сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

9-92-203

В.А.Щепунов

КОРРЕКЦИЯ ЧАСТОТ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В НУКЛОТРОНЕ

1992

Введение

Для управления положением рабочей точки синхротрона в плоскости частот бетатронных колебаний и уменьшения величины их разброса относительно выбранного положения рабочей точки служат системы квадрупольной, секступольной и октупольной коррекций частот. Жёсткую фокусировку, а также регулировку $Q_{x,z}$ в ускорителе нуклотрон обеспечивают 64 квадрупольные Ф- и Д-линзы, входящие в состав 8 суперпериодов[6] по 4 ФОДО ячейки в каждом суперпериоде. Для коррекции квадратичной и кубической нелинейностей полей предусмотрено 16 сверхпроводящих безжелезных мультипольных корректоров, стоящих перед первыми Ф- и Д-линзами в каждом суперпериоде и содержащих обмотки для создания секступольных и октупольных полей.

В работе рассмотрены алгоритмы коррекции частот в нуклотроне. Большая величина сил в секступольных корректорах хроматичности приводит к необходимости учёта[5] и коррекции эффектов 2 порядка. Предлагается метод компенсации этих эффектов.

1. Регулировка частот бетатронных колебаний и хроматичности

Системы регулировки бетатронных частот $Q_{x,z}$ и хроматичности $\chi_{x,z}=p(\partial Q_{x,z}/\partial p)$ являются основным инструментом управления, а также исследования бетатронного движения. Структурные Ф- и Д-квадрупольные линзы последовательно включены в две независимые цепи питания соответственно. В 1 порядке приближения изменение бетатронных частот $\Delta Q_{x,z}=Q_{x,z}-Q_{xo,zo}$ относительно рабочей точки $Q_{xo,zo}$ связано с изменением градиентов в линзах $\Delta G_{\text{Ф,Д}}=(G-G_o)_{\text{Ф,Д}}$ линейным преобразованием:

$$\Delta Q_{x,z}=\pm\frac{1}{4\pi}\oint\beta_{x,z}(\Delta G/|B\rho|)dl, \qquad /1.1/$$

где $\beta_{x,z}$-горизонтальная и вертикальная амплитудные функции, $|B\rho|$-жёсткость поля в дипольных магнитах, l-длина вдоль равновесной орбиты, знак + соответствует горизонтальной плоскости. Из /1.1/ можно получить для градиентов:

$$\begin{bmatrix}(\Delta K1)_{\text{Ф}}\\ -(\Delta K1)_{\text{Д}}\end{bmatrix}=\hat\alpha_q\begin{bmatrix}\Delta Q_x\\ \Delta Q_z\end{bmatrix},\quad \hat\alpha_q=\frac{4\pi}{N_p D}\begin{bmatrix}\beta_{z\text{Д}} & \beta_{x\text{Д}}\\ \beta_{z\text{Ф}} & \beta_{x\text{Ф}}\end{bmatrix},\quad D=\beta_{x\text{Ф}}\beta_{z\text{Д}}-\beta_{z\text{Ф}}\beta_{x\text{Д}}, \qquad /1.2/$$

где N_p=32-число ФОДО-периодов, все значения β-функций усреднены по линзам суперпериода $(\Delta K1)_{\text{Ф,Д}}=\{\Delta G1/|B\rho|\}_{\text{Ф,Д}}$, 1=42.5 см – эффективная длина квадрупольных линз, ρ=2200 см –радиус кривизны равновесной траектории в дипольных магнитах. Для удобства в /1.2/ используется величина $(-\Delta K1)_{\text{Д}}>0$. Для рабочей точки $Q_{xo}=6.80$, $Q_{zo}=6.85$ усреднённые β-функции равны:

$$\beta_{x\text{Ф}}=1244,\ \beta_{z\text{Ф}}=322,\ \beta_{x\text{Д}}=325,\ \beta_{z\text{Д}}=1236\ [\text{см}], \qquad /1.3/$$

откуда численно:

$$\begin{bmatrix}(\Delta G1)_{\text{Ф}}\\ -(\Delta G1)_{\text{Д}}\end{bmatrix}\simeq 0.1\cdot B\begin{bmatrix}7.44 & 1.97\\ 1.94 & 7.50\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta Q_x\\ \Delta Q_z\end{bmatrix}. \qquad /1.4/$$

Для регулировки хроматичности предусмотрено 2 семейства корректоров (по 8 корректоров в каждом), установленных перед первыми Ф- и Д-линзами каждого суперпериода. Ф- и Д-корректоры включены в две независимые цепи питания. В 1 порядке приближения изменение хроматичности $\Delta\chi_{x,z}=(\chi-\chi_o)_{x,z}$ относительно естественной $\chi_{ox,oz}$ линейно связано с силами $K_{\text{Ф,Д}}=\{(\partial^2B_z/\partial x^2)/|B\rho|\}_{\text{Ф,Д}}$ секступольных корректоров:

$$\Delta\chi_{x,z}=\frac{\pm 1}{4\pi}\oint\beta_{x,z}(K\psi)\,dl, \qquad /1.5/$$

где ψ-дисперсионная функция, знак + соответствует горизонтальной плоскости. Аналогично /1.2/ из /1.5/ получим для сил корректоров:

$$\begin{bmatrix}(K1)_{\text{Ф}}\\ -(K1)_{\text{Д}}\end{bmatrix}=\hat\alpha_x\begin{bmatrix}\Delta\chi_x\\ \Delta\chi_z\end{bmatrix},\quad \hat\alpha_x=\frac{4\pi}{N_{sp} D}\begin{bmatrix}\beta_{z\text{Д}}/\psi_{\text{Ф}} & \beta_{x\text{Д}}/\psi_{\text{Ф}}\\ \beta_{z\text{Ф}}/\psi_{\text{Д}} & \beta_{x\text{Ф}}/\psi_{\text{Д}}\end{bmatrix},\quad D=\beta_{x\text{Ф}}\beta_{z\text{Д}}-\beta_{z\text{Ф}}\beta_{x\text{Д}}, \qquad /1.6/$$

где N_{sp}=8-число суперпериодов, 1=30см –эффективная длина корректоров, индексы ф и д соответствуют полям, ψ- и β-функциям в корректорах перед Ф- и Д-линзами соответственно. Численные значения функций:

$$\beta_{x\text{Ф}}=1185,\ \beta_{z\text{Ф}}=351,\ \psi_{\text{Ф}}=265, \qquad /1.7/$$
$$\beta_{x\text{Д}}=344,\ \beta_{z\text{Д}}=1151,\ \psi_{\text{Д}}=180\ [\text{см}],$$

откуда получим численно для полей в корректорах $(B_{\text{Ф,Д}}/B)=$

$\{(\partial^2B_z/\partial x^2)r^2/(2B)\}_{\text{Ф,Д}}$ на радиусе нормализации r=4см :

$$\begin{bmatrix}B_{\text{Ф}}\\ -B_{\text{Д}}\end{bmatrix}=B(\rho r^2/21)\hat\alpha_x\begin{bmatrix}\Delta\chi_x\\ \Delta\chi_z\end{bmatrix}\simeq B\cdot 10^{-3}\begin{bmatrix}3.22 & 0.96\\ 1.44 & 4.88\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\chi_x\\ \Delta\chi_z\end{bmatrix}. \qquad /1.8/$$

Расчётная естественная хроматичность нуклотрона с учётом систематической секступольной компоненты поля в дипольных магнитах

$$(\overline{\Delta B}/B)_{\text{зм}}=(\rho r^2/2)\{(\partial^2B_z/\partial x^2)/|B\rho|\}_{\text{М}},\ r=4\text{см}, \qquad /1.9/$$

составляет:

$$\chi_{xo}\simeq-8.1+2.47\cdot10^3(\overline{\Delta B}/B)_{\text{зм}},\quad \chi_{zo}\simeq-8.0-2.27\cdot10^3(\overline{\Delta B}/B)_{\text{зм}}. \qquad /1.10/$$

Из магнитных измерений: $(\overline{\Delta B}/B)_{\text{зм}}\simeq-1.1\cdot10^{-3}$, которая примерно постоянна в диапазоне от энергии инжекции до E≃4Гэв/н. Полагая $\Delta\chi_{x,z}=-\chi_{xo,zo}$, из /1.8/, /1.10/ получим следующую оценку хроматичности и полей $B_{\text{Ф,Д}}$:

$$(B_{\text{Ф}}/B)\simeq0.040,\ (B_{\text{Д}}/B)\simeq-0.042 \text{ при } \chi_{xo}\simeq-10.8,\ \chi_{zo}\simeq-5.5; \qquad /1.11а/$$

$$(B_{\text{Ф}}/B)\simeq0.034,\ (B_{\text{Д}}/B)\simeq-0.051 \text{ при } \chi_{xo}\simeq-8.1,\ \chi_{zo}\simeq-8.0. \qquad /1.11б/$$

Для программного управления линзами и корректорами с помощью ЭВМ необходимо перейти от сил в /1.4/ и /1.6/ к кодам управления источниками питания. Пусть λ_K-коэффициент преобразования тока I в поле, а λ_I- управляющего кода J в ток I:

$$\lambda_I=|I/J|,\quad \lambda_K=\begin{cases}|\Delta G1/(\rho I)| & \text{– для квадрупольных линз,}\\ |1\partial^2B_z/\partial x^2\rho I| & \text{– для корректоров хроматичности.}\end{cases} \qquad /1.12/$$

Для управляющих кодов получим:

$$\begin{bmatrix}J_{\text{Ф}}\\ J_{\text{Д}}\end{bmatrix}=\hat C_q\begin{bmatrix}\Delta Q_x\\ \Delta Q_z\end{bmatrix}\ \text{и}\ \begin{bmatrix}J_{\text{Ф}}\\ J_{\text{Д}}\end{bmatrix}=\hat C_x\begin{bmatrix}\Delta\chi_x\\ \Delta\chi_z\end{bmatrix},\quad \hat C_{q,x}=(B/\lambda_K\lambda_I)\hat\alpha_{q,x}. \qquad /1.13/$$

2. Октупольная коррекция зависимости частоты бетатронных колебаний от амплитуды

Присутствие систематической прямой октупольной компоненты поля $K=(\partial^3B_z/\partial x^3)/|B\rho|$ приводит к появлению зависимости частот бетатронных колебаний от амплитуд $I_{x,z}$:

$$\Delta Q_x=a_{xx}I_x+a_{xz}I_z,\quad \Delta Q_z=a_{zx}I_x+a_{zz}I_z,\quad a_{xz}=a_{zx}, \qquad /2.1/$$

где

$$a_{xx,zz}=\frac{1}{16\pi}\oint\beta^2_{x,z}K\,dl,\quad a_{xz}=\frac{-1}{8\pi}\oint\beta_x\beta_z K\,dl,\quad I_{x,z}=\varepsilon_{x,z}/2\pi; \qquad /2.2/$$

$\varepsilon_{x,z}$-эмиттансы (здесь и далее в см). Другим источником зависимости /2.1/ являются прямые секступольные компоненты полей (см. пп.3,4).

С помощью программы SYNCEL[1] были вычислены интегралы /2.2/. Для нормированной систематической октупольной компоненты поля в дипольных магнитах

$$(\Delta B/B)_{4M}=(\rho r^3/6)\,[\overline{(\partial^3 B_z/\partial x^3)/|B\rho|}]_M,\quad r=4\text{см}, \qquad /2.3/$$

получены следующие значения коэффициентов /2.2/:

$$a_{xx}=6.18\cdot 10^3(\Delta B/B)_{4M},\quad a_{zz}=6.22\cdot 10^3(\Delta B/B)_{4M},$$
$$a_{xz}=-9.90\cdot 10^3(\Delta B/B)_{4M}\ [1/\text{см}]. \qquad /2.4/$$

Из магнитных измерений: $(\Delta B/B)_{4M}\simeq -3.3\cdot 10^{-5}$, откуда:

$$a^M_{xx}\simeq -0.20,\quad a^M_{zz}\simeq -0.20,\quad a^M_{xz}\simeq 0.33\ [1/\text{см}], \qquad /2.5/$$

где индекс м указывает на источник - дипольные магниты. Как показано в /5/, основным источником, дающим вклад в /2.1/ во 2 порядке, является система коррекции хроматичности. В случае полной компенсации $\chi_{xo,zo}$ в соответствии с /1.8/ и /1.10/ для неё получено:

$$a^c_{xx}\simeq 1.69,\quad a^c_{zz}\simeq 0.43,\quad a^c_{xz}\simeq 0.54 \text{ при } \chi_{xo}=-10.8,\quad \chi_{zo}=-5.5; \qquad /2.6а/$$
$$a^c_{xx}\simeq 1.17,\quad a^c_{zz}\simeq 0.62,\quad a^c_{xz}\simeq 0.81 \text{ при } \chi_{xo}=-8.1,\quad \chi_{zo}=-8.0, \qquad /2.6б/$$

где индекс с указывает на источник-корректоры хроматичности, значения коэффициентов- в 1/см.

Для компенсации зависимости /2.1/ с коэффициентами /2.5/ и /2.6/ можно использовать: 1) октупольные корректоры, создающие в соответствии с /2.2/ противоположные по знаку коэффициенты; 2) 5 или менее независимых семейств корректоров системы коррекции хроматичности вместо традиционных 2 (см. пп. 3,4). Рассмотрим 1 вариант. Для полной компенсации 3 коэффициентов a_{xx}, a_{zz}, a_{xz} необходимо 3 семейства, корректоры в которых должны находиться вблизи максимумов функций β^2_x, β^2_z, $\beta_x\beta_z$ соответственно. В нуклотроне имеется 2 семейства октупольных корректоров вблизи β^2_x и β^2_z, обмотки которых распо-

ложены вместе с секступольными обмотками для коррекции хроматичности в одних и тех же корпусах мультипольных корректоров. Таким образом, возможна компенсация лишь 2 из 3 коэффициентов, либо одновременная минимизация суммы квадратов 3 коэффициентов. Рассмотрим возможные варианты.

1) Компенсация a_{xx} и a_{zz}. Из /2.2/ получим:

$$\begin{bmatrix}B_Ф\\B_Д\end{bmatrix}=\hat\alpha_1\begin{bmatrix}a^o_{xx}\\a^o_{zz}\end{bmatrix},\quad \hat\alpha_1=-B\frac{\lambda}{D}\begin{bmatrix}\beta^2_{zД} & -\beta^2_{xД}\\ -\beta^2_{zФ} & \beta^2_{xФ}\end{bmatrix}\simeq 10^{-3}B\begin{bmatrix}-3.2 & 0.23\\ 0.23 & -3.4\end{bmatrix}, \qquad /2.7/$$

$$D=\beta^2_{xФ}\beta^2_{zД}-\beta^2_{zФ}\beta^2_{xД},$$

где $\lambda=8\pi\rho r^3/(3lN_{sp})$, $r=4$см , $l=30$см , $N_{sp}=8$, индексы ф и д соответствуют полям и β-функциям в корректорах перед Ф- и Д-линзами соответственно. При выборе полей в соответствии с /2.7/ и учитывая /1.7/, получим коррекцию:

$$a_{xx}=a_{zz}=0,\quad a_{xz}=a^o_{xz}+[a^o_{xx}(\beta_Ф\beta_Д)_z+a^o_{zz}(\beta_Ф\beta_Д)_x]/(\beta_{xФ}\beta_{zД}+\beta_{xД}\beta_{zФ}),$$
$$a_{xz}\simeq a^o_{xz}+0.54(a^o_{xx}+a^o_{zz})=1.14+0.75=1.89\ [1/\text{см}], \qquad /2.8/$$
$$(B_Ф/B)\simeq -3.0\cdot 10^{-3},\quad (B_Д/B)\simeq -1.2\cdot 10^{-3},$$

где $a^o_{xx}, a^o_{zz}, a^o_{xz}$-значения коэффициентов до коррекции, равные сумме /2.5/ и /2.6б/.

2) Компенсация a_{xx} и a_{xz}. Из /2.2/ следует:

$$\begin{bmatrix}B_Ф\\B_Д\end{bmatrix}=\hat\alpha_2\begin{bmatrix}a^o_{xx}\\a^o_{xz}\end{bmatrix},\quad \hat\alpha_2=-B\frac{\lambda}{D}\begin{bmatrix}\beta_{zД}/\beta_{xФ} & \beta_{xД}/2\beta_{xФ}\\ -\beta_{zФ}/\beta_{xД} & -\beta_{xФ}/2\beta_{xД}\end{bmatrix}\simeq 10^{-3}B\begin{bmatrix}-3.4 & -0.46\\ 3.5 & 6.7\end{bmatrix},$$

$$D=\beta_{xФ}\beta_{zД}-\beta_{zФ}\beta_{xД}, \qquad /2.9/$$

где обозначения-как в /2.7/. В результате коррекции получим:

$$a_{xx}=a_{xz}=0,\quad a_{zz}=a^o_{zz}+[a^o_{xx}(\beta_Ф\beta_Д)_z+a^o_{xz}(\beta_{xФ}\beta_{zД}+\beta_{xД}\beta_{zФ})/2]/(\beta_Ф\beta_Д)_x$$
$$a_{zz}\simeq a^o_{zz}+a^o_{xx}+1.82a^o_{xz})=0.42+3.04=3.46\ [1/\text{см}], \qquad /2.10/$$
$$(B_Ф/B)\simeq -3.8\cdot 10^{-3},\quad (B_Д/B)\simeq 11.0\cdot 10^{-3}.$$

Для компенсации a_{zz} и a_{xz}(вариант, полностью аналогичный предыдущему) в /2.9/-/2.10/ необходимо всюду поменять местами индексы x и z.

3) Минимизация суммы квадратов:

$$F=(a^{o}_{xx}+\Delta a_{xx})^2+(a^{o}_{zz}+\Delta a_{zz})^2+(a^{o}_{xz}+\Delta a_{xz})^2, \qquad /2.11/$$

где $\Delta a_{xx},\Delta a_{zz},\Delta a_{xz}$ связаны с силами в корректорах в соответствии с /2.2/:

$$\Delta a_{xx}\simeq 286(B_{ф}/B)+24(B_{д}/B),\ \Delta a_{zz}\simeq 25(B_{ф}/B)+270(B_{д}/B), \qquad /2.12/$$

$$\Delta a_{xz}\simeq -169(B_{ф}/B)-161(B_{д}/B)\ [1/см].$$

Минимум /2.11/ достигается при полях в корректорах, удовлетворяющих уравнениям:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & 1 \\ 1 & C_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{ф} \\ B_{д}\end{bmatrix}=-\frac{\lambda B}{C_{12}}\begin{bmatrix} a^{o}_{xx}\beta^2_{xф}+a^{o}_{zz}\beta^2_{zф}-2a^{o}_{xz}\beta_{xф}\beta_{zф} \\ a^{o}_{xx}\beta^2_{xд}+a^{o}_{zz}\beta^2_{zд}-2a^{o}_{xz}\beta_{xд}\beta_{zд}\end{bmatrix}, \qquad /2.13/$$

где

$$C_{11}=[\beta^4_{xф}+\beta^4_{zф}+(2\beta_{xф}\beta_{zф})^2]/C_{12},\quad C_{22}=[\beta^4_{xд}+\beta^4_{zд}+(2\beta_{xд}\beta_{zд})^2]/C_{12},$$

$$C_{12}=(\beta_{xф}\beta_{xд})^2+(\beta_{zф}\beta_{zд})^2+4\beta_{xф}\beta_{xд}\beta_{zф}\beta_{zд}. \qquad /2.14/$$

С учётом /1.7/ получим численно:

$$\begin{bmatrix} B_{ф} \\ B_{д}\end{bmatrix}\simeq -10^{-4}B\begin{bmatrix} 4.4 & -1.8 \\ -1.8 & 4.9\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7.0a^{o}_{xx}+0.6a^{o}_{zz}-4.1a^{o}_{xz} \\ 0.6a^{o}_{xx}+6.6a^{o}_{zz}-3.9a^{o}_{xz}\end{bmatrix}. \qquad /2.15/$$

Подставляя коэффициенты из /2.5/ и /2.6б/, найдем силы в корректорах и скорректированные значения коэффициентов:

$$a_{xx}\simeq 0.64,\ a_{zz}\simeq 0.65,\ a_{xz}\simeq 1.20\ [1/см], \qquad /2.16/$$

$$(B_{ф}/B)\simeq -1.24\cdot 10^{-3},\ (B_{д}/B)\simeq 0.96\cdot 10^{-3}.$$

4) Коррекция средних значений $\overline{\Delta Q}_{x,z}$:

$$\overline{\Delta Q}_x=(a^{o}_{xx}+\Delta a_{xx})\overline{I}_x+(a_{xz}+\Delta a^{o}_{xz})\overline{I}_z=0,$$

$$\overline{\Delta Q}_z=(a^{o}_{zz}+\Delta a_{zz})\overline{I}_z+(a^{o}_{xz}+\Delta a_{xz})\overline{I}_x=0, \qquad /2.17/$$

где черта обозначает усреднение по распределению $I_{x,z}$. Из уравнений /2.17/ и /2.2/ получим: /2.18/

$$\begin{bmatrix} B_{ф} \\ B_{д}\end{bmatrix}=-B\frac{\lambda}{D}\begin{bmatrix} \beta_{zд}(\beta_{zд}\overline{I}_z-2\beta_{xд}\overline{I}_x) & \beta_{xд}(2\beta_{zд}\overline{I}_z-\beta_{xд}\overline{I}_x) \\ \beta_{zф}(2\beta_{xф}\overline{I}_x-\beta_{zф}\overline{I}_z) & \beta_{xф}(\beta_{xф}\overline{I}_x-2\beta_{zф}\overline{I}_z)\end{bmatrix}\begin{bmatrix} a^{o}_{xx}\overline{I}_x+a^{o}_{xz}\overline{I}_z \\ a^{o}_{zz}\overline{I}_z+a^{o}_{xz}\overline{I}_x\end{bmatrix},$$

$$D=2(\beta_{xф}\beta_{zд}-\beta_{zф}\beta_{xд})[\overline{I}_x\overline{I}_z(\beta_{xф}\beta_{zд}+\beta_{zф}\beta_{xд})/2-\overline{I}^2_x\beta_{xф}\beta_{xд}-\overline{I}^2_z\beta_{zф}\beta_{zд}].$$

В случае $\overline{I}_x\simeq\overline{I}_z$ из /1.7/, /2.5/ и /2.6б/ найдём численно:

$$\begin{bmatrix} B_{ф} \\ B_{д}\end{bmatrix}\simeq 10^{-2}B\begin{bmatrix} 1.5 & 1.9 \\ 2.0 & 1.6\end{bmatrix}\begin{bmatrix} a^{o}_{xx}+a^{o}_{xz} \\ a^{o}_{zz}+a^{o}_{xz}\end{bmatrix},\ B_{ф}\simeq 0.061B,\ B_{д}\simeq 0.067B. \qquad /2.19/$$

Приведенные выше оценки показывают, что отсутствие необходимого числа октупольных корректоров значительно ограничивает возможности компенсации /2.1/. Поэтому представляется актуальной возможность использования корректоров хроматичности для этой цели (см. пп. 3,4).

В заключение раздела оценим возможности уменьшения эффекта /2.1/ путём неполной коррекции хроматичности. Введём параметр $x\in[0,1]$, равный коэффициенту пропорционального уменьшения сил одновременно во всех корректорах хроматичности относительно случая её полной коррекции: $x=B_{ф,д}/B_{фо,до}$, где $B_{фо,до}$–из /1.8/,/1.10/. Будем рассматривать x как переменную при минимизации функции частотного разброса:

$$F=w^2_p(\chi^2_x+\chi^2_z)\overline{\delta^2}+w^2_{xx}a^2_{xx}\overline{I^2_x}+w^2_{zz}a^2_{zz}\overline{I^2_z}+w^2_{xz}a^2_{xz}(\overline{I^2_x}+\overline{I^2_z}), \qquad /2.20/$$

где $\delta=(\Delta p/p)$–отклонение импульса от равновесного, черта обозначает усреднение по распределениям δ и $I_{x,z}$; $\overline{\delta^2},\overline{I^2_{x,z}}$ играют роль весовых коэффициентов, w_p,w_{xx},w_{zz},w_{xz}–дополнительные весовые множители. Учитывая, что

$$\chi_{x,z}=(1-x)\chi_{ox,oz},$$

$$a_{xx}=x^2a^{c}_{xx}+a^{м}_{xx},\ a_{zz}=x^2a^{c}_{zz}+a^{м}_{zz},\ a_{xz}=x^2a^{c}_{xz}+a^{м}_{xz}, \qquad /2.21/$$

и отбрасывая постоянное слагаемое, из /2.20/ получим:

$$F=ax^4/4+bx^2/2-cx,\ a=2[a^{c2}_{xx}\overline{I^2_x}+a^{c2}_{zz}\overline{I^2_z}+a^{c2}_{xz}(\overline{I^2_x}+\overline{I^2_z})], \qquad /2.22/$$

$$b=[c+2(a^{c}_{xx}a^{м}_{xx}\overline{I^2_x}+a^{c}_{zz}a^{м}_{zz}\overline{I^2_z}+a^{c}_{xz}a^{м}_{xz}(\overline{I^2_x}+\overline{I^2_z}))],\ c=\overline{\delta^2}(\chi^2_{xo}+\chi^2_{zo}),$$

где принято: $w_p=w_{xx}=w_{zz}=w_{xz}=1$. Корень уравнения $(\partial F/\partial x)=0$ на минимум F:

$$x=\sqrt[3]{c/2a+q}+\sqrt[3]{c/2a-q},\ где\ q=\sqrt{(b/3a)^3+(c/2a)^2}; \qquad /2.23/$$

$$x\simeq 1-1/(3+(b/a))\ при\ 1-x\ll 1.$$

При $\delta=5\cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_x\simeq\varepsilon_z\simeq 40\pi$ мм·мрад. с учётом коэффициентов из /2.5/,/2.6б/ и хроматичности /1.11б/ получим:

$$x\simeq 0.88;\ \chi_x\simeq -0.97,\ \chi_z\simeq -0.96; \qquad /2.24/$$

$$a_{xx}=0.75,\ a_{zz}=0.33,\ a_{xz}=0.88\ [1/см].$$

3. Эффекты второго порядка в системе коррекции хроматичности и их коррекция

Квадратичная нелинейность магнитных полей /1.8/, необходимая для коррекции хроматичности, является достаточно большой, и нельзя пренебрегать эффектами более высоких порядков, чем 1 приближение /1.5/. Расчёты во 2 порядке теории возмущений[3,4] показывают, что секступольные поля способны возбуждать резонансы 2,4,6 порядков и приводят к появлению зависимости /2.1/ частот бетатронных колебаний от амплитуд. Теоретически возможна полная компенсация вносимых возмущений с помощью октупольных корректоров, однако это потребовало бы 22 независимых семейства корректоров, что практически невозможно[3]. С другой стороны, нет необходимости в полной компенсации всех эффектов, и достаточно ограничиться коррекцией наиболее опасных из них: зависимости /2.1/ и резонанса $2Q_x-2Q_z=0$ (как ближайшего к положению рабочей точки нуклотрона). Для коррекции резонансов 4 порядка в нуклотроне имеются 8 октупольных корректоров, которые могут быть использованы, в частности, и для коррекции $2Q_x-2Q_z=0$. Что касается коррекции зависимости /2.1/, то, как следует из п.3, 2 семейства октупольных корректоров не могут обеспечить достаточно эффективную коррекцию. Поэтому алгоритм секступольной коррекции желательно построить так, чтобы свести к минимуму упомянутые эффекты.

Рассмотрим алгоритм компенсации на примере коррекции a_{xx},a_{zz},a_{xz} (учёт резонанса $2Q_x-2Q_z=0$[2] приводит к увеличению на 2 числа уравнений /3.2/). Выражения для коэффициентов имеют вид:

$$a_m=\int_0^L dl\int_l^{L+l} d\sigma S(l)S(\sigma)A_m(l,s),\qquad m=xx,zz,xz, \qquad /3.1/$$

$$A_{xx}=-K\{(\beta_x(l)\beta_x(\sigma)\}^{\frac{3}{2}}\left[\frac{3\cos(F_x)}{\sin(\pi Q_x)}+\frac{\cos(3F_x)}{\sin(3\pi Q_x)}\right],$$

$$A_{zz}=-K\sqrt{\beta_x(l)\beta_x(\sigma)}\beta_z(l)\beta_z(\sigma)\left[\frac{4\cos(F_x)}{\sin(\pi Q_x)}+\frac{\cos(F^+)}{\sin(\pi Q^+)}+\frac{\cos(F^-)}{\sin(\pi Q^-)}\right],$$

$$A_{xz}=2K\sqrt{\beta_x(l)}\beta_z(\sigma)^{\frac{3}{2}}\left[\frac{2\cos(F_x)}{\sin(\pi Q_x)}\beta_x(l)-\left[\frac{\cos(F^+)}{\sin(\pi Q^+)}-\frac{\cos(F^-)}{\sin(\pi Q^-)}\right]\beta_z(l)\right],$$

$K=(2/\rho r^2)^2/64\pi$, $F_{x,z}=\mu_{x,z}(\sigma)-\mu_{x,z}(l)-\pi Q_{x,z}\,\mathrm{sgn}(\sigma-l)$,

$F^+=F_x+2F_z$, $F^-=F_x-2F_z$, $Q^+=Q_x+2Q_z$, $Q^-=Q_x-2Q_z$,

где $S(l)=(\partial^2B_z/\partial x^2)r^2/(2B)$ – поля в корректорах на радиусе нормализации r, $\mu_{x,z}(l)$-набеги фаз бетатронных колебаний, l, σ-длины вдоль равновесной траектории, L-периметр ускорителя. В работе /5/ показано, что вклад систематической квадратичной нелинейности поля дипольных магнитов /1.9/ в a_{xx},a_{zz},a_{xz} составляет ≃10% от вклада, даваемого корректорами хроматичности. Таким образом, минимизация интегралов /3.1/ позволяет скомпенсировать ≃90% эффекта. (Для учёта нелинейностей /1.9/ нужно проводить интегрирование в /3.1/, включая дипольные магниты.) Учитывая малую угловую протяжённость корректоров, перейдём в /3.1/ и /1.5/ к суммированию. Условия компенсации приобретут вид:

$$\chi_x=\sum_{i=1}^{N_f}h_x^iS_i+\chi_{xo}=0,\qquad \chi_z=\sum_{i=1}^{N_f}h_z^iS_i+\chi_{zo}=0,$$
$$a_m=\sum_{i,j=1}^{N_f}\sum^{N_f}A_m^{ij}S_iS_j+a_m^o=0,\qquad m=xx,zz,xz, \qquad /3.2/$$

где $h_{x,z}^i$, $A_m^{ij}=A_m^{ji}$– соответствующие коэффициенты, i,j-индексы семейств корректоров, N_f-число независимых семейств. К сожалению, система /3.2/ является нелинейной, и для неё нельзя получить соотношения типа /1.8/, которые бы обеспечили независимость регулировки каждой из компонент: $\chi_{x,z},a_{xx},a_{zz},a_{xz}$. Для каждого такого набора необходимо численно решать систему /3.2/. В случае $N_f=5$ численно можно найти точное решение системы /3.2/(если оно существует). При $N_f<5$ система /3.2/ заменяется функцией-характеристикой частотного разброса /2.20/, в которой используются выражения /3.2/. Минимум функции находится численно.

Для разрешимости системы /3.2/ важно то, как корректоры объединены в семейства. Возможные варианты подключения можно получить анализом аналитических выражений /1.5/ и /3.1/. В частности, удобным является вариант, в котором часть корректоров, стоящих в местах с одинаковыми значениями $\beta_{x,z}$, объединены в пары и имеют противоположные направления токов. В этом случае они не будут влиять на хроматичность, и их можно использовать для компенсации a_{xx}, a_{zz}, a_{xz}. Однако после каждого изменения в настройке $\chi_{x,z}$ требуется перенастройка корректоров a_{xx}, a_{zz}, a_{xz}.

4. Возможные варианты подключения секступольных корректоров

Для вычисления матриц $\| A^{ij}_{xx,zz,xz} \|$ и коэффициентов $h^{i}_{x,z}$, $i,j=1\div N_f$ и решения уравнений /3.2/ была написана программа на языке FORTRAN, использующая библиотечные подпрограммы из библиотеки GENLIB: решения системы нелинейных уравнений методом Ньютона - C400 и минимизации суммы квадратов функций - D507. В таблице представлены возможные варианты включения корректоров для случаев полной компенсации хроматичности: $\chi_{x,z}=0$. Одинаковыми цифрами обозначены корректоры, относящиеся к одному семейству; знак минус перед цифрой указывает на противоположное направление тока в обмотке корректора; ноль обозначает отсутствующий или выключенный корректор. Последовательность из 16 корректоров начинается со стоящего перед первой Д-линзой 1 суперпериода. Корректоры, обозначенные цифрами 1 и 2, регулируют хроматичность, 3,4,5 - коэффициенты a_{xx}, a_{zz}, a_{xz}. Вторые производные полей в корректорах $S_i=(B_c/B)_i$ $i=1\div 5$ нормированы на радиусе нормализации r=4см, индекс i соответствует номеру семейства. Верхние значения полей соответствуют компенсации $\chi_{xo}\simeq-8.1$, $\chi_{zo}\simeq-8.0$; нижние- $\chi_{xo}\simeq-10.8$, $\chi_{zo}\simeq-5.5$ (см. /1.10/).

Идеальным вариантом является №1, в котором благодаря использованию симметричной комбинации всех 16 корректоров удаётся добиться полной коррекции эффекта. Почти полной компенсации можно также достигнуть с помощью 4 семейств коррек-

Таблица. Схемы включения секступольных корректоров (пояснения см. в тексте)

№	Схема включения	Силы в корректорах(×100) S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	a^c_{xx}	a^c_{zz} (1/см)	a^c_{xz}
1	1 2 3 4 1 2 3 5	-10.	6.8	-3.9	-3.4	-2.0	0.	0.	0.
	1 2-3-4 1 2-3-5	-8.5	8.0	-3.3	-4.0	0.4			
2	0 2 0 3 1 3 4 5	-20.	13.5	3.3	9.8	-3.1	0.	0.	0.
	0 2 0-3 1-3-4-5	-17.	16.0	3.9	8.3	-5.2			
3	1 2 0 3 1 3 4 5	-10.	13.5	-1.5	-1.8	7.8	0.	0.08	0.70
	0 2 1-3 1-3-4-5	-8.5	16.0	-1.0	0.4	8.8	0.01	0.14	0.29
4	1 2 0 4 1 2 3 4	-14.	6.7	-0.7	2.7	—	0.04	-0.1	0.12
	0 2-3-4 1 2-3-4	-12.	8.0	-1.1	3.0	—	0.	-0.3	0.09

торов, объединяя 3 и 4 семейства варианта №1 в одно.

При возможном отсутствии 2 корректоров перед Д-линзами 2 и 5 суперпериодов полную коррекцию обеспечивает схема №2. Однако из-за того, что для коррекции $\chi_{x,z}$ использовано всего 4 корректора, они испытывают 5-кратную перегрузку относительно случая /1.11/. Компромиссным вариантом является, по-видимому, №4, в котором a_{xx}, a_{zz} и a_{xz} скорректированы не полностью; однако имеется 6 менее загруженных корректоров хроматичности.

В заключение отметим, что выбор сил в соответствии с таблицей компенсирует основной источник зависимости /2.1/ - корректоры хроматичности. Более тонкая компенсация возможна, если учитывать в уравнениях /3.2/ вклад от систематической октупольной компоненты /2.5/ в дипольных магнитах - a^M_{xx}, a^M_{zz} и a^M_{xz} и добавить дополнительные слагаемые в двойные суммы /3.2/, описывающие систематическую секступольную компоненту поля /1.9/ в дипольных магнитах. Это приводит к небольшому изменению сил корректоров относительно приведённых в таблице.

Литература

1. В.А.Михайлов, В.А.Щепунов, SYNCEL-программа для расчёта магнитной структуры синхротронов.-ОИЯИ, Б2-9-88-112, Дубна, 1988.
2. В.И.Балбеков, П.Н.Чирков, Эффекты 2 порядка в системе коррекции хроматичности УНК.-ИФВЭ, 81-23, Серпухов,1981.
3. F.Willeke, Summary of working group on compensation schemes.–In: 2-nd Advanced ICFA Beam Dynamics workshop, Lugano, Switzerland, 11-16 April 1988, CERN 88-04, Geneva 1988, p.164.
4. F.Schmidt, F.Willeke, Nonlinear Beam Dynamics Close to Resonances Excited by Sextupolar Fields.–In: European Part. Acc. Conf., Rome, June 7-11, 1988, Vol.2, p.908.
5. В.А.Михайлов, В.А.Щепунов, Влияние квадратичных нелинейностей магнитного поля на разброс частот бетатронных колебаний.-ОИЯИ, Р9-89-487, Дубна, 1989.
6. Б.В.Василишин и др., Расчёт магнитной структуры нуклотрона.-ОИЯИ, Р9-86-512, Дубна, 1986.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 мая 1992 года.

Щепунов В.А. 9-92-203

Коррекция частот бетатронных колебаний в нуклотроне

Рассмотрены алгоритмы секступольной и октупольной коррекций частот бетатронных колебаний в нуклотроне. Учтены эффекты второго порядка в системе коррекции хроматичности, и предложены схемы их коррекции с помощью секступольных корректоров.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод автора

Shchepunov V.A. 9-92-203

Betatron Tune Correction Schemes in Nuclotron

Algorithms of the betatron tune corrections in Nuclotron with sextupolar and octupolar magnets are considered. Second order effects caused by chromaticity correctors are taken into account and sextupolar compensation schemes are proposed to suppress them.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992