

СЗУ512
К-613

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



4489/2-74

18/4-74

9-8014

Е.А.Колонато, Д.Париш, П.И.Рыльцев

**ОБ УСКОРЕНИИ СИЛЬНОТОЧНОГО
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА,
УДЕРЖИВАЕМОГО МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

1974

ОТДЕЛ НОВЫХ МЕТОДОВ УСКОРЕНИЯ

9-8014

Е.А.Колонато, Д.Париш, П.И.Рыльцев

**ОБ УСКОРЕНИИ СИЛЬНОТОЧНОГО
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА,
УДЕРЖИВАЕМОГО МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Колонато Е.А., Париш Д., Рыльцев П.И.

9-8014

Об ускорении сильноточного релятивистского пучка,
удерживаемого магнитным полем

Предлагается метод выбора оптимальных характеристик электронного пучка, инжектируемого в линейную ускоряющую систему, которые позволяют свести к минимуму радиальные колебания пучка.

Уравнение движения пучка с учетом объемного заряда решается в параксиальном приближении численно на ЭВМ методом Рунге-Кутты-Нистрема.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

1. ВВЕДЕНИЕ

Для формирования плотного электронного кольца в установках с постоянными во времени магнитными полями - статических компрессорах - требуется электронный пучок, на отклонение параметров которого /а именно: энергии электронов и сходимости на входе в ускоритель/ от оптимальных накладываются жесткие условия.

Поскольку в статическом компрессоре энергия не меняется, то входная скорость электронов должна равняться номинальной, иначе говоря,

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \geq 30.$$

Следовательно, сформированный электронной пушкой пучок электронов необходимо тем или иным способом ускорить до нужных скоростей, но тогда форма пучка и его параметры будут зависеть от конкретного типа ускорителя.

Чтобы получить количественную информацию о движении пучка при ускорении, нами был выбран ускоритель типа СИЛУНД /1/, соответственно рассмотрено движение сильноточного монохроматического электронного пучка в постоянном однородном магнитном поле $\vec{B} = B_z = \text{Const}$, при ускорении электрическим полем $\vec{E} = E_z = \text{Const}$ без ограничений на скорость. Такая задача поставлена в /2/, но в связи с относительно небольшим диапазоном изменения энергии ($2 \leq \gamma \leq 7$) там она решена для некоторой фиксированной скорости. В данной же работе такое ограничение не накладывается.

2. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

Для нахождения изменения радиуса пучка в процессе ускорения решаем уравнение движения электронного пучка в параксиальном приближении /2,3/:

$$\frac{d^2 R}{d\xi^2} + \nu_z^2 R = \frac{a}{R \operatorname{sh} \xi}, \quad /1/$$

где $R = \frac{r}{r_0}$; $\nu_z = \frac{B_z c}{2E_z}$;

$$a = \frac{c I}{2\pi \epsilon_0 \eta E_z^2 r_0^2}; \quad \xi = \frac{\eta E_z}{c} r = \operatorname{Arch} \gamma;$$

E_z - ускоряющее электрическое поле, B_z - фокусирующее магнитное поле,

$$\frac{d}{d\tau} = \gamma \frac{d}{dt},$$

I - ток в пучке,

$$\gamma = 1 + \frac{\eta}{c^2} (E_z z + \phi_0); \quad \eta = \frac{e}{m_0};$$

ϕ_0 - потенциал инжекции, r_0 - начальный радиус пучка.

Уравнение /1/ при $a = 0$ /т.е. при $I = 0$ / имеет периодическое решение с периодом $2\pi / \nu_z$. Удобно перейти к периоду 2π , вводя новую независимую переменную $x = \nu_z \xi$. Тогда уравнение /1/ принимает вид:

$$\frac{d^2 R}{dx^2} + R = \frac{\lambda}{R \operatorname{sh}(\nu x + \psi_0)}, \quad /2/$$

где

$$\nu = \frac{1}{\nu_z}; \quad \lambda = \frac{a}{\nu_z^2}; \quad \psi_0 = \operatorname{Arsh} \lambda.$$

ψ_0 определяем из условия:

$$\left(\frac{d^2 R}{dx^2} \right)_0 = 0. \quad /3/$$

Уравнение /2/ решалось численно на ЭВМ методом Рунге-Кутты-Нистрема /4/, причем параметры уравнения λ и ν изменялись в следующих пределах: $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^1$; $5 \cdot 10^{-3} \leq \nu \leq 10^{-1}$.

Точность расчетов составляла 0,5%.

На рис. 1 и 2 приведены типичные результаты расчетов*, из которых видно, что амплитуда радиальных колебаний существенно зависит от начальных условий и параметров пучка. Амплитуда колебаний резко возрастает, если не выполняется условие /3/ /рис. 3/.

На основании анализа проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что существует такое сочетание начальных условий и параметров пучка, при которых он проходит ускоряющую систему без колебаний.

Было найдено аналитическое выражение для оптимального условия инжекции пучка в ускоряющую систему, которое имеет вид:

$$R_0' = - \frac{\nu}{2 \operatorname{th} \psi_0}. \quad /4/$$

Более подробные расчеты в области оптимальных условий показали, что при выполнении условия /4/ пучок действительно проходит ускоряющую систему без колебаний. Отклонение R_0' от оптимального значения на величину $\pm 10\%$ приводит к радиальным колебаниям пучка с относительной амплитудой

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,08 \div 0,10.$$

Типичные результаты расчетов приведены на рис. 4 и 5.

Правильность полученного решения уравнения /2/ была проверена численным решением эквивалентного уравнения:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{\lambda y^3}{\operatorname{sh}(\nu x + \psi_0)}, \quad /5/$$

где $y = \frac{1}{R}$.

* Для наглядности на всех рисунках показаны начальные части полученных кривых; при увеличении энергии до $\gamma = 60$ характер кривых не меняется. γ^* - приведенная величина, пропорциональная $(\gamma - 1)$.

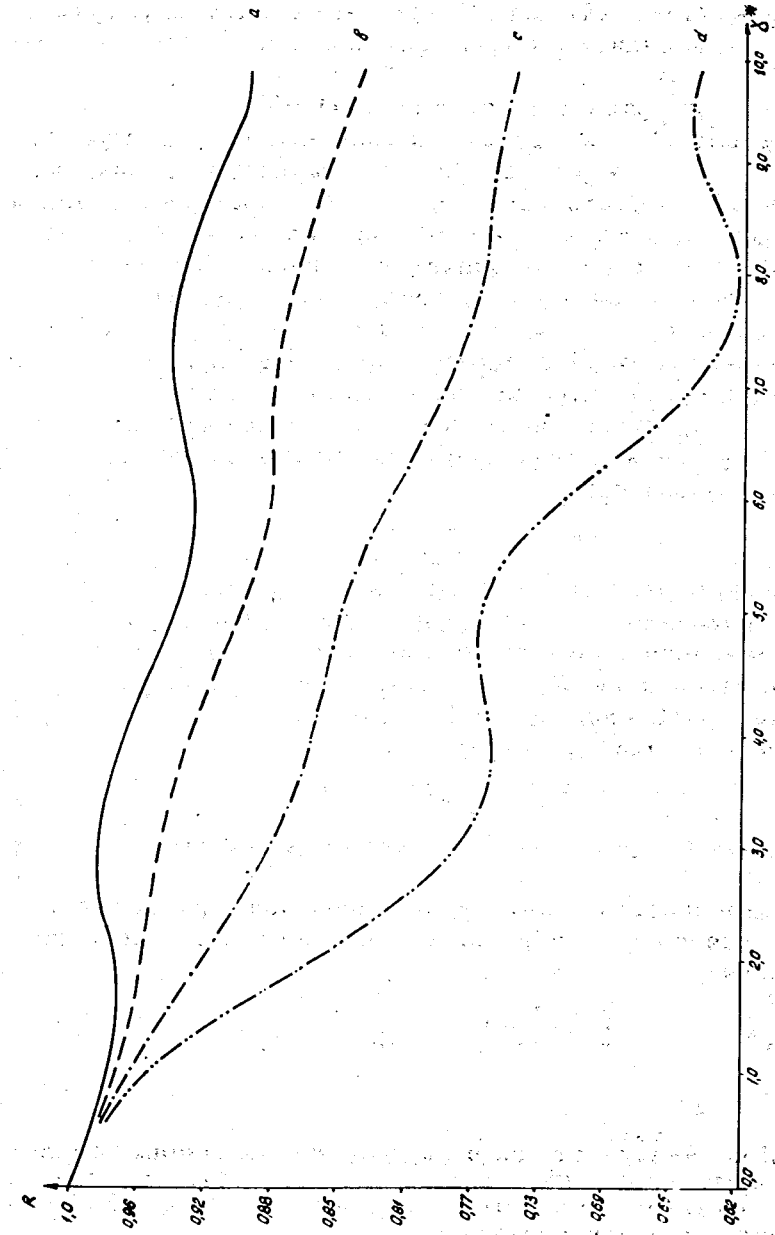


Рис. 1 Несогласованные начальные условия: $R_0^* = 0.03$; $\lambda = 0.05$;
 а) $\nu = 0.05$; б) $\nu = 0.01$; в) $\nu = 0.02$; д) $\nu = 0.04$

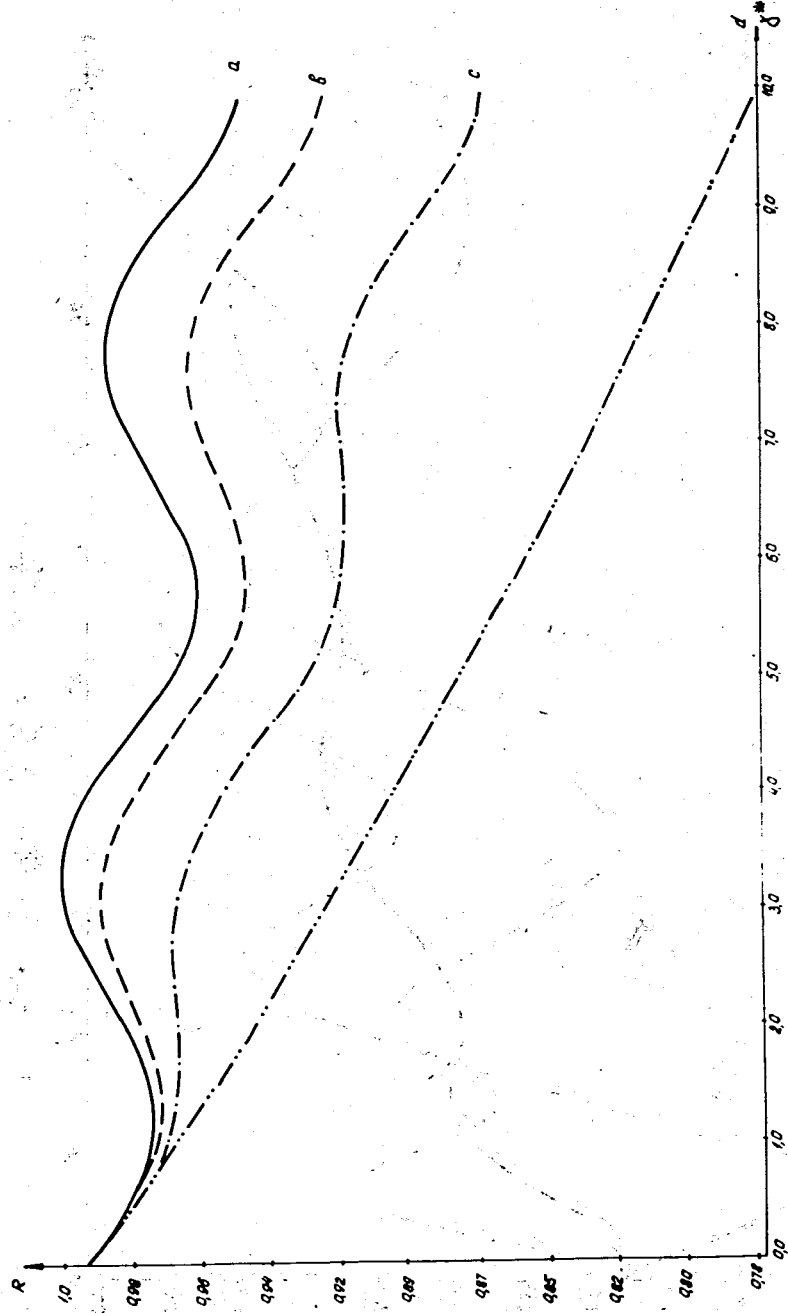
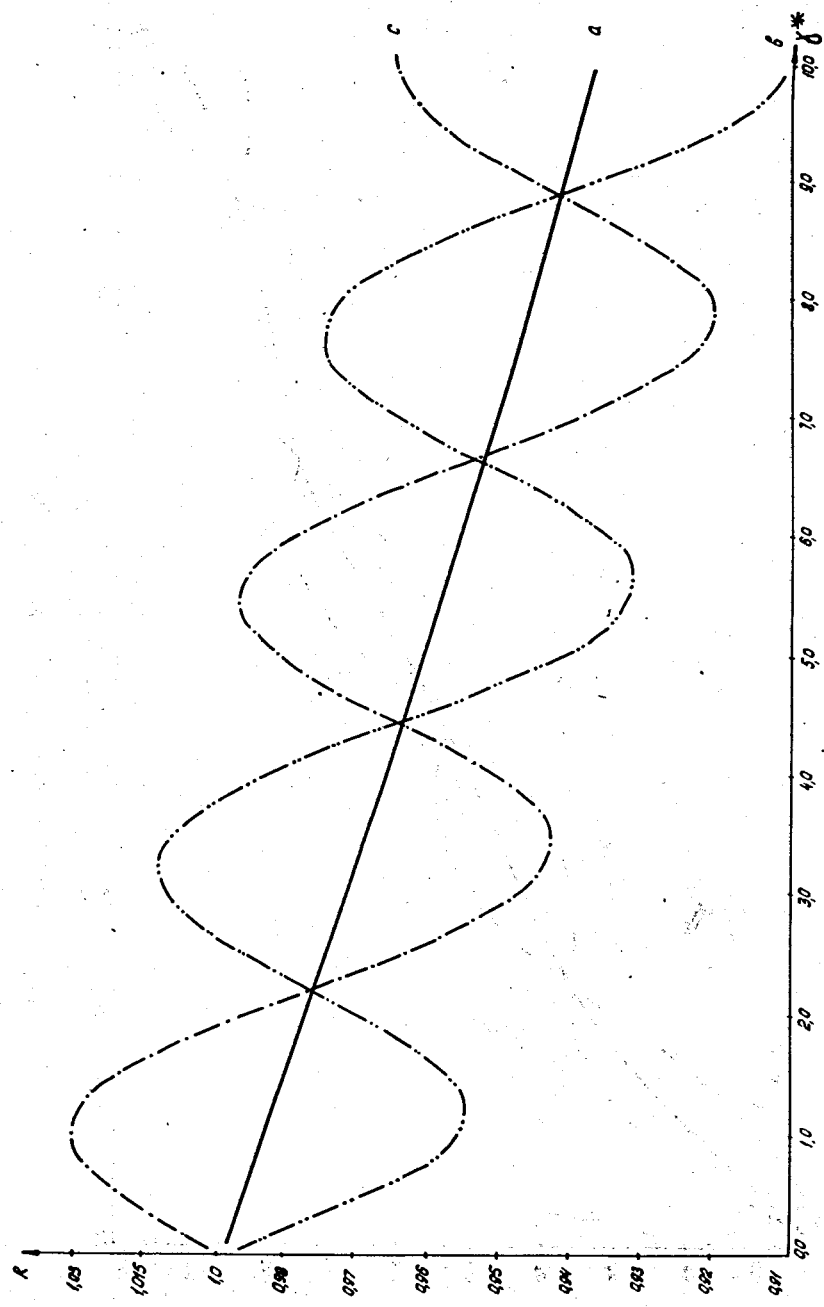
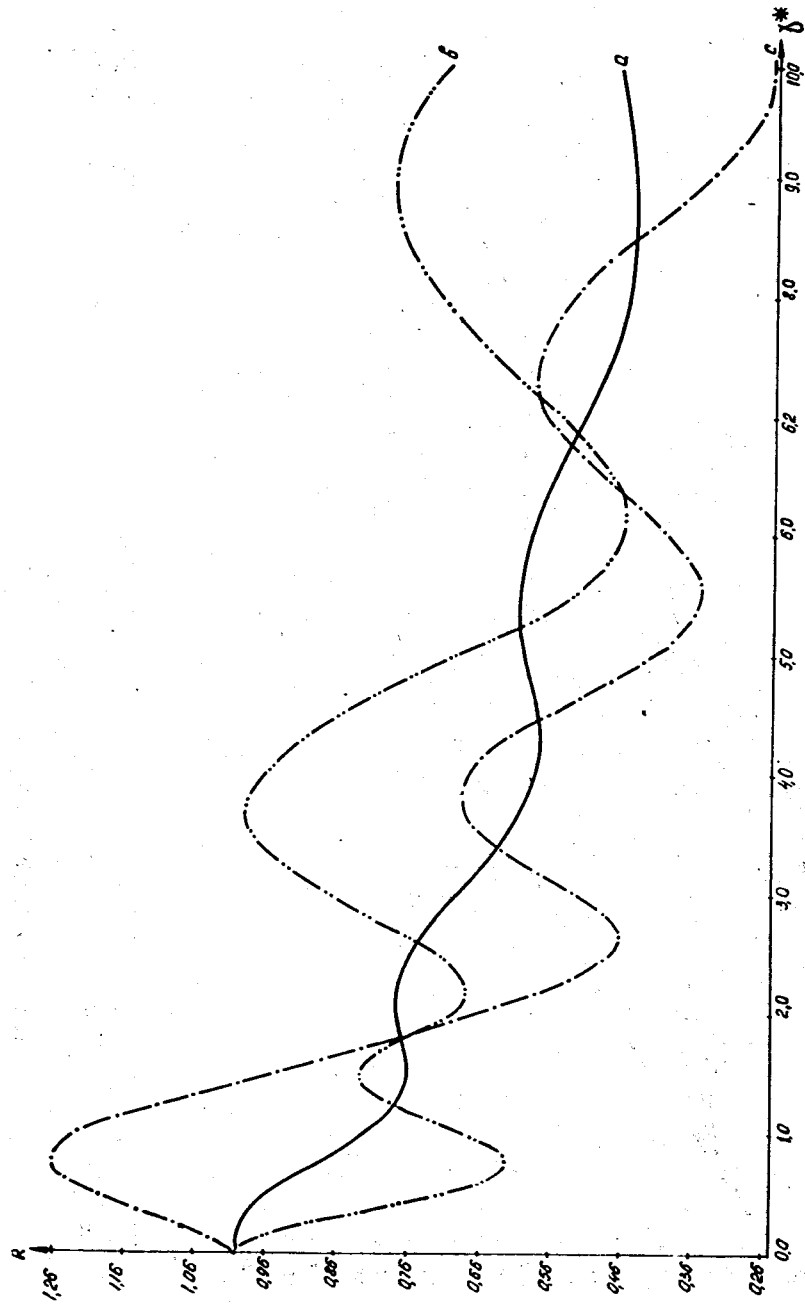


Рис. 2 $\lambda = 0$; $R_0^* = 0.03$, а) $\nu = 0.05$; б) $\nu = 0.01$; в) $\nu = 0.02$; д) $\nu = 0.04$



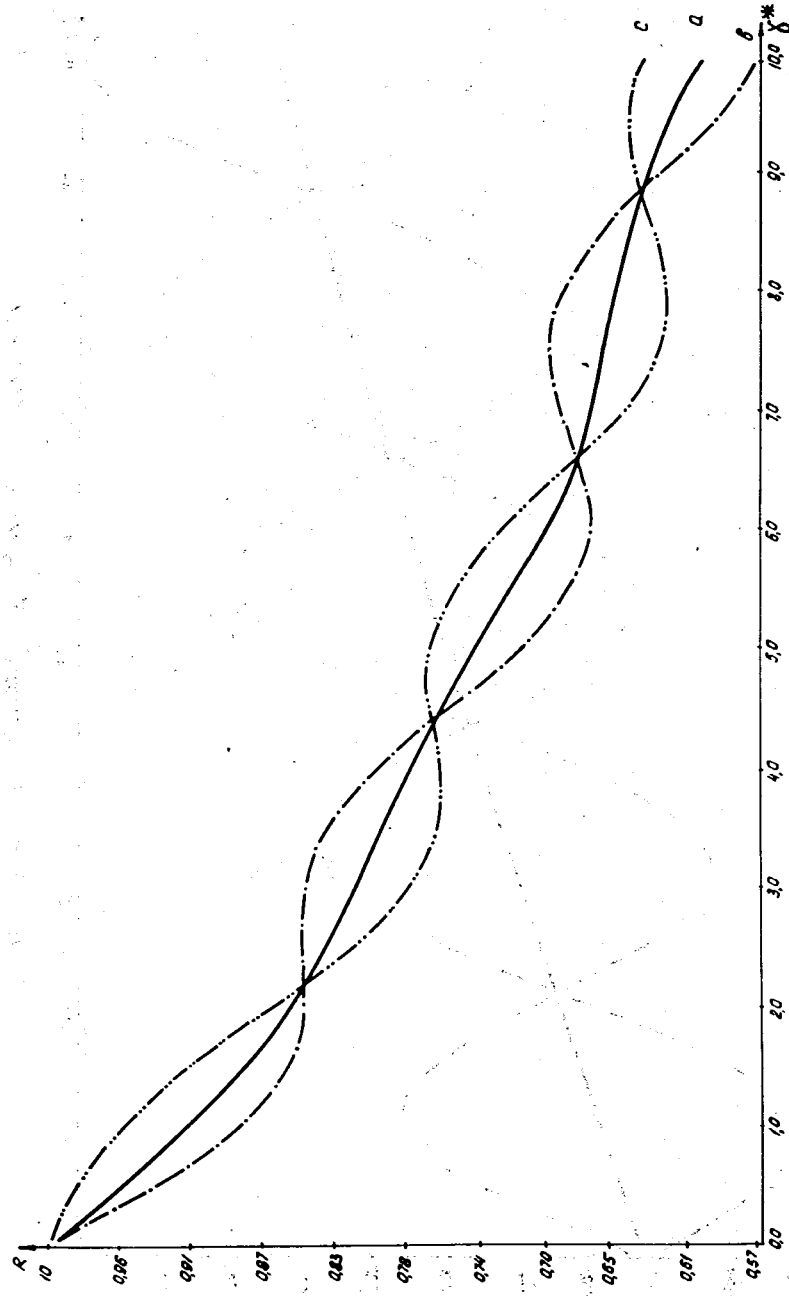


Рис. 5 $\lambda = 0.5$; $\nu = 0.04$; а) $R_0 = -\frac{\nu}{2m\lambda}$; б) $R_0 > 1/R_0$; в) $R_0 < 1/R_0$

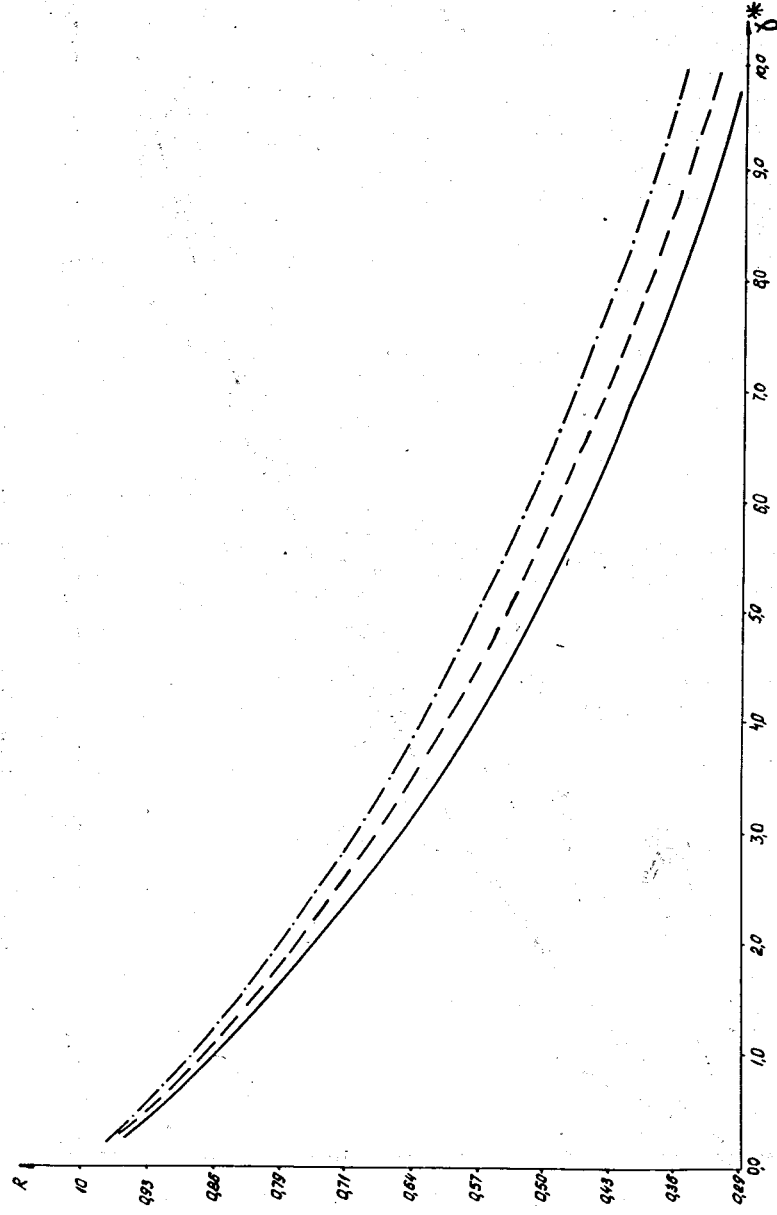


Рис. 6 Исходные данные: $\nu = 0.04$

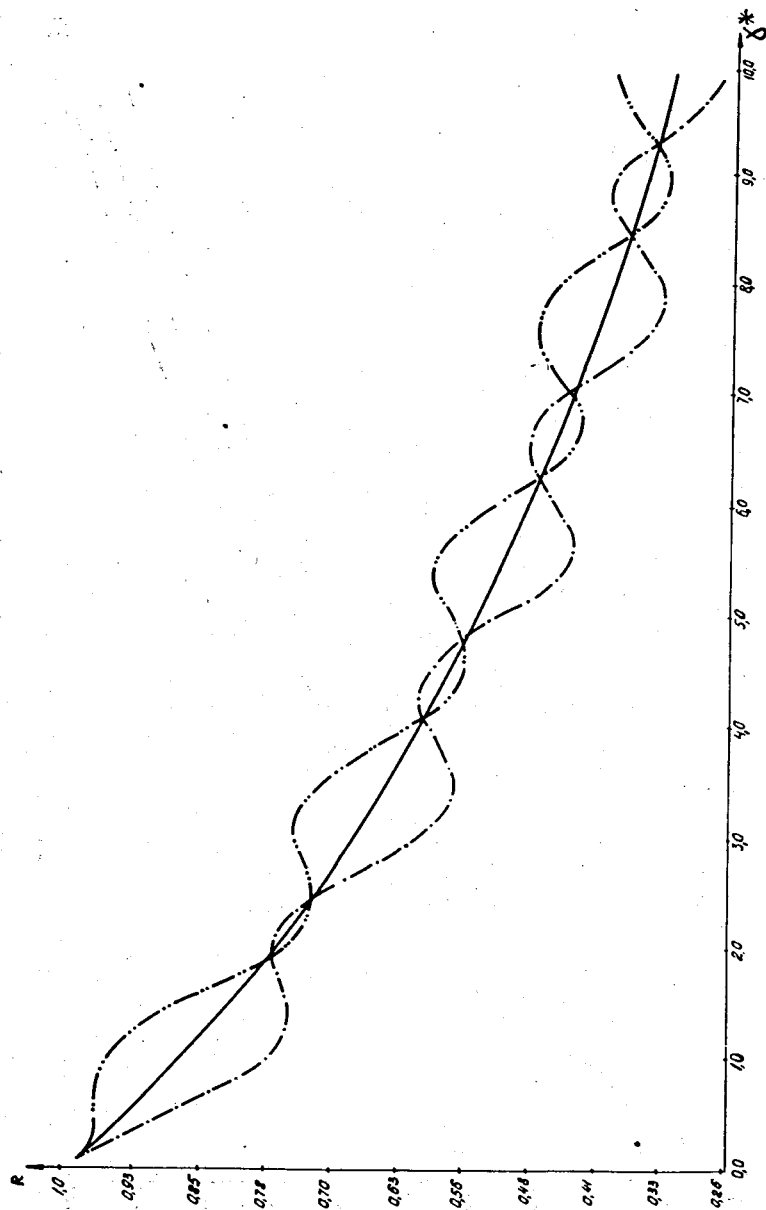


Рис.7. Устойчивость относительно λ . $\lambda = \lambda(1 \pm 0.1)$

Решение такого уравнения требует другой схемы метода Рунге-Кутты-Нистрема /5/. Оба решения отличаются не более, чем на 0,1%.

Кроме того, была проверена устойчивость полученного решения относительно малых изменений параметров / $\pm 10\%$ /. Результаты проверки приведены на рис. 6 и 7. Видно, что изменение результата составляет 6-8%, т.е. решение устойчиво и неустойчивость полей и начальных условий существенного влияния на результат не оказывают.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Б.Ю.Адамяка за обсуждение вопросов, затронутых в работе.

Литература

1. В.Д.Гитт и др. Препринт ОИЯИ, Р9-5601, Дубна, 1971.
2. А.Д.Коваленко и др. Препринт ОИЯИ, Р9-6027, Дубна, 1971.
3. Д.Париш и др. Препринт ОИЯИ, Р9-6700, Дубна, 1972.
4. Л.Коллатц. "Численные методы решения дифференциальных уравнений". Изд. ин. лит., Москва, стр. 36, 1953.
5. Там же, стр. 37.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 июля 1974 года.