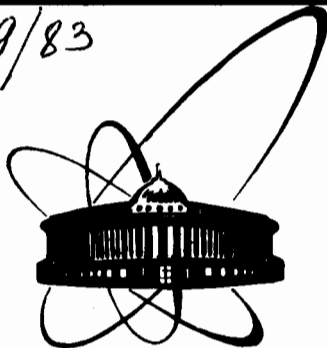


83-160

Е. В.

2999/83



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

6/6-83

9-83-160

С.Н.Богданова, П.И.Данков, С.Г.Иванов,
К.А.Решетникова

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ,
ВОЗБУЖДАЕМЫЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ПУЧКОМ
НА ГРАНИЦЕ С ПЛАЗМОЙ

Направлено в "Czechoslovak Journal of Physics"

1983

1. ВВЕДЕНИЕ

Использование сильноточных электронных пучков для целей генерации медленных поверхностных волн связано с поиском способов наиболее эффективного преобразования кинетической энергии пучка в энергию электромагнитного поля. Наиболее изученным в этом отношении является черенковский механизм генерации /пучковая неустойчивость/. Однако даже для него энергетический баланс конкретной системы практически не исследовался. В настоящей работе на основе анализа конечного нелинейного состояния электронного пучка и поверхностной волны на границе пучок-плазма исследуется перераспределение начальной кинетической энергии пучка между различными частями системы. Что касается линейной стадии возбуждения электронным пучком поверхностной волны на границе с плазмой, то она достаточно хорошо изучена ^{1,2/}. После начального экспоненциального роста амплитуды эволюция волны во времени происходит следующим образом: рост амплитуды замедляется из-за уменьшения скорости пучка, а также в связи с группировкой и захватом электронов пучка полем волны, после которого ее амплитуда начинает осциллировать.

Для неограниченной плазмы эта нелинейная стадия развития пучковой неустойчивости численно исследована в работе ^{3/}. В ограниченных системах колебания амплитуды из-за фазового перемешивания захваченных частиц оказываются затухающими ^{4/}. Причем в поле поверхностной волны, существенно неоднородной в поперечном направлении, затухание наступает очень быстро и амплитуда достигает предельного значения практически без колебаний. Именно это обстоятельство позволяет, не рассматривая переходные процессы, оценить к.п.д. системы на основе анализа конечного равновесного состояния. На этой стадии пучок и волна полностью синхронизованы, т.е. их скорости совпадают. Плазму, как правило, считают линейной. Нелинейность обусловлена влиянием волны на движение электронов пучка. Такой подход был впервые предложен в работе ^{5/}. В нашей работе, так же как и в ^{5/}, используется гидродинамическое приближение, дополненное законом сохранения энергии, позволяющим связать начальные параметры системы с их значениями на конечной равновесной стадии.

2. АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ ПУЧКА И ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Релятивистский электронный пучок, плотность электронов в котором n_b , движется со скоростью $v_b = \beta_b c$ в направлении оси z в верхнем полупространстве $x > 0$. Пучок сильно замагничен, что

позволяет считать его движение одномерным. Изотропная плазма плотностью n_p занимает нижнее полупространство $x < 0$. При этом невозмущенная плотность пучка n_b значительно меньше начальной плотности плазмы n_p . Невозмущенная скорость пучка $v_0 = \beta_0 c$ может быть сколь угодно близка к скорости света.

Рассматриваем стационарное самосогласованное состояние пучка, плазмы и медленной поверхностной волны на границе плазма-пучок. В соответствии со сказанным во введении, мы считаем, что это равновесное состояние является конечной стадией развития пучковой неустойчивости, в результате чего и возбуждается медленная поверхностная волна. Исходная система уравнений состоит из уравнений Максвелла, уравнений движения, непрерывности и уравнения баланса энергии.

Отметим, что постановка задачи аналогична используемой в работе ^{2/}. Но там предполагалось, что в системе покоя волны движение электронов, захваченных ее полем, является нерелятивистским. Нелинейная расстройка частоты /по величине/ равна линейному инкременту. Это накладывало на амплитуду волны определенные ограничения: $e\Phi \ll mc^2 n_b \gamma_0$, где Φ - потенциал волны, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$. Мы рассматриваем релятивистское движение электронов в системе покоя волны, что позволяет снять вышеупомянутое ограничение и исследовать поля вблизи предельных значений. Кроме того, использование в нашей работе уравнения баланса энергии, в отличие от ^{2/}, позволяет получить полную систему уравнений для определения неизвестных и детально исследовать энергетический баланс системы.

Сначала получим выражения для компонент напряженности поля поверхностной волны. Как известно из линейной теории ^{2/}, с пучком взаимодействует E -волна с компонентами E_z, V_y, E_x . Так же, как в ^{5/}, мы считаем, что на стадии насыщения, в первом приближении, волна гармоническая.

В области плазмы ($x < 0$), линеаризуя уравнения движения и непрерывности, легко получить для компонент поля следующие выражения:

$$E_z = E_0 e^{\mu_p x} e^{-i\psi},$$

$$V_y = -i \frac{k \epsilon_p}{\mu_p} E_z, \quad /1/$$

$$E_x = -i \frac{k_z}{\mu_p} E_z,$$

где $\psi = \omega t - k_z z$, $k_z = \frac{\omega}{v}$, ω, v - частота и фазовая скорость вол-

ны, $k = \frac{\omega}{c}$, $\epsilon_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, $\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 \bar{n}_p}{m}$, $\mu_p^2 = k_z^2 - \epsilon_p k^2$. Для ком-

понент скорости плазмы имеем:

$$\beta_x = i \frac{\mu_p \gamma^2}{k_z [1 + (1 - \epsilon_p^2) (\gamma^2 - 1)]} \frac{eE_z}{mc\omega}, \quad /2a/$$

$$\beta_z = i \frac{eE_z}{mc\omega}. \quad /2b/$$

В области пучка, как показано в работе /4/, на стадии насыщения характер поперечного распределения поля меняется незначительно по сравнению с холодной /без пучка/ системой. Поэтому при $x > 0$ мы ищем поле в виде $E_z = C e^{-\mu_b x} e^{-i\psi}$, где коэффициент μ_b , характеризующий поперечное распределение поля, сначала неизвестен. С учетом непрерывности E_z -компоненты при $x = 0$ получаем следующие выражения:

$$E_z = E_0 e^{-\mu_b x} e^{-i\psi},$$

$$B_y = i \frac{\mu_b k}{\kappa^2} E_z, \quad /3/$$

$$E_x = i \frac{\mu_b k_z}{\kappa^2} E_z,$$

где $\kappa^2 = k_z^2 - k^2$.

Используя непрерывность компоненты B_y при переходе через границу раздела $/x = 0/$, определяем величину μ_b :

$$\mu_b = -\epsilon_p \kappa^2 / \mu_p, \quad /4/$$

Для определения неизвестной амплитуды E_0 воспользуемся волновым уравнением

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = 4\pi e \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial n_b v_b}{\partial t} + \frac{\partial n_b}{\partial z} \right). \quad /5/$$

Перейдем к переменной ψ : $\frac{\partial}{\partial t} = -\omega \frac{\partial}{\partial \psi}$; $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\omega}{v} \frac{\partial}{\partial \psi}$. Введем безразмерный обобщенный потенциал ϕ :

$$E_z = \frac{mc^2 \omega}{e\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial \psi}, \quad /6/$$

где $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

С учетом уравнения непрерывности уравнение /5/ будет:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \beta^2 \gamma (v_b - \bar{v}_b), \quad /7/$$

где $v_b = \frac{4\pi e^2 n_b}{m\omega^2}$, $\bar{v}_b = \langle v_b \rangle = \frac{4\pi e^2 \langle n_b \rangle}{m\omega^2}$ /скобки означают усреднение по $\psi/$.

Используя первые интегралы уравнения движения и непрерывности /8/, выразим v_b через ϕ . Тогда уравнение /7/ можно будет записать в виде:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \psi^2} + \frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \beta^2 \gamma \langle v_b \rangle \left[\frac{(\gamma'_0 + \phi)}{\sqrt{(\gamma'_0 + \phi)^2 - 1}} I + (I - 1) \right]. \quad /8/$$

Здесь $\gamma'_0 = \gamma \gamma_0 (1 - \beta \beta_0)$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$.

Для коэффициента I имеем следующее выражение:

$$I = \frac{\gamma^2}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{(\gamma'_0 + \phi)}{\sqrt{(\gamma'_0 + \phi)^2 - 1}} + \beta \right] d\psi}. \quad /9/$$

Способ приведения правой части уравнения /7/ к виду /8/ изложен подробно в работе /8/. Здесь только отметим, что интеграл уравнения непрерывности используем в виде:

$$v_b = \frac{\langle v_b \rangle}{\beta_b - \beta}, \quad /10/$$

$$\text{при этом } I = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\beta_b - \beta} \right]^{-1}.$$

С учетом связи β_b с ϕ , которая следует из интеграла уравнения движения, получаем /9/ и /10/.

В дальнейшем для поперечного распределения начальной плотности пучка \bar{n}_b используем следующую зависимость:

$$\bar{n}_b = \bar{n}_{b0} e^{-\mu_b x} \quad /11/$$

Здесь индекс "0" обозначения \bar{n}_{b0} относится к невозмущенной плотности электронов пучка при $x=0$ и не связан со значением плотности при $\phi=0$.

Для малых амплитуд поля, когда $2\phi \ll \beta_0^2 \gamma_0'$, т.е. величина амплитуды волны далека от амплитуды "насыщения" (ϕ_0), из /8/ получается линейное дисперсионное уравнение, описывающее взаимодействие слабого пучка с поверхностной волной малой амплитуды /2/:

$$\frac{\epsilon_p^2}{\mu_p^2} = \frac{1}{\kappa^2} \left[1 - \frac{\omega_{b0}^2}{\gamma_0^2 (\omega - k_z v_0)^2} \right], \quad /12/$$

$$\text{где } \omega_{b0}^2 = \frac{4\pi e^2 \bar{n}_{b0}}{m \gamma_0}.$$

Перейдем к решению уравнения /8/ по методу Крылова-Боголюбова /9/. Считая $\beta^2 \gamma \nu_b \ll 1$, получим, в первом приближении, уравнение для амплитуды поля. Для этого умножим левую и правую части /8/ на ϕ , проинтегрируем по x от 0 до ∞ и усредним по фазе. Заметим, что отношение интегралов по ψ из правой части /8/ будет близко к единице. С большой степенью точности это подтвердилось результатами численного счета. В связи с вышеизложенным для ϕ_0 получаем выражение:

$$\phi_0 = 2\bar{\nu}_{b0} \beta^2 \gamma \left(1 - \frac{\mu_b}{\kappa^2} \right). \quad /13/$$

$$\text{Здесь } \bar{\nu}_{b0} = \frac{4\pi e^2 \bar{n}_{b0}}{m \omega^2}.$$

Учитывая выражения для μ_b , μ_p и κ , окончательно получим для ϕ_0 - амплитуды потенциала:

$$\phi_0 = 2\bar{\nu}_{b0} \frac{\beta^2}{\gamma} \frac{(1 - \epsilon_p)(\gamma^2 + \epsilon_p)}{(1 - \epsilon_p \beta^2)}. \quad /14/$$

Следующее уравнение, связывающее неизвестные величины, получим из условия захвата электронов пучка электромагнитной волной /6/:

$$\phi_0 = \gamma_0' - 1. \quad /15/$$

Отметим при этом, что движение электронов в системе координат, движущейся с фазовой скоростью волны, в отличие от работы /2/, является релятивистским.

Далее используем закон сохранения энергии, связывающий начальные невозмущенные значения плотности и скорости электронов пучка с величинами, относящимися к конечному равновесному состоянию / E_0 - амплитуда "насыщения"/:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\langle E_x^2 \rangle + \langle E_z^2 \rangle + \langle B_y^2 \rangle}{8\pi} + mc^2 \langle n_b \gamma_b \rangle + mc^2 \langle n_p \gamma_p \rangle \right] dx = /16/$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} mc^2 (\bar{n}_b \bar{\gamma}_b + \bar{n}_p) dx.$$

Здесь с правой стороны /16/ вычисляется полная энергия невозмущенной системы, а слева первый член - энергия электромагнитного поля, второй - энергия электронов пучка, третий - энергия, затрачиваемая на колебания электронов плазмы. Скобки означают усреднение по фазе. Заметим, что $\langle \nu_b \rangle = \bar{\nu}_b = \bar{\nu}_{b0} e^{-\mu_b x}$. После интегрирования /16/ по x с учетом /9/ и /10/ и перехода к безразмерным величинам получим

$$\frac{\phi_0^2}{8\beta^2 \gamma^2} \left\{ \frac{\mu_b}{\mu_p} \left(1 + \frac{1 + \epsilon_p \beta^2}{1 - \epsilon_p \beta^2} \right) + \frac{\epsilon_p}{1 - \epsilon_p \beta^2} (1 + \beta^2) + \right. /17/$$

$$\left. + 2(1 - \epsilon_p) \cdot \frac{\mu_b}{\mu_p} \left(1 + \frac{1}{1 - \epsilon_p \beta^2} \right) \right\} = \bar{\nu}_{b0} (\gamma_0 - \gamma).$$

Таким образом, для определения трех неизвестных: амплитуды, частоты и фазовой скорости волны имеем полную систему уравнений /14/, /15/, /17/.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ПУЧКА

Определив характеристики электромагнитной волны, мы получаем возможность проанализировать распределение начальной кинетической энергии пучка между различными частями системы. Зная амплитуду волны и связь между ее компонентами /1/ и /2/, определим к.п.д. преобразования кинетической энергии пучка в энергию поля:

$$\eta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} [\langle E_x^2 \rangle + \langle E_z^2 \rangle + \langle B_y^2 \rangle] dx}{8\pi \int_{-\infty}^{\infty} mc^2 \bar{n}_b (\bar{\gamma}_b - 1) dx}. \quad /18/$$

Интерес представляет также коэффициент η_p , характеризующий потери энергии на колебания электронов плазмы:

$$\eta_p = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \bar{n}_p \left[\frac{\langle \beta_x^2 \rangle}{2} + \frac{\langle \beta_z^2 \rangle}{2} \right] dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \bar{n}_b (\bar{\gamma}_b - 1) dx} \quad /19/$$

Введем также коэффициент η_b , характеризующий отношение энергии, отданной пучком системе, к начальной кинетической энергии пучка.

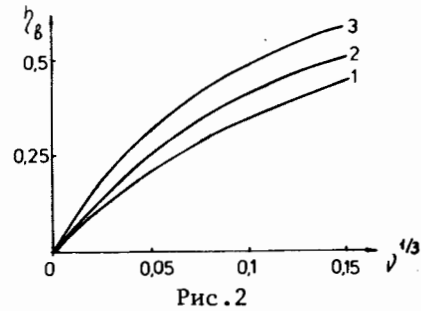
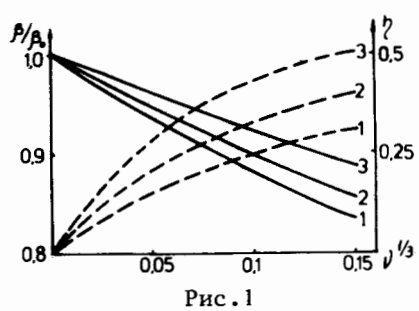
$$\eta_b = \frac{\bar{\gamma}_b - \gamma}{\bar{\gamma}_b - 1} \quad /20/$$

Для определения эффективности взаимодействия пучка с волной полезными являются коэффициенты η' и η'_p , характеризующие соответственно то, какая доля отданной пучком энергии превращается в волновую (η') и какая теряется на раскачку колебаний электронов плазмы (η'_p):

$$\eta' = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} [\langle E_x^2 \rangle + \langle E_z^2 \rangle + \langle B_y^2 \rangle] dx}{8\pi \int_{-\infty}^{\infty} mc^2 \bar{n}_b (\bar{\gamma}_b - 1) dx} \quad /21/$$

$$\eta'_p = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\langle \beta_x^2 \rangle}{2} + \frac{\langle \beta_z^2 \rangle}{2} \right] \cdot \bar{n}_p dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \bar{n}_b (\bar{\gamma}_b - 1) dx} \quad /22/$$

Система уравнений /14/, /15/, /17/ решалась численно, а затем определялись коэффициенты η , η_p , η' и η'_p . Результаты расчета представлены на рис. 1 ÷ 5. На рис.1 показан ход кривых $\frac{\beta}{\beta_0}$ и η как функций величины $\nu^{1/3}$ для разных значений γ_0 . Здесь $\nu = \frac{n_{b(эф)}}{n_{p(эф)}}$, где $n_{b(эф)} = \frac{\bar{n}_{b0}}{\mu_b}$, а $\bar{n}_{p(эф)}$ — плотность электронов плазмы на единицу

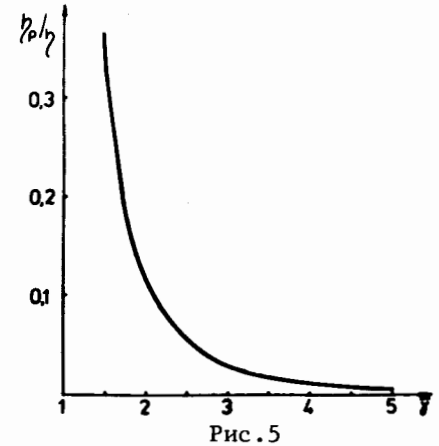
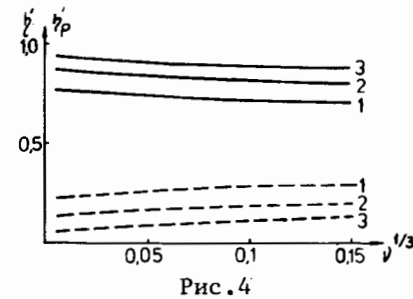
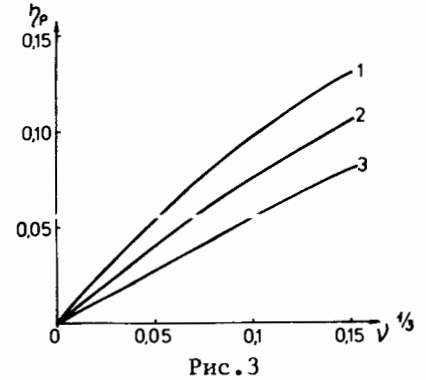


длины по x /поскольку плазма однородна, численные значения $n_{p(эф)}$ и \bar{n}_p одинаковы/. Заметим, что в случае однородного пучка ν — отношение начальной плотности пучка к плотности плазмы.

Кривые на рис.1 показывают, что с увеличением плотности пучка и его энергии к.п.д. преобразования кинетической энергии пучка в волновую энергию растет. Фазовая скорость возбуждаемой электромагнитной волны $\frac{\beta}{\beta_0}$ уменьшается. Отметим, что к.п.д. для поверхностной волны в нашем случае оказывается значительно больше к.п.д. объемной волны для неограниченной плазмы /8/. Это обстоятельство связано с тем, что волна одной и той же амплитуды возбуждается в случае поверхностной волны пучком с меньшей кинетической энергией.

Из рис.2 видно, что и доля энергии, отданной пучком системе, довольно значительна и возрастает с ростом начальной энергии пучка и его плотности, т.е. сильноточные пучки с высокими γ_0 отдают системе больше кинетической энергии, чем слаботочные. Очевидно, что это справедливо в рамках принятой модели, когда $\bar{n}_{b0} \ll \bar{n}_{p0}$ и плазма линейна.

На рис.3 показана зависимость коэффициента $\eta_p = \eta_p(\nu^{1/3})$ для разных γ_0 . Как видно, с ростом параметра ν доля энергии, идущая на колебания плазменных электронов, увеличивается, но при одном и том же ν с ростом энергии пучка (γ_0) коэффициент η_p уменьшается. С точки зрения генерации и усиления волн это интересный результат. Он объясняется тем, что в силу увеличения "эффективной" массы плазменных электронов в системе покоя волны, они раскачиваются с ростом γ_0 все труднее /см. формулу /2а/, где $\epsilon_p = -\gamma^2$ /.



На рис.4 показано, как распределяется энергия, отданная пучком, между различными частями системы. При этом верхние сплошные кривые - коэффициенты η' , нижние пунктирные $-\eta'_p$. Эти коэффициенты слабо зависят от параметра ν , но довольно сильно от γ_0 . Чем больше γ_0 , тем большая часть отдаваемой пучком энергии трансформируется в энергию поля и тем меньше идет на потери в плазме. Это наглядно видно из рис.5, где показано отношение η_p/η как функция γ_0 при $\nu = \cos \theta$ / $\nu = 0,01$ /. Видно, что при $\gamma_0 > 2,5$ почти вся энергия, отданная пучком системе, идет на возбуждение поверхностных волн.

В заключение отметим, что при взаимодействии релятивистского электронного пучка с поверхностной волной на границе с плазмой можно достичь большой эффективности преобразования кинетической энергии пучка в энергию поля. Причем распределение энергии, которую отдает пучок системе, зависит существенно от параметров пучка /в рамках линейного приближения для плазмы/. Так, увеличение начальной энергии пучка позволяет резко снизить потери энергии на колебания электронов плазмы и тем самым повысить эффективность генерации или усиления электромагнитных волн.

Авторам приятно выразить благодарность В.К.Гришину за полезные обсуждения результатов данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пахомов В.М., Степанов К.Н. ЖТФ, 1969, 38, с. 797.
2. Долженко О.В. и др. ЖЭФ, 1975, 68, с. 1309.
3. Matsiborko N.G. et al. Plasma Phys., 1972, 14, p. 591.
4. Альтеркоп Б.А. и др. Физика плазмы. 1979, 5, с. 291.
5. Ковтун Р.И., Рухадзе А.А. ЖЭФ, 1970, 58, с. 1709.
6. Иванов С.Т. и др. ЖТФ, 1978, 48, с. 1346.
7. Иванов С.Т., Решетникова К.А. ОИЯИ, Р9-81-531, Дубна, 1981.
8. Иванов С.Т. и др. ОИЯИ, 9-11370, Дубна, 1979.
9. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, М., 1958.

Рукопись посту,
16 мар.

Богданова С.Н. и др. 9-83-160
Поверхностные волны большой амплитуды, возбуждаемые релятивистским пучком на границе с плазмой

На основе системы уравнений гидродинамического приближения анализируется равновесное состояние релятивистского электронного пучка и поверхностной E-волны большой амплитуды на границе пучок-плазма. С учетом закона сохранения энергии определены фазовая скорость, амплитуда волны, к.п.д. трансформации кинетической энергии пучка в энергию электромагнитного поля, а также распределение энергии, отданной пучком системе. Эта энергия идет как на возбуждение поверхностной волны, так и на раскачку электронов плазмы.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Bogdanova S.N. et al. 9-83-160
Surface waves of High Amplitude Excited by Relativistic Electron Beam on Plasma Boundary

The equilibrium state of relativistic electron beam and surface E-wave of high amplitude on the boundary of beam-plasma is analyzed in hydrodynamic approximation. Taking into consideration the law of conversion of the energy, the phase velocity, the amplitude of a wave, the efficiency of transformation of the kinetic energy into the energy of electromagnetic field and the distribution of the energy of a beam transferred to a system, have been obtained. This energy is expanded both for excitation of the surface wave and for the oscillations of plasma electrons.

The investigation has been performed at the Department of New Methods of Acceleration, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.