сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

9-88-302

Д.Х.Динев*, В.А.Михайлов, В.А.Щепунов

ВОЗМОЖНОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ МАГНИТОВ НУКЛОТРОНА

* ИЯИЯЭ БАН, София, НРБ

1988

ВВЕДЕНИЕ

Разработка системы коррекции магнитного поля — одна из задач, решение которых продолжается на всех этапах проектирования, сооружения и эксплуатации синхротронов. Основные трудности здесь связаны с коррекцией магнитного поля структурных элементов при индукциях $B > 1{,}8$ Тл, когда средняя величина и разброс погрешностей резко возрастают. Размещение в кольце синхротрона большого числа сильноточных корректоров хотя и реализуемо, но экономически нецелесообразно, так как приводит к существенному увеличению стоимости ускорителя. Поэтому наиболее эффективными оказываются методы, не требующие установки дополнительных элементов и систем питания. К ним относятся: шиммирование магнитного поля дипольных магнитов, поперечное смещение и поворот вокруг продольной оси квадрупольных линз с целью коррекции орбиты и линейных резонансов связи, оптимальная расстановка структурных элементов в кольце синхротрона по результатам магнитных измерений.

Ниже исследованы возможности последнего метода коррекции применительно к сооружаемому в ОИЯИ сверхпроводящему ускорителю релятивистских ядер — нуклотрону [1]. В приложении кратко изложен метод управляемого случайного поиска [2], с помощью которого осуществлялось моделирование коррекции орбиты, разбросов частот и резонансов бетатронных колебаний.

1. МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА НУКЛОТРОНА

Магнитная структура нуклотрона [3] состоит из 8 суперпериодов, в каждый из которых входят 2 регулярных периода ФОДО и один период ФОДО с двумя большими свободными промежутками, необходимыми для установки оборудования систем ввода, вывода и ускорения (рис. 1). Регулярный период включает в себя фокусирующую и дефокусирующую квадрупольные линзы и 2 дипольных магнита. Два малых промежутка в каждом регулярном периоде предназначены для размещения мультипольных корректоров и диагностического оборудования.

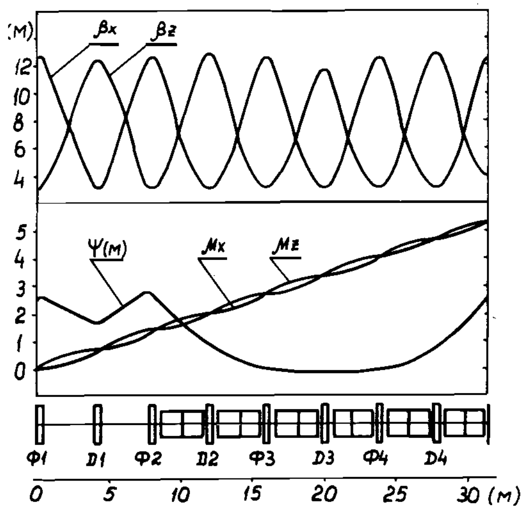


Рис. 1. Магнитная структура и динамические характеристики суперпериода нуклотрона.

Динамические характеристики суперпериода для выбранных частот бетатронных колебаний $Q_x = Q_z = 6{,}75$ приведены на рис. 1. Здесь $\beta_{x,z}$ — параметры Твисса, ψ — дисперсионная функция, $\mu_{x,z}$ — набеги фаз бетатронных колебаний.

2. КОРРЕКЦИЯ ЗАМКНУТОЙ ОРБИТЫ

При изучении возможностей коррекции замкнутой орбиты предполагалось, что источниками искажения и коррекции орбиты являются структурные дипольные магниты, значения полей в которых распределены по нормальному закону с математическим ожиданием $(\Delta \bar{B}/B) = 0$ и дисперсией $\langle \Delta B/B \rangle^2 = 10^{-6}$. С помощью управляемого случайного поиска минимизировалась функция качества следующего вида:

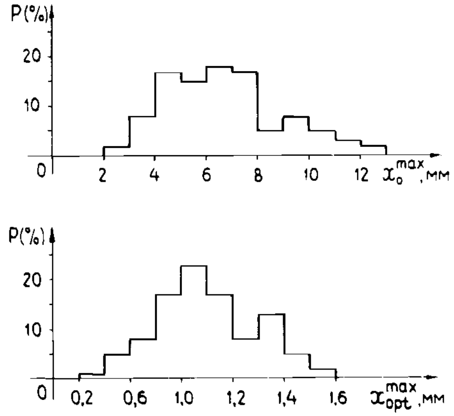
$$F = [\max(x_i)^2], \qquad 1 \le i \le N, \tag{1}$$

где x_i — горизонтальная проекция искажения орбиты в i-й точке наблюдения. Значения x_i вычислялись в окрестности локальных максимумов β_x-функции $(N = 32)$ по формуле [4]

$$x_i = \frac{\sqrt{\beta_i}\cdot S}{2\rho \sin \pi Q_x} \sum_{j=1}^{M} \sqrt{\beta_j} \cos(\phi_i + \pi - \phi_j)\left[\frac{\Delta B}{B}\right]_{0,k,j}; \tag{2}$$

где ϕ_i и ϕ_j — азимуты точек наблюдения и центров дипольных магнитов; β_i — значения β_x-функции в точках наблюдения; β_j — средние значения β_x-функции в дипольных магнитах; $(\Delta B/B)_{0,k,j}$ — относительная погрешность дипольной составляющей в k-м магните, расположенном в j-й точке по периметру нуклотрона; S — эффективная длина

Рис. 2. Распределения максимального отклонения орбиты до (x_0^{max}) и после (x_{opt}^{max}) расстановки дипольных магнитов.



магнита; $\rho = 22$ м — радиус кривизны орбиты в дипольном магните; M — число магнитов.

Был произведен расчет 100 различных наборов $(\Delta B/B)_i$, $1 \le i \le 96$. Выход из итерационного процесса осуществлялся по числу итераций, равному в этом случае 200. На рис. 2 представлены распределения $P(\max|x_0|)$ максимальных значений отклонений орбиты при произвольной первоначальной расстановке магнитов и после оптимизации $P(\max|x_{opt}|)$ для частоты $Q_x = 6{,}8$. Необходимо отметить, что x_0^{max} и x_{opt}^{max} зависят от среднеквадратичного разброса индукции и частоты бетатронных колебаний Q_x, в то время как качество коррекции $k = x_0^{max}/x_{opt}^{max}$ характеризует только возможности данного способа коррекции применительно к заданной структуре. Распределение качества коррекции дано на рис. 3, откуда следует, что в результате численного моделирования расстановки дипольных магнитов получены вполне удовлетворительные значения качества коррекции: средняя величина $\bar{k} = 5{,}6$ и среднеквадратичная $\langle k \rangle = 1{,}9$.

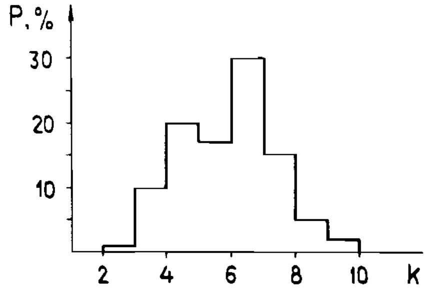


Рис. 3. Распределение качества коррекции горизонтальной проекции орбиты.

3. КОРРЕКЦИЯ РАЗБРОСОВ ЧАСТОТ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Наличие постоянных составляющих секступольной и октупольной нелинейностей в магнитном поле синхротрона приводит к разбросам частот, зависящим, соответственно, от импульса разброса $\Delta p/p$ и амплитуд бетатронных колебаний. В первом приближении метода усреднения эти зависимости имеют вид

$$\Delta Q^{(2)}_{x,z} = \chi^{(2)}_{x,z}\,(\Delta p/p)\,; \qquad (3)$$

$$\Delta Q^{(3)}_{x,z} = \lambda_{x,z}\cdot E_{x,z}/(2\pi) + \lambda_{xz}\cdot E_{z,x}/(2\pi), \qquad (4)$$

где

$$\chi^{(2)}_{x,z} = \frac{1}{2\pi\rho r^2}\sum_{i=1}^{M}\left[\frac{\Delta B}{B}\right]_{2,i}\int_0^{S_i}\beta^2_{x,z}\,\psi\,ds,$$

$$\lambda_{x,z} = \frac{3}{B\pi\rho r^3}\sum_{i=1}^{M}\left[\frac{\Delta B}{B}\right]_{3,i}\int_0^{S_i}\beta^2_{x,z}\,ds,$$

$$\lambda_{xz} = \frac{-3}{4\pi\rho r^3}\sum_{i=1}^{M}\left[\frac{\Delta B}{B}\right]_{3,i}\int_0^{S_i}\beta_x\cdot\beta_z\,ds,$$

$$\left[\frac{\Delta B}{B}\right]_{n,i} = \frac{1}{n!}\left[\frac{\partial^n B_z}{\partial x^n}\right]_i\frac{r^n}{B_0}, \quad n = 2,3,$$

r = 40 мм — расстояние от осевой траектории в медианной плоскости до точки, в которой нелинейности определены; $E_{x,z}$ — эмиттансы пучка; S_i — эффективная длина структурных элементов.

Как следует из (3), (4), величины $\Delta Q^{(n)}_{x,z}$ являются линейными комбинациями $(\Delta B/B)_{n,i}$ и при соответствующей расстановке магнитов могут быть минимизированы.

Для уменьшения зависимости частот бетатронных колебаний от импульсов частиц необходимо свести к минимуму величины полной хроматичности $\chi_{x,z} = \chi^{(1)}_{x,z} + \chi^{(2)}_{x,z}$, где $\chi^{(1)}_{x,z}$ — хроматичность идеальной структуры. Данная задача исследовалась в предположении, что основной вклад в $\chi^{(2)}_{x,z}$ дают секступольные нелинейности в дипольных магнитах, распределенных по нормальному закону. Соответствующая функция $F = \chi^2_x + \chi^2_z$ минимизировалась для 100 наборов $(\Delta B/B)_{2,i}$; $1 \le i \le 96$. На рис. 4 приведена скорректированная хроматичность χ_x в горизонтальной плоскости как функция среднеквадратичного разброса секступольной нелинейности для двух ее средних значений: $(\overline{\Delta B}/B)_2 = 0$, и $(\overline{\Delta B}/B)_2 = 7{,}0\cdot 10^{-3}$. Качество коррекции $K = (\chi_{x,o}/\chi_{x,\,opt}) = 2{,}4 \pm 1{,}2$. Откуда следует, что эффективная коррекция хроматичности возможна лишь при достаточно больших разбросах квадратичной погрешности в магнитах. В вертикальной плоскости получены аналогичные результаты.

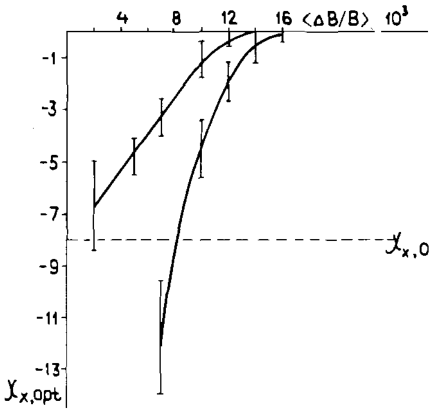


Рис. 4. Зависимость скорректированной хроматичности от среднеквадратичного разброса секступольной нелинейности $\langle\Delta B/B\rangle_2$. $(\overline{\Delta B}/B)_2 = 0$ *– верхняя кривая,* $(\overline{\Delta B}/B)_2 = 7\cdot 10^{-3}$. *– нижняя кривая.*

При моделировании коррекции разброса частот $\Delta Q^{(3)}_{x,z}$ была предпринята попытка минимизировать функцию

$$F = \lambda^2_x + \lambda^2_z + \lambda^2_{xz}, \qquad (5)$$

равенство нулю которой означает, что частоты бетатронных колебаний не зависят от амплитуд:

$$\Delta Q^{(3)}_x \equiv 0; \qquad \Delta Q^{(3)}_z \equiv 0.$$

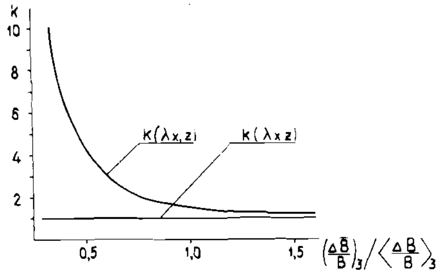
Однако проведенные расчеты показали, что значения интегралов $\int_0^{S_i}\beta_x\beta_z ds$ примерно равны для всех возможных положений дипольных магнитов, поэтому при их перестановках λ_{xz} практически не изменяется. Данный факт, а также возможности коррекции λ_x и λ_z отражены на рис. 5.

Другая возможность — коррекция сдвига частот при определенных значениях амплитуд бетатронных колебаний. Оптимизируемая функция в этом случае имеет вид

$$F = [\Delta Q^{(3)}_x]^2 + [\Delta Q^{(3)}_z]^2. \qquad (6)$$

Для $E_x \approx E_z \approx 40$ мм мрад качество коррекции частот составило несколько сотен для $(\overline{\Delta B}/B)_3 = 0$ и $\langle\Delta B/B\rangle_3 = 10^{-3}$.

Рис. 5. Зависимость качества коррекции коэффициентов $\lambda_x, \lambda_z, \lambda_{xz}$ *от отношения среднего значения к стандартному отклонению октупольной нелинейности поля.*



4. КОРРЕКЦИЯ РЕЗОНАНСОВ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Коррекцию резонансов рассмотрим на примере параметрического резонанса $2Q_{x,z} = m$, ширина полосы которого определяется из выражения[4]

$$\delta Q_{x,z,m} = \frac{1}{2\pi B\rho} \left| \int_0^{2\pi R} \beta_{x,z} e^{i(2\chi_{x,z} - mS/R)} \cdot \Delta G \, ds \right|, \qquad (7)$$

где $\chi_{x,z}$ — аргументы функции Флоке, R — средний радиус ускорителя, ΔG — погрешность градиента, m — номер резонансной гармоники.

Для одновременной коррекции четырех ближайших к рабочей точке параметрических резонансов $2Q_x = 13$; $2Q_x = 14$; $2Q_z = 13$ и $2Q_z = 14$ функция качества была выбрана в виде

$$F = \delta Q^2_{x,13} + \delta Q^2_{x,14} + \delta Q^2_{z,13} + \delta Q^2_{z,14}, \qquad (8)$$

т.е. минимизировались амплитуды 13-й и 14-й гармоник погрешностей эффективных длин фокусирующих и дефокусирующих квадрупольных линз. На рис. 6 представлено распределение качества коррекции ширины полосы резонанса $2Q_x = 13$ ($\bar{k} = 10 \pm 14$). Для остальных резонансов характер распределений практически не изменяется.

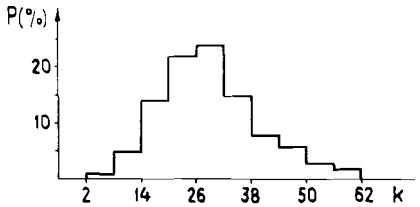


Рис. 6. Распределение качества коррекции параметрического резонанса $2Q_x = 13$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Моделирование расстановки структурных элементов в кольце нуклотрона показало большие возможности использования данного метода коррекции при компенсации воздействия случайных погрешностей магнитного поля на пучок (искажение орбиты, резонансы). Более сложной оказалась коррекция разброса частот бетатронных колебаний. Однако в совокупности с шиммированием магнитного поля данная процедура также может быть реализована.

АЛГОРИТМ УПРАВЛЯЕМОГО СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ МАГНИТОВ

Пусть магниты расставлены в соответствии с перестановкой

$$X = [[\frac{\Delta B}{B}]_{K_1} [\frac{\Delta B}{B}]_{K_2} \ldots [\frac{\Delta B}{B}]_{K_m}], \qquad (\text{П}1)$$

где K_i — номер K-го магнита, занимающего i-е место. Все возможные расстановки магнитов образуют комбинаторное пространство перестановок, точками которого являются расстановки X. В этом пространстве вводим метрику следующим образом — расстояние $r(X,Y)$ между расстановками X и Y будем считать равным наименьшему числу транспозиций (парных перестановок), переводящих X в Y. Нетрудно показать, что при таком определении соблюдаются все аксиомы метрики.

Пусть X_0 — произвольная перестановка. Значение функции качества при этой расстановке равно $F_0 = F(X_0)$. Для нахождения минимума F в пространстве расстановок применим следующий алгоритм управляемого случайного поиска. Строим вокруг X_0 сферу S с радиусом

$$R = \delta \cdot R_0, \qquad (\text{П}2)$$

где $\delta = F/F_0$; R_0 — начальный радиус, значение которого выбирается $\le (M-1)$, так как максимальное число парных перестановок между двумя точками равно $(M-1)$. Случайным образом, с равной вероятностью из этой сферы выбираем точку X_1, для которой $F(X_1) < F_0$. Расстановка X_1 будет следующим приближением к оптимуму. Теперь строим сферу S_1 вокруг точки X_1, с радиусом R_1, вычисленным в соответствии с (П2). Из S_1 случайным образом, с равной вероятностью выбираем точку X_2, для которой $F(X_2) < F(X_1)$, и так далее. Процесс продолжается до нахождения такой точки, что $F(X_p) < EPS$, где EPS — заданный предел улучшения функции качества.

Блок-схема алгоритма управляемого случайного поиска дана на рис. 7. Расстановка магнитов описывается целочисленным вектором $K(J)$, где $J = 1,2,\ldots,M$ задает положение магнита по периметру ускорителя, а $K(J)$ — номер магнита, поставленного в данном месте. Соответственно, $K_0(J)$ — начальная расстановка. Через F_{opt} и $K_{opt}(J)$ обозначены текущие оптимальное значение функции качества и оптимальная расстановка. В начале программы F_{opt} приравнивается некоторому большому числу $\tilde{F}$. В алгоритме использован генератор случай-

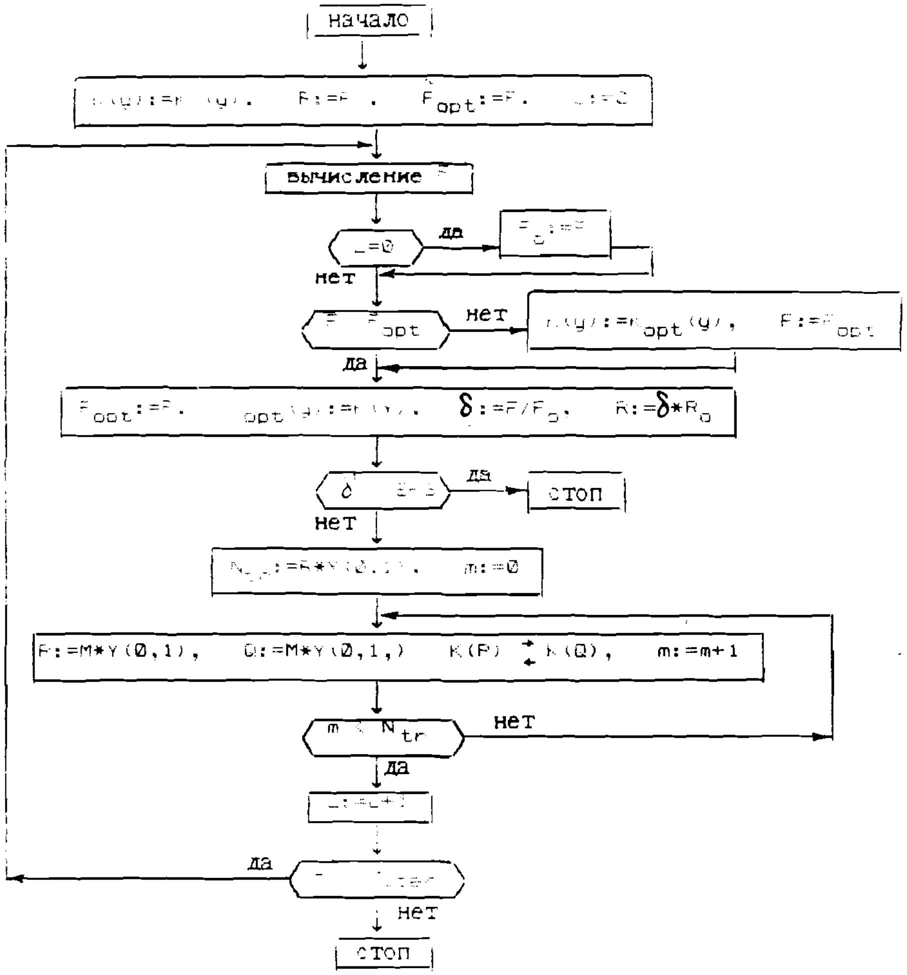


Рис. 7. Блок-схема алгоритма управляемого случайного поиска.

ных чисел Y (0,1) с равномерным распределением в интервале (0,1). Счетчик L ограничивает общее число опробованных точек до N_{iter} в соответствии с наличием машинного времени (т.е. организован выход по числу итераций).

Алгоритм можно запускать с разных начальных точек X_0 и выбирать наилучшее решение. Вместо линейного сжатия сфер поиска можно использовать и нелинейные сжатия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Baldin A.M. et al. –In: Proc. 1983 Particle Accelerator Conf., IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-30, No 4, 1983, p.3247.
2. Динев Д.Х. ОИЯИ, 9-84-622, Дубна, 1984.
3. Василишин Б.В. и др. ОИЯИ, 9-86-512, Дубна, 1986.
4. Коломенский А.А., Лебедев А.И. Теория циклических ускорителей. М.: ГИФМЛ, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 мая 1988 года.