

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С 345 е 3
3 - 328

20/x - 75

9 - 9078

Н.Л.Заплатин, А.А.Кропин,
В.С.Роганов, С.И.Чеснова

4056/2-75

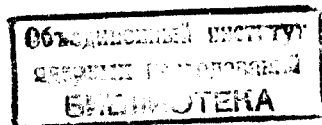
ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ
МЕЗОНООБРАЗУЮЩЕЙ МИШЕНИ ВНУТРИ КАМЕРЫ
ФАЗОТРОНА С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИЕЙ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ

1975

9 - 9078

Н.Л.Заплатин, А.А.Кропин,
В.С.Роганов, С.И.Чеснова

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ
МЕЗОНООБРАЗУЮЩЕЙ МИШЕНИ ВНУТРИ КАМЕРЫ
ФАЗОТРОНА С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИЕЙ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ



I. ВВЕДЕНИЕ

Проектом реконструкции синхротрона Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ в сильноточный фазотрон с пространственной вариацией магнитного поля /установку "Ф"/ предусматривается использование как внутренних, так и внешних мишеней для получения мезонных пучков /1/. В работах /2,3/ показано, что при проектном значении протонного тока ~ 50 мкА в фазотроне, интенсивность мезонных пучков возрастет в 100 – 200 раз по сравнению с достигнутыми на синхротроне. Система каналов установки "Ф" показана на рис.1.

Настоящая работа посвящена исследованию пучков π^- -мезонов, образованных на внутренней мишени, выбору ее оптимальных азимутальных положений в камере ускорителя, определению энергетических спектров и интенсивности π^- -мезонов при прямой и обратной полярности магнитного поля ускорителя.

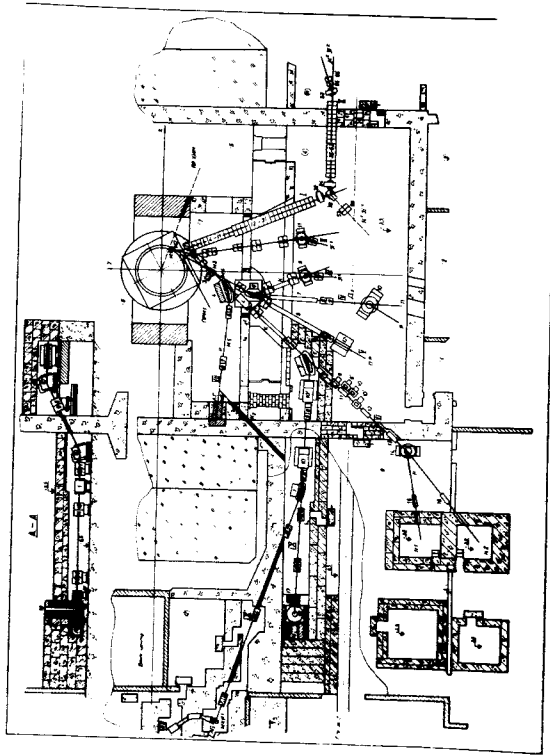
2. Расчет траекторий π^- -мезонов.

Расчет траекторий мезонов проводился для магнитного поля, полученного на модели магнитной системы установки "Ф" и представленного в форме:

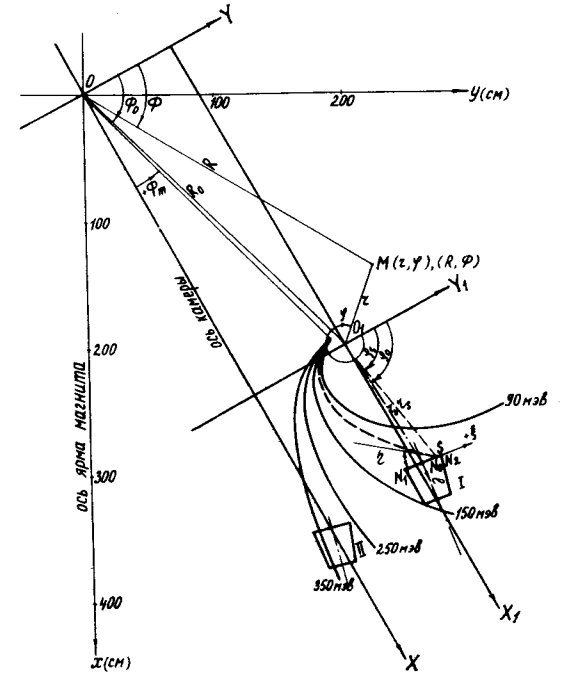
$$H_z = H(R) + H_4(R) \cdot \cos[\beta_4(R) - 4\varphi] + H_8(R) \cdot \cos[\beta_8(R) - 8\varphi],$$

где R, φ – полярные координаты системы, связанной с центром ускорителя /точка 0 (0,0) на рис.2/, $H(R)$ – среднее значение поля, $H_4, H_8, \beta_4, \beta_8$ – амплитуды гармоник и их фазы, заданные в виде таблицы.

На рис.2 приведены характерные траектории π^- -мезонов, образованных на внутренней мишени при прямой полярности поля. Видно, что для малых энергий, траектории мезонов имеют экстремум ($\frac{dR}{d\varphi} \rightarrow \infty$).



1. Схема конюлов пучков установки "Ф".



2. Системы координат, используемые для расчета траекторий пионов.

Так как для расчета на ЭВМ необходимо монотонное изменение независимой переменной, то перейдем к новой системе отсчета и примем в качестве центра полярной системы координат (z, φ) точку $O_I(R_0, \varphi_0)$. Уравнения движения заряженных частиц с постоянным импульсом P_{Σ} в цилиндрической системе координат (z, φ, z) имеют вид:

$$z'' - \frac{2z'z''}{z} - z = \gamma z^2 \left[1 + \left(\frac{z'}{z}\right)^2 + \left(\frac{z''}{z}\right)^2 \right]^{1/2} \left\{ \left(1 + \frac{z'^2}{z^2}\right) H_z - \frac{1}{z} \frac{\partial H_z}{\partial z} \frac{z^2}{2} - \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \frac{z z'}{z^2} \right\},$$

$$z'' - \frac{2z'z''}{z} = \gamma z^2 \left[1 + \left(\frac{z'}{z}\right)^2 + \left(\frac{z''}{z}\right)^2 \right]^{1/2} \left\{ \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \frac{z'z''}{z^2} - \frac{\partial H_z}{\partial z} z + H_z \frac{z'z'}{z^2} \right\}, \quad (I)$$

где $\gamma = \frac{1}{P_{\Sigma} \cdot c}$.

Найдем связь между координатами $(R, \varphi$ и $z, \varphi)$ и производными поля $\left(\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}, \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \text{ и } \frac{\partial H_z}{\partial R}, \frac{\partial H_z}{\partial z}\right)$. Используя очевидные соотношения

$$R \cdot \cos \varphi = R_0 \cdot \cos \varphi_0 + z \cdot \cos \varphi,$$

$$R \cdot \sin \varphi = R_0 \cdot \sin \varphi_0 + z \cdot \sin \varphi,$$

получим

$$\varphi = \arctg \frac{R_0 \cdot \sin \varphi_0 + z \cdot \sin \varphi}{R_0 \cdot \cos \varphi_0 - z \cdot \cos \varphi},$$

$$R = \frac{R_0 \cdot \cos \varphi_0 - z \cdot \cos \varphi}{\cos \varphi},$$

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = \frac{z \cdot R \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) - \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot z \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)}{\frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) - R \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)}.$$

Производные поля $H_z(R, \varphi)$ по координатам z и φ определяются выражениями:

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial R} \cdot \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = \frac{\partial H_z}{\partial R} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} + \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi},$$

где

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} = \frac{1}{R} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) + \frac{z}{R} \cdot \cos(\varphi - \varphi_0),$$

$$\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{z - R \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)}{z \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) - R \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi}},$$

$$\frac{\partial R}{\partial \varphi} = \frac{\partial z}{\partial \varphi} \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) + z \sin(\varphi - \varphi_0),$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{R \cdot \sin(\varphi - \varphi_0)} \cdot \left[\frac{\partial R}{\partial z} \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) - 1 \right].$$

Производные $\frac{\partial H_z}{\partial z}$ и $\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}$ определяются численным дифференцированием с помощью алгоритма *difint* [5].

Для транспортировки частиц через мезонные каналы необходимо знать эмиттансы пучка на их входах в системе координат, связанной с осями этих каналов. На рис.2 показаны первые элементы мезонных трактов - направляющие магниты и система координат (ξ, ℓ) , связанная с осью первого канала. Угол входа траектории в магнит $\xi' = \frac{d\xi}{d\ell} = \left(\frac{\varphi}{z} - \psi\right)$, где ψ - есть угол между прямой, проходящей через точки $N_1(z_1, \varphi_1)$ и $N_2(z_2, \varphi_2)$, определяющие границы апертуры магнита, и касательной к траектории частицы в точке ее пересечения $S(z_s, \varphi_s)$ с прямой $N_1 N_2$.

Уравнение прямой, проходящей через $N_1 N_2$ в полярной системе координат:

$$z z_2 \sin(\varphi_2 - \varphi) - z_1 z_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - z_1 z \sin(\varphi_1 - \varphi) = 0, \quad (3)$$

тогда уравнение касательной к траектории мезонов в точке S

дается выражением:

$$z \cos \varphi - z_s \cos \varphi_s = \left(\frac{dY_1}{dX_1}\right)_S \cdot (z \cdot \sin \varphi - z_s \sin \varphi_s), \quad (4)$$

где
$$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_1}\right)_s = \frac{\left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)_s \cdot \cos \varphi_s - z_s \cdot \sin \varphi_s}{\left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)_s \cdot \sin \varphi_s + z_s \cdot \cos \varphi_s}$$

Легко найти угол β между пересекающимися прямыми с уравнениями (3) и (4):

$$\beta = -\arctg \frac{(z_2 \cos \varphi_2 - z_1 \cos \varphi_1) - \left(\frac{\partial Y_1}{\partial X_1}\right)_s (z_2 \sin \varphi_2 - z_1 \sin \varphi_1)}{(z_2 \cos \varphi_2 - z_1 \cos \varphi_1) \cdot \left(\frac{\partial Y_1}{\partial X_1}\right)_s + (z_2 \sin \varphi_2 - z_1 \sin \varphi_1)}. \quad (5)$$

Координата входа ξ частицы в тракт рассчитывается из равенства:

$$\xi = \sqrt{z_0^2 + z_s^2 - 2 z_0 \cdot z_s \cdot \cos(\varphi_0 - \varphi_s)}, \quad (6)$$

где координаты z_0, φ_0 определяют точку пересечения N_0 оси канала с прямой N_1, N_2 .

Используя уравнения (1), (5) и (6), с помощью ЭВМ вычисляются координаты и наклон траекторий на входе в канал пионов разных энергий, вылетающих под разными углами α относительно пучка протонов из мишени, расположенной на разных азимутах.

3. Энергетический интервал π^- -мезонов, попадающих на вход каналов I и II

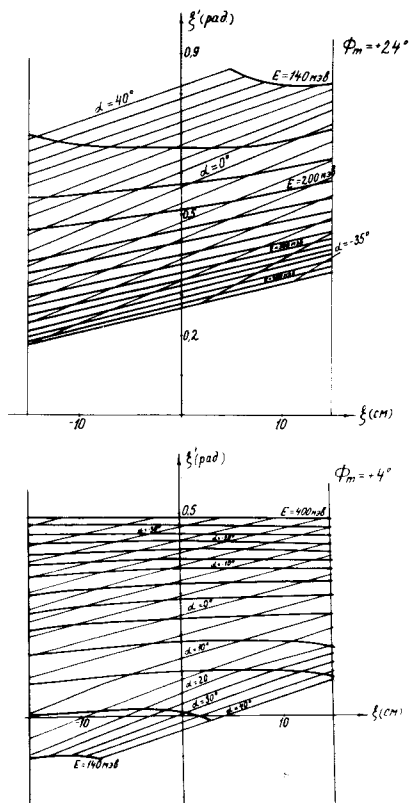
Расчет траекторий частиц, вылетающих из мезонообразующей мишени был проведен на ЭВМ БЭСМ-6 и CDC 6200. Так как величина заброса протонного пучка на внутреннюю мишень составляет $\sim (1-2)$ мм, источник мезонов в плоскости (z, φ) предполагался точечным. Была произведена оценка по ~ 4000 траекторий в горизонтальной плоскости /при $z=0$ / для диапазона энергий $E_\pi = (80+420)$ МэВ, при углах вылета из мишени $\alpha = (-40^\circ + 40^\circ)$ и азимутальных положениях мишени внутри камеры $\varphi_m = (-24^\circ + 32^\circ)$ для равновесной орбиты, соответствующей $R_p = 270$ см, при прямой и обратной полярностях поля ускорителя (шаг по энергии

составлял 20 МэВ, по углам вылета -5° , по азимуту -4°). Из всего набора частиц выбирались лишь те, координаты которых находились внутри апертуры каналов.

Для систематизации полученных результатов были построены зависимости ξ' от ξ в горизонтальной плоскости на входе в каналы I и II (рис.1) при различных условиях образования мезонов в мишени (E, α, φ_m) . На рис.3 для примера показаны такие диаграммы для первого канала при прямой $(\varphi_m = +24^\circ)$ и обратной $(\varphi_m = -4^\circ)$ полярностях поля ускорителя. Видно, что при прямой полярности частицы с меньшей энергией имеют большие углы входа в тракт, а при обратной - такие углы входа в тракт соответствуют малым энергиям. Из диаграмм (см. рис. 3) для каждого положения мишени были найдены диапазоны энергий π^- -мезонов, попадающих на входы I и II каналов (рис.4). Минимальная энергия на входе как первого, так и второго каналов составляет ~ 100 МэВ. Существует область азимутов $\varphi_m = (+20^\circ + 24^\circ)$ при прямой полярности поля ускорителя и $\varphi_m = (-12^\circ + 0^\circ)$ при обратной, где π^- -мезоны попадают на входы обоих каналов одновременно.

4. Исследование оптических и дисперсионных свойств магнитного поля ускорителя

Кривые (рис. 3) дают представление об оптических и дисперсионных свойствах магнитного поля фазотрона. В качестве оптической характеристики может быть использована величина $\frac{\Delta \alpha \Delta L}{\Delta \xi}$, определенная в работе [7] (ΔL - расстояние от мишени до входа в тракт вдоль траектории, $\Delta \xi$ - приращение координаты входа траектории в канал при изменении угла вылета мезонов



3. Значения координат траекторий и углов их наклона (ξ, ξ') в горизонтальной фазовой плоскости на входе в канал для различных значений энергии E , углов вылета α и положений мишени $\varphi_m = 24^\circ$ (прямая полярность), $\varphi_m = 4^\circ$ (обратная).

из мишени на $\Delta\alpha$). Если $\frac{\Delta\alpha \cdot L}{\Delta\xi} > 1$, то пучок фокусируется, если $\frac{\Delta\alpha \cdot L}{\Delta\xi} < 1$, то имеет место дефокусировка. Оптическое действие поля на пучок зависит от положения мишени по радиусу и азимуту, энергии рождающихся частиц и углов вылета из мишени. Расчеты показали, что величина $\frac{\Delta\alpha \cdot L}{\Delta\xi}$ в горизонтальной плоскости составляет $\sim (1,8 \div 2,5)$, а в вертикальной — $\sim (0,7 \div 0,8)$.

Анализирующее действие магнитного поля фазотрона отчетливо видно из кривых рис.3: траектории, соответствующие разным энергиям, разделяются. Введем характеристики: $\frac{\Delta E}{\Delta\xi'}$ ($\Delta\xi'$ — изменение угла на входе в канал между траекториями мезонов, энергии которых отличаются на ΔE) — энергетическое разрешение и $\frac{\Delta\xi'}{\Delta\alpha}$ ($\Delta\alpha$ — изменение угла вылета частиц из мишени) — угловая дисперсия. Эти характеристики особенно важны для второго канала пионных пучков, основное назначение которого — получение хорошего разрешения (\sim нескольких МэВ) в широком диапазоне импульсов^{/3/}. Величины $\frac{\Delta E}{\Delta\xi'}$ и $\frac{\Delta\xi'}{\Delta\alpha}$ рассчитывались для разных положений мишени. Энергетическое разрешение сильно зависит от энергии, например, для прямой полярности поля ускорителя при $E_{\pi} = 200$ МэВ во втором канале $\frac{\Delta E}{\Delta\xi'} \approx 250$ МэВ/рад ($\varphi_m = +28^\circ$), а при $E_{\pi} = 400$ МэВ, $\frac{\Delta E}{\Delta\xi'} \approx 660$ МэВ/рад, то есть при увеличении энергии в два раза энергетическое разрешение увеличивается приблизительно в два с половиной раза. Этот вывод справедлив и для обратной полярности поля ускорителя.

Угловая дисперсия $\frac{\Delta\xi'}{\Delta\alpha}$, обусловленная различием в длине пути, проходимого частицами в магнитном поле, приводит к хроматической аберрации. Устранение ее является одним из условий получения хорошего разрешения в канале П. Угловая дисперсия $\frac{\Delta\xi'}{\Delta\alpha}$, так же, как и $\frac{\Delta E}{\Delta\xi'}$, зависит от азимута мишени, энергии и углов вылета частиц.

Проведенные оценки величины $\frac{\Delta \Omega'}{\Delta \alpha}$ на входе второго мезонного канала показали, что $\frac{\Delta \Omega'}{\Delta \alpha}$ всегда меньше единицы, то есть расходимость пучка уменьшается. Кроме того, существуют положения мишени, где угловая дисперсия очень мала ($\leq 0,05$), например, для $E_{\pi} = 200$ МэВ это соответствует азимуту мишени $\varphi_m = \pm 12^\circ$, для $E_{\pi} = 300$ МэВ - $\varphi_m = \pm 20^\circ$, для $E_{\pi} = 4000$ МэВ - $\varphi_m = 24^\circ$.

5. Оценка интенсивности отрицательных пионов на выходе из первого мезонного канала

Интенсивность π^- -мезонов может быть определена по следующей формуле:

$$N_{\pi} = i_p \cdot K \cdot n_{\pi} \cdot e^{-\frac{L_K}{\lambda(E_{\pi})}} \cdot \frac{d^2 \sigma(d_{\pi}, E_{\pi})}{dE_{\pi} \cdot d\Omega_{\pi}} \cdot \Delta E_{\pi}(d_{\pi}) \cdot \Delta \Omega(d_{\pi}).$$

i_p - ток протонов,

K - кратность прохождения протонов через мишень,

n_{π} - число ядер в мишени,

ΔE_{π} - энергетический интервал, в котором пионы захватываются каналом,

$\Delta \Omega$ - телесный угол захвата мезонов из мишени в канал,

L_K - длина канала от мишени до выхода из канала,

λ - длина распада,

$\frac{d^2 \sigma}{dE d\Omega}$ - дифференциальное сечение.

В качестве примера оценим интенсивность пионов из канала для мишени из бериллия толщиной $t = 8$ г/см². Тогда $N_{\pi} = 0,54 \cdot 10^{23}$ ядер/см², $\lambda = 5,59$ P_π/см. Для $i_p = 50$ мкА, $i_p \cdot K = 0,62 \cdot 10^{15}$ частиц (к ~ 2). Длина канала $L_K = 22,1$ м. Величина ΔE_{π} определяется разрешением анализирующего магнита, расположенного на выходе жестко-

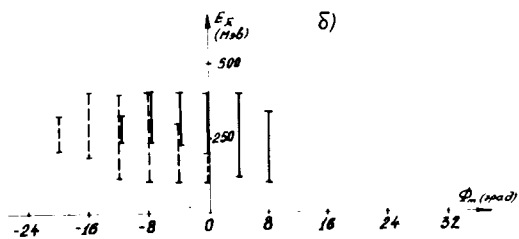
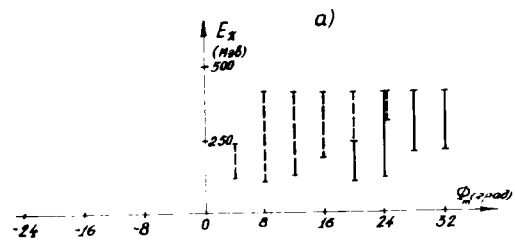
фокусирующего тракта, которое приблизительно равно $\frac{\Delta P}{P} \approx 10\%/8/$. Дифференциальные сечения взяты из работы /9/.

Телесный угол захвата $\Delta \Omega$ в первый мезонный канал определяется аксептансом жесткофокусирующего канала. На рис.5 показаны рассчитанные аксептансы первого канала при градиентах в линзах $\beta = 500 \frac{ГС}{СМ}$ для энергий мезонов 100, 200, 300 и 400 МэВ. Использовались параметры канала, приведенные в работе /8/. Преобразовывая эллипсы на вход магнита при оптимальном поле в нем для каждой энергии и накладывая их на диаграммы, подобные рис.3, получим диапазон радиальных углов вылета $\Delta d_z(E_{\pi}, \varphi_m)$, которые захватываются в жесткофокусирующий канал. Для этих радиальных углов вылета рассчитывался массив траекторий с учетом z-движения, попадающих на вход канала и лежащих внутри его аксептанса в вертикальной плоскости. Это позволило определить углы захвата $\Delta d_z(E_{\pi}, \varphi_m)$. Полный телесный угол определяется соотношением

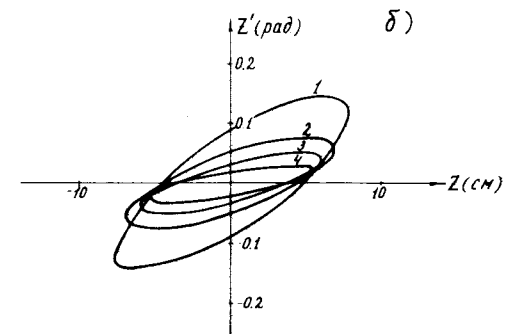
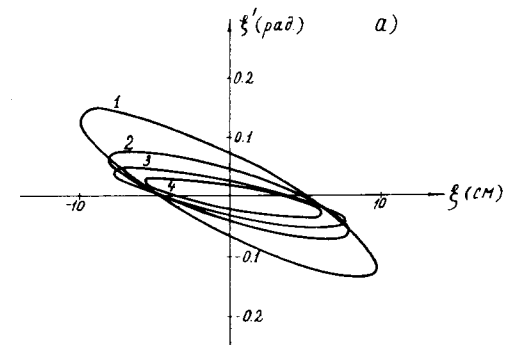
$$\Delta \Omega = \pi \cdot \Delta d_z(E_{\pi}, \varphi_m) \cdot \Delta d_z(E_{\pi}, \varphi_m).$$

На рис.6 показаны рассчитанные кривые интенсивности π^- -мезонов на выходе из первого канала при градиентах в линзах $\beta = 500 \frac{ГС}{СМ}$ в зависимости от азимута мишени для энергий (100 + 400) МэВ при прямой и обратной полярностях магнитного поля ускорителя. Максимальная полученная интенсивность составляет $\sim 8,8 \cdot 10^7$ частиц/сек для энергии $E_{\pi} = 200$ МэВ.

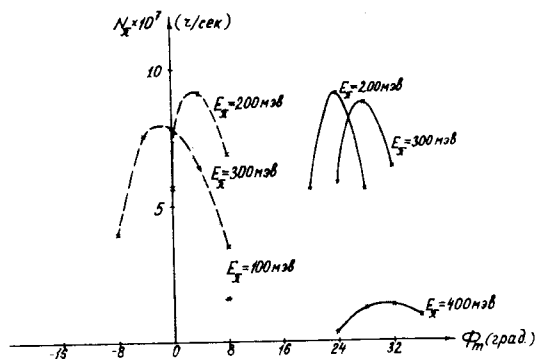
Ранее было показано /рис.4/, что диапазон энергий на входе первого канала как при прямой, так и при обратной полярности магнитного поля ускорителя приблизительно одинаков - от 100 МэВ до 400 МэВ при изменении азимута. Однако, как видно из рис.6, захватываются в канал при прямой полярности поля ускорителя только частицы с энергией $E_{\pi} \geq 200$ МэВ, при обратной - $E_{\pi} \leq 300$ МэВ.



4. Диапазон энергий частиц, попадающих на вход мезонных каналов I (сплошная линия) и II (пунктирная линия), для: а) прямой и б) обратной полярности поля ускорителя в зависимости от азимута φ_m .



5. Аксептансы жесткофокусирующего мезонного тракта в горизонтальной и вертикальной плоскостях для: 1) $E_x = 100$ МэВ, 2) $E_x = 200$ МэВ, 3) $E_x = 300$ МэВ, 4) $E_x = 400$ МэВ.



6. Интенсивность π^- -мезонов в первом канале при прямой (сплошная линия) и обратной (штрих-пунктир) полярности поля ускорителя в зависимости от азимута мишени.

В работе^{/3/}, используя экспериментальные данные для синхротрона путем приведения их к параметрам фазотрона, получена интенсивность π^- -мезонов в первом канале $N_{\pi} \approx 6,6 \cdot 10^7$ частиц/сек для энергии $E_{\pi} \approx 300$ МэВ. Это хорошо согласуется с рассчитанной в данной работе величиной $N_{\pi} \approx (6 + 8) \cdot 10^7$ частиц/сек.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение можно сделать следующие основные выводы:

1. Интервал азимутов расположения мишени, в котором пионы попадают на входы первого и второго каналов составляет $(-20 + 32)^{\circ}$.
2. При азимутальных положениях мишени $\varphi_m = +20^{\circ}, +24^{\circ}$ для прямой полярности поля ускорителя и $\varphi_m = (0 + -12)^{\circ}$ - для обратной, возможна одновременная работа на мезонных каналах I и II.
3. Для режима работы жесткофокусирующего канала $\beta = 500$ гс/см максимальная интенсивность наблюдается для энергии пионов $E_{\pi} \approx 200$ МэВ как при прямой полярности поля ускорителя, так и при обратной и составляет $\sim 8,6 \cdot 10^7$ частиц/сек.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Глазов, Ю.Н.Денисов, В.П.Джелепов, В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, Н.Л.Заплатин, В.В.Кольга, М.М.Комочков, А.А.Кропин, Л.И.Лapidус, А.И.Мухин, В.С.Роганов. ОИЯИ, 9-3211, Дубна, 1967.
2. А.В.Демьянов, В.П.Джелепов, Б.И.Замолодчиков, А.А.Кропин, В.С.Роганов. ОИЯИ, 9-8270, Дубна, 1974.
3. А.В.Демьянов, В.П.Джелепов, Б.И.Замолодчиков, А.А.Кропин, В.С.Роганов. ОИЯИ, 9-8222, Дубна, 1974.
4. Ю.Т.Аленицкий, С.Б.Ворожцов, Н.Л.Заплатин, Л.К.Лыткин. ОИЯИ, 9-5246, Дубна, 1970.
5. М.Н.Агеев, В.П.Алик, Л.В.Малюк, Ю.И.Марков. Сборник алгоритмов. ВЦ АН СССР, М., 1966.
6. А.Штеффен "Оптика пучков высоких энергий". М., Мир, 1969.
7. В.Г.Кириллов-Угрюмов, А.А.Кропин, В.С.Роганов, А.В.Самойлов. ОИЯИ, Р-663, Дубна, 1960.
8. А.В.Демьянов, А.А.Кропин, В.С.Роганов. ОИЯИ, I-4156, 1968.
9. D.R.F.Cochran et al. Phys.Rev., D 6, No 11, 3085 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
18 июля 1975 года.