СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

4/VIII-75

9 - 8807

Ким Ен Зун, З.Г.Гаврилова, Г.А.Иванов

2775/2-75

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СГУСТКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ШЕСТИКОМПОНЕНТНОМ ПОЛЕ ЗАМЕДЛЕННОЙ ВОЛНЫ В СПИРАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

1975

9 - 8807

Ким Ен Зун, З.Г.Гаврилова, Г.А.Иванов

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СГУСТКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ШЕСТИКОМПОНЕНТНОМ ПОЛЕ ЗАМЕДЛЕННОЙ ВОЛНЫ В СПИРАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

В коллективном методе ускорения сложную проблему представляет вопрос синхронизации момента влета электронного кольца во внешнюю ускоряющую систему с напряженностью поля этой системы. Для случая высокочастотного ускорения необходима синхронизация момента влета кольца с фазой высокочастотного ускоряющего напряжения /фазировка/.

В работе /1/ был предложен способ автофазировки при использовании спиральной замедляющей системы. На основе численного счета была показана возможность получения коэффициента захвата $\approx 90\%$. При этом рассмотрение велось для утяжеленной частицы $\gamma_\perp$ 30 с учетом одной компоненты ускоряющего поля.

В настоящей работе рассмотрена динамика одной частицы /электрона/ с учетом поперечного движения / $\gamma_\perp = 30$, $\dot{\phi} \neq 0$ / в поле шести компонент электромагнитной волны замедляющей системы. При этом исследовались 2 случая $\dot{\phi} > 0$, $\dot{\phi} < 0$ при различных законах изменения фазовой скорости волны. Здесь ϕ - азимутальный угол.

1. Электромагнитное поле в спиральном волноводе и уравнения движения одной частицы

Рассмотрим движение одной частицы в спиральном волноводе, в котором распространяются E - и H -волны. Компоненты напряженности электромагнитного поля волны, созданной в спиральном волноводе, хорошо известны /2/. В области $r < a$

$$E_z = E_0 I_0(k_1 r)\cos\psi,$$

$$E_\phi = -E_0 \operatorname{tg}\psi_h \frac{I_0(k_1 a)}{I_1(k_1 a)} I_0(k_1 r)\cos\psi, \qquad /1\text{-}1/$$

$$E_r = \gamma_\phi E_0 I_1(k_1 r)\sin\psi,$$

$$H_z = -\frac{1}{\beta_\phi \gamma_\phi} \operatorname{tg}\psi_h \frac{I_0(k_1 a)}{I_1(k_1 a)} E_0 I_0(k_1 r) \sin\psi,$$

$$H_\phi = \gamma_\phi \beta_\phi E_0 I_1(k_1 r) \sin\psi,$$

$$H_r = \frac{1}{\beta_\phi} \operatorname{tg}\psi_h \frac{I_0(k_1 a)}{I_1(k_1 a)} I_1(k_1 r) \cos\psi,$$

где β_ϕ - фазовая скорость волны, деленная на c; γ_ϕ - релятивистский фактор волны; I_0, I_1 - модифицированные функции Бесселя; ψ_h - угол намотки спирали; a - радиус спирали; ψ - фаза волны, в которой находится частица, т.е.

$$\psi = \tau - \int \frac{d\eta}{\beta_\phi(\eta)} + \psi_0, \quad \tau = \omega t, \quad k_1 = \sqrt{k_0^2 - k_3^2}, \qquad /1\text{-}2/$$

$k_3 = k/\beta_\phi$; ω - угловая частота источника; , ; k_0 - волновое число в свободном пространстве.

Уравнения движения отдельной частицы в полях вида /1-1/ следующие:

$$\frac{d\dot\rho}{d\tau} = \frac{A}{\gamma(\tau)} E_r + \frac{A}{\gamma(\tau)}(\rho\dot\phi H_z - \dot\eta H_\phi) + \rho\dot\phi^2 - \frac{\dot\gamma\dot\rho}{\gamma(\tau)},$$

$$\frac{d\dot\phi}{d\tau} = \frac{A}{\gamma(\tau)} E_\phi + \frac{A}{\gamma(\tau)}(\dot\eta H_r - \dot\rho H_z) - \frac{\dot\phi\dot\gamma(\tau)}{\gamma(\tau)} - 2\dot\phi\dot\rho/\rho,$$

$$\frac{d\dot\eta}{d\tau} = \frac{A}{\gamma(\tau)} E_z + \frac{A}{\gamma(\tau)}(\dot\rho H_\phi - \rho\dot\phi H_r) - \frac{\dot\eta\dot\gamma}{\gamma}, \qquad /1\text{-}3/$$

$$\frac{d\dot\gamma}{d\tau} = E_z\dot\eta + E_r\dot\rho + E_\phi\rho\dot\phi.$$

Здесь $\eta = k_0 z$, , $\rho = k_0 r$, $\tau = \omega t$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$,

$\gamma(\tau) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dot\rho^2 - \dot\eta^2 - (\rho\dot\phi)^2}}$, $A = \dfrac{e}{mc\omega}$; e - заряд электрона; m - масса электрона; c - скорость света.

Для удержания частицы на постоянном радиусе необходимо добавить внешнее постоянное H_z поле, которое определяется следующим образом:

$$H_z = \frac{\dot{\phi}_0 \gamma(0)}{A}.$$

Выражения /1-1/, /1-2/, /1-3/ дают полное описание движения одной частицы в поле бегущей замедленной электромагнитной волны.

Заметим, что из третьего уравнения системы /1-3/ можно найти диапазон выбора синхронной фазы. С учетом для нашего случая неравенства

$$\dot{\rho} H_\phi \ll E_z \gtrsim \rho \dot{\phi} H_r .$$

Имеем, что для $\eta > 0$ необходимо $\frac{A}{\gamma(\tau)} E_0 I_0(k_1 r) \cos\psi > 0$;

так как $A < 0$, то $\cos\psi$ должен быть отрицательным. Отсюда для ускорения

$$-3/2\pi < \psi < -\pi/2. \qquad /1\text{-}4/$$

Аналогично, для случая торможения

$$-\pi/2 < \psi < \pi/2.$$

2. Постановка задачи

Задача состоит в том, чтобы частица, имеющая произвольную фазу, на входе фазирующей системы, в процессе движения в поле замедленной электромагнитной волны подтягивалась к фазе синхронной частицы. Диапазон начальных фаз равен 2π. Какая часть частиц из этого диапазона захватывается в режим устойчивых фазовых колебаний, характеризует коэффициент захвата $S = \frac{\Delta\psi_{вх}}{2\pi}$, где $\Delta\psi_{вх}$ - диапазон начальных фаз частиц, захваченных в режим устойчивых фазовых колебаний.

Эффективность затухания фазовых колебаний можно оценить длиной затухания L, на которой амплитуда огибающей колебаний уменьшается в e раз. Приемлемые S и длины затухания L определяются выбором оптимального закона изменения фазовой скорости волны.

Чтобы показать это, найдем уравнение фазового колебания в поле 6 компонент напряженности замедленной электромагнитной волны. Используя /1-2/, /1-3/, можно получить уравнение:

$$\ddot{\psi} + \frac{f_s(\tau)}{\beta_ф(\tau)}\dot{\psi} + \frac{1}{\beta_ф}[f(\tau) - f_s(\tau)] = 0, \qquad /2\text{-}1/$$

где

$$f_s(\tau) = \frac{A}{\gamma(\tau)}E_0 I_0(k_1 r)\cos\psi_s + \frac{A}{\gamma(\tau)}[\dot{\rho}H_{\phi 0}\sin\psi_s - \rho\dot{\phi}H_r\cos\psi_s] - \frac{\dot{\gamma}\dot{\eta}_s}{\gamma}$$ - ускорение синхронной частицы;

$$f(\tau) = \frac{A}{\gamma(\tau)}E_0 I_0(k_1 r)\cos\psi + \frac{A}{\gamma(\tau)}[\dot{\rho}H_\phi\sin\psi - \rho\dot{\phi}H_r\cos\psi] - \frac{\dot{\eta}\dot{\gamma}}{\gamma}$$ - ускорение несинхронной частицы.

Для небольших отклонений уравнение /2-1/ можно записать следующим образом:

$$\frac{d}{d\tau}\left[\beta_ф(\tau)\frac{d\xi}{d\tau}\right] + K(\tau)\xi = 0, \qquad /2\text{-}2/$$

$$K(\tau) = \frac{A}{\gamma(\tau)}[E_{z0}\sin\psi_s - H_{\phi 0}\dot{\rho}_s\cos\psi_s - \rho\dot{\phi}H_{r0}\sin\psi_s],$$

$\xi = \psi - \psi_s$, $H_{\phi 0}$, E_{z0}, H_{r0} - амплитуда напряженности поля волны в начальный момент.

Если $K(\tau)$ и $\beta_ф(\tau)$ удовлетворяют условию адиабатичности:

$$-\lambda\frac{d\beta_ф}{d\tau} \ll \beta_ф(\tau),$$

$$\lambda\frac{d}{d\tau}\left(\frac{1}{\gamma(\tau)}\right) \ll \frac{1}{\gamma(\tau)},$$

то последнее уравнение является нелинейным дифференциальным уравнением с медленно меняющимися коэффициентами. Решение этого уравнения может быть найдено методом Н.Н.Боголюбова:

$$\xi = \xi_0 \exp\left[-\beta_ф(\tau)\, K(\tau)^{1/2}\right] \cos \int \left(\frac{K(\tau)}{\beta_ф(\tau)}\right)^{1/2} d\tau . \qquad /2\text{-}3/$$

Для фазовой устойчивости необходимо удовлетворить следующим условиям:

1/ $\beta_ф(\tau) > 0$, $K(\tau) > 0$.

Из условия $K(\tau) > 0$ можно найти диапазон выбора фазы синхронной частицы. Как уже отмечалось выше, из анализа напряженностей поля замедленной волны в спиральном волноводе для нашего случая справедливо неравенство

$$\dot\rho H_\phi \ll E_z > \rho\dot\phi H_r ,$$

поэтому условие $K(\tau) > 0$ требует при $\Lambda > 0$

$$\sin\psi_s < 0 , \qquad т.е. \quad -\pi < \psi_s < 0 .$$

Принимая во внимание /1-4/, получаем, что в области ускорения частиц синхронная фаза должна лежать в интервале

$$-\pi < \psi_s < -\pi/2 .$$

В области же торможения

$$-\pi/2 < \psi_s < 0 .$$

Далее, необходимо отметить два конкретных случая:

1/ $\dot\phi > 0$ /вращение по часовой стрелке/,
2/ $\dot\phi < 0$ /вращение против часовой стрелки/.

В первом случае

$$|E_{z0} \sin\psi_s| > |\rho\dot\phi H_r \sin\psi_s + H_{\phi 0}\dot\rho_s \cos\psi_s|$$

и $e\rho\dot{\phi}H_r$ - тормозящая сила по z, во втором случае

$$\sin\psi_s |(E_{z0} + \rho\dot{\phi}H_r)| > |H_{\phi 0}\dot{\rho}_s| \cos\psi_s$$

и $e\rho\dot{\phi}H_r$ - ускоряющая по z сила.

Т.к. для большого затухания фазовых колебаний необходимо иметь большую величину $\beta_ф(\tau)\cdot K(\tau)$, то во втором случае следует ожидать большего затухания и, следовательно, лучшей фазировки.

Максимальный захват обеспечивается медленным изменением фазовой скорости волны. В настоящей работе мы искали некоторый оптимальный закон изменения фазовой скорости по z для двух случаев:

1/ $\dot{\phi} < 0$, 2/ $\dot{\phi} > 0$.

3. *Результаты численного счета*

Система уравнений /1-3/ при различных законах изменения фазовой скорости решалась на ЭВМ при следующих начальных данных:

$\gamma_\perp(0) = 30$, $\beta_z(0) = 0{,}2$, $a = 6$ *см*, $b = 7$ *см*, $r_0 = 5$ *см*, $\beta_r(0) = 0$.

Были взяты следующие законы изменения фазовой скорости:

1/ $\beta_ф = S1/(S - T*S)$, где

$S1 = (S^2 - 1)^{1/2}$,

$S = 1{,}02 + (-0{,}0208)/T \cdot \cos(T\cdot\eta) + \dfrac{0{,}0208}{T}$

$T = 0{,}5556 \cdot p$.

Этот закон взят из работы /1/, где p - градиент изменения синхронной фазы в *град/см*. Результат счета показан на *рис.* *1* ($\dot{\phi} < 0$, $p = 0{,}05$), , 2($\dot{\phi} < 0$, $p = 0{,}08$), 3($\dot{\phi} < 0$, $p = 0{,}12$), 4($\dot{\phi} > 0$, $p = 0{,}05$).

На *рис.* *5* приведены законы изменения фазовой скорости, соответствующие различным p в этом варианте.

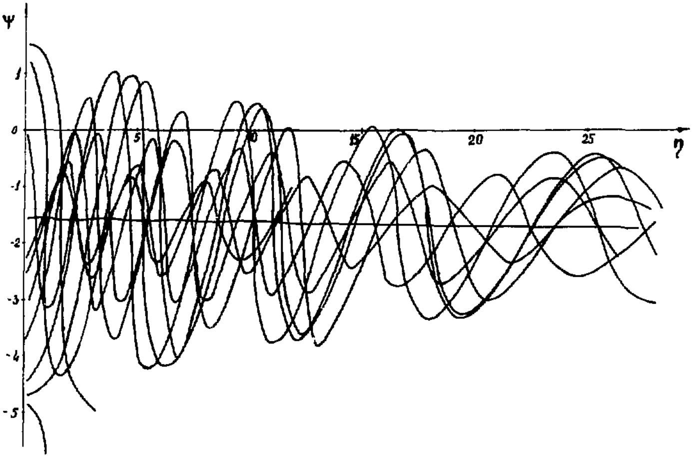


Рис. 1

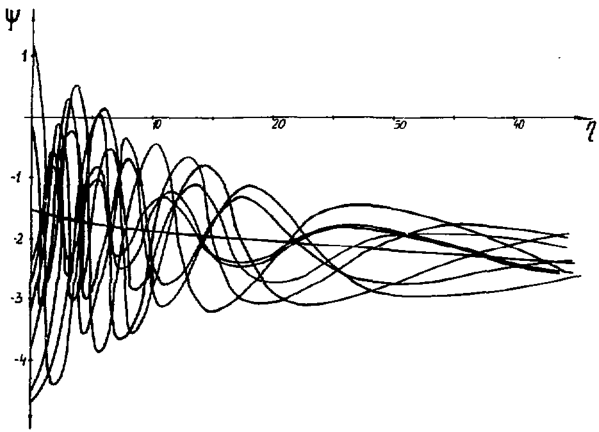


Рис. 2

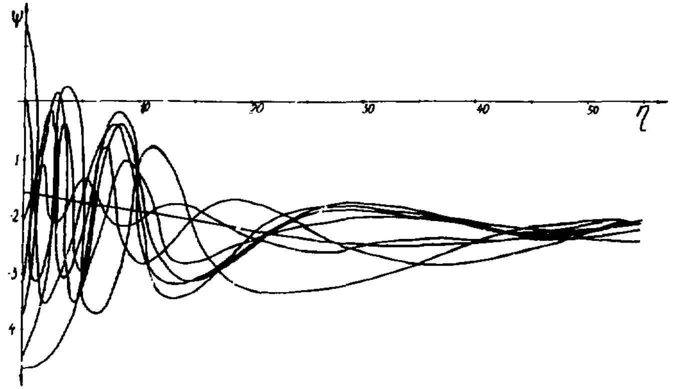


Рис. 3

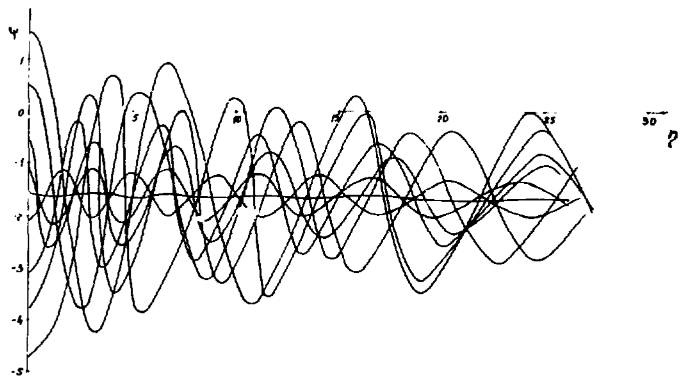
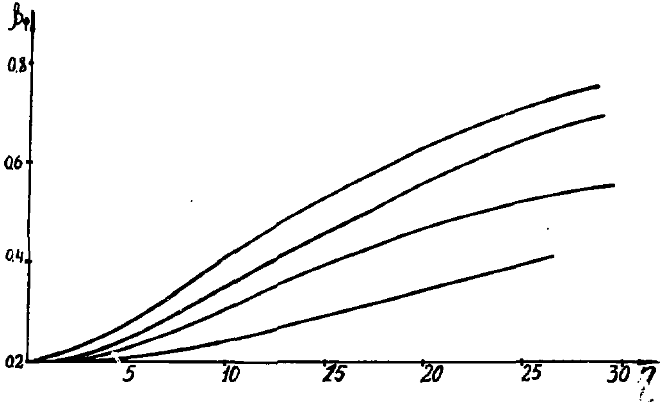
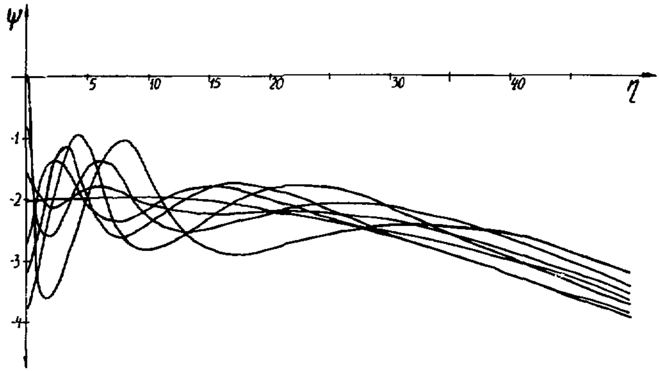


Рис. 4



β_φ
0.8
0.6
0.4
0.2
5
10
15
20
25
30
η

Рис. 5



ψ
5
10
15
20
30
40
η
-1
-2
-3
-4

Рис. 6

2/ Второй закон изменения $\beta_ф$ выбирался из условия $\psi_s = 0$. В этом случае $\beta_ф$ определяется скоростью движения синхронной частицы,

$$\eta_s = \frac{1}{2} (A_1 \cdot \eta + A_4 \cdot \eta^2 + 4 \beta^2_{ф0} (A_3 \cdot \eta + 1))^{1/2},$$

где

$$A_1 = \frac{2A \rho_0 \dot{\phi}_0}{\gamma(0)} \cdot E_{\phi 0},$$

$$A_2 = \frac{A^2 E_{z0}}{\gamma(0)^2} (E_{z0} - \rho_0 \dot{\phi}_0 H_r) ,$$

$$A_3 = - a \frac{2A}{\gamma(0) \beta_0^2} (E_{z0} - \rho_0 \phi_0 H_r - E_{z0} \beta^2_{ф0}) ,$$

$$A_4 = A_1^2 - 4 A_2.$$

Здесь E_{z0}, H_{r0}, $H_{\phi 0}$, $E_{\phi 0}$ - постоянные амплитуды напряженности поля в начальный момент для синхронной частицы. Таким образом, этот закон изменения фазовой скорости волны обеспечивает синхронизм между движением синхронной частицы и волны. Фазовые траектории, соответствующие этому случаю, приведены на *рис. 6* ($\dot{\phi} < 0$, $\psi_s = - 1{,}88$), *рис. 7*($\dot{\phi} < 0$,$\psi_s = -2{,}00$)и *рис. 8* ($\dot{\phi} > 0$,$\psi_s = -1{,}88$).

Изменение фазовой скорости, соответствующее этому варианту, приведено на *рис. 9*. Кривая 1 соответствует $\psi_s = - 1{,}88$ . . Кривая 2 - $\psi_s = - 2{,}00$.

Сравнение вариантов можно провести из данных таблицы, в которой S - коэффициент захвата, k - коэффициент компрессии, равный $\frac{\Delta \psi_{вх}}{\Delta \psi_{вых}}$, L - длина затухания.

Как видно из таблицы, спиральная система /с учетом всех 6 компонент напряженности поля замедленной электромагнитной волны/ обладает фазирующим свойством для электронных сгустков кольцевого типа с $\beta_\phi \approx 1$.При длине

Таблица I

		η	25	35	45	$S=\frac{\Delta\Psi}{2\pi}\cdot 100\%$	L м
I $\dot\varphi<0$	$E=0.05$	$\kappa=\frac{\Delta\Psi_{вх}}{\Delta\Psi_{вых}}$	3,0				
		β_z	0,56	0,68		97%	9,0
		$\gamma(\tau)$	34,9	38,9			
	$E=0.08$	κ	3,9	5,07			
		β_z	0,64	0,76	0,83	97%	5,0
		$\gamma(\tau)$	38,6	45,0	52		
	$E=0.12$	κ	4,35	6,35	I5,2		
		β_z		0,8I	0,84	95%	4,6
		$\gamma(\tau)$	43,2	52	56		
$\overline{II}$ $\dot\varphi<0$	$\Psi_s=-1.88$	κ	4,75	6,55	8,3		
		β_z	0,75	0,85	0,94	79,5%	3,8
		$\gamma(\tau)$	46,2	57	68		
	$\Psi_s=-2.0$	κ	I2,I	7,2			
		β_z	0,8I	0,87		73,3%	2,4
		$\gamma(\tau)$	49,7	59,8	72		
I $\dot\varphi>0$	$E=0.05$	κ	2,4				
		β_z	0,32			99%	I2,5
		$\gamma(\tau)$	30				
	$E=0.02$	κ					
		β_z	0,28				
		$\gamma(\tau)$	30,4				
$\overline{II}$ $\dot\varphi>0$	$\Psi_s=-1.88$	κ	3,96	6,2			
		β_z	0,34			73,3%	7,7
		$\gamma(\tau)$	3I,4				

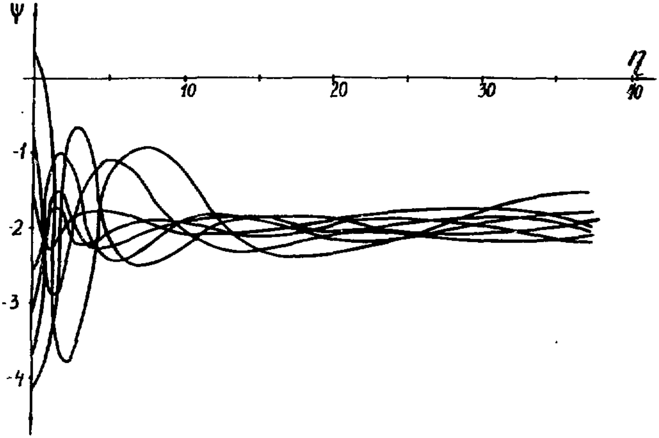


Рис. 7

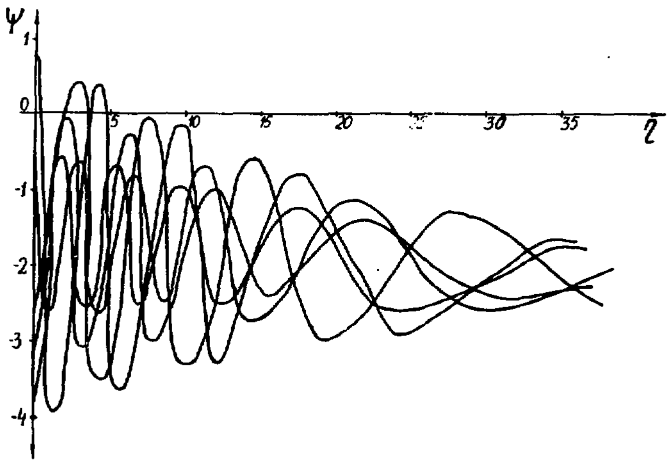


Рис. 8

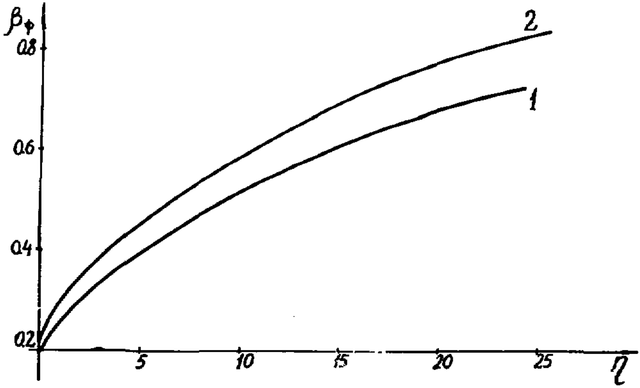


Рис. 9

системы около 5 *м* можно обеспечить захват с вероятностью 90%.

Следует отметить, что:

а/ медленное изменение фазовой скорости волны по z обеспечивает максимальный захват, но ухудшает условия фазировки. Поэтому для приемлемых величин коэффициента захвата и фазировки необходим некоторый оптимальный закон изменения фазовой скорости волны;

б/ особый интерес представляет случай, когда $\phi < 0$.

В этом случае сила $F = \frac{A}{\gamma(r)}\rho\dot{\phi}H_r$ увеличивает фазирующее свойство силы $F_e = \frac{A}{\gamma(r)} \cdot E_z$

в/ фазировка в области замедления для нашего случая невыгодна, т.к. с уменьшением $\beta_ф$ уменьшается эффективность фазировки и требуется большая начальная величина $\beta_ф = \beta_z$ частицы.

В работе не приводится энергетический расчет системы и не учитывается количество частиц в сгустке.

В заключение авторы выражают благодарность сотруднику ЛВТА О Ен-Ир за помощь в составлении программ счета.

Литература

1. *З.Г.Гаврилова, Г.А.Иванов. ОИЯИ, Р9-8227, Дубна, 1974.*
2. *А.И.Ахиезер, Я.Б.Файнберг. УФН, т. XIV, , вып. 3, 1951, стр. 322.*

Рукопись поступила в издательский отдел
18 апреля 1975 года.