

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

9-85-847

М.Ф.Галочкина*, А.Д.Дымников*, Г.М.Осетинский

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ
ОСЕВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ
В КВАДРУПОЛЬНОМ МИКРОЗОНДЕ
НА РАЗМЕРЫ ВЫХОДНОГО КРОССОВЕРА ПУЧКА

* Научно-исследовательский институт математики
и процессов управления Ленинградского государ-
ственного университета

1985

В работе /1/ рассматривался квадрупольный микрозонд с объективом в виде квадруплета вращения с прямоугольным осевым распределением поля. В настоящей работе исследуется влияние на параметры квадрупольного микрозонда отклонения осевого распределения поля от прямоугольного распределения. Рассматривается изменение осевого распределения от прямоугольного до колоколообразного.

Для таких распределений осевого поля решаются уравнения движения с учетом геометрических aberrаций 3-го порядка. Эти уравнения заменяются эквивалентными линейными уравнениями в пространстве фазовых моментов /2/

$$X' = P_x X, \quad /1/$$

$$Y' = P_y Y, \quad /2/$$

где

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \quad X_1 = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}, \quad X_2 = \begin{pmatrix} x^3 \\ x^2 x' \\ x x'^2 \\ x^3 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \begin{pmatrix} xy^2 \\ xyu' \\ xy'^2 \\ x'y u' \\ x'y'^2 \end{pmatrix}$$

$$P_x = \begin{pmatrix} P_x^{11} & P_x^{12} & P_x^{13} \\ 0 & P_x^{22} & 0 \\ 0 & 0 & P_x^{33} \end{pmatrix}, \quad P_x^{11} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_x^{22} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ -k & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2k & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3k & 0 \end{pmatrix}, \quad P_x^{33} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ k & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2k & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -k & 0 & k & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k & 0 & 2k & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_x^{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k''}{12} + q & 0 & -\frac{3}{2}k & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_x^{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k''}{4} - 3q & k' & -\frac{1}{2}k & 0 & k & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение для X переходит в уравнение для Y при замене x на y, y на x, k и q на -k и -q соответственно.

Функции $k(z)$ и $q(z)$ характеризуют распределение градиентов полей квадрупольной и октупольной линз. Для j -ой линзы имеем:

$$k_j(z) = k_{qj} \bar{k}(z), \quad \max \bar{k}(z) = 1,$$

$$q_j(z) = k_{oj} \bar{q}(z), \quad \max \bar{q}(z) = 1,$$

$$k_{qj} = \frac{B_{qj}}{B_p a_{qj}}, \quad k_{oj} = \frac{B_{oj}}{B_p a_{oj}^3}.$$

Здесь B_{qj} - магнитная индукция на полюсе j -ой квадрупольной линзы, B_{oj} - магнитная индукция на полюсе j -ой октупольной линзы, a_{qj} , a_{oj} - магнитная жесткость частицы.

В настоящей работе ограничимся рассмотрением только квадрупольных линз, т.е. будем считать, что $q(z) = 0$.

Рассматривается следующая модель распределения осевого поля. Для j -ой линзы на участке от z_{1j} до z_{2j} длиной $z_{12j} = l_{1j}$ функция $\bar{k}(z)$ растет от 0 до 1 по закону:

$$\bar{k}(z) = \frac{1}{2} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{l_{1j}} \left(z - z_{1j} - \frac{l_{1j}}{2} \right) \right] + 1 \right\}, \quad /3/$$

на участке от z_{2j} до z_{3j} длиной $z_{23j} = l_{2j}$

$$\bar{k}(z) = 1 \quad /4/$$

и на участке от z_{3j} до z_{4j} длиной $z_{34j} = l_{3j}$ она спадает до нуля по закону:

$$\bar{k}(z) = \frac{1}{2} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{l_{3j}} \left(z - z_{4j} - \frac{l_{3j}}{2} \right) \right] + 1 \right\}. \quad /5/$$

В дальнейшем будем считать, что рассматривается квадруплет, в котором

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L, \quad l_{21} = l_{22} = l_{23} = l_{24} = l_c, \quad l_{1j} = l_{2j} = l_{3j} = l_{4j} = L - l_c.$$

Здесь l_c - длина интервала постоянства функции $\bar{k}(z)$, L_j - эффективная длина j -ой линзы.

Если записать решение уравнения /1/ через матрицант

$$X = R(z/z_0) X_0,$$

который удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$R'(z/z_0) = P(z) R(z/z_0), \quad /6/$$

где $R(z_0/z_0) = I$, то для получения решения уравнения /1/ с функциями /3/-/5/ необходимо численно интегрировать уравнение /6/. В данной работе численное интегрирование производится методом непрерывного обобщенного аналога скобок Гаусса /или методом челнок суммы/ /3/. Метод состоит в следующем. Интервал $[z_0, z]$ разбивается на N частичных интервалов точками $z_0, z_1, \dots, z_N = z$ с шагом $h_j = z_j - z_{j-1}$, и матричная функция $P(z)$ аппроксимируется ступенчатой функцией, значение которой на j -ом промежутке обозначим

через $P(j)$. На каждом частичном интервале обозначим матрицант через $R(j)$, где $R(j) = R(z_j/z_{j-1})$. Тогда в конце интервала получим:

$$R(z/z_0) = R(z_N/z_0) = R(N) R(N-1) \dots R(1).$$

Введем в рассмотрение квадратную $\langle k \rangle$ -элементарную матрицу $a \langle k \rangle$ размерности β :

$$a \langle k \rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k\beta} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I - I(k) + I(k) a,$$

$$I(k) = i(k) \bar{i}(k), \quad i_f(k) = \begin{cases} 0, & f \neq k \\ 1, & f = k \end{cases}$$

Матрицант $R(j)$ можно представить в виде произведения элементарных матриц:

$$R(j) = e^{(j)} \langle 1 \rangle b^{(j)} \langle \beta \rangle b^{(j)} \langle \beta \rangle \dots b^{(j)} \langle 1 \rangle.$$

Разлагая матрицант в ряд Пеано /4/, в первом приближении получим

$$e^{(j)} \langle 1 \rangle = b^{(j)} \langle 1 \rangle = I + I(1) P(1) h_j, \quad b^{(j)} \langle k \rangle = I + I(k) P(j) h_j.$$

В итоге получается произведение $(\beta+1)N$ элементарных матриц, которое записывается компактно рекурсивным образом через челнок суммы.

Рассматривались четыре вида функции $\bar{k}(z)$ со значениями:

$$l_c = 0, \quad l_c = \frac{1}{2}L, \quad l_c = \frac{3}{4}L, \quad l_c = \frac{7}{8}L.$$

Для всех четырех случаев исследовалась сходимость элементов матрицанта от количества шагов при постоянной величине шага. Число шагов менялось от 2 до 2^n , $n=1, 10$.

Элементы матрицанта для вектора X_1 /случай параксиального пучка/ имеют точность $\leq 1\%$ при $n=2$ для одной линзы. Для системы из четырех линз достигается точность 5% при $n=3$, 1% при $n=4$.

Для вектора X /с учетом нелинейностей 3-го порядка/ для одной линзы точность вычисления элементов матрицанта в 5% достигается при $n=8$, а в 1% при $n=10$. Для системы из четырех линз точность в 1% достигается при $n=12$.

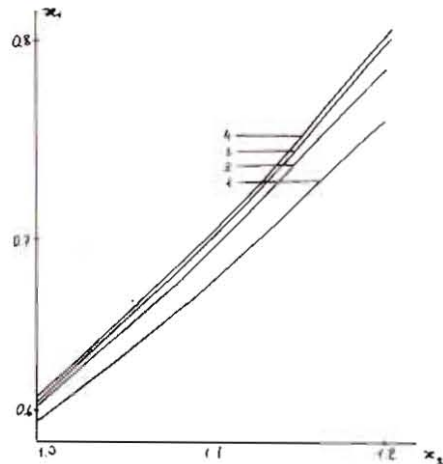
В качестве примера рассматривался микрозонд из работы /1/ с параметрами:

$$a = 3,4895 \text{ м}, \quad L = 0,2015 \text{ м}, \quad s = 0,024 \text{ м}, \quad \lambda = 0,005.$$

Возбуждение 2-й и 3-й линз фиксируется: $\kappa_2 = 1,0229$. Значения q и κ_1 определяются из условий:

$$m_{11}^x = m_{22}^x, \quad r_{12}^x = 0,$$

γ_{ik} - элементы матрицанта объектива, γ_{ik} - элементы матрицанта микрозонда/ для различных значений l_c .



На рис.1 приведены нагрузочные кривые /зависимость k_1 от k_2 /, для различных значений l_c : кривая 1 - для $l_c = 0$, кривая 2 - для $l_c = \frac{1}{2}L$, кривая 3 - для $l_c = \frac{3}{4}L$, кривая 4 - для $l_c = \frac{7}{8}L$. Кривая 4 практически сливается с кривой для прямоугольной модели ($l_c = L$).

На рис.2 и 3 даны графики зависимости x_m от l_c и y_m от l_c / x_m, y_m - максимальные значения координат x и y на мишени/: в линейном приближении - кривая 1, в нелинейном - кривая 2.

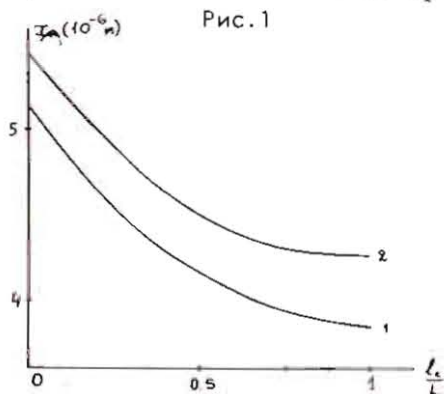
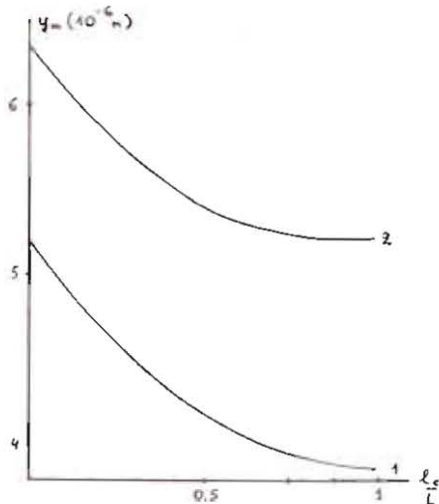


Рис.2

Рис.3



ЛИТЕРАТУРА

1. Андрианов С.Н., Дымников А.Д., Осетинский Г.М. ОИЯИ, Р9-12873, Дубна, 1979; ПТЗ, 1, 1982, с.39-40.
2. Дымников А.Д. В сб.: Программирование и математические методы решения физических задач. ОИЯИ, Д10, 11-11264, Дубна, 1978, с.300-304.
3. Дымников А.Д. В сб.: Вопросы механики и процессов управления, вып.2, изд.ЛГУ, Л., 1978, с.64-73.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. "Наука", М., 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 ноября 1985 года.

Галочкина М.Ф., Дымников А.Д., Осетинский Г.М. 9-85-847

Влияние формы осевого распределения поля в квадрупольном микрозонде на размеры выходного кроссовера пучка

Рассмотрен ряд конфигураций /от прямоугольной до колоколообразной/ осевого распределения поля в квадрупольном микрозонде с объективом в виде квадруплета вращения. Для таких распределений решаются уравнения движения с учетом геометрических aberrаций 3 порядка. Даны рекомендации по выбору осевого распределения поля с целью уменьшения размера кроссовера.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Galochkina M.F., Dymnikov A.D., Osetinskij G.M. 9-85-847

The Influence of the Field Axis Distribution in Quadrupole Microprobe on Dimensions of Output Beam Cross-Over

The different forms of axial distribution of the field in quadrupole microbeam having rotation quadruplet objective is studied by solving equations of motion with geometrical aberration of third order. The optimum form of axis distribution for minimizing the cross-over is suggested.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1985