

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

3367/83

24/6-83  
9-83-148

Н.Ю.Казаринов, В.И.Казача

О ДОПУСКАХ  
НА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ И МАГНИТНОЕ ПОЛЯ  
В ИНДУКЦИОННОЙ УСКОРЯЮЩЕЙ СИСТЕМЕ  
КУТИ-20

1983

Индукция ведущего магнитного поля  $B_z$  в линейном индукционном ускорителе /ЛИУ/, предназначенном для ускорения электронно-ионных колец, должна иметь величину  $\sim 1,2 \div 1,36 \text{ Т}^{1,2/}$ . Магнитное поле создается с помощью встроенных в индукторы отдельных катушек, запитываемых импульсным током, длительность полупериода которого  $T_{1/2}$  на  $2 \div 3$  порядка превышает время пролета электронно-ионного кольца через ЛИУ. В силу дискретного расположения ряда одинаковых катушек  $B_z$  на радиусе кольца будет иметь знакопеременный градиент.

Величина амплитуды гармоники  $B_z$  ограничена требованием  $W < W_{\text{п}}$ , где  $W$  - суммарное ускорение центра масс электронно-ионного кольца, определяемое напряженностью ускоряющего электрического поля  $E_z$  и радиальной составляющей индукции  $B_r$  на радиусе кольца;  $W_{\text{п}}$  - предельно допустимое ускорение центра масс кольца. Более жесткое ограничение связано с возможностью пересечения электронно-ионным кольцом ряда резонансов при ускорении в  $B_z$ , имеющем знакопеременный градиент. Кроме того, геометрия магнитной системы должна выбираться с учетом ограниченности величины индукции рассеянного магнитного поля в области пермаллоевых сердечников индукторов.

В данной работе вычисляются величины амплитуд гармоник  $B_z$  и его градиентов, связанные с дискретностью структуры магнитной системы ЛИУ как на радиусе кольца, так и вне катушек; рассматриваются также ограничения на их величины, связанные с возможным пересечением резонансов.

1. Рассмотрим магнитную систему ЛИУ, состоящую из бесконечного ряда одинаковых катушек с площадью сечения  $S$ , полным током  $J$ , образующую периодическую вдоль оси  $z$  структуру с периодом  $\lambda$  /рис.1/. В такой системе компоненты индукции ведущего магнитного поля могут быть представлены в виде разложения в ряд Фурье:

$$B_z(r, z) = B_{z_0} \cdot \left[ \epsilon(r) + \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{a}_m(r) \cdot \cos \frac{2\pi m}{\lambda} z \right] \quad (1/)$$

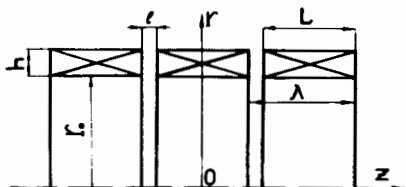


Рис.1. Геометрия магнитной системы.

$$B_r(r, z) = B_{z_0} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \bar{a}_m(r) \cdot \sin \frac{2\pi m}{\lambda} z \quad /2/$$

/считаем, что начало координат находится в средней плоскости одной из катушек/.  
Здесь

$$\epsilon(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } r < r_0, \\ 0 & \text{при } r > r_0 + h, \end{cases} \quad /3/$$

$$B_{z_0} = \frac{4\pi \cdot J}{c \cdot \lambda} \quad /c - \text{ скорость света}/$$

$$\bar{a}_m(r) = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot L \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{r_0}{r}} \cdot e^{-\frac{2\pi m}{\lambda}(r_0-r)} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi m}\right)^2 \cdot (1 - e^{-\frac{2\pi m h}{\lambda}}) \cdot \sin \frac{\pi m L}{\lambda} & \text{при } r < r_0, \\ \frac{1}{2 \cdot L \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{r_0}{r}} \cdot e^{-\frac{2\pi m}{\lambda}(r-r_0)} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi m}\right)^2 \cdot (e^{\frac{2\pi m h}{\lambda}} - 1) \cdot \sin \frac{\pi m L}{\lambda} & \text{при } r > r_0 + h. \end{cases} \quad /4/$$

Выражения /4/ справедливы в случае, когда выполняются неравенства  $h \ll r_0$  и  $\frac{2\pi r}{\lambda} \gg 1$ .

Рассмотрим магнитную систему, геометрия которой близка к геометрии магнитной системы индукционной ускоряющей секции прототипа КУТИ<sup>1/2/</sup>:  $h = 1,2$  см;  $\ell = 0,6$  см;  $\lambda = 4,6$  см /4,6 см - аксиальный размер одного индуктора/. На рис.2 /кривая 1/ показана рассчитанная для этих катушек по формулам /1/-/4/ зависимость амплитуды  $B_z$  от  $r$  вне катушек в области пермаллоевых

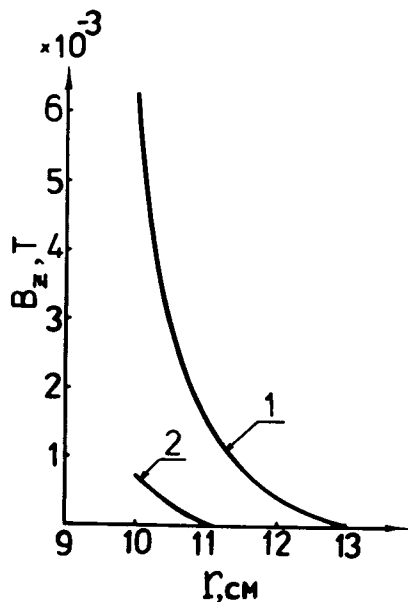


Рис.2. Распределение рассеянного  $B_z$  в области пермаллоевых сердечников индукторов.

сердечников индукторов при  $r_0 = 7$  см и  $B_{z_0} = 1,36$  Т. Из рисунка видно, что максимальное значение рассеянного  $B_z$  в области пермаллоевых сердечников не превышает величины  $6,3 \cdot 10^{-3}$  Т и быстро уменьшается с увеличением  $r$ . Такой уровень замагниченности рассеянным магнитным полем практически не влияет на работу сердечников.

2. Наличие периодического возмущения ведущего магнитного поля может привести к резонансному возбуждению колебаний как поляризации, так и малых размеров электронно-ионного кольца. В процессе ускорения поляризация кольца  $p_z$  и координата центра масс  $z_0$  изменяются во времени согласно уравнениям<sup>13/</sup>:

$$\ddot{p}_z + \omega^2 \cdot p_z = W_0 \cdot \left(\frac{1+\xi}{1-f}\right) + W_1 \cdot (1+\xi) \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} z_0 - \frac{2\pi p_z}{\lambda} \cdot W_1 \cdot (1+\xi) \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} z_0, \quad /5/$$

$$\ddot{z}_0 = W_0 + W_1 \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} z_0.$$

Здесь  $W_0 = \frac{e \cdot E_z \cdot (1-f)}{m \cdot \gamma \cdot (1+\xi)}$ ;  $W_1 = \frac{e \cdot B_{r_0}}{m \cdot \gamma \cdot (1+\xi)}$ ;  $\beta_\theta \approx 1$ ;  $\xi$  - фактор

загрузки;  $f$  - коэффициент нейтрализации;  $e$  и  $m$  - заряд и масса электрона;  $\gamma$  - релятивистский фактор вращения электронов в кольце;  $\omega$  - частота дипольных колебаний в кольце, связанная с параметрами кольца:

$$\omega^2 = \frac{z \cdot e^2 \cdot N_1}{\pi \cdot R \cdot a \cdot m \cdot \gamma} \cdot \left(1 + \frac{1}{\xi}\right), \quad /6/$$

где  $z$  и  $N_1$  - средний заряд и число ионов в кольце;  $R$  и  $a$  - большой и малый радиусы кольца.

Переходя в системе /5/ от дифференцирования по времени к дифференцированию по координате  $z_0$ , получим

$$\frac{d^2 p_z}{dz_0^2} + \frac{1}{\beta_z} \cdot \frac{d\beta_z}{dz_0} \cdot \frac{dp_z}{dz_0} + \frac{\omega^2}{\beta_z^2 \cdot c^2} \cdot p_z =$$

$$= \frac{W_0 \cdot (1 + \xi)}{\beta_z^2 \cdot c^2 (1 - f)} + \frac{W_1 (1 + \xi) \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} z_0}{\beta_z^2 c^2} - \frac{2\pi p_z}{\lambda} \cdot \frac{(1 + \xi)}{\beta_z^2 \cdot c^2} \cdot W_1 \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} z_0, \quad /7/$$

$$\beta_z \cdot \frac{d\beta_z}{dz_0} = \frac{W_0}{c^2} + \frac{W_1}{c^2} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} z_0.$$

Здесь  $\beta_z = \frac{\dot{z}_0}{c}$ . Как видно из уравнений /7/, резонансное возбуждение колебаний поляризации возможно при выполнении следующих условий:

$$\frac{\omega}{\beta_{z_1} \cdot c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad /8/$$

и

$$\frac{\omega}{\beta_{z_2} \cdot c} = \frac{\pi}{\lambda}. \quad /9/$$

Первое из этих равенств соответствует прохождению целого резонанса, а второе - параметрического резонанса колебаний поляризации электронно-ионного кольца.

Для проектируемых параметров КУТИ-20<sup>/4/</sup>: число электронов в кольце  $N_e = 10^{13}$ ; число ионов урана  $N_i = 3,4 \cdot 10^{10}$ ;  $R = 4$  см;  $a = 0,2$  см;  $Z/A = 0,13$  /  $A$  - атомный вес урана/; коэффициент запаса  $k = 0,25$ ;  $\xi = 47,5$ ;  $E_z = 10$  кВ/см и  $\gamma = 31,3$ , получаем из /6/  $\omega = 4,1 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>. Конечная энергия ускоренных ионов урана  $\epsilon = 20$  МэВ/нуклон соответствует  $\beta_z = 0,2$ . Для  $\lambda = 4,6$  см из формул /8/ и /9/ получаем  $\beta_{z_1} = 0,1$  и  $\beta_{z_2} = 0,2$ .

Далее оценим увеличение амплитуды колебаний поляризации при пересечении целого резонанса /при этом из первого уравнения системы /7/ исключается третье слагаемое в правой части/. Будем искать решение в виде  $p_z = p_{z_0} + x$ , где  $p_{z_0}$  есть стационарное значение поляризации электронно-ионного кольца во внешнем однородном электрическом поле  $E_z$ :

$$p_{z_0} = \frac{W_0 \cdot (1 + \xi)}{\omega^2 (1 - f)}. \quad /10/$$

Тогда уравнение для  $x$  принимает вид

$$\frac{d^2 x}{dz_0^2} + \frac{1}{\beta_z} \frac{d\beta_z}{dz_0} \cdot \frac{dx}{dz_0} + \frac{\omega^2}{\beta_z^2 \cdot c^2} x = \frac{W_1 \cdot (1 + \xi)}{\beta_z^2 \cdot c^2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} z_0. \quad /11/$$

Интегрируя /11/ в предположении  $W_1 \ll W_0$  с начальными условиями

$x|_{z_0=0} = 0$  и  $\frac{dx}{dz_0}|_{z_0=0} = 0$ , получаем следующее выражение, описывающее зависимость  $x(\beta_z)$ :

$$\frac{x}{p_{z_0}} = \frac{W_1}{2W_0} \sqrt{\frac{\lambda(1+\xi)(1-f)}{2p_{z_0}}} \cdot \left\{ \cos \left( \frac{\omega \cdot \beta_z \cdot c}{W_0} - \frac{\lambda \omega^2}{4\pi W_0} \right) \times \right.$$

$$\times \left[ S \left( \frac{\frac{\pi \beta_z c}{\lambda \omega} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\pi W_0}{\lambda \omega^2}}} \right) - S \left( \frac{\frac{\pi \beta_{z_0} \cdot c}{\lambda \omega} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\pi W_0}{\lambda \omega^2}}} \right) \right] + \quad /12/$$

$$\left. + \sin \left( \frac{\omega \cdot \beta_z \cdot c}{W_0} - \frac{\lambda \omega^2}{4\pi W_0} \right) \cdot \left[ C \left( \frac{\frac{\pi \beta_z \cdot c}{\lambda \omega} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\pi W_0}{\lambda \omega^2}}} \right) - C \left( \frac{\frac{\pi \beta_{z_0} \cdot c}{\lambda \omega} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{\pi W_0}{\lambda \omega^2}}} \right) \right] \right\}.$$

Здесь  $\beta_z^2 = \beta_{z_0}^2 + \frac{2z_0 W_0}{c^2}$ ;  $S(\beta_z)$  и  $C(\beta_z)$  - интегралы Френеля. На

рис.3 /кривая 1/ показана рассчитанная по формуле /12/ зависимость  $f(\beta_z)$ , иллюстрирующая изменение амплитуды дипольных колебаний ускоряющегося электронно-ионного кольца, отнесенной к

$\frac{W_1}{2W_0} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot (1 + \xi)(1 - f)}{2p_{z_0}}}$ . Из рис.3 видно, что максимальное значение функции  $f(\beta_z) = 1,66$ . Тогда из /12/ получаем следующую оценку для максимально допустимого  $B_{r_0}$ :

$$\frac{E_{z_{II}}}{E_{z_0}} - 1 = \frac{B_{r_0}}{2E_{z_0}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot (1 + \xi)}{2p_{z_0} \cdot (1 - f)}} \cdot 1,66. \quad /13/$$

Для проектируемых параметров КУТИ-20 предельно допустимое  $E_{z_{II}} = 14$  кВ/см, а  $p_{z_0}$ , определяемое из уравнения /10/, составляет величину  $\sim 0,033$  см и равно 0,72 от предельно допустимой поляризации. Подставляя в /13/ следующие значения параметров:

$$\lambda = 4,6 \text{ см}, \quad \xi = 47,5; \quad p_{z_0} = 0,033 \text{ см}; \quad f = 0,1 \quad /14/$$

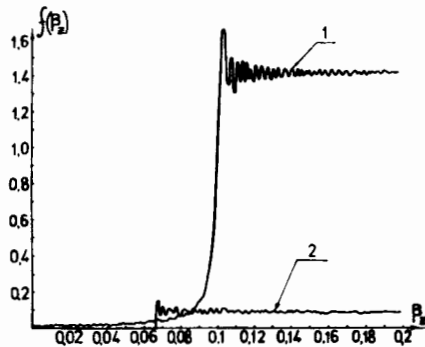


Рис.3. Зависимость амплитуды дипольных колебаний электронно-ионного кольца от его скорости  $\beta_z$ .

и  $P_{z \text{ макс.}} \leq P_{z_0}$ , получаем оценку для

$$V_{r_0} : \frac{V_{r_0}}{E_{z_0}} \leq 8 \cdot 10^{-3} \quad \text{или /для } E_{z_0} = 10 \text{ кВ/см/} \left( \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z} \right)_{\text{макс.}} \leq 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Т/м}$$

$\bar{B}_z$  - индукция, усредненная по плоскости, охватываемой кольцом/.

Как видно из рис.3 /кривая 1/, рост амплитуды колебаний происходит в ограниченном интервале скоростей  $\Delta\beta_z$ . Учитывая поведение интегралов Френеля в области аргументов  $\sim 1$ , из /12/ оценим  $\Delta\beta_z$ :

$$\frac{\Delta\beta_z}{\beta_{z1}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{\pi p_{z_0} \cdot (1-f)}{\lambda (1+\xi)}} \quad /15/$$

Подставляя в /15/  $\beta_{z1} = 0,1$  и значения параметров /14/, получаем  $\Delta\beta_z \sim 8 \cdot 10^{-2}$ . Для оценки длины  $\Delta z$ , на которой осуществляется прохождение целого резонанса, используем второе уравнение системы /7/ и уравнение /10/. В результате имеем

$$\Delta z = \frac{\lambda}{\pi} \left[ \frac{\lambda}{\pi} \frac{(1+\xi)}{(1-f)p_{z_0}} \right]^{1/2} \quad /16/$$

Подставляя в /16/ значения параметров /14/, получаем  $\Delta z \approx 72$  см. Таким образом, прохождение целого резонанса осуществляется на длине, которую занимают  $\sim 16$  индукторов.

Заметим, что в ЛИУ  $E_z$  на радиусе кольца также испытывает колебания с периодом  $\lambda$ , амплитуда которых зависит от условий, задаваемых конструкцией индукционной системы /5/. Решая задачу об ускорении электронно-ионного кольца в периодическом электрическом поле и проводя вычисления, аналогичные предыдущим, получаем следующую оценку для максимально допустимой амплитуды первой гармоники электрического поля:

$$\frac{E_{z\Pi}}{E_{z_0}} - 1 = \frac{E_{z1}}{2E_{z_0}} \sqrt{\frac{\lambda \cdot (1+\xi)}{2p_{z_0} (1-f)}} \cdot 1,66. \quad /17/$$

Для нашего случая из /17/ имеем  $\frac{E_{z1}}{E_{z_0}} = 8 \cdot 10^{-3}$ . Однородность поля много лучше требуемой можно получить, если в рабочую область ввести электропроводящий цилиндр, выполненный из керамики с нанесенным на внутреннюю поверхность проводящим слоем с электропроводностью квадрата поверхности  $10^{-4} \div 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} /5/$ .

Ожидаемая скорость электронно-ионных колец на входе в индукционную ускоряющую систему КУТИ-20 составляет величину  $\beta_{z_0} \approx 0,066$ . Если электрическое поле отсутствует, то максимальная амплитуда дипольных колебаний будет определяться вынужденным решением уравнений /7/ с  $W_0 = 0$ :

$$\Delta p_z = \frac{W_1 \cdot (1+\xi)}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1 - (\beta_{z_0}/\beta_{z1})^2} \cdot \left[ \cos \frac{2\pi}{\lambda} z - \cos \frac{\omega}{\beta_{z_0} c} z \right]. \quad /18/$$

Подставляя в /18/  $\xi = 47,5$ ;  $\omega = 4,1 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ ;  $\beta_{z_0} = 0,066$ ;  $\beta_{z1} = 0,1$ ;  $\lambda = 4,6$  см, имеем  $\Delta p_{z \text{ макс.}} \approx 7,7 \cdot 10^{-4}$  см, что в 17 раз меньше предельно допустимой поляризации  $\Delta p_{z \text{ пред.}}$ . Это позволяет проводить наладку ускорителя при нулевом  $E_z$  без разрушения колец.

3. На рис.4 показана рассчитанная по формулам /2/-/4/ зависимость амплитуды пульсаций ускоряющего градиента  $(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z})_{\text{макс.}}$  на радиусе кольца от внутреннего радиуса  $r_0$  катушек с указанными выше параметрами /см. раздел 1/ при  $B_{z_0} = 1,36$  Т. Из этого рисунка видно, что уровень  $(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z})_{\text{макс.}}$ , необходимый для прохождения целого резонанса, достигается для катушек с радиусом  $r_0 \geq 9,8$  см.

Однако выполнение этого требования приводит к существенному увеличению мощности системы питания ускорителя.

Из /8/ и /9/ видно, что, увеличивая или уменьшая период структуры  $\lambda$ , можно избежать прохождения целого резонанса колебаний поляризации в индукционной ускоряющей системе. Однако, как следует из формул /2/-/4/, при увеличении  $\lambda$  амплитуда

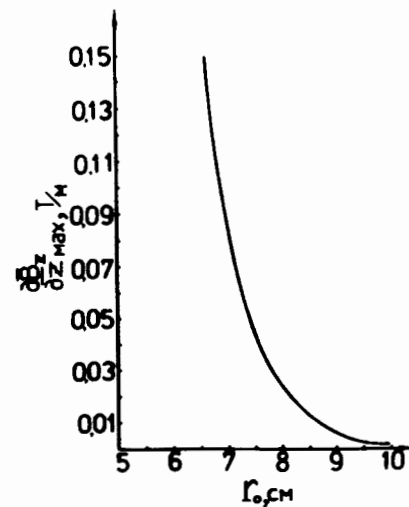


Рис.4. Зависимость  $(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z})_{\text{макс.}}$  от  $r_0$  для катушек с  $\lambda = 4,6$  см.

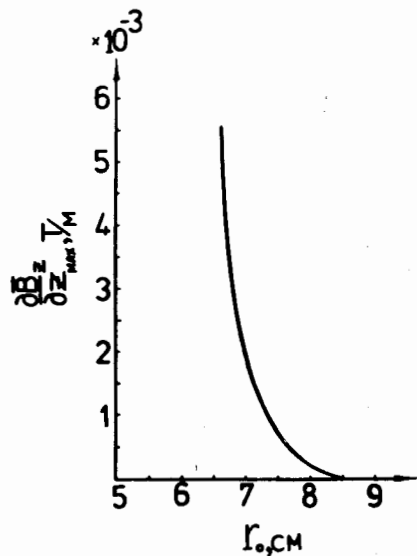


Рис.5. Зависимость  $(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z})_{\text{макс}}$  от  $r_0$  для катушек с  $\lambda = 2,3$  см.

$B_{r_0}$  на радиусе кольца быстро растёт и уже при  $\lambda > 4,6$  см становится больше предельно допустимого  $B_{r_0} = 0,46 \cdot 10^{-2}$  Т. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать магнитную структуру с уменьшенным значением  $\lambda$ .

На рис.5 показана рассчитанная зависимость  $(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z})_{\text{макс}}$  от  $r_0$  для катушек с  $\lambda = 2,3$  см, то есть для случая, когда в индуктор встроено 2 катушки с параметрами:  $h=1,2$  см;  $\ell = 0,6$  см;  $L = 1,7$  см. Как видно из рисунка, уровень  $(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z})_{\text{макс}}$ , необходимый для прохождения целого резонанса, достигается при  $r_0 \geq 6,9$  см. Для такой системы согласно формуле /8/  $\beta_{z_1} = 0,05$  и, как следует из /13/, амплитуда  $B_{r_0}$  в этом случае может быть увеличена в  $\sqrt{2}$  раз.

В рассматриваемом случае  $\beta_{z_0} = 0,066$  оказывается больше резонансного значения  $\beta_{z_1}$ , и амплитуда колебаний поляризации не испытывает резонансного роста в процессе ускорения кольца, что иллюстрируется кривой 2 на рис.3. Максимальное значение  $f(\beta_z) = 0,16$ . При этом  $\Delta p_z$  оказывается в 10 раз меньше  $\Delta p_{z \text{ пред.}}$ . Рассчитанная зависимость от  $r$  амплитуды рассеянного магнитного поля в области пермалловых сердечников для катушек с  $\lambda = 2,3$  см /  $r_0 = 7$  см,  $B_{z_0} = 1,36$  Т/ показана на рис.2 /кривая 2/.

Как следует из /4/, гармоники пульсаций  $B_z$  на радиусе кольца более высокого порядка имеют существенно меньшую амплитуду колебаний. Кроме того, с увеличением номера гармоники  $m$  отличие  $\beta_{z_1}$  от  $\beta_{z_0}$  увеличивается. Поэтому вклад высших гармоник в раскачку целого резонанса колебаний поляризации ускоряющегося электронно-ионного кольца пренебрежимо мал.

4. Уменьшение периода структуры  $\lambda$  до 2,3 см приводит к тому, что в процессе ускорения электронно-ионное кольцо будет проходить параметрический резонанс колебаний поляризации /согласно /9/  $\beta_{z_2} = 0,1/$ . Кроме того, это значение  $\beta_{z_2}$  соответствует параметрическому резонансу колебаний малого размера кольца, так как частота некогерентных колебаний электронов с точностью до поправок порядка  $1/\xi$  совпадает с  $\omega^{3/}$ . Рассмотрим сначала случай

прохождения параметрического резонанса колебаний поляризации. Согласно /7/ изменение во времени  $\beta_z$  описывается уравнением

$$\frac{d^2 p_z}{dz_0^2} + \frac{1}{\beta_z} \frac{d\beta_z}{dz_0} \frac{dp_z}{dz_0} + \frac{\omega^2}{\beta_z^2 c^2} \left[ 1 + \frac{2\pi p_{z_0}}{\lambda} \left( \frac{W_1}{W_0} \right) \cdot (1-f) \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} z_0 \right] \cdot p_z = 0 \quad /19/$$

Согласно /19/ максимальный инкремент  $\Gamma$  определяется формулой /8/:

$$\Gamma = \frac{\pi^2 \cdot p_{z_0}}{2 \cdot \lambda^2} \cdot \left( \frac{W_1}{W_0} \right) \cdot (1-f) \quad /20/$$

Оценим увеличение амплитуды колебаний при прохождении параметрического резонанса как  $\Delta p_z = \Delta p_{z_0} \cdot e^{\Gamma \cdot \Delta z}$ , где  $\Delta p_{z_0}$  - начальная амплитуда колебаний, а  $\Delta z$  - ширина резонансной полосы. Из /19/ имеем /8/:

$$\Delta z = \frac{2\pi \cdot (1+\xi) \cdot \beta_{z_2}^2 \cdot c^2}{\lambda \cdot \omega^2} \cdot \left( \frac{W_1}{W_0} \right) \quad /21/$$

Подставляя в /20/ и /21/ значения параметров /14/, а также  $\omega = 4,1 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>;  $\lambda = 2,3$  см;  $\beta_{z_2} = 0,1$  и  $W_1/W_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ , получаем

$\Gamma \approx 5,5 \cdot 10^{-4}$  см<sup>-1</sup> и  $\Delta z \approx 1,4$  см. Отсюда  $e^{\Gamma \cdot \Delta z} \approx 1$ . Таким образом, при прохождении резонансной полосы амплитуда колебаний поляризации практически не увеличивается.

Уравнение для некогерентных колебаний электронов в кольце имеет вид /3/:

$$\frac{d^2 (z_e - \bar{z}_e)}{dz_0^2} + \frac{1}{\beta_z} \frac{d\beta_z}{dz_0} \cdot \frac{d(z_e - \bar{z}_e)}{dz_0} + \frac{\omega^2}{\beta_z^2 c^2} \cdot \left[ 1 + \frac{2\pi R}{\lambda} \cdot \left( \frac{B_{r_0}}{B_{z_0}} \right) \cdot \frac{1}{\nu_{ze}^2} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} z_0 \right] (z_e - \bar{z}_e) = 0 \quad /22/$$

Здесь  $z_e$  - координата электрона;  $\bar{z}_e$  - координата центра масс

электронов;  $\nu_{ze}^2 = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$  /  $\omega_0$  - частота вращения электронов в кольце/.

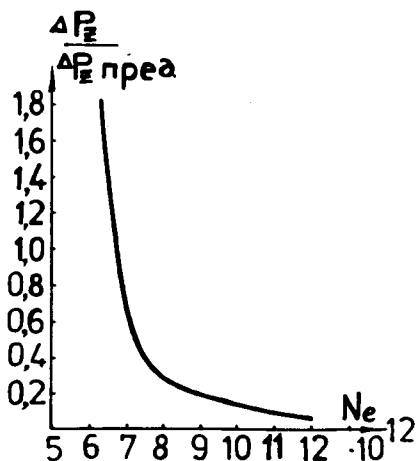
В нашем случае  $\nu_{ze}^2 = 0,3$ ;  $B_{r_0} = 6,2 \cdot 10^{-5}$  Т;  $B_{z_0} = 1,36$  Т;  $R=4$  см;  $\lambda = 2,3$  см. Проводя вычисления аналогично расчёту прохождения параметрического резонанса колебаний поляризации, получаем из уравнения /22/  $\Gamma = 5,7 \cdot 10^{-4}$  см<sup>-1</sup> и  $\Delta \bar{z} = 1,4$  см. Отсюда  $e^{\Gamma \cdot \Delta \bar{z}} \approx 1$ .

Таким образом, и в случае прохождения параметрического резонанса некогерентных колебаний электронов амплитуда колебаний практически не увеличивается.

5. Далее оценим диапазон изменения  $N_e$ , для которого будет происходить устойчивое ускорение электронно-ионных колец в магнитном поле, сформированном катушками с выбранными параметрами:  $\lambda = 2,3$  см;  $l = 0,6$  см;  $h = 1,2$  см;  $r_0 = 6,8$  см;  $B_{z0} = 1,36$  Т. Для любого  $N_e$  количество ионов в кольце должно превосходить некоторое минимальное число  $N_i^{\min}$ , обеспечивающее устойчивое ускорение в солелоидах с уменьшающейся индукцией  $B_z$ . Согласно результатам работы /7/ можно считать, что среднее отношение  $z/A$  накопленным ионам урана с уменьшением  $N_e$  от  $10^{13}$  до  $5 \cdot 10^{12}$  линейно уменьшается от  $z/A = 0,13$  до  $z/A = 0,0936$ . Подставляя в формулу для предельно допустимого

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)_{\text{пред.}} = \frac{(z/A) \cdot 2 \cdot k \cdot e \cdot N_i \cdot A}{\pi \cdot R^2 \cdot a} \quad /23/$$

следующие параметры:  $\left(\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)_{\text{пред.}} = 0,23$  Т/м;  $k = 0,25$ ;  $R = 4$  см;  $A = 238$  и  $a = 0,2$  см, найдем  $N_i^{\min}$  для любого  $N_e$  в выбранном диапазоне. Отметим, что резонансные скорости  $\beta_{z1}$  и  $\beta_{z2}$  не зависят от  $N_e$  и равны 0,05 и 0,1 соответственно. С уменьшением  $N_e$  увеличивается фактор загрузки  $\xi$ , что приводит к приближению  $\beta_z$  к резонансному значению  $\beta_{z1}$ . В результате амплитуда колебаний поляризации увеличивается и, начиная с некоторых значений  $N_e$ , может превзойти предельно допустимую  $\Delta p_{z \text{ пред.}}$ . На рис.6 приведена зависимость от  $N_e$  отношения максимальной амплитуды колебаний поляризации в процессе ускорения  $\Delta p_z$  к предельно допустимой  $\Delta p_{z \text{ пред.}}$ . Как видно,



$\frac{\Delta p_z}{\Delta p_{z \text{ пред.}}} > 1$  при  $N_e < 6,7 \cdot 10^{12}$ .  
Число ионов в кольце может превосходить  $N_i^{\min}$ . На рис.7 показана рассчитанная область допустимых значений параметров электронно-ионных колец /заштрихована/. При фиксированном значении  $N_e$  с увеличением  $N_i > N_i^{\min}$  начальная скорость кольца  $\beta_{z0}$  становится равной  $\beta_{z1}$ . Вследствие этого сначала происходит быст-

Рис.6. Зависимость отношения  $\Delta p_z / \Delta p_{z \text{ пред.}}$  от числа электронов в кольце  $N_e$ .

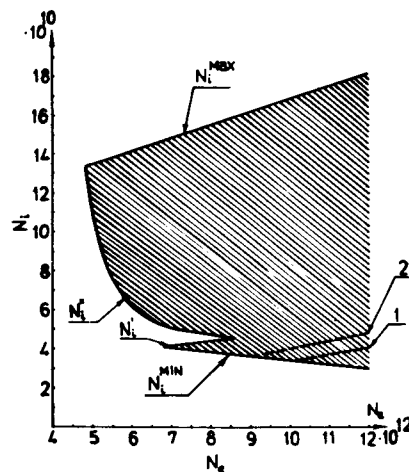


Рис.7. Область допустимых значений параметров  $N_e$  и  $N_i$ .

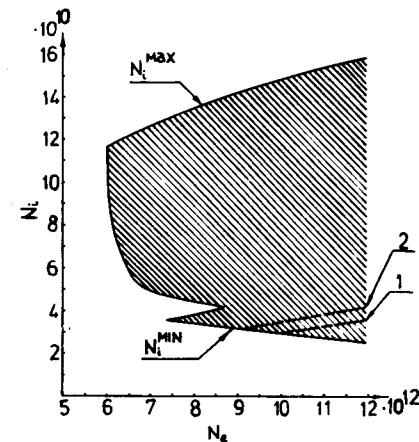


Рис.8. Область допустимых значений параметров  $N_e$  и  $N_i$  при остаточном давлении в камере  $p = 2 \cdot 10^{-9}$  мм рт.ст.

рый рост амплитуды дипольных колебаний  $\Delta p_z$ , и функция  $f(\beta_z)$ , как следует из /12/, достигает своего максимального значения  $f(\beta_z)_{\text{макс.}} = 1,66$ . При этом для  $N_e < 8,6 \cdot 10^{12}$   $\Delta p_z$  превышает  $\Delta p_{z \text{ пред.}}$ . При дальнейшем увеличении  $N_i$  значение  $f(\beta_z)_{\text{макс.}}$  практически не меняется и, начиная с некоторых  $N_i''$ ,  $\Delta p_z$  снова становится меньше  $\Delta p_{z \text{ пред.}}$ . Этим и обусловлено появление на рис.7 границ  $N_i'$  и  $N_i''$ . Граница  $N_i^{\text{макс.}}$  соответствует значению коэффициента нейтрализации  $f = 0,5$ , так как при  $f \geq 0,5$  коллективное ускорение ионов в электрическом поле становится неэффективным. Пунктирными кривыми обозначены параметры колец, соответствующие фиксированным значениям конечной энергии ионов урана в КУТИ-20  $\epsilon = 20$  МэВ/нуклон /кривая 1/ и  $\epsilon = 17$  МэВ/нуклон /кривая 2/.

Если вакуум в камере адгезатора  $p = 2 \cdot 10^{-9}$  мм рт.ст., то согласно работе /7/ число ионов азота в кольце /при  $N_e = 10^{13}$  /  $N_i = 8 \cdot 10^{10}$ , их средний заряд  $z = 5$ . На рис.8 показана рассчитанная с учетом загрузки колец ионами азота область допустимых значений параметров  $N_e$  и  $N_i$  урана. Кривые 1 и 2 соответствуют зна-

чениям конечной энергии ионов  $\epsilon = 20$  МэВ/нуклон и  $\epsilon = 17$  МэВ/нуклон

Как видно из рис.8, при ухудшении вакуума область допустимых значений  $N_e$  и  $N_i$  урана существенно уменьшается.

В заключение кратко сформулируем основные результаты работы. Требование устойчивого ускорения электронно-ионных колец в КУТИ-20 накладывает жесткие ограничения на величину максимально

допустимой амплитуды пульсаций ведущего магнитного поля  $B_z$  и ускоряющего электрического поля  $E_z$ .

Для катушек, создающих ведущее магнитное поле с периодом, равным аксиальному размеру индуктора  $\lambda = 4,6$  см /как в индукционной ускоряющей секции прототипа КУТИ/, пересечение целого резонанса колебаний поляризации происходит при скорости кольца  $\beta_z = 0,1$ , а пересечения параметрических резонансов колебаний поляризации и малого размера не происходит.

Для удовлетворения допусков на ведущее магнитное поле необходимо уменьшить период  $\lambda$  в два раза без изменения среднего радиуса катушек. Поскольку в этом случае начальная скорость кольца оказывается больше  $\beta_{z1} = 0,05$ , то целый резонанс им не проходит и рост амплитуды колебаний поляризации в процессе ускорения в 10 раз меньше предельно допустимой. При прохождении кольцом параметрических резонансов как колебаний поляризации, так и малого размера кольца  $|\beta_{z2} = 0,1|$  существенного роста амплитуд колебаний не происходит.

Устойчивое ускорение колец при выбранной магнитной системе возможно только при  $N_e > 6 \cdot 10^{12}$  /при давлении в камере  $p \leq 2 \cdot 10^{-9}$  мм рт.ст./.

Для того чтобы конечная энергия ускоренных ионов урана в КУТИ-20 была больше или равна 20 МэВ/нуклон, необходимое число электронов в кольце ограничено снизу величиной  $N_e = 10^{13}$ .

Авторы выражают благодарность Э.А.Перельштейну и В.С.Александрову за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Саранцев В.П. и др. ОИЯИ, Р9-11191, Дубна, 1979.
2. Казача В.И. и др. ОИЯИ, Р9-81-809, Дубна, 1981.
3. Казаринов Н.Ю., Перельштейн Э.А. ОИЯИ, Р9-12441, Дубна, 1979.
4. Саранцев В.П. В кн.: Труды Всесоюзного совещания по проблемам коллективного метода ускорения. ОИЯИ, Д9-82-664, Дубна, 1982, с. 9.
5. Вахрушин Ю.П., Матора И.М. УФН, 1973, 110, выпуск 1, с. 117.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. Физматгиз, М., 1958, с. 103.
7. Перельштейн Э.А., Ширков Г.Д. ОИЯИ, 9-80-124, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 марта 1983 года.

Казаринов Н.Ю., Казача В.И.

9-83-148

О допусках на электрическое и магнитное поля в индукционной ускоряющей системе КУТИ-20

Рассчитываются величины амплитуд гармоник ведущего магнитного поля  $B_z$  и ускоряющего электрического поля  $E_z$  в индукционной ускоряющей системе КУТИ-20, обусловленные дискретностью ее структуры. Определяются ограничения на величины амплитуд гармоник  $B_z$  и  $E_z$ , связанные с возможным пересечением в процессе ускорения резонансов когерентных и некогерентных колебаний электронно-ионного кольца. Предлагается геометрия магнитной системы, обеспечивающей устойчивое ускорение электронно-ионных колец с проектируемыми в КУТИ-20 параметрами. Анализируется допустимый диапазон изменения числа электронов  $N_e$  и числа ионов урана  $N_1$  в кольце.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Kazarinov N.Yu., Kazarinova V.I.

9-83-148

On Allowances for Electric and Magnetic Fields in KUTI-20 Induction Accelerating System

The amplitude values of the guiding magnetic field  $B_z$  and accelerating electric field  $E_z$  harmonics in the KUTI-20 induction accelerating system caused by its discrete structure are determined. The limitations on the amplitude values of  $B_z$  and  $E_z$  harmonics connected with a possible intersection of the resonances of coherent and incoherent electron-ion ring oscillations in the course of accelerating process are defined. The magnetic system geometry providing a stable acceleration of the electron-ion rings with designed KUTI-20 parameters is determined. The permissible alternation range of the electron number in the ring  $N_e$  and uranium ion number  $N_1$  is analysed.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.