

**СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

9-85-176

Н.Ю.Казаринов, В.И.Казача, Э.А.Перельштейн

**О ДОПУСКАХ НА СЛУЧАЙНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ
В ИНДУКЦИОННОЙ УСКОРЯЮЩЕЙ СИСТЕМЕ
КУТИ-20**

1985

Ведущее магнитное поле B_z в индукционной ускоряющей системе КУТИ-20 создается с помощью встроенных в индукторы отдельных катушек, запитываемых импульсным током /рис.1/^{1/}. В каждом индукторе находится N катушек, которые могут быть объединены в группы по M , запитываемых последовательно. В разрабатываемой

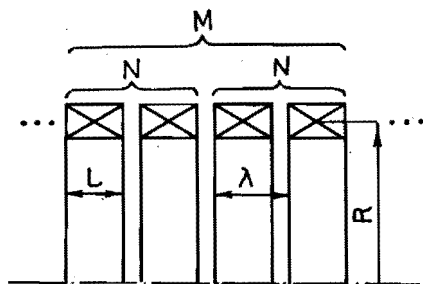


Рис.1. Геометрия магнитной системы.

индукционной ускоряющей системе КУТИ-20 $M = N = 2^{1/2}$. В силу дискретного расположения ряда одинаковых катушек напряженность ускоряющего электрического поля E_z и индукция магнитного поля B_z на радиусе электронно-ионного кольца будут иметь знакопеременный градиент. В^{1/} получены ограничения на величины амплитуд гармоник E_z и B_z , связанные с возможностью пересечения ряда резонансов дипольных колебаний и колебаний малых раз-

меров кольца. Увеличение амплитуды дипольных колебаний может происходить и из-за случайных возмущений в B_z , связанных с разбросом амплитуд и токов в катушках δI , аксиальных размеров катушек δL , а также с разбросом величины смещения индукторов как целых δz_0 и величины сдвига катушек внутри индукторов Δz .

Увеличение амплитуды колебаний ионов в электронных кольцах при наличии внешнего фокусирующего поля в результате действия флуктуаций электромагнитного поля в виде "белого шума" рассматривалось в работе^{3/}. В данной работе определяются корреляционные функции случайных процессов, связанных с флуктуациями вышеуказанных параметров магнитной системы, и оцениваются допустимые величины их разбросов, требуемые для устойчивого ускорения самофокусирующегося электронно-ионного кольца.

1. Уравнение для x -отклонения аксиальной поляризации p_z от ее равновесного значения $p_z = \frac{W \cdot (1 + \xi)}{\omega^2 \cdot (1 - f)}$ имеет вид^{1/}:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} + \frac{1}{\beta_z} \frac{d\beta_z}{dz} \cdot \frac{dx}{dz} + k^2(z) \cdot x = a \cdot k^2(z) \cdot \delta B_r(z); \quad \beta_z \cdot \frac{d\beta_z}{dz} = \frac{W}{c^2} \cdot \frac{1/}{e \cdot E_{z0} \cdot (1 - f)}$$

Здесь $a = \frac{e}{m\gamma\omega^2}$; $k(z) = \frac{\omega}{\beta_z(z) \cdot c}$; $W = \frac{e \cdot E_{z0} \cdot (1 - f)}{m\gamma \cdot (1 + \xi)}$; e и m - заряд и масса электрона; γ - релятивистский фактор вращения электро-

нов в кольце; ω - частота дипольных колебаний в электронно-ионном кольце; f - коэффициент нейтрализации; ξ - фактор загрузки; c - скорость света; $\beta = z/c$; E_{z0} - амплитуда ускоряющего электрического поля на радиусе кольца; $\delta B_r(z)$ - случайное возмущение радиального компонента ведущего магнитного поля со средним по всем реализациям случайного процесса, равным нулю. Интегрируя /1/ при условии, что начальное значение амплитуды дипольных колебаний a равно нулю, получим уравнение для изменения во времени среднего квадрата модуля амплитуды $\langle |a|^2 \rangle^{1/4}$

$$\frac{d\langle |a|^2 \rangle}{dz} = \frac{\alpha^2}{2} \int_0^z k(z) \cdot k(z-v) \cdot \langle \delta B_r(z) \cdot \delta B_r(z-v) \rangle \times$$

$$\times \left[\cos \int_{z-v}^z k(z') dz' \right] dv. \quad /2/$$

Вычисление корреляционных функций $\langle \delta B_{r,z}(z) \cdot \delta B_{r,z}(z-v) \rangle$ для всех типов возмущений приведено в Приложении. Они могут быть представлены в виде рядов Фурье:

$$\langle \delta B_r(z) \cdot \delta B_r(z') \rangle_n = \sum_{j=0}^{+\infty} f_j^n(v) \cdot \cos \frac{\pi \cdot j \cdot (2z-v)}{\lambda_M}, \quad /3/$$

где $v = z - z'$; $n=1$ соответствует разбросу δI ; $n=2$ - разбросу δz_0 ; $n=3$ - разбросу Δz и $n=4$ - разбросу δL . Вид функций $f_j^n(v)$ приведен в Приложении /формулы п.8÷п.12/. Здесь $\lambda_M = \lambda$ или $\lambda_M = M \cdot \lambda$ в зависимости от типа возмущения n .

На рис.2 показаны рассчитанные по формулам /п.7÷п.12/ нулевые гармоники ($j=0$) корреляционных функций $f_0^{1,2,3}$, соответствующих случайным флуктуациям δI , δz_0 и Δz . Кривые сосчитаны при следующих значениях параметров катушек: $R = 9,1$ см; $L = 1,9$ см; $\lambda = 2,5$ см /см. рис.1/, а также при условиях, что $M = N = 2$ и

$$\frac{\langle (\delta I)^2 \rangle}{I^2} = \frac{\langle (\delta z_0)^2 \rangle}{L^2} = \frac{\langle (\Delta z)^2 \rangle}{L^2} = \frac{\langle (\delta L)^2 \rangle}{L^2}$$

Все кривые нормированы на максимальное значение функции f_0^1 . Функция f_0^4 для случайных флуктуаций длин катушек δL оказывается в ~ 100 раз меньше f_0^1 и на рис.2 не показана. Из рис.2 видно, что в рассмотренном случае функции $f_0^n(v)$ существенно отличаются от нуля на расстоянии /длина корреляций возмущений/ порядка $3R \approx 27$ см.

Для вычисления скорости роста амплитуды аксиальных колебаний поляризации используем стандартные предположения /4/, которые для индукционной ускоряющей системы КУТИ-20 хорошо выполняются:

1. Длина ускорения $/L_a = 20$ м/ много больше длины корреляции.

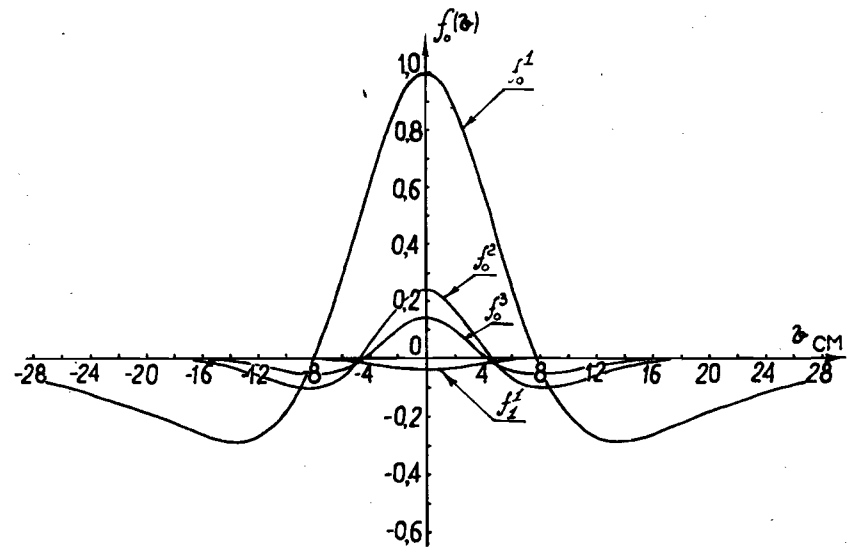


Рис.2. Графики нулевых гармоник корреляционных функций f_0^1 , f_0^2 , f_0^3 и первой гармоники f_0^1 .

2. Скорость электронно-ионного кольца несущественно меняется на длине корреляции. Тогда из /2/ имеем:

$$\frac{d\langle |a|^2 \rangle}{dz} = \frac{\alpha^2}{2} \cdot k^2(z) \cdot \int_0^{+\infty} \langle \delta B_r(z) \cdot \delta B_r(z-v) \rangle \cdot \cos[k(z) \cdot v] \cdot dv. \quad /4/$$

Подставляя в /4/ функции /п.9÷п.12/ и проводя вычисления для каждого типа возмущения, получим:

$$\frac{d\langle |a|^2 \rangle}{dz} = \frac{\pi \cdot \alpha^2}{8} \cdot k^2(z) \cdot \sum_{n=1}^4 \sum_{j=0}^{+\infty} \left\{ \cos \frac{2\pi j}{\lambda_M} z \cdot \left[F_j^n(k(z) + \frac{\pi j}{\lambda_M}) + F_j^n(k(z) - \frac{\pi j}{\lambda_M}) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\pi} \sin \frac{2\pi j}{\lambda_M} z \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F_j^n(v) \cdot \left[\frac{k(z) - \frac{\pi j}{\lambda_M}}{v^2 - (k(z) - \frac{\pi j}{\lambda_M})^2} - \frac{k(z) + \frac{\pi j}{\lambda_M}}{v^2 - (k(z) + \frac{\pi j}{\lambda_M})^2} \right] dv \right\}. \quad /5/$$

Здесь $F_j^n(v)$ - фурье-образы соответствующих корреляционных функций.

В дальнейшем вычисления будем проводить только для нулевых гармоник всех корреляционных функций, так как амплитуды первых гармоник оказываются более, чем в 10 раз меньше нулевых /см. рис.2, кривая f_0^1 /. Тогда рост амплитуды аксиальных колебаний

оценивается как:

$$\frac{\Delta p_z(z)}{p_{z0}} = \frac{\omega}{2 \cdot E_{z0}} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^4 \frac{\pi}{W} \cdot \frac{k_0}{k(z)} \cdot \frac{F_0^n(k)}{k}} dk, \quad /6/$$

где k_0 - начальное значение волнового числа.

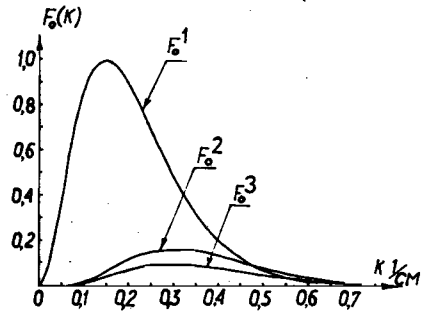


Рис.3. Графики фурье-образов F_0^1 , F_0^2 и F_0^3 для корреляционных функций f_0^1 , f_0^2 и f_0^3 соответственно.

На рис.3 показаны рассчитанные значения фурье-образов $F_0^{1,2,3}(k)$ для корреляционных функций $f_0^{1,2,3}(v)$ соответственно. Все кривые нормированы на максимальное значение функции $F_0^1(k)$.

2. В процессе ускорения из-за случайных разбросов указанных выше параметров магнитной системы возможна раскачка не только аксиальной p_z , но и радиальной p_r составляющей дипольных колебаний электронно-ионного кольца. Получим оценку, аналогичную /6/, для амплитуды этих колебаний.

Рассмотрим уравнения радиальных дипольных колебаний в электронно-ионном кольце со случайной правой частью:

$$\begin{cases} \ddot{r}_e + \omega_0^2 \cdot r_e + \omega_e^2 \cdot (r_e - r_i) = \frac{\delta B_z}{B_{z0}} \cdot \omega_0^2 \cdot r_0 \\ \ddot{r}_i + \omega_i^2 (r_i - r_e) = 0. \end{cases} \quad /7/$$

Здесь r_e и r_i - координаты центров тяжести электронной и ионной компонент; $\omega_{e,i}$ - частоты колебаний электронов в поле ионов и ионов в поле электронов соответственно; ω_0 - частота вращения электронов; r_0 - радиус кольца; δB_z и B_{z0} - возмущение и амплитуда B_z компонента ведущего магнитного поля на радиусе кольца.

Представим /7/ в виде

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + A \cdot Y = B, \quad /8/$$

где

$$Y = \begin{pmatrix} r_e \\ r_i \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} \frac{\delta B_z}{B_{z0}} \cdot \omega_0^2 \cdot r_0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} \omega_0^2 + \omega_e^2 & -\omega_e^2 \\ -\omega_i^2 & \omega_i^2 \end{pmatrix}. \quad /9/$$

Будем искать решение уравнения /8/ в виде разложения по собственным векторам матрицы A . В результате получаем

$$p_r(t) = [\Omega_1^2 \cdot f_1(t) - \Omega_2^2 \cdot f_2(t)] / (\Omega_1^2 - \Omega_2^2), \quad /10/$$

$$r_c = \left(\frac{1}{1 + \xi} \right) \cdot [f_1(t) \cdot (\Omega_1^2 - \omega_e^2 - \omega_i^2) - f_2(t) \cdot (\Omega_2^2 - \omega_e^2 - \omega_i^2)] / (\Omega_1^2 - \Omega_2^2). \quad /11/$$

Здесь $p_r = r_e - r_i$; $r_c = \frac{r_i \cdot \xi + r_e}{1 + \xi}$ - координата центра тяжести кольца; Ω_1^2 и Ω_2^2 - собственные значения матрицы A :

$$\Omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \cdot (\omega_0^2 + \omega_e^2 + \omega_i^2) \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{[(\omega_0 + \omega_i)^2 + \omega_e^2] \cdot [(\omega_0 - \omega_i)^2 + \omega_e^2]}, \quad /12/$$

а функции f_1 и f_2 являются решениями уравнений:

$$\frac{d^2 f_{1,2}}{dt^2} + \Omega_{1,2}^2 \cdot f_{1,2} = \frac{\delta B_z}{B_{z0}} \cdot \omega_0^2 \cdot r_0. \quad /13/$$

Интегрируя уравнение /13/ с нулевыми начальными условиями, используя те же предположения, что и при вычислении амплитуды аксиальных колебаний поляризации и рассматривая только нулевую гармонику фурье-образов корреляционных функций $\phi_0^{1,2,3,4}$ /п.15 ÷ п.18/, получаем выражение для усредненных квадратов амплитуд функций $f_{1,2}$:

$$\langle |a_i|^2 \rangle = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\omega_0^2 \cdot R}{\Omega_i^2} \right)^2 \cdot \frac{\Omega_i^2}{B_{z0}^2 \cdot W} \cdot \sum_{n=1}^4 \int_0^{k_i(z)} \frac{\Phi_0^n(k)}{k} dk \quad (i=1,2). \quad /14/$$

Здесь $k_i = \Omega_i / (\beta_z \cdot c)$. С использованием формул /10/ и /14/ найдем зависимость амплитуды радиальных дипольных колебаний Δp_r от длины ускорения z :

$$\Delta p_r(z) = \frac{\omega_0^2 \cdot R}{\Omega_1^2 - \Omega_2^2} \cdot \frac{1}{B_{z0}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2 \cdot W}} \cdot \left[(\Omega_1^2 \cdot \sum_{n=1}^4 \int_0^{k_1(z)} \frac{\Phi_0^n(k)}{k} dk)^{1/2} + (\Omega_2^2 \cdot \sum_{n=1}^4 \int_0^{k_2(z)} \frac{\Phi_0^n(k)}{k} dk)^{1/2} \right].$$

На рис.4 показаны соответствующие графики нулевых гармоник корреляционных функций $\phi_0^{1,2,3}(v)$, а на рис.5 - график фурье-образа $\Phi_0^1(k)$ для корреляционной функции $\phi_0^1(v)$. Функции $\Phi_0^{2,3,4}$ не показаны, так как они более чем в 100 раз меньше функции $\Phi_0^1(k)$.

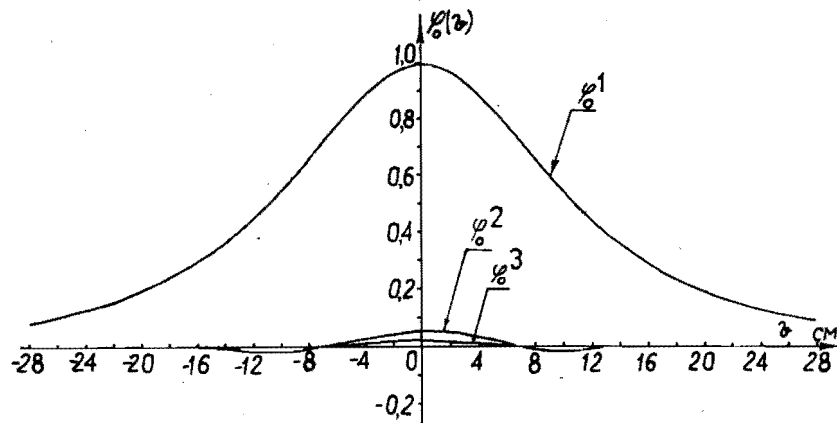


Рис. 4. Графики нулевых гармоник корреляционных функций ϕ_0^1 , ϕ_0^2 и ϕ_0^3 .

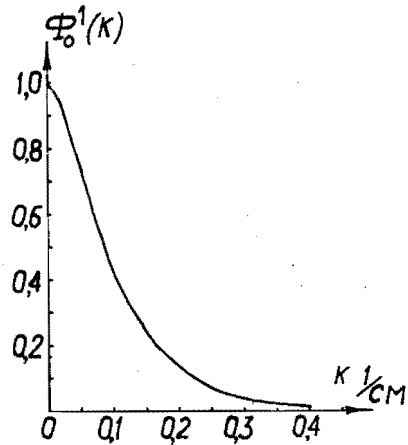


Рис. 5. График фурье-образа Φ_0^1 корреляционной функции ϕ_0^1 .

3. Увеличение амплитуды колебаний поляризации электронно-ионного кольца, которое дается формулами /6/ и /15/, получено для моноэнергетического электронного пучка. При оценке допусков для реального кольца необходимо учитывать эффект фазового перемешивания. При разбросе энергии вращательного движения электронов $\Delta\gamma/\gamma \sim 3\%$ характерная длина затухания дипольных колебаний /без учета внешнего возмущения/ $D = \lambda_e / (\Delta\gamma)^{1/5}$. Здесь $\lambda_e = \frac{2\pi}{\omega_e} \cdot \beta_z \cdot c$. Для характерных параметров индукционной ускоряющей системы КУТИ-20 и электронно-ионных колец D составляет величину $\sim 1,5$ м, что много меньше длины ускорения L_a . Следовательно, во время ускорения энергия когерентных дипольных колебаний электронов, связанных с возмущениями магнитного поля, будет переходить в энергию некогерентных колебаний, и среднеквадратич-

ный размер сечения электронного кольца увеличится как /5/

$$a_{r,z}^2 = a_{r_0,z_0}^2 + \Delta p_{r,z}^2 \quad /16/$$

Здесь и в дальнейшем индексом 0 отмечены начальные значения параметров.

Рост размеров сечения электронного кольца приводит к уменьшению частоты колебаний электронов в поле ионов /8/:

$$\omega_e^2 = \frac{\nu_e \cdot c^2}{\gamma} \cdot \left[\frac{2 \cdot f}{\sqrt{a_{z_e}^2 + a_{z_i}^2} \cdot (\sqrt{a_{z_e}^2 + a_{z_i}^2} + \sqrt{a_{r_e}^2 + a_{r_i}^2})} \right], \quad /17/$$

где индексы e, i означают электроны и ионы соответственно;

$\nu_e = \frac{N_e}{2\pi r_0} \cdot \frac{e^2}{mc^2}$ - параметр Будкера; N_e - число электронов в кольце. При этом увеличивается стационарное значение поляризации электронно-ионного кольца p_z /см. формулу /1//, которая не может превышать величины /5/:

$$p_{z_{\max}} = \frac{W}{\omega_e^2} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot (a_{z_e}^2 + a_{z_i}^2)}. \quad /18/$$

Считая, что начальные размеры электронного и ионного колец совпадают ($a_{z_e,i,0} = a_{r_e,i,0} = a_0$), получим, используя /16÷18/:

$$\frac{a_0}{p_{z_0}} = \sqrt{1 + \frac{\Delta p_z^2}{2 \cdot a_0^2}} + \sqrt{1 + \frac{\Delta p_r^2}{2 \cdot a_0^2}}. \quad /19/$$

Изменением длины λ_e /-30%/, связанным с увеличением размеров /см. /16/ и /17//, можно пренебречь по сравнению с ее увеличением, обусловленным ростом скорости кольца β_z в процессе его ускорения. Поэтому при вычислении прироста Δp_z и Δp_r можно использовать формулы /6/ и /15/, которые вместе с /19/ определяют границу области допустимых значений ошибок в параметрах магнитной системы.

4. На рис.6 показаны эти границы, рассчитанные в предположении, что ошибки в геометрических параметрах равны по величине

$$\left[\frac{\langle (\delta z_0)^2 \rangle}{L^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\langle (\Delta z)^2 \rangle}{L^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\langle (\delta L)^2 \rangle}{L^2} \right]^{1/2} = \delta/L,$$

для нескольких значений M при длине ускорения ~ 9 м /пять ускоряющих секций/. На рис.7 сплошными линиями проведены аналогичные кривые, рассчитанные при длине ускорения ~ 18 м /десять ус-

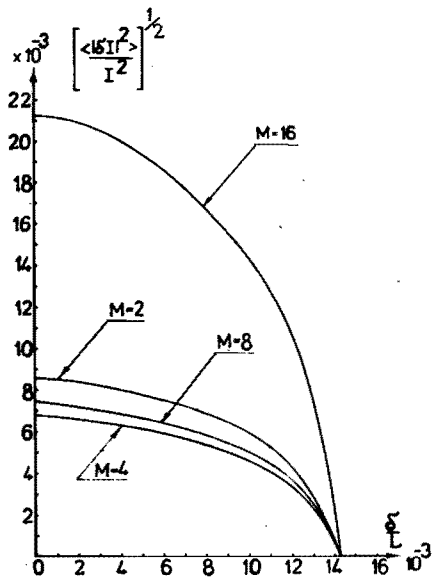


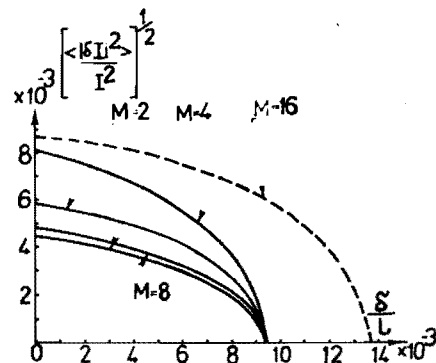
Рис. 7. Области допустимых значений разбросов $[\frac{\langle \delta I^2 \rangle}{I^2}]^{1/2}$ и δ/L , рассчитанные для десяти ускоряющих секций.

коряющих секций/. При расчетах использовались следующие значения характерных параметров индукционной ускоряющей системы КУТИ-20 и электронно-ионных колец^{/1/}: $r_{z_0} = 0,033$ см; $E_{z_0} = 10$ кВ/см; $B_{z_0} = 1,36$ Т; $f = 0,1$; $\gamma = 31,3$; $\xi = 47,5$; $\omega = 4,1 \cdot 10^9$ с⁻¹; $R = 9,1$ см; $r_0 = 4$ см и $N_e = 10^{18}$. Во всех случаях число катушек в индукторе $N = 4$.

Таким образом, допустимы следующие ошибки в системе формирования ведущего магнитного поля: среднеквадратичная ошибка в токах $[\frac{\langle \delta I^2 \rangle}{I^2}]^{1/2}$ не должна превышать величины $\approx 3 \cdot 10^{-8}$, а в геометрических размерах δ/L - величины $\approx 8 \cdot 10^{-8}$. При $L = 20$ мм допуск на разброс геометрических параметров составляет $\delta = 0,16$ мм. Наименее существенным оказывается разброс в длинах отдельных катушек δL , так как этот разброс входит в формулы /6/ и /15/ с наименьшим весом. Вклад остальных возмущений при указанных выше параметрах примерно одинаков.

Допуски несущественно зависят от радиусов катушек R и кольца r_0 , по сравнению с результатами, полученными в работе^{/1/}. Это

Рис. 6. Области допустимых значений разбросов $[\frac{\langle \delta I^2 \rangle}{I^2}]^{1/2}$ и δ/L , рассчитанные для пяти ускоряющих секций.



связано с тем, что при увеличении расстояния между кольцом и катушками вклад длинноволновых возмущений, обуславливающих раскачку колебаний ионов в r -направлении, меняется незначительно, в отличие от вклада коротковолновых возмущений, обуславливающих раскачку колебаний электронов в z и r -направлениях. На рис. 7 пунктирной кривой показана граница допустимых значений ошибок, рассчитанная при $r_0 = 2$ см. Из нее видно, что в этом случае допуски могут быть увеличены до значений $[\frac{\langle \delta I^2 \rangle}{I^2}]^{1/2} \approx 4 \cdot 10^{-8}$ и $\delta/L \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность А.Б.Кузнецову за полезные замечания, высказанные при обсуждении полученных результатов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычисление корреляционных функций $\langle \delta B_{r,z}(z_1) \cdot \delta B_{r,z}(z_2) \rangle$

Будем считать, что электронно-ионное кольцо движется в магнитном поле, создаваемом бесконечной периодической структурой, изображенной на рис. 1. Для расчетов удобно воспользоваться векторным потенциалом, который в такой системе создается только азимутальным компонентом плотности тока в катушках $j_\theta(r, z)$, а в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$A_\theta(r_0, z) = \frac{2}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} r' \cdot e^{ik(z-z')} \cdot I_1(|k|r_0) \cdot K_1(|k|R) \cdot j_\theta(r', z') \cdot dr' \cdot dz' \cdot dk. \quad /п.1/$$

Здесь $I_1(x)$ и $K_1(x)$ - модифицированные функции Бесселя. В пренебрежении толщиной катушек $j_\theta(r', z')$ имеет вид:

$$j_\theta(r', z') = I(z') \cdot \delta(r' - R). \quad /п.2/$$

Используя формулы /п.1/ и /п.2/, получим среднее по реализациям случайного процесса произведение $\langle \delta B_r(z_1) \cdot \delta B_r(z_2) \rangle$:

$$\langle \delta B_r(z_1) \cdot \delta B_r(z_2) \rangle = -\frac{4R^2}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} k_1 \cdot k_2 \cdot e^{ik_1(z_1-z')} \cdot e^{ik_2(z_2-z'')} \cdot A(|k_1|) \cdot A(|k_2|) \cdot \langle \delta I_\theta(z_1) \cdot \delta I_\theta(z_2) \rangle \cdot dz' \cdot dz'' \cdot dk_1 \cdot dk_2; \quad /п.3/$$

$$A(|k|) = I_1(|k|r_0) \cdot K_1(|k|R).$$

Предположим для определенности, что $N < M$, и число M/N - целое. Тогда линейную плотность тока можно представить как:

$$I_{\theta}(z) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} I_j \cdot \sum_{m=1}^{M/N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{L_{mnj}} \cdot \sigma \left[\frac{L_{mnj}^2}{4} - (z - z_{mnj})^2 \right], \quad /п.4/$$

где I_j - полный ток, протекающий через сечение катушки, L_{mnj} - длина, а $z_{mnj} = z_j + \frac{N \cdot \lambda}{2} (2m - \frac{M}{N} - 1) + \frac{\lambda}{2} \cdot (2n - N - 1)$ - координата центра катушки / z_j - координата центра группы катушек/.

Возмущения ведущего магнитного поля могут создаваться путем отклонений от идеальных значений величин токов I_j , координат центров групп катушек z_j , длин L_{mnj} и координат центров катушек z_{mnj} . Пусть:

$$I_j = I + \delta I_j; \quad L_{mnj} = L + \delta L_{mnj}; \quad z_j = M \cdot \lambda \cdot j + \delta z_j, \quad /п.5/$$

$$z_{mnj} = z_j + \frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot (2m - \frac{M}{N} - 1) + \frac{\lambda}{2} \cdot (2n - N - 1) + \delta z_{mnj}.$$

Тогда в первом порядке по возмущениям координат и токов ошибка в линейной плотности тока $\delta I_{\theta}(z)$ есть:

$$\begin{aligned} \delta I_{\theta}(z) = & \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \frac{\delta I_j}{I} \sum_{m=1}^{M/N} \sum_{n=1}^N \sigma \left[\frac{L^2}{4} - (z - z_{mnj})^2 \right] - \\ & - \frac{1}{L} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=1}^{M/N} \sum_{n=1}^N \delta L_{mnj} \cdot \left\{ \frac{1}{L} \sigma \left[\frac{L^2}{4} - (z - z_{mnj})^2 \right] - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \cdot \delta \left[\frac{L}{2} - (z - z_{mnj}) \right] - \frac{1}{2} \cdot \delta \left[\frac{L}{2} + (z - z_{mnj}) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{L} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=1}^{M/N} \sum_{n=1}^N \delta z_{mnj} \left\{ \delta \left[\frac{L}{2} - (z - z_{mnj}) \right] - \delta \left[\frac{L}{2} + (z - z_{mnj}) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{L} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=1}^{M/N} \sum_{n=1}^N \Delta z_{mnj} \left\{ \delta \left[\frac{L}{2} - (z - z_{mnj}) \right] - \delta \left[\frac{L}{2} + (z - z_{mnj}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad /п.6/$$

Здесь учтено, что $\delta z_{mnj} = \delta z_{mj} + \Delta z_{mnj} / \Delta z_{mnj}$ - сдвиг катушки внутри индуктора/.

Предположим, что все флуктуации друг с другом не коррелированы и распределены нормально с дисперсиями $\langle |\delta I|^2 \rangle$, $\langle |\delta L|^2 \rangle$, $\langle |\delta z|^2 \rangle$ и $\langle |\Delta z|^2 \rangle$, соответственно. Подставив /п.6/ в /п.3/, усреднив по реализациям случайного процесса, проведя интегрирование по z' и z'' , а затем суммирование по m , n и j , найдем корреляционные функции для различного типа возмущений:

$$\langle \delta B_r(z_1) \cdot \delta B_r(z_2) \rangle_n = \sum_{j=0}^{+\infty} f_j^n(z_2 - z_1) \cdot \cos \frac{\pi \cdot j \cdot (z_1 + z_2)}{\lambda_M} \cdot \epsilon_j, \quad /п.7/$$

($n = 1, 2, 3, 4$)

где $\epsilon_j = 1$ при $j \neq 0$ и $\epsilon_j = 1/2$ при $j = 0$, а функции $f_j^n(z_2 - z_1)$ представляются в виде интеграла Фурье:

$$f_j^n(z_2 - z_1) = \int_0^{+\infty} F_j^n(k) \cdot \cos k(z_2 - z_1) dk, \quad /п.8/$$

где

$$F_j^1(k) = \frac{c_0}{ML^2} \cdot \frac{\langle |\delta I|^2 \rangle}{I^2} \cdot A(|k + \frac{\pi j}{\lambda_M}|) \cdot A(|k - \frac{\pi j}{\lambda_M}|) \cdot \sin(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{\lambda_M^2} \times \\ \times \sin(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{(-1)^j - \cos \lambda \cdot M \cdot k}{\cos \frac{\pi j}{M} - \cos \lambda \cdot k} \quad (\lambda_M = M \cdot \lambda), \quad /п.9/$$

$$F_j^2(k) = \frac{c_0}{N} \cdot \frac{\langle |\delta z_0|^2 \rangle}{L^2} \cdot A(|k + \frac{\pi j}{\lambda_N}|) \cdot A(|k - \frac{\pi j}{\lambda_N}|) \cdot [k^2 - (\frac{\pi j}{\lambda_N})^2] \times \\ \times \sin(k + \frac{\pi j}{\lambda_N}) \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin(k - \frac{\pi j}{\lambda_N}) \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{(-1)^j - \cos \lambda \cdot N \cdot k}{\cos \frac{\pi j}{N} - \cos \lambda \cdot k} \quad (\lambda_N = N \cdot \lambda) \quad /п.10/$$

$$F_j^3(k) = c_0 \cdot \frac{\langle |\Delta z|^2 \rangle}{L^2} \cdot (-1)^{j(M+1)} \cdot A(|k + \frac{\pi j}{\lambda_M}|) \cdot A(|k - \frac{\pi j}{\lambda_M}|) \times \\ \times [k^2 - (\frac{\pi j}{\lambda_M})^2] \cdot \sin(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{2} \quad (\lambda_M = \lambda) \quad /п.11/$$

$$F_j^4(k) = \frac{c_0}{4} \cdot \frac{\langle |\delta L|^2 \rangle}{L^2} \cdot (-1)^{j(M+1)} \cdot A(|k + \frac{\pi j}{\lambda_M}|) \cdot A(|k - \frac{\pi j}{\lambda_M}|) \cdot [k^2 - (\frac{\pi j}{\lambda_M})^2] \times \\ \times \left[\frac{2 \cdot \sin(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{2}}{(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot L} - \cos(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{\lambda_M^2} \right] \cdot \left[\frac{2 \cdot \sin(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{2}}{(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot L} - \cos(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}) \cdot \frac{L}{\lambda_M^2} \right] \quad (\lambda_M = \lambda). \quad /п.12/$$

Здесь и в дальнейшем $c_0 = \frac{8 \cdot B_z^2 \cdot R^2 \cdot \lambda}{\pi}$. Аналогично получаем:

$$\langle \delta B_z(z_1) \cdot \delta B_z(z_2) \rangle_n = \sum_{j=0}^{+\infty} \phi_j^n(z_2 - z_1) \cos \frac{\pi j(z_1 + z_2)}{\lambda_M} \cdot \epsilon_j \quad /п.13/$$

($n = 1, 2, 3, 4$)

где

$$\phi_j^n(z_2 - z_1) = \int_0^{+\infty} \Phi_j^n(k) \cdot \cos k(z_2 - z_1) dk \quad /п.14/$$

$$\Phi_j^1(k) = \frac{c_0}{ML^2} \frac{\langle |\delta I|^2 \rangle}{I^2} A_1\left(\left|k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right|\right) \cdot A_1\left(\left|k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right|\right) \cdot \frac{\sin\left(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2} \cdot \sin\left(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2}}{k^2 - \left(\frac{\pi j}{\lambda_M}\right)^2} \times$$

$$\times \frac{(-1)^j - \cos k \cdot M \cdot \lambda}{\cos \frac{\pi j}{M} - \cos k \cdot \lambda} \quad (\lambda_M = M \cdot \lambda) \quad /п.15/$$

Здесь $A_1(|k|) = |k| \cdot I_0(|k|r_0) \cdot K_1(|k|R)$, I_0 - модифицированная функция Бесселя.

$$\Phi_j^2(k) = \frac{c_0}{N} \frac{\langle |\delta z_0|^2 \rangle}{L^2} A_1\left(\left|k + \frac{\pi j}{\lambda_N}\right|\right) \cdot A_1\left(\left|k - \frac{\pi j}{\lambda_N}\right|\right) \cdot \sin\left(k + \frac{\pi j}{\lambda_N}\right) \frac{L}{2} \times$$

$$\times \sin\left(k - \frac{\pi j}{\lambda_N}\right) \frac{L}{2} \frac{(-1)^j - \cos k \cdot N \cdot \lambda}{\cos \frac{\pi j}{N} - \cos k \cdot \lambda} \quad (\lambda_N = N \cdot \lambda) \quad /п.16/$$

$$\Phi_j^3(k) = c_0 \frac{\langle |\Delta z|^2 \rangle}{L^2} \cdot (-1)^{j(M+1)} \cdot A_1\left(\left|k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right|\right) \cdot A_1\left(\left|k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right|\right) \times$$

$$\times \sin\left(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2} \cdot \sin\left(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2} \quad (\lambda_M = \lambda) \quad /п.17/$$

$$\Phi_j^4(k) = \frac{c_0}{4} \frac{\langle |\delta L|^2 \rangle}{L^2} (-1)^{j(M+1)} \cdot A_1\left(\left|k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right|\right) \cdot A_1\left(\left|k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right|\right) \times$$

$$\times \left[\frac{2 \cdot \sin\left(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2}}{\left(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) L} - \cos\left(k + \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2} \right] \left[\frac{2 \cdot \sin\left(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2}}{\left(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) L} - \cos\left(k - \frac{\pi j}{\lambda_M}\right) \frac{L}{2} \right] \quad (\lambda_M = \lambda) \quad /п.18/$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаринов Н.Ю., Казаха В.И. ОИЯИ, 9-83-148, Дубна, 1983.
2. Александров В.С. и др. ОИЯИ, 9-83-613, Дубна, 1983.
3. Иовнович М.Л., Кузнецов А.Б. ОИЯИ, 9-83-555, Дубна, 1983.
4. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Теория циклических ускорителей. Физматгиз, М., 1962.
5. Kazarinov N.Yu., Perelshtein E.A., Shevtsov V.F. Part. Accel., 1980, 10, p.33.
6. Казаринов Н.Ю., Перельштейн Э.А. ОИЯИ, 9-12441, Дубна, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 марта 1985 года.

Казаринов Н.Ю., Казаха В.И., Перельштейн Э.А. 9-85-176
О допусках на случайные возмущения магнитного поля
в индукционной ускоряющей системе КУТИ-20

Для индукционной ускоряющей системы КУТИ-20 определяются корреляционные функции случайных процессов, связанных с флуктуациями следующих параметров ее магнитной системы: амплитуд токов в катушках, смещения индукторов как целого, сдвига катушек внутри индукторов и аксиальных размеров катушек. Определяются области допустимых значений величин их разбросов, требуемые для устойчивого ускорения во внешнем постоянном электрическом поле самофокусирующегося электронно-ионного кольца. Показано, что для параметров электронно-ионных колец в КУТИ-20 среднеквадратичная ошибка в токах не должна превышать величины $/3 \div 4/ \cdot 10^{-3}$, а в геометрических размерах - величины $/8 \div 9/ \cdot 10^{-3}$.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Kazarinov N.Yu., Kazacha V.I., Perelstein E.A. 9-85-176
On Tolerances for Random Magnetic Field Perturbations
in the KUTI-20 Induction Accelerating System

For the KUTI-20 induction accelerating system the correlation functions of random processes connected with fluctuations of the following parameters of its magnetic system: the current peak values in the coils, the shift of the inductor as a unit, the shift of the coils inside the inductors and the axial dimensions of the coils are determined. The regions of their spread in allowed values that are required for the self-focusing electron-ion ring stable acceleration in a constant electric field are determined. It is shown that for parameters of the electron-ion rings in the KUTI-20 the root-mean-square error in the currents must not exceed $(3 \div 4) \cdot 10^{-3}$ and in the geometric dimensions - $(8 \div 9) \cdot 10^{-3}$.

The investigation has been performed at the Department
of New Acceleration Methods, JINR.
Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985