сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

9-83-555

М.Л.Иовнович, А.Б.Кузнецов

О ПОТЕРЯХ ИОНОВ ПРИ МНОГОКРАТНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭЛЕКТРОННО-ИОННОГО КОЛЬЦА

1983

При многократном использовании кольца [1] потери ионов происходят в результате действия флуктуаций электромагнитных полей [2], а также при переходе от ускорения к торможению кольца. Предполагается, что на участке ускорения выполнены условия удержания ионов и при этом не возникает лавинного процесса потерь ионов [3], т.к. масса кольца в этом случае определяется массой электронов. Ускорение кольца считается постоянным или изменяющимся достаточно медленно по сравнению с периодом ионных колебаний. В последнем случае поляризация кольца изменяется пропорционально ускорению, а функция распределения ионов по амплитудам практически не меняется. Потери ионов, вызванные флуктуациями полей, предполагаются малыми и не приводят к заметным изменениям параметров электронного кольца за период его колебания.

Рассмотрим нерелятивистское движение кольца с постоянным ускорением g, возникающим под действием слабонеоднородного магнитного поля B_r или электрического поля E_z. Потери ионов происходят в результате действия флуктуаций полей: ΔB_r, ΔE_z. Флуктуации полей приводят к появлению случайной силы инерции в уравнении колебаний иона, действие этой силы может увеличить квадрат амплитуды колебаний до предельного значения. Теория потерь частиц под действием случайной силы разработана в теории ускорителей [4], ниже будем следовать этой теории.

Предположим, что число ионов много меньше числа электронов, а размеры электронного кольца поддерживаются неизменными с помощью внешних фокусирующих сил. В этом случае уравнение колебаний иона в системе покоя электронного кольца имеет вид [3]

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -g - \Delta g , \qquad /1/$$

где $\omega^2 = \dfrac{Ze^2 N_e}{\pi M R a^2}$, N_e - число электронов, R - большой, a - малый радиус кольца, Ze - заряд, M - масса иона, Δg - флуктуация ускорения электрона.

В случае магнитного поля $\Delta g = -\dfrac{e\Delta B_r}{m\gamma}$, где $m\gamma c^2$ - полная энергия электрона, в случае электрического поля $\Delta g = \dfrac{e\Delta E_z}{m\gamma}$. Решение уравнения /1/ имеет вид:

$$x = -\frac{g}{\omega^2} + A\sin(\omega t + \phi) + \frac{1}{\omega}\int_0^t \Delta g(t')\sin\omega(t - t')\,dt' ,$$

$$\dot{x} = A\omega\cos(\omega t + \phi) + \int_0^t \Delta g(t')\cos\omega(t - t')\,dt' . \qquad /2/$$

Если $\Delta g = 0$, то отношение энергии иона к массе

$$E = \frac{1}{2}\left[\dot{x}^2 + \omega^2\left(x + \frac{g}{\omega^2}\right)^2\right] = \frac{\omega^2 A^2}{2}$$

не зависит от времени. Действие флуктуаций приводит к изменению квадрата амплитуды колебаний согласно уравнению

$$\dot{E} = \Delta g\,\dot{x} , \qquad /3/$$

с помощью которого найдем это изменение в виде

$$\Delta E = \int_0^t \Delta g(t_1)\left[A\omega\cos(\omega t_1 + \phi) + \int_0^{t_1} \Delta g(t_2)\cos\omega(t_1 - t_2)\,dt_2\right]dt_1 . \qquad /4/$$

Найдем среднее значение случайных величин $\overline{\Delta E}$ и $\overline{\Delta E^2}$, учитывая, что $\overline{\Delta g} = 0$, $\overline{\Delta g(t_1)\Delta g(t_2)} = \overline{\Delta g^2}\,K(t_1, t_2)$, где $K(t_1, t_2)$ - корреляционная функция:

$$\overline{\Delta E} = \overline{\Delta g^2}\int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2\, K(t_1, t_2)\cos\omega(t_1 - t_2) , \qquad /5/$$

$$\overline{\Delta E^2} = \overline{\Delta g^2}\,A^2\omega^2 \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2\, K(t_1, t_2)\cos(\omega t_1 + \phi)\cos(\omega t_2 + \phi) . \qquad /6/$$

При вычислении $\overline{\Delta E^2}$ отброшены малые члены, содержащие Δg в степени выше второй. Усреднив $\overline{\Delta E^2}$ по фазе колебаний иона ϕ и учитывая соотношение

$$\int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 K(t_1, t_2)\cos\omega(t_1 - t_2) = 2\int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2\, K(t_1, t_2)\cos\omega(t_1 - t_2) ,$$

получим

$$\overline{\Delta E} = \frac{\overline{\Delta g^2}}{2}\int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 K(t_1, t_2)\cos\omega(t_1 - t_2) , \quad \frac{d\overline{\Delta E^2}}{dt} = 2E\,\frac{d\overline{\Delta E}}{dt} . \qquad /7/$$

Если $\omega d \ll 1$, где d - время корреляции, то корреляционная функция имеет вид δ -функции:

$$\overline{\Delta B_r(t_1)\Delta B_r(t_2)} = \overline{\Delta B_r^2}\,d_B\delta(t_1 - t_2) , \quad \overline{\Delta E_z(t_1)\Delta E_z(t_2)} = \overline{\Delta E_z^2}\,d_E\delta(t_1 - t_2) ,$$

где d_B, d_E - времена корреляции для магнитного и электрического полей. Для магнитного поля $d_B = \frac{\ell}{\bar{u}}$, где ℓ - длина корреляции, $\bar{u}$ - средняя скорость кольца [2]. Вычисление средних значений показывает, что квадрат амплитуды колебаний иона растет со временем. Когда величина E достигает значения, соответствующего предельной энергии [3],

$$E_m = \frac{\omega^2 a^2}{2} F(q) ,$$

где

$$F(q) = q^2 - 1 - \ln q^2, \quad q = \frac{g}{\omega^2 a} ,$$

ион можно считать потерянным. Потери ионов находятся в соответствии с [4].

Введем случайную величину: $y = \frac{E}{E_m}$. Согласно соотношению /7/

$$\frac{d}{dt}\overline{\Delta y^2} = 2y\frac{d}{dt}\overline{\Delta y} .$$

В этом случае, как показано в [4], отношение числа ионов в кольце к начальному значению изменяется со временем по закону

$$\frac{N}{N_0} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{c_i}{\sqrt{\nu_i}} J_1(2\sqrt{\nu_i})\, e^{-\nu_i \tau} , \qquad /8/$$

где $c_i = J_1^{-2}(2\sqrt{\nu_i})\int_0^1 f_0(y)\,J_0(2\sqrt{\nu_i\,y})\,dy$, $f_0(y)$ - начальная функция распределения ионов, $\tau = \overline{\Delta y(t)} = \frac{\overline{\Delta E}}{E_m}$, величины ν_i определяются с помощью уравнения $J_0(2\sqrt{\nu_i}) = 0$.

Для указанной выше корреляционной функции в случае магнитного поля величина $\tau_B = \frac{e^2\overline{\Delta B_r^2}\,d_B t}{2m^2\gamma^2 E_m}$, в случае электрического поля $\tau_E = \frac{e^2\,\overline{\Delta E_z^2}\,d_E t}{2m^2\gamma^2 E_m}$. После подстановки выражения для предельной энергии

$$\tau_B = \frac{\pi\overline{\Delta B_r^2}\,RMd_B t}{Zm^2\gamma^2 N_e F(q)} , \quad \tau_E = \frac{\pi\overline{\Delta E_z^2}\,RMd_E t}{Zm^2\gamma^2 N_e F(q)} . \qquad /9/$$

При одновременном действии электрического и магнитного полей, как в коллективном ускорителе тяжелых ионов, величина r, входящая в выражение /8/, равна сумме r_B и r_E. В результате можно определить потери ионов за время ускорения.

Авторы благодарят Э.А.Перельштейна за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иовнович М.Л. и др. ОИЯИ, Р9-11686, Дубна, 1978.
2. Дерендяев Ю.С. и др. ОИЯИ, Р9-6003, Дубна, 1971.
3. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Атомиздат, М., 1979.
4. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Теория циклических ускорителей. ГИФМЛ, М., 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 июля 1983 года.

Иовнович М.Л., Кузнецов А.Б. 9-83-555

О потерях ионов при многократном использовании электронно-ионного кольца

Потери ионов происходят в результате действия флуктуаций электромагнитных полей. Показано, что величина потерь ионов определяется формулой, полученной в теории ускорителей для потерь частиц под действием случайной силы.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Iovnovich M.L., Kuznetsov A.B. 9-83-555

On Ion Losses at Multiple Using of Electron-Ion Ring

Ion losses occur under action of electromagnetic field fluctuations. It is shown that the value of ion losses is determined by the formula derived in the accelerator theory for particle losses under action of a random force.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой