_2 = \text{Im}(F_{0,2,14}), f_3 = \text{Re}(F_{2,0,14}), f_4 = \text{Im}(F_{2,0,14}),$$

$$\phi_{12} = -\pi/2, \quad \phi_{13} = -5\pi/16, \quad \phi_{14} = \pi + 3\pi/16 \text{ (рад).}$$

Нумерация сил корректоров $(K1)_i$ $i = 1 \div 8$ и углов /4.4/ соответствует корректорам на рис.1:

$$K_2, K_4, K_5, K_7, K_{10}, K_{12}, K_{13}, K_{15}. \quad /4.7/$$

Для удобства отсчёт углов для $f_{1,2}$ в /4.2/-/4.3/ производится от 1 корректора K_2 , а для $f_{3,4}$ - от 3 корректора K_5 . В /4.3/ учтено, что

$$\beta_{z2} = \beta_{z1}, \quad \beta_{z4} = \beta_{z3}, \quad \beta_{x2} = \beta_{x1}, \quad \beta_{x4} = \beta_{x3}. \quad /4.8/$$

Численные значения β -функций (в см):

$$\beta_{z1} = 1094, \quad \beta_{z3} = 361, \quad \beta_{x1} = 321, \quad \beta_{x3} = 1161. \quad /4.9/$$

Элементы недиагональных блоков в /4.3/ описывают влияние корректоров резонансов $2Q_x$ и $2Q_z$ друг на друга. Их величина относительно диагональных элементов - $(\beta_{z3}/\beta_{z1}) \approx (\beta_{x1}/\beta_{x3}) \approx 0.3$.

Если пренебречь этим влиянием, то из диагональных блоков /4.3/ получим схемы коррекции /2.6/. Параметры управляющих матриц /2.6/ приведены в табл.4.

Для учёта влияния корректоров друг на друга необходимо

использовать управляющую матрицу размерностью 4×4 : $\hat{\alpha} = -\hat{M}^{-1}$. Из /4.3/-/4.9/ получим для $2Q_{x,z} = 13$:

$$\hat{\alpha}^{13} = \frac{1}{\beta_{z1}} \begin{pmatrix} -1.100 & 1.144 & 0.058 & 0.489 \\ 0 & 1.584 & 0.381 & 0.312 \\ -0.427 & 0.051 & -1.014 & 1.055 \\ -0.331 & 0.406 & 0.032 & 1.493 \end{pmatrix}, \quad S = \hat{\alpha}^{13} F; \quad /4.10/$$

для $2Q_{x,z} = 14$:

$$\hat{\alpha}^{14} = \frac{1}{\beta_{z1}} \begin{pmatrix} -1.100 & 0 & 0.190 & 0.284 \\ 0 & 1.100 & 0.284 & -0.190 \\ 0.169 & -0.253 & -1.037 & 0 \\ -0.253 & -0.169 & 0 & 1.037 \end{pmatrix}, \quad S = \hat{\alpha}^{14} F; \quad /4.11/$$

где элементы матриц отнормированы на β_{z1} . Для одновременной компенсации 13 и 14 гармоник с помощью 8 корректоров с силами $(K1)_i$ $i = 1 \div 8$ можно использовать матрицу коррекции, аналогичную /2.10/, размерностью 8×8 :

$$\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}^{14} & \hat{\alpha}^{13} \\ \hat{\alpha}^{14} & -\hat{\alpha}^{13} \end{pmatrix}, \quad K = \frac{1}{2} \hat{\alpha} F. \quad /4.12/$$

Используя /4.10/-/4.11/ и табл.2, для среднеквадратичных сил в корректорах получим:

$$\langle K1 \rangle_i = [\langle f_1 \rangle^2 (\alpha_{i1}^2 + \alpha_{i2}^2) + \langle f_3 \rangle^2 (\alpha_{i3}^2 + \alpha_{i4}^2)]^{1/2} / (2\beta_{z1}),$$

откуда:

$$\langle V_c / V \rangle_i = 2.1\sigma \text{ для } m=13, \quad \langle V_c / V \rangle_i = 1.5\sigma \text{ для } m=14, \quad i = 1 \div 8; \quad /4.13/$$

$$\sigma = [8.2 \langle \Delta V / V \rangle_M^2 + (1.7 \langle \Delta l / l \rangle_L)^2]^{1/2}.$$

4.2 Коррекция резонансов связи $Q_x - Q_z = 0$ и $Q_x + Q_z = 13$

Резонансы связи возбуждаются кривой квадрупольной компонентой поля $(\Delta V / V) = (\partial V_x / \partial x) r / V$ и продольным (соленоидальным) полем V_z . Интеграл $F_{1,-1,0}$ из /1.3/ с учётом продольного поля имеет вид /2/:

$$F_{1,-1,0} = \int \sqrt{V_x V_z} \exp i(\chi_z - \chi_x) \left\{ K + \frac{K_B}{2} \left[\left(\frac{\alpha_x}{\beta_x} - \frac{\alpha_z}{\beta_z} \right) - i \left(\frac{1}{\beta_x} + \frac{1}{\beta_z} \right) \right] \right\} dl, \quad /4.14/$$

где $K = (\partial V_x / \partial x) / |V\rho|$, $K_B = V_B / |V\rho|$.

Основным источником кривой компоненты являются дипольные магниты (см. табл.2 и 3) и ошибка угла α установки квадрупольных линз относительно продольной оси. Принимая систематическую ошибку $\bar{\alpha}_L = 0$, для среднеквадратичной величины получим:

$$\langle \Delta V / V \rangle_L = 2 \langle \alpha \rangle_L (g \partial V_x / \partial x) / V = 1.34 \langle \alpha \rangle_L. \quad /4.15/$$

Из /3.3/-/3.5/ для $Q_x - Q_z = 0$ следует статистическая оценка:

$$\overline{f_1^2 + f_2^2} = |(998 + 154) (\Delta V / V)_M|^2 + [104 \langle \Delta V / V \rangle_M]^2 + [33 \langle \alpha \rangle_L]^2. \quad /4.16/$$

Из /4.16/ и табл.3 следует, что основной вклад в ширину резонанса даёт систематическая компонента в дипольных магнитах. При допусках $\langle \alpha \rangle_L \approx 10^{-3}$ её доля составляет $\approx 94\%$.

Для коррекции резонансов предусмотрено 4 корректора:

K_4, K_8, K_{12}, K_{16} (рис.1), силы которых обозначим здесь как $(K1)_i$, $i=1 \div 4$ соответственно. При попарном подключении по схеме /2.1/ возможна коррекция $Q_x - Q_z = 0$ с управляющей матрицей /2.9/, а при подключении /2.2/- коррекция $Q_x + Q_z = 13$ с управляющей матрицей /2.6/. Для численного расчёта матричных элементов использовались следующие значения β - и χ -функций в местах расположения корректоров (в см и рад):

$$\beta_{x1} = 354, \beta_{x2} = 1161, \beta_{z1} = 1094, \beta_{z2} = 349;$$

$$b = \sqrt{\beta_x \beta_z}, \phi = 13\theta_{12} = 29\pi/32; \quad /4.17/$$

$$\phi_1 = (\chi_z - \chi_x)_1 = -0.040, \phi_2 = (\chi_z - \chi_x)_2 = 0.175;$$

значения $\phi_{1,2}$ для $Q_x - Q_z = 0$ требуют уточнения при настройке ускорителя. Из /4.17/ и /2.9/ получим численно для $Q_x - Q_z = 0$:

$$\hat{\alpha}^0 = -10 \begin{bmatrix} 1.3 & -7.4 \\ 0.3 & 8.0 \end{bmatrix}, \quad K = \frac{1}{2} \hat{\alpha}^0 F. \quad /4.18/$$

Аналогично из /4.17/ и /2.6/ можно рассчитать матрицу $\hat{\alpha}^-$ коррекции $Q_x + Q_z = 13$. Во время инжекции возможно пересечение обоих резонансов. Для их одновременной коррекции необходимо использовать матрицу коррекции /2.10/ и 4 независимые силы в корректорах.

При малых продольных полях $V_B \approx 0$ для компенсации большей части ширины резонанса $Q_x - Q_z = 0$ достаточно скорректировать косинусную компоненту f_1 (см. /4.16/). В этом случае можно использовать только одну из двух пар корректоров (любую), причём сила в них определяется из /4.18/, полагая $f_2 = 0$. При V_B , сравнимых с косыми квадрупольными полями в /4.14/, одной пары корректоров недостаточно и необходимо использовать общий алгоритм /4.18/.

Для сил в корректорах получим из /3.7/-/3.9/ и /4.17/:

$$\begin{aligned} \langle V_c / V \rangle_{1-4}^2 &= (59 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (19 \langle \alpha \rangle_L)^2 \quad \text{для } Q_x + Q_z = 13; \\ (\overline{V_c / V})_{1,3} &= -130 (\Delta V / V)_M, \quad (\overline{V_c / V})_{2,4} = -110 (\Delta V / V)_M, \quad /4.19/ \\ \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (114 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (38 \langle \alpha \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (122 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (37 \langle \alpha \rangle_L)^2 \quad \text{для } Q_x - Q_z = 0. \end{aligned}$$

5. Управление корректорами

Для программного управления корректорами необходимо связать силы корректоров с кодами J_i управления источниками питания. Пусть λ_I и λ_K - коэффициенты преобразования управляющих кодов в токи I_i и токов в силы корректоров соответственно:

$$\lambda_I = |I/J|, \quad \lambda_K = |(\partial^N V_{z,x} / \partial x^N) (1/\rho) / I|, \quad /5.1/$$

где l -эффективная длина по соответствующей компоненте поля.

Тогда для вектора J управляющих кодов:

$$J = (V / \lambda_K \lambda_I) K = \hat{C} F, \quad \hat{C} = (V / \lambda_K \lambda_I) \left(\frac{1}{2} \hat{\alpha} \right). \quad /5.2/$$

Вектор F из /1.6/ здесь играет роль управляющего вектора. Поле V задается путём кусочно-линейной аппроксимации на основе его значений в ряде временных точек ускорительного цикла.

Вместо управляющего вектора F , корректирующего синусные и косинусные составляющие возмущений, и линейного преобразования /5.2/ можно использовать управляющие параметры $|F|$ и γ коррекции амплитуды и фазы возмущений. Например, для случая коррекции одного резонанса:

$$f_1 = |F| \sin \gamma, \quad f_2 = |F| \cos \gamma, \quad /5.3/$$

откуда из /2.6/ для $m \neq 0$ получим:

$$(K1)_1 = |F| \cos(\phi - \gamma) / (2b_1 \sin \phi), \quad (K1)_2 = -|F| / (2b_2 \sin \phi); \quad /5.4/$$

для $m=0$ из /2.9/:

$$(K1)_1 = |F| \cos(\phi_2 - \gamma) / (2b_1 \sin(\phi_2 - \phi_1)),$$

$$(K1)_2 = -|F| \cos(\phi_1 - \gamma) / (2b_2 \sin(\phi_2 - \phi_1)), \quad /5.5/$$

где $b_{1,2}, \phi, \phi_{1,2}$ - параметры управляющих матриц.

6. Коррекция резонансов 3 порядка

6.1 Коррекция $3Q_x=20, 2Q_z+Q_x=20, 2Q_z-Q_x=7$

Источниками возбуждения резонансов являются 20 и 7 гар-

Табл.5. Параметры ϕ и b управляющих матриц /2.6/ для коррекции резонансов 3 порядка. Значения $\langle V_c/V \rangle_M^2 = (V_c/V)_M^2 - (V_c/V)_M^2$ полей /3.10/ в корректорах на радиусе $r=4$ см (см./3.7/)

рассчитаны для случая коррекции возмущений $\langle \Delta V/V \rangle_M$ в дипольных магнитах: прямая компонента - $2.4 \cdot 10^{-4}$, косая - $1.9 \cdot 10^{-4}$ (см. табл.2,3); $\langle \Delta V/V \rangle_L = 0$; V -ведущее поле.

Резонанс	ϕ (рад)	b	$\langle V_c/V \rangle_1$	$\langle V_c/V \rangle_2$
$3Q_x=20$	$3\pi/8$	$\beta_x^{3/2}$	$15 \cdot 10^{-3}$	$2.1 \cdot 10^{-3}$
$2Q_z+Q_x=20$	$3\pi/8$	$\beta_z \beta_x^{1/2}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$	$6.3 \cdot 10^{-3}$
$2Q_z-Q_x=7$	$49\pi/32$	$\beta_z \beta_x^{1/2}$	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$5.9 \cdot 10^{-3}$
$3Q_z=20$	$\pi/2$	$\beta_z^{3/2}$	$11 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-3}$
$2Q_x+Q_z=20$	$\pi/2$	$\beta_x \beta_z^{1/2}$	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^{-3}$
$2Q_x-Q_z=7$	$7\pi/8$	$\beta_x \beta_z^{1/2}$	$7.8 \cdot 10^{-3}$	$7.8 \cdot 10^{-3}$

моники прямой секступольной нелинейности дипольных магнитов и квадрупольных линз: $(\Delta V/V) = (\partial^2 V_z / \partial x^2) r^2 / 2V$ (см. табл.2 и 3). В случае использования несимметричной схемы коррекции хроматичности с 14 корректорами (см. рис.1) и отсутствующими корректорами H_4 и H_{10} перед линзами D_1 во 2 и 5 суперпериодах (место которых занимают устройства системы медленного вывода) корректоры также возбуждают 7 гармонику нелинейности. При условии полной компенсации естественной хроматичности $\chi_{x,z} \approx -8.0$ для систематической компоненты $\overline{F_{-1,2,7}}$ можно получить:

$$\overline{F_{-1,2,7}} \approx 0.57 \text{ см}^{-1/2}. \quad /6.1/$$

Из сравнения /6.1/ с результатами из табл.2 и 3 видно, что корректоры хроматичности являются основным источником возбуждения 7 гармоники, что является недостатком несимметричной схемы коррекции хроматичности. Избежать возбуждения 7 гармоники (а также 20) можно, например, исключив из коррекции дополнительно корректоры H_2 и H_{12} , которые сдвинуты по азимуту относительно H_4 и H_{10} на угол π рад.

Для коррекции резонансов предусмотрено 4 корректора: K_3, K_5, K_{11}, K_{13} (рис.1), силы которых обозначим здесь как $(K1)_i, i=1:4$ соответственно. При попарном подключении по схеме /2.1/ или /2.2/ возможна коррекция одного из резонансов с управляющими матрицами /2.6/. Параметры управляющих матриц /2.6/ приведены в табл.5. Возможна также одновременная коррекция по схеме /2.10/ одной из пар резонансов:

$$1) 3Q_x=20 \text{ и } 2Q_z-Q_x=7, \quad /6.2/$$

$$2) 2Q_z+Q_x=20 \text{ и } 2Q_z-Q_x=7. \quad /6.3/$$

Резонансы $3Q_x=20$ и $2Q_z+Q_x=20$ пересекаются во время инжекции. Однако одновременная и полная их коррекция невозможна, так как соответствующая система из 2 пар уравнений типа /2.3/ неразрешима. Однако возможна их частичная одновременная коррекция в смысле минимальности суммы квадратов левых частей /2.3/. Компромисс между схемами /6.2/ и /6.3/ (или соответствующими схемами без коррекции $2Q_z-Q_x=7$ -как в табл.5) устанавливается экспериментально.

Дополнительная коррекция /6.2/-/6.3/ резонанса $2Q_z-Q_x=7$ позволяет уменьшить модуляцию огибающей пучка, связанную с близостью к линии резонанса рабочей точки нуклотрона.

Оценку среднеквадратичных сил в корректорах можно получить из /3.7/, /3.8/ и табл.2, 5:

$$\langle V_c/V \rangle_{1,3}^2 = (64 \langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (24 \langle \Delta V/V \rangle_L)^2,$$

$$\langle V_c/V \rangle_{2,4}^2 = (8.6 \langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (3.2 \langle \Delta V/V \rangle_L)^2 - \text{ для } 3Q_x=20;$$

$$\langle V_c/V \rangle_{1,3}^2 = (13 \langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (3.4 \langle \Delta V/V \rangle_L)^2,$$

$$\langle V_c/V \rangle_{2,4}^2 = (26 \langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (6.7 \langle \Delta V/V \rangle_L)^2 - \text{ для } 2Q_z+Q_x=20; \quad /6.4/$$

$$\langle V_c/V \rangle_{1,3}^2 = (12\langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (3.2\langle \Delta V/V \rangle_L)^2,$$

$$\langle V_c/V \rangle_{2,4}^2 = (25\langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (6.2\langle \Delta V/V \rangle_L)^2 \quad - \text{ для } 2Q_z - Q_x = 7.$$

В расчётах использовались следующие значения β -функций в местах расположения корректоров (в см):

$$\beta_{x1} = 325, \beta_{x2} = 1244, \beta_{z1} = 1281, \beta_{z2} = 330.$$

6.2 Коррекция $3Q_z = 20, 2Q_x + Q_z = 20, 2Q_x - Q_z = 7$

Основным источником возбуждения резонансов являются 20 и 7 гармоники кривой секступольной нелинейности дипольных магнитов: $(\Delta V/V) = (\partial^2 V_x / \partial x^2) r^2 / 2V$, (см. табл.2 и 3). В ширину резонансов также дают небольшой вклад квадрупольные линзы и ошибки установки угла поворота α корректоров хроматичности относительно продольной оси. В случае полной компенсации хроматичности добавка к $\langle f_{1,2} \rangle$ в табл.2 составляет: $\langle f_{1,2} \rangle \chi = 7.7\langle \alpha \rangle$ для $3Q_z = 20$ и $\langle f_{1,2} \rangle \chi = 3.4\langle \alpha \rangle$ для резонансов связи.

Для коррекции резонансов предусмотрено 4 корректора: K_7, K_8, K_{15}, K_{16} (рис.1), силы которых обозначим здесь как $(K1)_i$, $i=1 \div 4$. Всё сказанное в п.7.1 относительно коррекции резонансов, возбуждаемых прямой секступольной нелинейностью, относится и к коррекции данных резонансов (см. табл.5). Необходимо лишь произвести замену $x \leftrightarrow z$ в /6.2/, /6.3/ и других выражениях. В отличие от предыдущего, однако, возможно многократное пересечение резонанса связи $2Q_x - Q_z = 7$ (см. рис.2) во время инжекции, что может сделать схемы коррекции типа /6.2/ или /6.3/ необходимыми.

Приведём оценки для сил корректоров, аналогичные /6.4/:

$$\langle V_c/V \rangle_{1,3}^2 = (58\langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (22\langle \Delta V/V \rangle_L)^2,$$

$$\langle V_c/V \rangle_{2,4}^2 = (62\langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (23\langle \Delta V/V \rangle_L)^2 \quad - \text{ для } 3Q_z = 20;$$

$$\langle V_c/V \rangle_{1-4}^2 = (16\langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (5.8\langle \Delta V/V \rangle_L)^2 \quad - \text{ для } 2Q_x + Q_z = 20; \quad /6.5/$$

$$\langle V_c/V \rangle_{1-4}^2 = (41\langle \Delta V/V \rangle_M)^2 + (15\langle \Delta V/V \rangle_L)^2 \quad - \text{ для } 2Q_x - Q_z = 7.$$

Значения β -функций в местах расположения корректоров (в см):

$$\beta_{x1} = 1244, \beta_{x2} = 1244, \beta_{z1} = 330, \beta_{z2} = 318.$$

7. Коррекция резонансов 4 порядка

7.1 Коррекция $4Q_x = 27, 4Q_z = 27, 2Q_z + 2Q_x = 27, 2Q_z - 2Q_x = 0$

Источником возбуждения суммовых резонансов является 27 гармоника прямой октупольной нелинейности дипольных магнитов и квадрупольных линз: $(\Delta V/V) = (\partial^3 V_z / \partial x^3) r^3 / 6V$ (см. табл.2 и 3). Резонанс связи $2Q_z - 2Q_x = 0$ возбуждается систематической и случайной компонентами нелинейностей в структурных магнитах (см. /7.1/), а также октупольными полями корректоров зависимости частоты бетатронных колебаний от амплитуды. Обмотки последних находятся в тех же мультипольных корректорах, которые корректируют хроматичность (см. рис.1). В случае несимметричного включения этих корректоров (п.6.1) они будут возбуждать также 27 гармонику октупольной нелинейности. Оценка, подобная /6.1/, показывает, что их вклад в ширины всех четырёх резонансов может превышать вклад от структурных магнитов. Возбуждения 27

Табл.6. Параметры ϕ и b управляющих матриц /2.6/ и /2.9/ для коррекции резонансов 4 порядка. Значения $\langle V_c/V \rangle_M^2 = (V_c/V)^2_M - (V_c/V)^2_M$ полей /3.10/ в корректорах на радиусе $r=4$ см (см. /3.7/) рассчита-

Резонанс	ϕ (рад)	b	$\langle V_c/V \rangle_1$	$\langle V_c/V \rangle_2$
$4Q_x = 27$	$-13\pi/32$	β_x^2	$13 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$
$4Q_z = 27$	$-13\pi/32$	β_z^2	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$14 \cdot 10^{-3}$
$2Q_x + 2Q_z = 27$	$-13\pi/32$	$\beta_x \beta_z$	$2.6 \cdot 10^{-3}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$
$2Q_x - 2Q_z = 0$	$2\chi_z - 2\chi_x$	$\beta_x \beta_z$	$7.5 \cdot 10^{-3}$	$7.9 \cdot 10^{-3}$
$3Q_x + Q_z = 27$	$11\pi/32$	$\beta_x^{3/2} \beta_z$	$14 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
$3Q_z + Q_x = 27$	$11\pi/32$	$\beta_z^{3/2} \beta_x$	$4.2 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-3}$
$3Q_z - Q_x = 13$	$\pi - 3\pi/32$	$\beta_z^{3/2} \beta_x$	$13 \cdot 10^{-3}$	$47 \cdot 10^{-3}$

гармоники можно избежать исключением корректоров H_2 и H_{12} из алгоритма коррекции. Взаимное влияние корректоров частот и корректоров резонанса $2Q_z - 2Q_x = 0$ можно исключить, используя подходящий алгоритм компенсации, подобный алгоритмам независимой коррекции резонансов (здесь не рассматривается).

Из /3.3/ для $2Q_z - 2Q_x = 0$ получим:

$$\overline{f_1^2 + f_2^2} = |(227 + 124) \cdot 10^3 \langle \Delta V / V \rangle_M|^2 + [25.4 \cdot 10^3 \langle \Delta V / V \rangle_M]^2 + [5.8 \cdot 10^3 \langle \Delta V / V \rangle_L]^2. \quad /7.1/$$

Из /7.1/ и табл.3 следует, что систематическая и случайная составляющие нелинейности вносят сравнимый вклад в ширину резонанса.

Для коррекции резонансов предусмотрено 4 корректора: K_3, K_6, K_{11}, K_{14} (рис.1), силы которых обозначим здесь как $(K1)_i$, $i=1 \div 4$ соответственно. При попарном подключении по схеме /2.2/ с матрицей /2.6/ возможна коррекция одного из 3 резонансов с $m=27$. Коррекция $2Q_x - 2Q_z = 0$ осуществляется в соответствии с /2.1/ и /2.9/. Параметры управляющих матриц /2.6/, /2.9/ приведены в табл.6. Возможна также одновременная коррекция одного из суммовых резонансов и $2Q_x - 2Q_z = 0$ по схеме /2.10/:

- 1) $4Q_x = 27$ и $2Q_x - 2Q_z = 0$, /7.2/
- 2) $4Q_z = 27$ и $2Q_x - 2Q_z = 0$, /7.3/
- 3) $2Q_x + 2Q_z = 27$ и $2Q_x - 2Q_z = 0$. /7.4/

Все 4 резонанса пересекаются во время инжекции. Компромисс между схемами /7.2/-/7.4/ (или соответствующими схемами без коррекции $2Q_x - 2Q_z = 0$) устанавливается экспериментально.

Из табл.6 и /2.9/ получим численно для $2Q_x - 2Q_z = 0$:

$$\hat{\alpha}^0 = -10^{-6} \begin{bmatrix} 1.7 & -6.9 \\ 0.76 & 7.5 \end{bmatrix}, \quad K = \frac{1}{2} \hat{\alpha}^0 F \quad /7.5/$$

и аналогично для матриц коррекции остальных резонансов.

Для сил в корректорах из /3.7/-/3.9/ и табл.2,6 следует:

$$\begin{aligned} \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (87 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (38 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (8.1 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (3.5 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 4Q_x = 27; \\ \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (7.6 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (3.3 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (94 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (40 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 4Q_z = 27; \\ \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (17 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (4.0 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (18 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (4.2 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 2Q_x + 2Q_z = 27; \end{aligned} \quad /7.6/$$

$$\begin{aligned} (\overline{V_c / V})_{1,3} &= -86 \langle \Delta V / V \rangle_M, \quad (\overline{V_c / V})_{2,4} = -139 \langle \Delta V / V \rangle_M, \\ \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (50 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (11 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (53 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (12 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 2Q_x - 2Q_z = 0. \end{aligned}$$

В расчётах использовались следующие значения β - и χ -функций в местах расположения корректоров (в см и рад):

$$\beta_{x1} = 354, \quad \beta_{x2} = 1161, \quad \beta_{z1} = 1196, \quad \beta_{z2} = 341;$$

$$\phi_1 = 2(\chi_z - \chi_x)_1 = -0.100, \quad \phi_2 = 2(\chi_z - \chi_x)_2 = 0.240;$$

причём $\phi_{1,2}$ для $2Q_x - 2Q_z = 0$ требуют уточнения при настройке усилителя.

7.2 Коррекция $3Q_x + Q_z = 27$, $3Q_z + Q_x = 27$, $3Q_z - Q_x = 13$

Источником возбуждения резонансов являются 27 и 13 гармоники кривой октаупольной нелинейности дипольных магнитов и квадрупольных линз: $(\Delta V / V) = (\partial^3 V_x / \partial x^3) r^3 / 6V$ (см. табл.2 и 3).

Для коррекции резонансов предусмотрено 4 корректора: K_1, K_6, K_9, K_{14} (рис.1), силы которых обозначим здесь как $(K1)_i$, $i=1 \div 4$ соответственно. При попарном подключении по схеме /2.2/ с матрицей /2.6/ (см. табл.6) возможна коррекция одного из 3 резонансов. Все 3 резонанса пересекаются во время инжекции. Так же как и в предыдущих случаях, возможна частичная коррекция ширин одновременно 3 резонансов.

Для среднеквадратичных сил в корректорах получим из /3.7/-/3.9/ и табл.2, 6:

$$\begin{aligned} \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (39 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (12 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (12 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (3.7 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 3Q_x + Q_z = 27; \\ \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (11 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (3.4 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (41 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (12 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 3Q_z + Q_x = 27; \\ \langle V_c / V \rangle_{1,3}^2 &= (35 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (10 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2, \\ \langle V_c / V \rangle_{2,4}^2 &= (126 \langle \Delta V / V \rangle_M)^2 + (38 \langle \Delta V / V \rangle_L)^2 - \text{для } 3Q_z - Q_x = 13. \end{aligned} \quad /7.7/$$

Значения β -функций в местах расположения корректоров:

$$\beta_{x1} = 354, \quad \beta_{x2} = 1161, \quad \beta_{z1} = 1196, \quad \beta_{z2} = 341 \text{ (см.)}$$

В заключение авторы благодарят А.С.Гуревича за полезные обсуждения затронутых вопросов.

Литература

1. Брук В.Л., Гуревич А.С., Демиховский Д.А. и др. Система динамической коррекции параметрических резонансов для ускорителя ИФВЭ. - В сб: Труды 5 Всесоюзного совещ. по уск. заряж. частиц, Москва, 1976. М.: Наука, 1977, т.2, с.9. Ado Yu.M., Bruck V.L., Gurevich A.S. et al. - In: Proc. of 11 Int. Conf. on High-Energy Acc., Geneva, 1980, p.293.
2. Guignard G. - CERN 76-06, Geneva, 1976.
3. Михайлов В.А., Щепунов В.А. SYNCEL-программа для расчёта магнитной структуры синхротронов. - ОИЯИ, Б2-9-88-112, Дубна, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 мая 1992 года.

Михайлов В.А., Щепунов В.А.

9-92-204

Коррекция бетатронных резонансов в нуклотроне

Рассмотрены возможные схемы и алгоритмы коррекции, включая независимую, ширин резонансов бетатронных колебаний 2, 3 и 4-го порядков в нуклотроне. Проведены статистические оценки ширин резонансов и необходимых для их компенсации сил в мультипольных корректорах.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод авторов

Mikhailov V.A., Shchepunov V.A.

9-92-204

Correction of Betatron Resonances in Nuclotron

Possible schemes and algorithms including independent ones for the correction of stopbands of 2, 3 and 4 order betatron resonances in Nuclotron are investigated. Statistical estimations are made for resonance stopbands and corrector strengths necessary for their correction.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992