

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С 34504
А-484

9 - 9034

29/ix-75

Ю.Г.Аленицкий, С.Б.Ворожцов, Н.Л.Заплатин

3731/2-75

РАСЧЕТ МЕТОДОМ СЕТОК
ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ
ИЗОХРОННОГО ЦИКЛОТРОНА

1975

9 - 9034

Ю.Г.Аленицкий, С.Б.Ворожцов, Н.Л.Заплатин

РАСЧЕТ МЕТОДОМ СЕТОК
ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ
ИЗОХРОННОГО ЦИКЛОТРОНА

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Аленицкий Ю.Г., Ворожцов С.Б., Заплатин Н.Л.

9 - 9034

Расчет методом сеток элементов магнитной системы
изохронного циклотрона

В работе описывается новая версия программы TRIMA расчета магнитных полей от двумерных конфигураций методом сеток. Выделены области расчета из общего сечения магнита и подобраны граничные условия. Полученные результаты совпадают с экспериментальными данными с точностью 1-3%. Время счета на ЭВМ БЭСМ-6 для наиболее характерных конфигураций 10-20 минут.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Расчет магнитных полей методом сеток в системах, содержащих ферромагнитные и токовые элементы, позволяет анализировать эффекты насыщения железа и перераспределения магнитных потоков при изменении уровня индукции в широком диапазоне.

Методы расчета магнитных полей от трехмерных конфигураций, которые развиваются в настоящее время, не позволяют считать достаточно сложные конфигурации. Однако, используя имеющиеся программы для расчета двумерной конфигурации /1,2,3,4,5/, можно получить хорошие качественные /6/ и количественные результаты. Выделяя сечение для расчета из общей трехмерной конфигурации и подбирая к ней реалистичные граничные условия, можно получить результаты расчета, совпадающие с экспериментом с точностью /1-5/ %.

В Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований создана система программ TRIMA - модифицированная версия программы TRIMD/2/, которая, в свою очередь, написана с использованием работы /1/.

В программе решается в конечно-разностном виде нелинейное уравнение в частных производных эллиптического типа, которое имеет вид:

$$\text{для декартовой системы координат } (x, y) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \right] = -0,4\pi J(x, y)$$

для цилиндрической системы координат (r, z)

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial z} [r \cdot u(r, z)] \right\} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} [r \cdot u(r, z)] \right\} = -0,4\pi J(r, z)$$

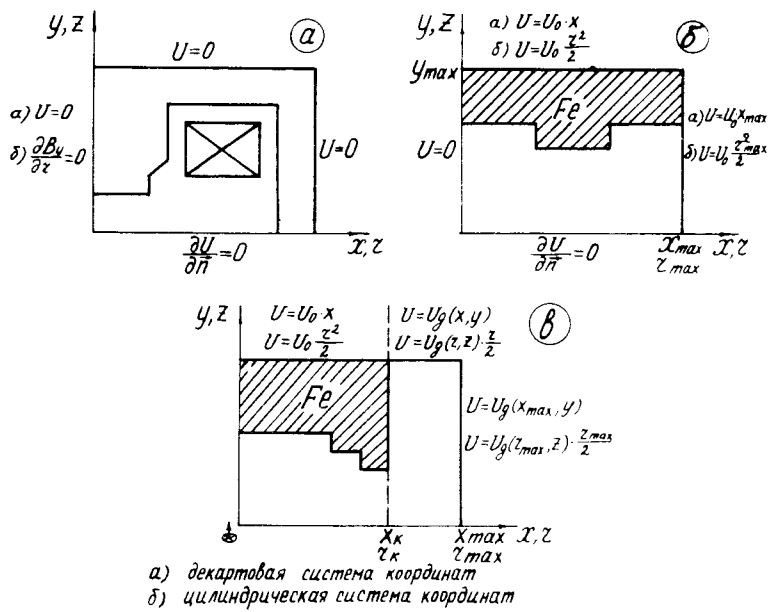


Рис. 1. Схема граничных условий.

(u - векторный потенциал магнитного поля /Э·см/; $\mu = \mu(B)$ - магнитная проницаемость ферромагнетика; J - плотность тока /А/см²; u и J - нормальны плоскостям (x, y) или (r, z)). Основными целями улучшения программы TRIMD были: уменьшение времени счета, увеличение набора возможных граничных условий, упрощение работы с программой.

На рис. 1 показаны схемы возможных граничных условий. Для обычно используемых граничных условий /рис. 1-а/ на всех границах задается нулевое условие Дирихле. В случае, если ось $y = 0$ - ось симметрии, то на этой границе задается нулевое условие Неймана. Для цилиндрической системы координат при $r \rightarrow 0$ скалярный потенциал вычисляется из условия $A(r, z) = r \cdot u(r, z) = a(z) \cdot r^2$, которое следует из того факта, что на оси $r = 0$ поле является четной функцией.

В программе TRIMA зависимость $\mu(B^2)$ аппроксимируется аналитическим выражением, предложенным в

работе /7/. В результате оптимизации программной части, время счета уменьшилось приблизительно в 4 раза, увеличено число точек сетки до 1600 /без использования внешней памяти ЭВМ/. Программа написана для ЭВМ БЭСМ-6.

Расчет элементов магнитной системы

В работе /8/ показано, что амплитуда вариации магнитного поля системы спиральных шимм достаточно хорошо описывается бесконечной системой прямолинейных ферромагнитных брусков. Для предварительного выбора азимутальной протяженности и высоты расположения спиральных шимм установки "Ф" была проведена серия экспериментов с 4 парами прямолинейных брусков /9/. Аналогичное моделирование можно провести расчетным способом, используя метод сеток. На рис. 2 показана схема эксперимента с ферромагнитными брусками в за-

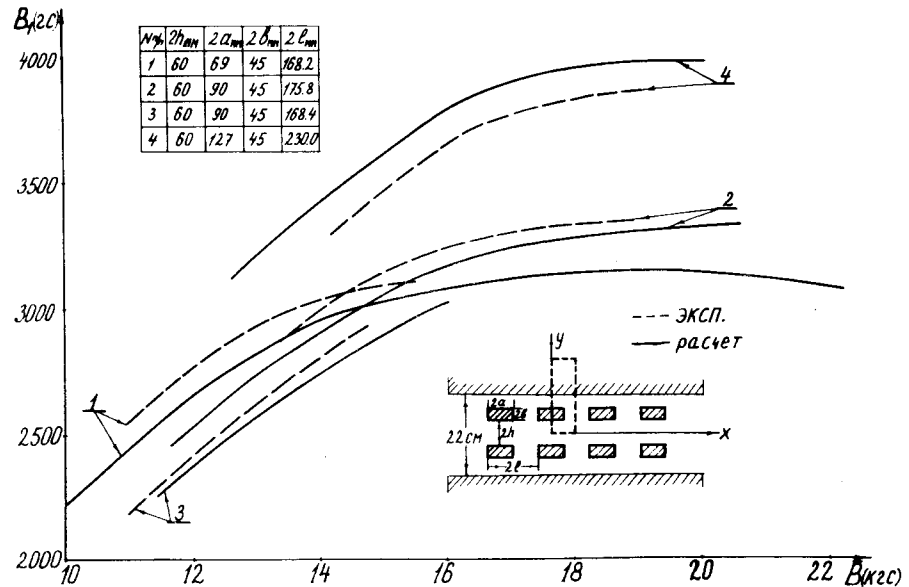


Рис. 2. Схема эксперимента и расчета и полученные зависимости $B_1(B)$.

зоре электромагнита /9/ и область расчета, ограниченная пунктирной линией. Результаты расчетов представлены в виде: $V_1 = F(B)$, где

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{2} [V(0,0) - V(x_{\max}, 0)],$$

$$\bar{V} = \frac{1}{2} [V(0,0) + V(x_{\max}, 0)].$$

Для расчета конфигураций такого типа в программах предусмотрена схема граничных условий, которая показана на рис. 1-б. На правой и левой границах области расчета задаются $u(y, x=0) = \text{const}_1$, $u(y, x=x_{\max}) = \text{const}_2$, что означает отсутствие потока через эти границы. На границе $y=0$ возможно нулевое условие Неймана, в случае, если $y=0$ есть ось симметрии, или нулевое условие Дирихле. Для $y=y_{\max}$ возможно нулевое условие Неймана или условие Дирихле типа

$$u(x, y=y_{\max}) = f(x).$$

Расчет для прямолинейных брусков проводился для следующих граничных условий:

$$u(y, x=0) = 0, u(y, x=x_{\max}) = B_0 \cdot x_{\max}, \frac{\partial u(y=0, x)}{\partial y} = 0.$$

На границе $y=y_{\max}$ задавались два вида граничных условий

$$u(y_{\max}, x) = B_0 x, \frac{\partial u(y=y_{\max}, x)}{\partial y} = 0.$$

при этом результат расчета не изменился. Это объясняется тем, что верхняя граница расположена достаточно далеко, так что перераспределение магнитного потока в полюсе, вызванное брусками, расположенными в зазоре электромагнита, на верхней границе области расчета не проявляется. Из сравнения расчетных и экспериментально полученных зависимостей /рис. 2/, хорошо видно, что характер кривых совпадает, при этом расхождение составляет менее 1% от общего уровня поля (B).

В расчетах хорошо видно состояние ферромагнитных элементов и перераспределение магнитной проницаемости (μ) и магнитных потоков при изменении уровня поля. На рис. 3,4 показаны эквипотенциалы и линии $\mu = \text{const}$ для

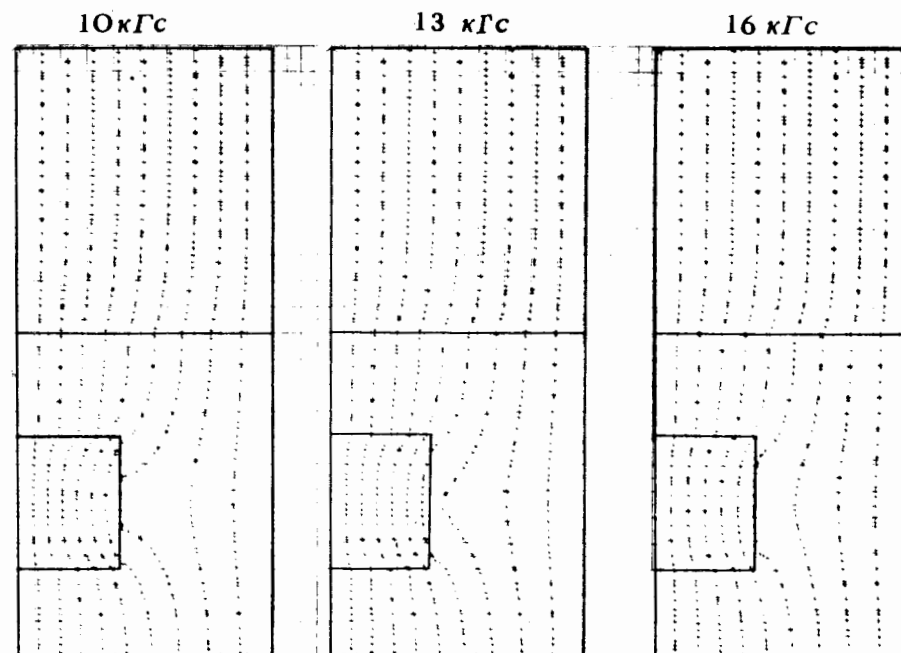


Рис. 3. Распределение эквипотенциальных линий для уровней $\bar{B} = 10 \text{ кГс}, 13 \text{ кГс}, 16 \text{ кГс}$.

эксперимента N1 /рис. 2/ при среднем уровне индукции в зазоре /10 кГс, 13 кГс, 16 кГс/. Из этих рисунков видно, что уже при среднем уровне индукции $B_0 = 13 \text{ кГс}$, прямоугольный брусок близок к насыщению, индукция внутри бруска составляет $B \cong /20+21/ \text{ кГс}$.

Из рис. 4 видно, что ферромагнитные бруски в зазоре электромагнита перераспределяют μ в полюсе на глубину 8 - 10 см, что составляет примерно половину зазора электромагнита, причем с увеличением индукции глубина проникновения влияния бруска внутрь полюса уменьшается. Для расчета $V_1(B)$ /800 точек сетки, 5 уровней индукции/ требуется 12 мин времени БЭСМ-6.

Отличие расчетной величины перепада поля V_1 от экспериментально полученной составляет величину /1 - 3%/ и объясняется, очевидно, конечностью ферромагнитных брусков, используемых в эксперименте, влиянием

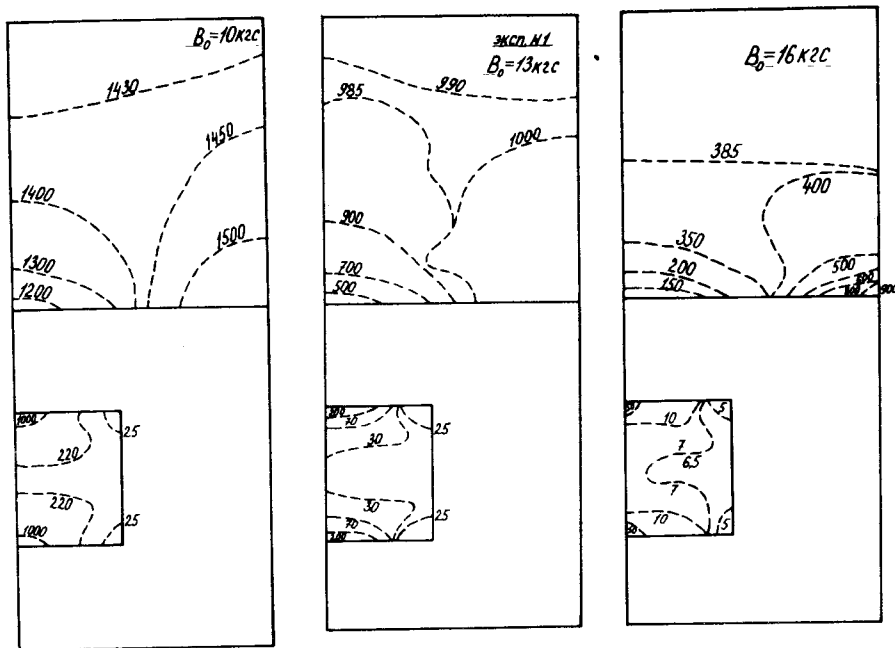


Рис. 4. Распределение линий $\mu = \text{const}$ для уровней индукции $B = 10 \text{ кГс}, 13 \text{ кГс}, 16 \text{ кГс}$.

спада поля плоского зазора электромагнита и несоответствием характеристик $\mu(B)$ используемого ферромагнетика и расчетной аппроксимации.

Пример расчета края полюса электромагнита, приведен на рис. 5. Сетка - 1500 точек, время расчета - 10 мин на БЭСМ-6. Граничные условия отличаются от используемых выше только на верхней границе, которая разбита на два участка /рис. 1-в/.

- 1/ $x < x_k$ - постоянный поток;
- 2/ $x > x_k$ - u_g - потенциал магнитного диполя.

Магнитный диполь расположен в точке $x = 0, y = 0$ или $r = 0, z = 0$, , причем дипольный момент выбирается из условия:

$$u_g\left(\frac{x_k}{2}, 0\right) = B_0 \cdot \frac{x_k}{2},$$

где B_0 - заданная постоянная индукция магнитного поля на верхней границе. Константа интегрирования выбирается из условия:

$$u_g(x_k, y_k) = u(x_k, y_k) = B_0 \cdot x_k.$$

Расчет граничных и начальных условий проводится по формуле:

$$u_g(x, y) = -\frac{B_0 \cdot x_k^2}{8} \left[\frac{x}{(x^2 + y_k^2)} - \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{x}{y_k^2 (x^2 + y_k^2)^{1/2}} \left(\frac{x^2}{x^2 + y_k^2} - 2 \right) - \frac{x_k}{y_k^2 (x_k^2 + y_k^2)^{1/2}} \left(\frac{x_k^2}{x_k^2 + y_k^2} - x \right) \right] + B_0 \cdot x_k.$$

Для цилиндрической системы координат: $A(r, z) = u_g(x, y) \cdot \frac{r}{2}$.

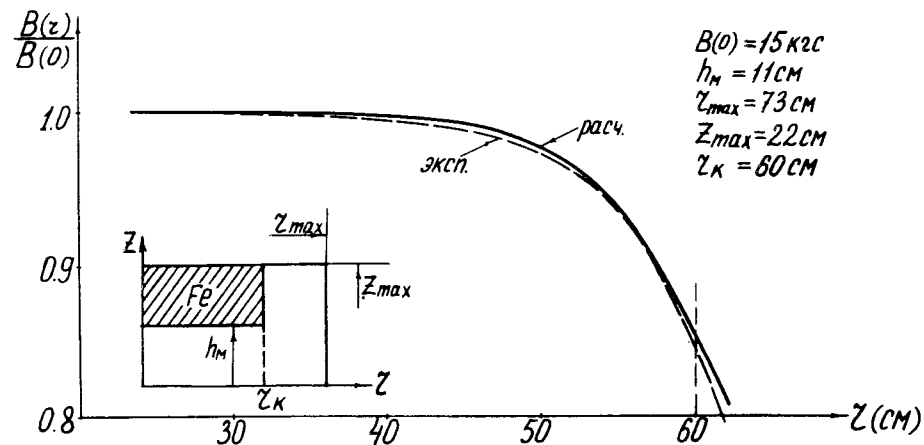


Рис. 5. Расчет края полюса электромагнита.

Из рисунка видно, что в области радиусов $r < r_k$, где r_k - радиус полюса электромагнита, отличие расчета от экспериментально полученной кривой на электромагните СП-44В / ϕ 1200 мм/ не превосходит 0,5%. Однако видно расхождение экспериментальной и расчетной кривых для $r > r_k$. Это означает, что граничный потенциал, заданный в виде потенциала диполя, отличается от реальных условий на электромагните, причем экспериментальная кривая падает быстрее, чем расчетная, следовательно, поле диполя превышает реально существующее поле на этом электромагните.

Необходимо отметить, что при использовании граничных условий такого типа желательно, чтобы выполнялись следующие соотношения:

$$\begin{aligned} z_{\max} &> 2h_M, \\ r_{\max} &> 1,2r_k. \end{aligned}$$

Расчеты выделенных областей магнитной системы, выполненные с помощью программ TRIMA, требуют небольшого времени счета и, следовательно, в настоящее время эта методика может быть оперативно и широко использована в процессе моделирования сложных магнитных систем. Несмотря на то, что точность расчетов /1 - 5%/ намного хуже, чем требуемая для ускорителей точность формирования поля /0,02%/ , такие расчеты являются единственным методом, позволяющим анализировать магнитное состояние ферромагнетика при изменении его конфигурации и уровня внешнего намагничивающего поля.

Литература

1. A.M. Winslow. *Journal of Computer Physics*. v. 1, No. 2 (1966) pp. 149-172.
2. С. Б. Ворожцов, Л. Т. Закамская, Л. Н. Заплатин. *Препринт ОИЯИ*, Р9-5013, Дубна, 1970.
3. N. T. Diserens. *RME/L/R*, 171 (1969).
4. John S. Colonias. "Partical Accelerator Design: Computer Program" Academic Press, New York and London, 1974.

5. Ю. Т. Пузынович. *Препринт НИИЭФА Б-0178*, Ленинград, 1973.
6. Ю. Г. Аленицкий, С. Б. Ворожцов, Н. Л. Заплатин. *Препринт ОИЯИ*, Р9-7412, Дубна, 1973.
7. Ю. С. Дерендяев, Б. А. Кленин. *Сообщение ОИЯИ*, Р11-6579, Дубна, 1972.
8. В. П. Дмитриевский и др. *Препринт ОИЯИ*, 1431, Дубна, 1960.
9. С. Б. Ворожцов, Н. И. Дьяков, Н. Л. Заплатин. *Сообщение ОИЯИ*, 9-4517, Дубна, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июля 1975 года.