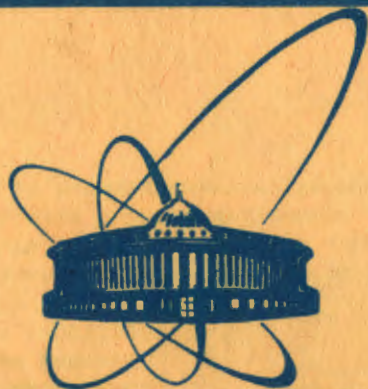


e +



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

1496/83

21/3-83

9-83-2

П.Г.Акишин, С.Б.Ворожцов, Н.Г.Шакун

К РАСЧЕТУ ДВУМЕРНЫХ
ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ
МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ
ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

1983

При анализе динамики движения пучка в центральной области фазотрона с пространственной вариацией магнитного поля /1/ появляется задача определения трехмерного ускоряющего электрического поля, создаваемого при помощи сложной конфигурации электродов /дуант, противодуантная рамка, источник ионов, шток источника горизонтального ввода, пулер/. Обычно расчет такой конфигурации ведется методом конечных разностей /МКР/ /2,3/. Однако для проверки таких расчетов в местах, где поле может считаться двумерным, возникает необходимость проведения независимого расчета двумерной конфигурации электродов. Кроме того, использование менее трудоемких расчетов двумерных полей существенно ускоряет предварительный выбор сложной геометрии электродов и во многих случаях является достаточным для приближенного анализа динамики частиц /набор энергии за оборот, фокусировка электрическим полем и т.д./.

Проведение двумерных расчетов методом конечных разностей или конечных элементов требует значительных усилий при подготовке исходных данных для генерации сетки. При численном дифференцировании полученного распределения потенциала имеет место потеря точности определения поля в рабочей области. Кроме того, для проведения расчета необходим большой объем оперативной памяти ЭВМ.

Метод расчета при помощи эквивалентных точечных зарядов, располагаемых в области электродов /4/, приводит при большом числе зарядов к плохо обусловленной алгебраической системе. Результаты расчета сильно зависят от положения эквивалентных зарядов.

Аналитические методы ограничены узким классом конфигураций, для которых известны распределения потенциала /5,6/.

Наилучшие результаты при решении поставленной задачи были получены методом граничных интегральных уравнений /МИУ/ /7/.

Пусть $\{\Gamma_i, i=1, N\}$ - набор контуров на плоскости. Для уравнения Лапласа

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad /1/$$

ставится граничная задача

$$\phi(\vec{r})|_{\Gamma_i} = g_i = \text{const.} \quad /2/$$

Так как заряды находятся только на поверхности проводников, решение задачи /1/-/2/ ищется в виде



$$\phi(\vec{y}) = \sum_{i=1}^N \oint \ell n |\vec{x} - \vec{y}| \sigma_i(\vec{x}) ds_x, \quad /3/$$

где $\sigma_i(\vec{x})$ - плотность заряда. Выбранный вид решения полностью определяет асимптотическое поведение потенциала при $|\vec{y}| \rightarrow \infty$, а именно

$$\phi(\vec{y}) = Q \ell n |\vec{y}| + 0(1), \quad /4/$$

где Q - суммарный заряд всех проводников. Из /2/ и /3/ для каждого контура Γ_i можно записать интегральное уравнение с целью определения неизвестных функций $\sigma_i(\vec{x})$:

$$\sum_{n=1}^N \oint_{\Gamma_i} \ell n |\vec{x} - \vec{y}| \sigma_n(\vec{x}) ds_x = g_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad /5/$$

При дискретизации системы уравнений /5/ контуры приближаются замкнутыми ломаными линиями, на каждом отрезке которых плотность заряда считается постоянной. В качестве точек наблюдения используются середины отрезков.

На основе описанного метода была составлена программа для ЭВМ и проведен расчет распределения ускоряющего поля, создаваемого конфигурацией электродов вблизи центра фазотрона с ионным источником горизонтального ввода. Геометрия электродов, показанная на рис.1а, является сечением более общей трехмерной конфигурации, для которой ранее было получено расчетное распределение поля методом конечных разностей.

Плоскость сечения выбрана в области, где электрическое поле можно считать практически двумерным. Вершины ломаных линий, приближающих контуры электродов, отмечены на рис.1а кружками. Здесь же показаны эквипотенциалы электрического поля. Распределение электрического поля дано на рис.1б. Результаты сравнения расчетов, проведенных двумя методами, приведены на рис.2а /для геометрии рис.1а/ и на рис.2б /геометрия рис.1а, но без штока ионного источника/. Как видно из рис.2, имеет место достаточно хорошее согласие двух методов расчета. Отличие кривых в основном связано с эффектом трехмерности геометрии, учитываемом при расчете методом конечных разностей. Примеры расчета геометрии рис.1а при различных модификациях расположения отдельных элементов показаны на рис.3.

Оценка точности метода интегральных уравнений была получена при расчете конфигурации электродов - рис.4 /прямой угол и заземленная плоскость/. Поле указанной задачи может быть получено аналитически методом конформных преобразований, причем для плоскости $z = 0$ имеем

$$\epsilon_z = \frac{v}{\sqrt{1+v(y)}}, \quad /6/$$

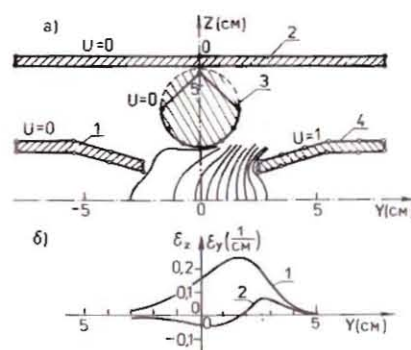


Рис.1. а - конфигурация электродов вблизи центра ускорителя, 1 - противодуантная рамка, 2 - плакировка, 3 - шток ионного источника ввода, 4 - дуант; б - ускоряющее напряжение вблизи медианной плоскости. 1 - ϵ_x при $z = 0$, 2 - ϵ_z при $z = 0,5$ см.

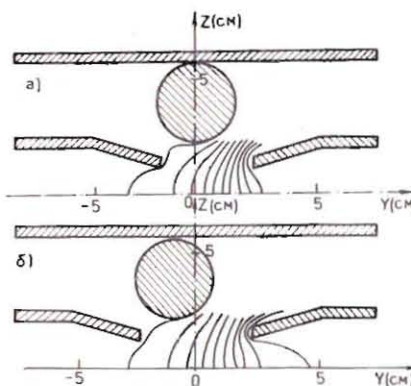


Рис.3. а - противодуантная рамка сдвинута по оси Y на 1 см, б - шток сдвинут по оси Y на 1 см.

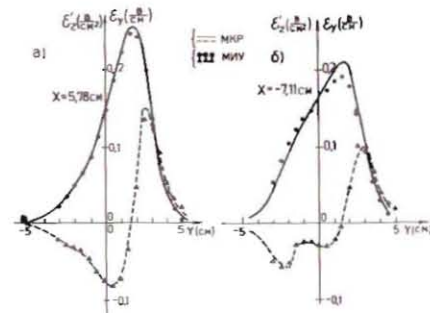


Рис.2. Сравнение расчетов методом конечных разностей /МКР/ и методом интегральных уравнений /МИУ/. а/ исходная конфигурация, б/ конфигурация без штока, --- МКР, о о о о МИУ, Δ Δ Δ Δ

о о о о
Δ Δ Δ Δ

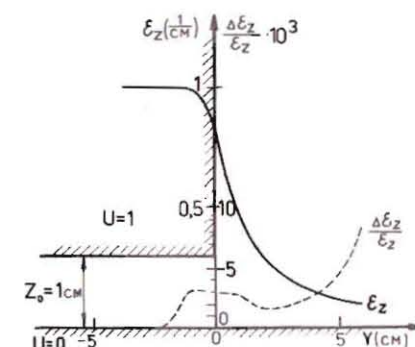


Рис.4. Сравнение результатов расчета методом интегральных уравнений и методом конформных преобразований.

где функция $v(y)$ определяется из соотношения

$$y = \frac{z_0}{\pi} \left(2\sqrt{1+v} + \ell n \frac{\sqrt{1+v}-1}{\sqrt{1+v+1}} \right). \quad /7/$$

Сравнение с МИУ показывает, что максимальная ошибка расчета при 86 отрезках ломаной, описывающей прямой угол, не превышает

$\Delta\epsilon_z/\epsilon_z = 3 \cdot 10^{-3}$ вблизи вершины угла. Рост ошибки до $8 \cdot 10^{-3}$ при $y > 6$ см объясняется конечными размерами контура ломаной, описывающей прямой угол. Время расчета на ЭВМ данной конфигурации составило 34 с. Точность расчета может быть существенно повышена за счет увеличения числа отрезков ломаной /при 46 отрезках точность расчета вблизи угла составляла лишь $2 \cdot 10^{-2}$ /.

Таким образом, методом граничных интегральных уравнений можно найти распределение от более широкого класса конфигураций электродов, чем это допускает метод конформных преобразований^{/8/}. Причем может быть получена приемлемая для практических применений точность расчета при сравнительно небольших затратах времени ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глазов А.А. и др. ОИЯИ, 9-3951, Дубна, 1968.
2. Ворожцов С.Б. ОИЯИ, Р9-6755, Дубна, 1972.
3. Ворожцов С.Б., Шакун Н.Г. ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1974, с.159.
4. Дмитриевский В.П., Кольга В.В., Трейбал З. ОИЯИ, Д9-8076, Дубна, 1974.
5. Замолодчиков Б.И., Новиков Д.Л., Шакун Н.Г. ОИЯИ, Р9-9284, Дубна, 1975.
6. Сафонов А.Н. Ядерная энергия. София, 1979, 8, с.3.
7. Метод граничных интегральных уравнений. "Мир", М., 1978, с.11-14.
8. Binns K.J. et al. Proc. of COMPUMAG, Grenoble, 1978, paper 1.5.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 января 1983 года.

Акишин П.Г., Ворожцов С.Б., Шакун Н.Г.
К расчету двумерных электростатических полей
методом граничных интегральных уравнений

9-83-2

Рассматривается расчет ускоряющего поля в центре фазотрона с пространственной вариацией магнитного поля. Целью работы являлся поиск эффективного метода расчета двумерной конфигурации электродов для быстрой оценки широкого набора геометрий с точки зрения динамики движения частиц. Метод граничных интегральных уравнений оказался наилучшим из известных методов для поставленной задачи. Расчет одной конфигурации требует около 30 с времени CDC-6500, точность расчета в сравнении с известным аналитическим решением находится на уровне $3 \cdot 10^{-3}$. Метод может быть рекомендован для расчета широкого класса двумерных задач, особенно в тех случаях, когда трудно применять конформные преобразования.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Akishin P.G., Vorozhtsov S.B., Shakun N.G.
On the Calculation of Two-Dimensional Electrostatic Fields
by the Boundary Integral Equation Method

9-83-2

Calculations of the accelerating field in the centre of a phasotron with spatial variation of the magnetic field is considered. The most efficient method of calculating the two-dimensional configuration of electrodes for quick choosing of a wide set of geometries as far as the beam dynamics is concerned was searched for. The best results have been obtained with the boundary integral equation method. An evaluation of one configuration required 30 s of the CDC-6500 computer time, accuracy of the results as compared with the known analytical solution was about $3 \cdot 10^{-3}$. The method could be recommended for a wide class of two-dimensional problems, especially for the cases when it is difficult to use conformal mapping.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.