

**сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна**

9-84-561

**Н.Ю.Казаринов, А.Ю.Молодоженцев,
Э.А.Перельштейн, Е.Д.Федюнькин**

**О РАССТАНОВКЕ ДИПОЛЬНЫХ МАГНИТОВ
ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ЗАМКНУТОЙ ОРБИТЫ
В СИНХРОТРОНАХ**

1984

Искажение замкнутой орбиты является одним из факторов, ограничивающим аксептанс синхротрона и увеличивающим фазовый объем пучка в процессе циркуляции. Чтобы уменьшить искажение, связанное с разбросом эффективных длин дипольных магнитов, их расставляют по кольцу специальным образом^{/1/}. Отклонение орбиты, вызванное смещениями линз и магнитов, изменением во времени эффективных длин магнитов и т.д., минимизируется системой коррекции^{/2/}.

В работе предлагается два алгоритма расстановки магнитных элементов: первый применим для расстановки диполей в периодических структурах, второй пригоден для оптимизации динамических характеристик пучка в произвольной дискретной структуре.

1. АЛГОРИТМ РАССТАНОВКИ ДИПОЛЬНЫХ МАГНИТОВ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ СТРУКТУРАХ

Величина искажения орбиты определяется

$$\eta(s) = \frac{\beta^{1/2}(s)}{2 \sin \pi Q} \int_s^{s+\pi} f(\sigma) \cos[\mu(\sigma) - \mu(s) - \pi Q] d\sigma, \quad /1/$$

где $\beta(s)$ - значение β -функции, Q - частота бетатронных колебаний, $\mu(s)$ - набег фазы бетатронных колебаний, π - периметр синхротрона.

Функция возмущения $f(s)$ здесь описывает разброс относительных эффективных длин заворачивающих блоков δ_i .

Следуя^{/1/}, рассмотрим идеализированную задачу, когда $\delta_i \neq 0$ на выбранном элементе периодичности, включающем N магнитов, все остальные магниты - идеальные. Найдем соотношение между δ_i , которые обеспечивают полную компенсацию искажения орбиты, из условий

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \frac{d\eta}{ds} \end{pmatrix}_{\text{вход}} / \text{выход} = 0. \quad /2/$$

Из уравнений /1-2/ с использованием линейной аппроксимации набег фазы на группе магнитов N получаем

$$\sum_{i=1}^N \beta^{1/2}(s_i) \Delta s_i \delta_i \cos\left(\frac{2\pi Q}{\pi} s_i\right) = 0, \quad \sum_{i=1}^N \beta^{1/2}(s_i) \Delta s_i \delta_i \sin\left(\frac{2\pi Q}{\pi} s_i\right) = 0, /3/$$

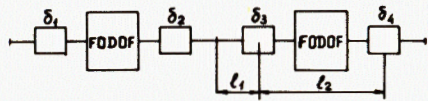


Рис. 1

где s_i и Δs_i - координата центра и длина i -го блока соответственно.

Выборка групп магнитов и их расстановка проводится по результатам магнитных измерений так, чтобы приближенно выполнялись условия /3/.

Работу предлагаемого алгоритма рассмотрим на конкретном примере магнитной структуры ТИС ОИЯИ, содержащей 32 заворачивающих блока и 16 квадрупольных триплетов /3/. На рис.1 показан выбранный элемент периодичности, состоящий из четырех заворачивающих блоков и двух триплетов линз, образующих структуру FODOF. Уравнения /3/ при учете $\beta(s_i) = \beta$; $\Delta s_i = \text{const}$, представляются в виде

$$\eta_{\text{ВЫХ}} = (\delta_1 + \delta_4) \cos \alpha (l_1 + l_2) + (\delta_2 + \delta_3) \cos \alpha l_1 = 0,$$

$$\left(\frac{\pi}{2\pi} \frac{d\eta}{ds} \right)_{\text{ВЫХ}} = (-\delta_1 + \delta_4) \sin \alpha (l_1 + l_2) - (\delta_2 - \delta_3) \sin \alpha l_1 = 0, \quad /4/$$

где $\alpha = 2\pi Q/\pi$.

Считая, что ошибки в эффективных длинах магнитов распределены по нормальному закону, будем использовать антисимметричное относительно центра периода решение уравнений /4/. С учетом свойств коэффициентов в /4/ при $\alpha(l_1 + l_2) < \pi/2$ /для ТИСа $\alpha(l_1 + l_2) = 1,436/$ получаем требования $|\delta_2| > |\delta_1|$, $|\delta_3| > |\delta_4|$; величины δ_1 и δ_3 , δ_2 и δ_4 - одного знака. Соответственно, из всего набора магнитов выбираем N пар с наибольшими и наименьшими значениями δ_i /для ТИСа $N = 8/$ и помещаем каждую пару магнитов в центр N периодов.

Для расстановки магнитов на краях периодов из уравнений /4/ с использованием известных δ_2, δ_3 находим идеальные значения δ_1, δ_4 для всех периодов и упорядочиваем их по величине. Полученному набору ставим в соответствие также упорядоченные по величине δ_i нерасставленные реальные магниты. Таким образом определяется местоположение каждого магнита в кольце. В результате подстановки реальных значений δ_i в /4/ получаем ненулевые значения $\eta = a_i$ и $\frac{\pi}{2\pi} \frac{d\eta}{ds} = \beta_i$ на выходе i -го периода. По найденным

значениям a_i, β_i оценим качество отдельной расстановки, определив его следующим образом:

$$P = (q_0/q_{\text{mix}})^{1/2}, \quad /5/$$

где $q = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta^2(\phi) d\phi$, q_0 - значение q до расстановки по предлагаемому алгоритму, q_{mix} - после расстановки дипольных магнитов по орбите ускорителя.

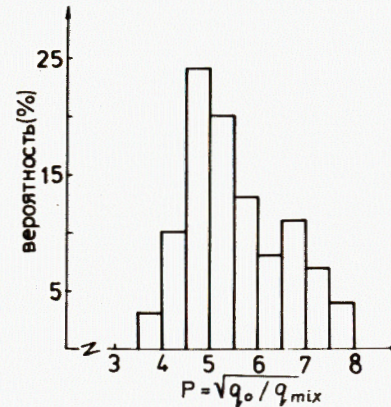


Рис. 2

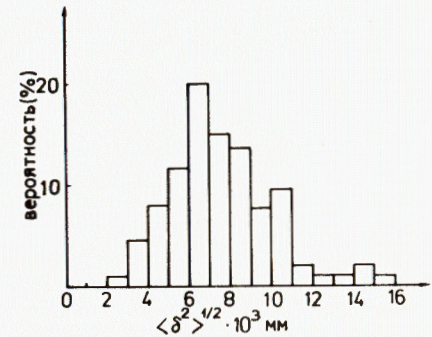


Рис. 3

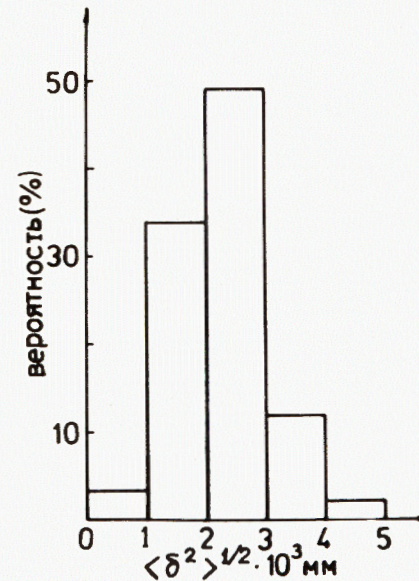


Рис. 4

В рассматриваемом случае критерий сводится к виду

$$P = \left[4 \sum_{j=1}^{4N} \delta_j^2 / \left(\sum_{i=1}^N a_i^2 + \sum_{i=1}^N \beta_i^2 \right) \right]^{1/2} + O\left(\frac{1}{Q}\right). \quad /6/$$

Для статистического анализа работы алгоритма производилось 200 случайных выборок величин ошибок эффективных длин магнитов с использованием гауссовского распределения с дисперсией $\langle \delta^2 \rangle$.

На рис.2 показана вероятность получения качества P в результате их расстановки, среднестатистическое значение качества $\langle P \rangle \approx 5,5$.

Предлагаемый способ расстановки магнитов можно оценить и по гистограмме, характеризующей вероятную величину максимального искажения замкнутой орбиты. На рис.3 представлена гистограмма распределения максимального отклонения от равновесной орбиты, соответствующая случайной расстановке магнитных элементов. Максимальное искажение замкнутой орбиты может достигать $15 \div 16 / \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3 \text{ мм}$. Результат расстановки магнитов по рассматриваемому алгоритму представлен на рис.4. Возможное максимальное искажение орбиты в этом случае составляет $4 \div 5 / \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3 \text{ мм}$.

Допустимое максимальное значение искажения орбиты в горизонтальной плоскости составляет 4 мм^3 . Для получения такого результата без дополнительной коррекции необходимо иметь дисперсию ошибок эффективных длин магнитов $\langle \delta^2 \rangle \leq 10^{-6}$.

Гармонический анализ показал, что рассматриваемый алгоритм подавляет низшие и резонансные гармоники. Некоторое увеличение высших гармоник не приводит к значительному искажению замкнутой орбиты.

2. ПЕРЕСТАНОВочный АЛГОРИТМ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОЙ РАССТАНОВКИ ДИПОЛЬНЫХ МАГНИТОВ

Описанный выше алгоритм расстановки дипольных магнитов следует использовать в тех случаях, когда существует внутренняя симметрия магнитной системы.

В общем виде задачу можно поставить следующим образом. Даны N магнитов, которые могут быть расположены произвольно в N фиксированных местах. Требуется найти конфигурацию с максималь-

ным качеством Q . Определим, например: $Q = \frac{1}{1 + \max[\eta(s)]}$;

здесь $\eta(s)$ - искажение замкнутой орбиты, заданное уравнением /1/. Очевидно: $0 < Q \leq 1$, причем $Q = 1$ только для идеальной орбиты.

Попытка найти оптимальную конфигурацию посредством перебора всех вариантов расстановки магнитов обречена на неудачу даже при сравнительно малых N , поскольку число вариантов равно $N!$, и необходимое для расчета время ЭВМ приближается к бесконечности. Следовательно, искомый алгоритм должен обеспечивать поиск оптимальной конфигурации без перебора всех вариантов.

С математической точки зрения эта задача схожа с задачей оптимизации дискретной структуры по заданной функции качества $Q/4$. Предлагаемый алгоритм - вариант релаксационного метода, который, в свою очередь, является аналогом метода покоординатного спуска для минимизации непрерывных функций.

Пусть задано некоторое начальное расположение магнитов на орбите и соответствующее начальное качество Q_0 . Присвоим $Q_{\max} = Q_0$. Осуществляются парные перестановки магнита M_i с каждым из других магнитов системы и вычисляются качества получающихся конфигураций. Пусть при перестановке магнита M_i с магнитом M_j достигается максимальное из таких качеств: $Q_i^{\max} = Q_{ij}$. Если к тому же $Q_i^{\max} > Q_{\max}$, то фиксируем M_i на месте M_j , а M_j - на месте M_i и присваиваем $Q_{\max} = Q_i^{\max}$. Так завершается малый круг итерации. Сначала $i = 1$. Точно такая же процедура проделывается с магнитами M_2, M_3, \dots, M_N , после чего завершается большой круг итерации. Поскольку к этому моменту с высокой вероятностью взаимное расположение магнитов M_2, M_3, \dots, M_N не совпадает с начальным, можно ожидать дальнейшего возрастания ка-

чества при перестановке магнита M_1 с другими магнитами системы. Поэтому начинаем вторую большую итерацию, осуществляя парные перестановки $(M_1, M_2), (M_1, M_3), \dots, (M_1, M_N)$ и т.д. Алгоритм оканчивает работу, если в течение одной большой итерации Q_{\max} не изменилась.

Сходимость алгоритма гарантируется существованием верхнего предела качества ($Q \leq 1$). Результирующая конфигурация характеризуется тем, что никакая парная перестановка магнитов не может привести к улучшению качества.

На рис.8 изображена логическая схема перестановочного алгоритма. m, n, i, j, q - рабочие переменные. Через k обозначена текущая конфигурация. Функция $Q(k)$ вычисляет качество этой конфигурации.

В функции качества $Q(k)$ сосредоточена вся физика задачи. Сам алгоритм абсолютно не зависит от каких бы то ни было физических соображений. Сказанным объясняется универсальность алгоритма. Функция качества $Q(k)$ должна удовлетворять двум требованиям: 1/ она должна быть ограничена сверху; 2/ она должна адекватно отображать действительность. В остальном на вид функции качества не накладывается никаких ограничений. Алгоритм будет правильно работать даже в том случае, если качество определяется посредством субъективных оценок экспериментатора. При создании алгоритма воспользовались идеологией проблемно-ориентированных функций пользователя/6/.

Являясь алгоритмом релаксационного типа, перестановочный алгоритм не гарантирует сходимости к абсолютному оптимуму. Как правило, процесс сходится к некоторому локальному оптимуму, который однозначно определяется начальной расстановкой магнитов.

Эксперименты показали, что перестановочный алгоритм сходится за несколько больших итераций и дает качество оптимизации не худшее, чем "физический" алгоритм, изложенный в начале настоящей статьи.

Можно запускать перестановочный алгоритм несколько раз, используя в качестве начальных состояний набор сравнительно случайных конфигураций, полученных, например, с помощью генератора случайных чисел. Выбирается результирующая конфигурация с максимальным качеством. Результат также можно улучшить, если воспользоваться аналогией с методом градиентного спуска при минимизации непрерывных функций. Для этого нужно получить оптимальную конфигурацию, используя функцию качества $Q(k)$, взять эту конфигурацию в качестве начального состояния и произвести оптимизацию с функцией качества $Q^*(k) = 1 - Q(k)$; результирующая конфигурация опять используется в качестве начального состояния при оптимизации с функцией качества $Q(k)$. Если качество улучшилось, процедура повторяется.

Начальную расстановку магнитов для перестановочного алгоритма можно задавать с помощью "физического" алгоритма. На рис.5 изображена гистограмма, характеризующая совместное действие

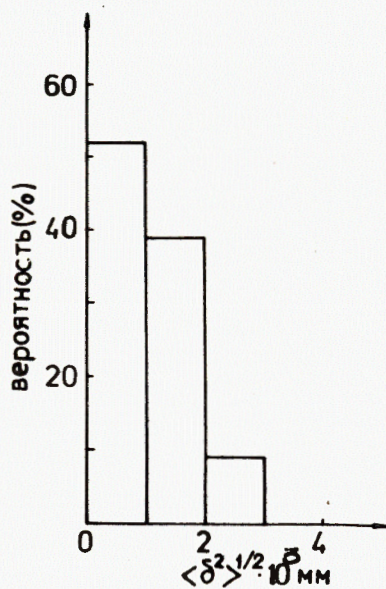


Рис. 5

двух способов расстановки магнитов по орбите. Максимальное искажение результирующей орбиты в этом случае не превышает $3 \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3 \text{ мм}$.

3. ВАРИАНТЫ ПЕРЕСТАНОВОЧНОГО АЛГОРИТМА. ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

Если после окончания малой итерации для магнита M_i произошло улучшение качества, можно запустить еще одну малую итерацию для этого магнита: конфигурация изменилась и существует вероятность дальнейшего улучшения качества. Когда качество перестанет меняться, перейдем к малой итерации для магнита M_{i+1} и т.д.

Можно сразу фиксировать перестановку при улучшении качества, не дожидаясь окончания малого круга итерации. На рис.9 изображена логическая схема соответствующего алгоритма.

Варианты перестановочных алгоритмов имеют приблизительно одинаковую эффективность, но один из них может оказаться предпочтительным при наличии специфических корреляций свойств магнитов.

Учесть слабые корреляции и достигнуть лучшего оптимума можно, если вместо парных перестановок использовать перестановки упорядоченных троек магнитов. Такой алгоритм можно назвать перестановочным алгоритмом третьего порядка. Тогда изложенный выше алгоритм - перестановочный алгоритм второго порядка. Можно рассматривать алгоритмы 4-го, 6-го и т.д. порядков.

Оценим машинное время, необходимое для одного круга малой итерации перестановочного алгоритма n -го порядка. Число конфигураций, которые следует рассмотреть, равно числу размещений

$P_N^n = \prod_{i=0}^{n-1} (N-i)$. Здесь N - число магнитов. При $n \ll N$ $P_N^n \sim N^n$. Этой оценкой можно руководствоваться при выборе порядка перестановочного алгоритма.

4. КОРРЕКЦИЯ ЗАМКНУТОЙ ОРБИТЫ

Для коррекции замкнутой орбиты, искажение которой вызывается разбросом полей в заворачивающих блоках и поперечным смещением квадрупольных линз, в^{2/} применен динамический метод. При этом в^{2/} используются значения искажения орбиты в равноудаленных точках, получаемые из реальных с помощью квадратичной интерполяции, что не обеспечивает замыкания орбиты. Это требование выполняется при использовании тригонометрической интерполяции^{5/}. Значения искажения орбиты в равноудаленных точках $T(x_j)$ определяется по формуле

$$T(x_j) = \sum_{i=1}^n \frac{\Omega(x_i)}{2 \sin\left(\frac{x_i - x_j}{2}\right) \Omega'(x_j)} f(x_j), \quad (7)$$

где $\Omega(x_j) = \prod_{k=1}^n \sin\left(\frac{x_j - x_k}{2}\right)$, $\Omega'(x_j) = \frac{\partial \Omega}{\partial x_j} \Big|_{x=x_j}$, $n = 2m + 1$,

$f(x_j)$ - значение искажения орбиты в реальном j -пикап-электроде. Кроме ошибок эффективных длин магнитов в расчетах учитывалось поперечное смещение квадрупольных линз, которое распределено нормально с дисперсией $\Delta x^2 = 10^{-4} \text{ см}^2$. Максимальное искажение орбиты при произвольной расстановке магнитов в этом случае достигает $18 \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3 \text{ мм}$ /рис.6/.

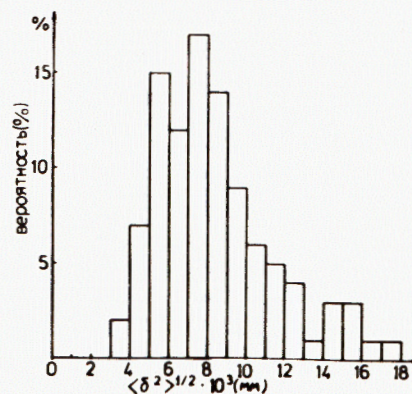


Рис. 6

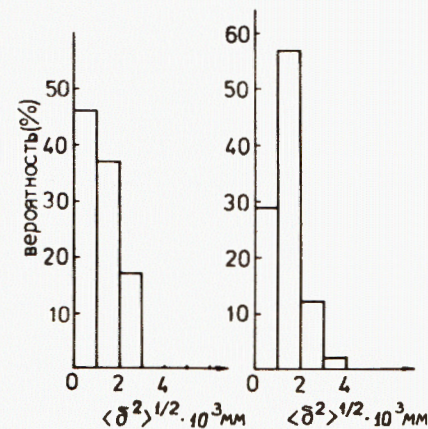


Рис. 7

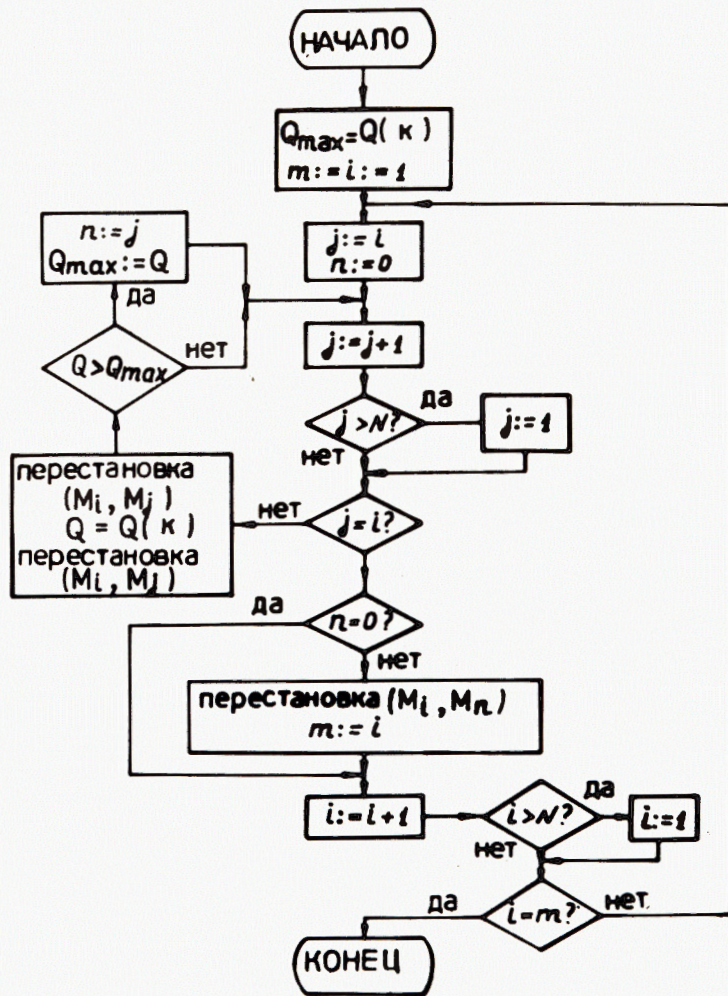


Рис. 8

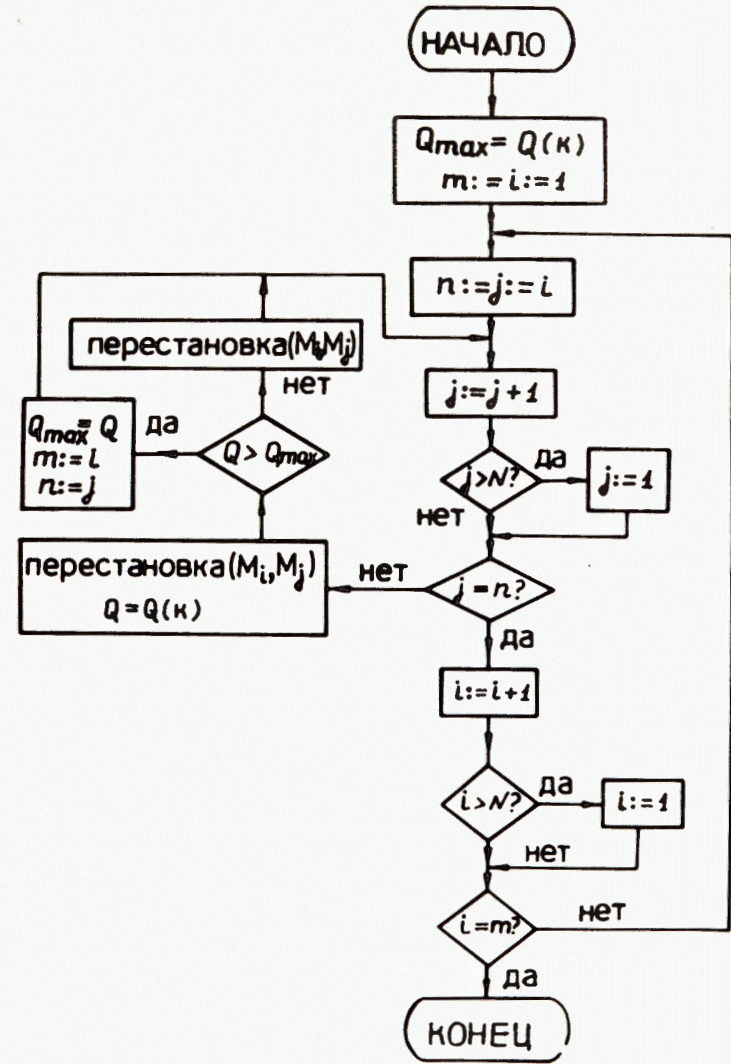


Рис. 9

Для компенсации искажения замкнутой орбиты в ТИСе предложено использовать 16 корректоров и 24 датчика положения^{/3/}. Применяя динамическую коррекцию, максимальное искажение орбиты можно уменьшить до $4 \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3$ мм при силе корректирующих магнитов $\Delta B_c \leq 450 \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3$ Гс /рис.7б/.

После специальной расстановки дипольных магнитов по кольцу динамической коррекции максимальное искажение орбиты в горизонтальной плоскости уменьшается до $3 \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3$ мм /рис.7а/. В этом случае сила корректоров $\Delta B_c \leq 310 \times \langle \delta^2 \rangle^{1/2} \times 10^3$ Гс. Если заворачивающие блоки имеют дисперсию ошибок эффективных длин $\langle \delta^2 \rangle^{1/2} = 5 \times 10^{-4}$, максимальное искажение замкнутой орбиты в горизонтальной плоскости в ТИСе $\eta_{\max} \approx 1,5$ мм.

В заключение авторы благодарят В.А.Михайлова за многочисленные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Billinge R. Magnet Mixing to Reduce the High Field Closed Orbit Distortion. CERN, LAB II-MA/74-1, Geneva,
2. Динев Д.Х. ОИЯИ, 09-82-504, Дубна, 1982.
3. Ускорительный комплекс тяжелых ионов в ОИЯИ. ОИЯИ, P9-83-613, Дубна, 1983.
4. Силин И.Н. ОИЯИ, P5-12995, Дубна, 1979.
5. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. "Наука", М., 1967.
6. Мазепа Е.Ю., Федюнькин Е.Д. ОИЯИ, P11-13059, Дубна, 1980.
7. Штеффен К. Оптика пучков высокой энергии. "Мир", М., 1969.
8. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Теория циклических ускорителей. Физматгиз, М., 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 августа 1984 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condensed matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.



Казаринов Н.Ю. и др.
О расстановке дипольных магнитов
для коррекции замкнутой орбиты в синхротронах

9-84-561

Предлагаются два алгоритма расстановки дипольных магнитов в синхротронах с целью уменьшения искажений замкнутой орбиты, обусловленных разбросом эффективных длин магнитов. В первом /развитие алгоритма Р.Биллинжа/ оптимальная расстановка проводится на элементе периодичности. Во втором с помощью парных транспозиций реализуется дискретный аналог метода поординатного спуска. Алгоритмы используются для расстановки магнитов в тяжелоионном синхротроне /ТИС/ ОИЯИ. В результате среднестатистическое максимальное искажение орбиты уменьшено в 4 раза. Рассмотрена динамическая коррекция орбиты при неэквидистантном расположении пикап-электродов в кольце. Качество коррекции для ТИСа ОИЯИ составляет $4 \div 5$.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод авторов

Kazarinov N.Yu. et al.
The Displacement of Magnets for
Correcting a Closed Orbit in Synchrotrons

9-84-561

Two algorithms of the displacement of magnetic dipoles in synchrotrons are proposed in order to reduce distortions of a closed orbit caused by effective magnet lengths. The first algorithm (development of the Billinge algorithm) considers the optimal displacement of magnets in the element of periodicity. The second one realizes a discrete analog of the by-coordinate descent method by means of pair transpositions. The algorithm are used for the displacement of magnets in a heavy ion synchrotron at JINR. As a result, the maximum average statistical distortion of a closed orbit is decreased by a factor of 4. A dynamic correction of the orbit (pick-up electrodes are non-equidistant) is considered. The correction quality for the heavy ion synchrotron is $4 \div 5$.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984