

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

6177/2-80

22/12-80

9-80-589

Л.Г.Воробьев

ОПТИМИЗИРУЮЩАЯ
ИНТЕРАКТИВНАЯ ПРОГРАММА
ДЛЯ РАСЧЕТА СИСТЕМ ТРАНСПОРТИРОВКИ
ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

1980

ВВЕДЕНИЕ

Системы транспортировки пучков заряженных частиц присутствуют в любом ускорительном комплексе и представляют собой, подчас сложные, каналы, работающие в нескольких режимах. Их быструю и точную наладку невозможно проводить без помощи ЭВМ. Причем как настройка существующих каналов, так и расчет проектируемых систем транспортировки осуществляются наиболее эффективно, если использовать интерактивные программы, дающие удобное представление информации о пучке в канале. Возможность работать в диалоге с ЭВМ, изменять структуру системы, число элементов и их характеристики делает интерактивную программу гораздо эффективнее самой совершенной программы, не имеющей средств диалога.

В работе рассматривается оптимизирующая программа BASTRA, написанная на интерактивном языке BASIC для ЭВМ EC-1010, предназначенная для расчета систем транспортировки в диалоговом режиме. Программа полностью формализована, т.е. вычислитель при расчете своей системы руководствуется только инструкцией пользования, и от него не требуется знания языков программирования. Программа BASTRA может быть поставлена на таких ЭВМ, как Hewlett-Packard, PDP, NOVA, EC и других, с учетом особенностей версий языка BASIC для этих машин. Полный текст программы и инструкция приведены в 'в'. В данной работе описан метод оптимизации, реализованный в программе, имеющий полезные отличия от используемых ныне методов.

1. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

Каналы транспортировки, рассчитываемые с помощью программы BASTRA, могут состоять из элементов трех типов: свободных промежутков, фокусирующих и дефокусирующих квадрупольных линз и дипольных магнитов с однородным полем. Магниты могут быть секторными, прямоугольными и вообще могут иметь произвольные края; позволяют отклонять пучок влево, вправо, вверх или вниз. В дальнейшем элементы указанных трех типов будут называться просто дрейфами, квадрупольями и магнитами. Общее количество элементов в системе транспортировки не должно превышать пятидесяти. Дрейфов, квадрупольей, магнитов должно быть не более, чем 20, 20 и 10 соответственно. Пользователь, задав структуру

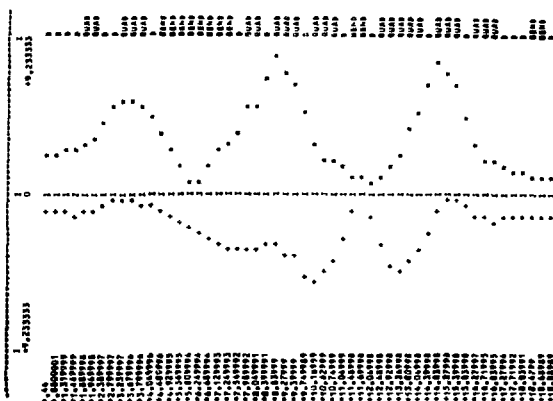


Рис.1. Графики огибающих пучка, выведенного из ТИСа, построенные с шагом $H=44$ см вдоль оси OS.

своей системы транспортировки и пучок на ее входе, может получить графики огибающих пучка по горизонтали и вертикали /рис.1/, точные значения огибающих и других параметров пучка во всей системе транспортировки /рис.2/. Кроме того, пользователю предоставлена возможность оптимизировать свою систему транспортировки. Это значит, что программа автоматически находит те значения градиентов магнитного поля в квадрупольях, которые обеспечивают желаемые значения параметров пучка в любой точке системы. При этом пользователь может налагать одновременно до 10 условий оптимизации в любых местах системы.

2. ЗАДАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА И МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ТРАНСПОРТИРОВКИ

Движение пучка по системе транспортировки описывается в криволинейной системе координат $XYSO$, причем тройка ортов $\{\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{s}_0\}$ – правая. Продольное движение пучка осуществляется вдоль оси OS, а поперечное движение частиц в пучке складывается из движений по оси OX /горизонтальное движение/ и по оси OY /вертикальное движение/. Поперечное движение в каждой точке в оси OS полностью описывается функциями

$$\begin{aligned} & \alpha_x(s), \beta_x(s), D_x(s), D'_x(s), \\ & \alpha_y(s), \beta_y(s), D_y(s), D'_y(s), \end{aligned} \quad /1/$$

```

BEAM      +9,873999  Tm,      BP/Pm=,1000000 E=03
EK=+9,449999  CNAH,      EVM =1,899999  CNAH
+2,22249 CM      +1,01299M CM      +96,39999  CM      C CM
+4,523811  PR      +2,030236  PR      =,156      0
BX=+518,1701  BY=+540,0861
AX=+,34932     AY=+,6139969

#####DRIFT +163  CM ;                               Sm=1,45  F
+2,514505  CM      +1,157981  CM      +76,68001  CM      0 CM
+4,523811  PR      +2,030236  PR      =,156      0
BX=+664,9995  BY=+705,748
AX=+,6632967  AY=+,7286863

#####QUAD +50  CM, =1496,266  GE/CM ;           Sm=1,95  F
+3,144791  CM      +1,004480  CM      +84,43144  CM      0 CM
+23,63893  PR      +7,377158  PR      +,4557872
BX=+1040,92  BY=+331,0522
AX=+7,781624  AY=+5,769639

#####DRIFT +85  CM ;                               Sm=2,799999  F
+5,147952  CM      +,4296310  CM      +123,1733  CM      0 CM
+23,63894  PR      +7,377158  PR      +,4557872
BX=+2790,982  BY=+97,14917
AX=+12,80755  AY=+1,335105

#####QUAD +100  CM, +816,3301  GE/CM ;           Sm=3,799999  F
+5,214093  CM      +,5087707  CM      +115,2225  CM      0 CM
+22,39621  PR      +7,782186  PR      =,6036954
BX=+2864,208  BY=+136,2356
AX=+12,28917  AY=-1,82818

#####DRIFT +25  CM ;                               Sm=4,149999  F
+4,634733  CM      +,685838  CM      +100,1301  CM      0 CM
+22,39619  PR      +7,782186  PR      =,6036954
BX=+2282,923  BY=+247,5852
AX=+10,96224  AY=+2,625005

#####END +320  CM, +20000  GE ;                       Sm=7,249999  M
      (+37,13722  B), T1= +,3729575  E=01  D, T2=,5729575  E=01  D
+3,004016  CM      +3,140207  CM      +,7257080  E=01  CM      0 CM
+23,31466  PR      +7,774546  PR      +,1819134  E=03      0
BX=+954,9287  BY=+45189,953
AX=+7,407689  AY=+12,80995

#####DRIFT +30  CM ;                               Sm=7,369998  M
+3,704311  CM      +3,372778  CM      +,7802820  E=01  CM      0 CM
+23,31466  PR      +7,774546  PR      +,1819134  E=03      0
BX=+1452,05  BY=+5987,176
AX=+9,145019  AY=+13,76426

```

Рис. 2. Выдача значений параметров пучка в виде таблицы.

значениями эмиттансов ϵ_x, ϵ_y , магнитной жесткостью пучка $B\rho$ и импульсным разбросом $\Delta p/p \sim 1/3$. На входе в систему транспортировки ($s=0$) пользователь должен определить эти двенадцать параметров пучка. Значения функций $1/s$ при $s>0$ будут автоматически вычисляться программой.

Магнитная структура задается следующим образом. Очередной элемент системы транспортировки кодируется одной из трех цифр: 0; 1 или 2. Для характеристики дрейфа /код 0/ надо задать его длину в см. Для характеристики квадруполя /код 1/ надо задать его длину в см и градиент магнитного поля в Гс/см. Фокусирующие по горизонтали квадруполи задаются с положительным градиентом, дефокусирующие - с отрицательным. Магнит /код 2/ характеризуется длиной в см, полем на полюсах в Гс и значениями двух крайних углов в радианах. Магниты, отклоняющие пучок в положительном или отрицательном направлении оси ОХ /влево или вправо/, должны задаваться с положительным и отрицательным значением поля, соответственно. Магниты, отклоняющие пучок в вертикальной плоскости /вверх или вниз/, всегда должны задаваться с отрицательной длиной. Это позволяет программе отличать их от магнитов, отклоняющих пучок в горизонтальной плоскости. Магниты, отклоняющие пучок в положительном или отрицательном направлении оси ОУ, аналогично должны иметь поля разных знаков, а их длина, как уже говорилось, задается отрицательной.

3. РЕЖИМЫ РАБОТЫ

В самом начале работы пользователь задает режим, в котором он собирается работать, и число элементов магнитной структуры. Каждый режим кодируется одной из трех цифр: 0; 1 или -1.

Чтобы работать в режиме печати (PRINT), пользователь задает код "0", и программа вычисляет после каждого элемента структуры значения огибающих и функций /1/, печатая их в виде таблицы /рис.2/. В самом начале печатается BEAM /пучок/, его магнитная жесткость, импульсный разброс, змиттансы. Надписи DRIFT, QUAD, BEND означают тип очередного элемента: дрейфа, квадруполя и магнита соответственно. В первой строке после названия и характеристики элемента программа печатает значения огибающих по горизонтали $x_{\text{макс.}}(s)$, по вертикали $y_{\text{макс.}}(s)$ и значения дисперсий по горизонтали $D_x(s)$ и вертикали $D_y(s)$. Во второй строке печатаются значения максимальных углов расходимости $x'_{\text{макс.}}(s)$, $y'_{\text{макс.}}(s)$ и производных дисперсий $D'_x(s)$, $D'_y(s)$. В третьей и четвертой строках печатаются значения функций $\beta_x(s)$, $\beta_y(s)$, $\alpha_x(s)$ и $\alpha_y(s)$. Отметим, что значения $x_{\text{макс.}}(s)$, $y_{\text{макс.}}(s)$, $x'_{\text{макс.}}(s)$, $y'_{\text{макс.}}(s)$ определяются через значения функций /1/ по формулам:

$$x_{\text{макс.}}(s) = \sqrt{\beta_x(s) \cdot \epsilon_x + |D_x(s)| \cdot \frac{\Delta p}{p}},$$

$$y_{\text{макс.}}(s) = \sqrt{\beta_y(s) \cdot \epsilon_y + |D_y(s)| \cdot \frac{\Delta p}{p}},$$

$$x'_{\text{макс.}}(s) = \sqrt{y_x(s) \cdot \epsilon_x} \cdot |D'_x(s)| \cdot \frac{\Delta p}{p}.$$

12/

$$y'_{\text{макс.}}(s) = \sqrt{y_y(s) \cdot \epsilon_y} \cdot |D'_y(s)| \cdot \frac{\Delta p}{p}.$$

где

$$y_x(s) = \frac{1 + \alpha_x^2(s)}{\beta_x(s)}, \quad y_y(s) = \frac{1 + \alpha_y^2(s)}{\beta_y(s)}.$$

Чтобы работать в режиме построения графиков (GRAPH), пользователь задает код "1", и программа рисует графики огибающих $x_{\text{макс.}}(s)$ и $y_{\text{макс.}}(s)$ /рис.1/. Графики строятся дискретно с шагом H вдоль оси OS. Одновременно с построением графиков программа печатает текущую длину и тип элемента структуры. Буквой D обозначается дрейф, а названия QUAD и BEND имеют прежний смысл. Величину шага H и поперечный масштаб пользователь задает после набора кода "1". На рис.1 и 3 изображены графики одного и того же пучка, прошедшего одну и ту же систему транспортировки, лишь продольный масштаб у рисунков разный.

Отметим, что работая только в описанных двух режимах, можно рассчитывать достаточно сложные каналы транспортировки, ведь вся работа ведется в диалоговом режиме пользователя с ЭВМ, что позволяет сменять режимы, вносить изменения в структуру и пр.

Режим оптимизации имеет код "11". Пользователь прибегает к помощи оптимизации, если работа в предыдущих двух режимах не продвигается, либо чрезмерно затягивается /см. подробнее в разделах 4 и 5/.

4. МЕТОДЫ

Вычисление функций /1/ в программе BASTRA производится с помощью матричного метода "1-3". Подробнее остановимся на методе оптимизации, реализованном в программе. Желаемые значения параметров пучка в этом методе получаются при автоматическом подборе градиентов магнитного поля в квадрупольях. Обычно поиск нужных значений градиентов сводится к задаче решения системы нелинейных уравнений со многими неизвестными:

$$\begin{aligned} f_j(\vec{x}) &= 0, & \vec{x} &= (x_1, \dots, x_m) \\ j &= 1, \dots, k \\ m &\leq k. \end{aligned}$$

13/

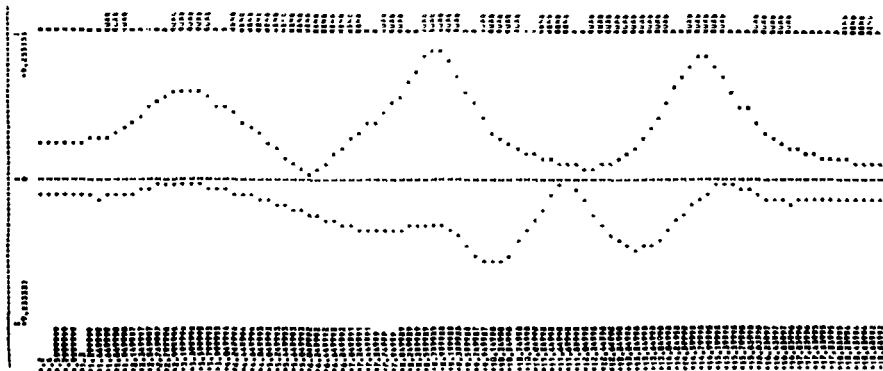


Рис. 3. Графики огибающих пучка, выведенного из ТИСа, построенные с шагом $H = 20$ см вдоль оси OS .

Здесь x_j - градиент магнитного поля j -й квадрупольной линзы. В свою очередь, решение системы /3/ сводится к задаче минимизации функционала, минимум которого достигается на решении \vec{X} этой системы. Такая замена одной задачи другой объясняется следующим. Функции $f_i(\vec{x})$ в исходной системе образуют очень сложные поверхности в пространстве переменных x_1, \dots, x_m . Метод Ньютона, метод секущих и другие, непосредственно примененные к решению этой системы, сходятся только в малой окрестности корня \vec{X} , и поэтому неэффективны. Переход к задаче минимизации функционала облегчает поиск решения \vec{X} . Главное - удачно построить такой функционал.

Итак, рассмотрим экстремальную задачу:

$$F(\vec{X}) = \min_{\vec{x}} \sum_{i=1}^k \omega_i f_i^2(\vec{x}), \quad /4/$$

где $\omega_i \neq 0$ - константы, не зависящие от \vec{x} . Все решения системы /3/ являются решениями задачи /4/ и наоборот. Далее в пунктах А и Б описаны особенности численного метода решения этой задачи.

А. Функционал /4/ представляет собой гладкую поверхность в m -мерном пространстве, у которого линии уровня выровнены за счет специального выбора "весов" ω_i . Значения коэффициентов ω_i подобраны так, чтобы все члены суммы $\sum_{i=1}^k \omega_i f_i^2(\vec{x})$ имели один порядок. Если в /4/ положить $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_k = 1$, то нахождение решения данным методом осложнилось бы из-за ограниченной возможности представления чисел в памяти ЭВМ.

Поиск экстремума /в данном случае - минимума/ осуществляется методом градиентного случайного спуска. Очередное приближение к решению \vec{X} находится следующим образом:

$$x_j^{n+1} = x_j^n - \beta_j^n g_j^n, \quad /5/$$

где n - номер итерации, j выбирается случайным образом из множества целых чисел $\{1, 2, \dots, m\}$, а g_j^n - j -я компонента вектора $\text{grad } F(\vec{x}^n)$. Из разложения в ряд Тейлора функции $f_i(\vec{x})$ можно получить:

$$\begin{aligned} f_i(x_1^{n+1}, \dots, x_j^{n+1}, \dots, x_m^{n+1}) = \\ = f_i(x_1^n, \dots, x_j^n, \dots, x_m^n) + \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Big|_{x_j = x_j^n} (x_j^{n+1} - x_j^n), \end{aligned} \quad /6/$$

где

$$p \in (x_j^n, x_j^{n+1}), \quad \text{при } x_j^{n+1} > x_j^n.$$

$$p \in (x_j^{n+1}, x_j^n), \quad \text{при } x_j^n > x_j^{n+1}.$$

Следовательно, значение β_j^n в /5/ может быть определено как величина, обеспечивающая $\min_p F(\vec{x}^{n+1})$, $\vec{x}^{n+1} = (x_1^{n+1}, \dots, x_j^{n+1}, \dots, x_m^{n+1})$.

Итерационный процесс /5/ можно интерпретировать следующим образом. Программа BASTRA "включает" одну за другой квадрупольные линзы, выбирая очередную случайным образом, изменяя градиент в этой линзе по описанному правилу. Случайность выбора координаты /квадрупольной линзы/, по которой осуществляется спуск, помогает преодолевать такие особенности многомерной поверхности функционала $F(\vec{x})$, как "овраги" и пр.

Б. Для выполнения M условий, накладываемых на параметры пучка, необходимо, вообще говоря, M независимых квадруполь. В программе BASTRA предусмотрена возможность введения в процесс оптимизации вспомогательной квадрупольной линзы. Формально это означает, что в системе /3/ имеем $m = k + 1$. Если бы система /3/ была линейной, то при $m = k + 1$ она, как известно, могла бы иметь целое подпространство решений, порожденное свободным вектором. В нашем случае введение дополнительной линзы упрощает как решение системы /3/, так и решение задачи /4/. Наличие такой линзы тоже приводит к существованию бесконечного множества решений обеих задач, что значительно повышает гибкость оптимизации и упрощает нахождение корня \vec{X} .

Замечание. Если в рассчитываемой системе нет дополнительной свободной квадрупольной линзы, а в программе ее указать необходимо, то можно указать какой-либо уже участвующий в оптимизации квадруполь.

Преимущества описанного метода оптимизации проявляются уже при расчете систем с числом условий $M > 2$.

При работе в режиме оптимизации, использующем данный метод, пользователь должен определить следующие величины. Надо задать число условий, накладываемых на параметры пучка, величину шага, которая выбирается пользователем из интервала $/0,001; 1/$. Далее для каждого i -го условия задаются: номер элемента, после которого налагается это условие, номер параметра пучка /функции /1/ пронумерованы от 1 до 8: $a_x(s)$ - имеет номер 1, $\beta_x(s)$ - имеет номер 2, ..., $D'_y(s)$ - имеет номер 8/, на который накладывается ограничение, желаемое значение этого параметра, номер линзы, участвующей в оптимизации, и требуемая точность.

5. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММЫ

Рассмотрим один из вариантов системы перевода пучка из тяжелоионного синхротрона /ТИС/ в синхрофазотрон ОИЯИ в рамках проекта УКТИ⁵. В табл.1 описано начало этой системы, осуществляющей ахроматический поворот пучка в медианной плоскости ТИСа, ахроматический подъем пучка с медианной плоскости ТИСа на медианную плоскость синхрофазотрона и фокусировку пучка на перезарядной мишени, располагающейся после подъема. Пучок

Таблица 1

№№ п/п	Название элемента	Код элемента	Длина в см	Градиент для линз в Гс/см, поле в Гс и краевые углы в рад для магнитов
1.	дрейф	0	145	
2.	линза Л1	1	50	-1496.200
3.	дрейф	0	85	
4.	линза Л2	1	100	816.3301
5.	дрейф	0	25	
6.	магнит М1	2	320	20000,0.001,0.001
7.	дрейф	0	30	
8.	линза Л3	1	50	-1053.333
9.	дрейф	0	35	
10.	линза Л4	1	100	129
11.	дрейф	0	35	
12.	линза Л5	1	100	-1400
13.	дрейф	0	30	
14.	магнит М2	2	-65	17310,0.055, 0.055
15.	дрейф	0	35	
16.	линза Л6	1	200	-978.9099
17.	дрейф	0	35	
18.	линза Л7	1	100	1300
19.	дрейф	0	44	
20.	линза Л8	1	100	-1397
21.	дрейф	0	120	
22.	магнит М3	2	-65	-17310, 0.055, 0.055
23.	дрейф	0	20	

в начале системы транспортировки имеет следующие параметры:

$$\alpha_x = -0,34932, \quad \beta_x = 518,1701 \text{ см}, \quad D_x = 96,4 \text{ см}, \quad D'_x = -0,136,$$

$$\alpha_y = -0,41399, \quad \beta_y = 540,0881 \text{ см}, \quad D_y = 0 \text{ см}, \quad D'_y = 0, \quad //$$

$$\epsilon_x = 9,45 \pi \text{ см}\cdot\text{мр}, \quad \epsilon_y = 1,9 \pi \text{ см}\cdot\text{мр}, \quad B\rho = 9,874 \text{ Т}\cdot\text{м}, \quad A\rho/p = 10^{-4}.$$

Магнит М1 отклоняет пучок в горизонтальной плоскости, магнит М2 отклоняет пучок вверх, а магнит М3 выводит его снова на горизонталь. Квадрупольные линзы Л1 и Л2 обеспечивают на выходе из магнита М1 выполнение условий $D_x = 0, D'_x = 0$. Линзы Л6 и Л8 выполняют условие $D_y = 0, D'_y = 0$ на выходе из магнита М3. Квадрупольные линзы Л3, Л4, Л5 и Л7 обеспечивают малые линейные размеры огибающих после подъема, перед перезарядной мишенью. Полученные градиенты магнитного поля в квадрупольных линзах были автоматически найдены программой. На рис. 1 и 3 изображены графики огибающих пучка, выведенного из ТИСа и прошедшего описанную систему транспортировки. Графики построены программой BASTRA с различными шагами H вдоль оси OS . Выдача результатов в виде таблицы показана на рис. 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемая программа BASTRA была использована для расчета канала инжекции пучка в синхрофазотрон в проекте УКТИ⁵, а также для расчета одного из вариантов системы перевода пучка из тяжелоионного синхротрона в синхрофазотрон в рамках того же проекта /см. разд. 5/. Программа может быть использована для определения лучших режимов работы существующих каналов в процессе их настройки, что позволяет сократить потери ускорительного времени, а также сократить число используемых в них квадрупольных линз. С помощью программы можно быстро рассчитывать новые системы транспортировки.

Автор выражает благодарность Г.Г.Воробьеву за помощь при программировании на ЭВМ ЕС-1010, а также И.Б.Иссинскому, Б.В.Василишину и В.А.Михайлову за содействие в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Котов В.И., Миллер В.В. Фокусировка и разделение по массам частиц высоких энергий. Атомиздат, М., 1969.
2. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. Атомиздат, М., 1970.
3. Штеффен К. Оптика пучков высоких энергий. "Мир", М., 1969.

4. Васильев Ф.П. Лекции по методам решения экстремальных задач. Изд-во МГУ, 1974.
5. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, 9-11796, Дубна, 1978.
6. Воробьев Л.Г. ОИЯИ, Б1-9-80-583, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 сентября 1980 года.