

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1575/
2-80

7/4-80
9-80-25

Д.Х. Динев

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИЛЬНОТОЧНОГО ПУЧКА
С УСКОРЯЮЩЕЙ СИСТЕМОЙ В СИНХРОТРОНАХ
(обзор)

1980

Динев Д.Х.

9-80-25

Взаимодействие сильноточного пучка с ускоряющей системой в синхротронах /обзор/

На основе работ советских и зарубежных авторов сделан обзор литературы по взаимодействию сильноточного пучка с ускоряющей системой в синхротронах. Обсуждаются следующие вопросы: модели пучков, метод наведенного тока, метод собственных колебаний, влияние распределения заряда в сгустках на взаимодействие, энергия возбуждаемого поля, влияние нагрузки пучком на работу высокочастотного генератора, влияние систем автоматического регулирования на взаимодействие пучка с ускоряющей системой. Обзорная литература включает 43 наименования.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Dinev D.H.

9-80-25

Interaction between a High-Current Beam and an Accelerating System in Synchrotrons - Survey

A literary survey of the problem concerning the interaction between a high-current beam and an accelerating system in synchrotrons has been done. The bibliography includes 43 works. The beam models used have been discussed, in particular, the model of point particles, the model of the charged fluid and the kinematic model. Two methods describing the interaction between the beam and the cavities have been considered - the method of the induced current and the Schokly-Ramo's theorem, and the cavity self-oscillation method. The equivalence of these two methods has

1. ВВЕДЕНИЕ

В ускорителях типа синхротронов заряженные частицы увеличивают свою энергию при прохождении через ускоряющие объемные резонаторы. Со своей стороны, ускоряемые частицы вызывают меньшие или большие искажения ускоряющего поля. Иными словами, прохождение частиц через резонатор - это процесс взаимодействия. В связи с ростом интенсивности ускоряемого пучка знание характерных особенностей этого взаимодействия имеет важное значение для работы ускорителя. Если не будут приняты особые меры, под действием нагрузки пучком ускоряющее поле искажается. Эти искажения ведут к изменению характера движения частиц в продольном фазовом пространстве. Как правило, изменения фазового движения под действием нагрузки пучком оказывают неблагоприятное воздействие на работу ускорителя^{/8,9,13,31,32/}. В настоящем обзоре мы не будем затрагивать вопросов фазового движения с учетом нагрузки пучком, а ограничимся лишь проблемами обратного влияния пучка на резонатор и вообще на ускоряющую систему.

Ряд работ посвящен влиянию нагрузки пучком на работу линейных ускорителей^{/36-39/}. В последнее время в связи с интенсивным развитием методов коллективного ускорения в электронных кольцах изучается характер полей, возбуждаемых движущимся электронным кольцом в ускоряющих структурах^{/40-43/}. Здесь мы не будем касаться этих вопросов, а ограничимся лишь работой ускорителей типа синхротронов.

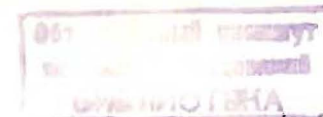
2. МОДЕЛИ ПУЧКА

При рассмотрении взаимодействия частиц с ускоряющим резонатором используются различные физические модели пучка. В точечных моделях частицы рассматриваются как заряженные точки. Для источников поля можно записать^{/1/}:

$$\rho(\vec{r}, t) = \int \rho_0(\vec{r}_0) \delta(\vec{r}_p(\vec{r}_0, t) - \vec{r}) dV_0,$$

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \int \rho_0(\vec{r}_0) \vec{v}_p(\vec{r}_0, t) \delta(\vec{r}_p(\vec{r}_0, t) - \vec{r}) dV_0,$$

/1/



где $\vec{r}_0(\tau, t)$ - траектория частицы в отсутствие высокочастотного поля; \vec{r}_p и \vec{v}_p - радиус-вектор и скорость частицы.

Для самосогласования задачи с источниками /1/ к уравнениям Максвелла нужно добавить уравнения движения

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}_p}{\sqrt{1 - v_p^2/c^2}} \right) = eZ [\vec{E}(\vec{r}_p, t) + \vec{v}_p \times \mu_0 \vec{H}(\vec{r}_p, t)] \quad /2/$$

$$\frac{d\vec{r}_p}{dt} = \vec{v}_p.$$

Часто пучок рассматривается как состоящий из N^* суперчастиц с зарядом Z^*e /5/. Зарядность Z^* выбирается так, чтобы $N^*Z^*ef_s$ отвечало циркулирующему току. Количество N^* суперчастиц выбирается исходя из возможностей ЭВМ, используемых для моделирования.

Если для плотности тока одной суперчастицы, движущейся по оси Z со скоростью v, в область резонатора ввести цилиндрическую систему, то будем иметь:

$$j_z = \frac{Z^*ev}{2\pi r} \delta(r) \delta(z - vt). \quad /3/$$

Часто выбирается $N^*=1$, т.е. все частицы сгустка рассматриваются сосредоточенными в центре его массы - так называемое δ -распределение заряда в сгустке. Введем в ускорителе цилиндрическую (R, θ , y) или криволинейную (s, R, y) систему, где $s = \theta R_s$ /рис. 1/. Азимут θ удобно отсчитывать обратно движению. Для плотности тока пучка с δ -распределением заряда в сгустках можем записать

$$j_\theta(R, y, \theta, t) = eZ dN \omega_s \delta(R - R_s) \delta(y) [\delta(\theta - (\theta_s - \omega_s t)) + \delta(\theta - (\theta_s + \frac{2\pi}{q} - \omega_s t)) + \dots] \quad /4/$$

где dN - количество частиц в сгустке, R_s - равновесный радиус, q - кратность высокой частоты, $\omega_s = \omega_{rf}/q$ - частота синхронной частицы, $\theta_s = \phi_s/q$, ϕ_s - равновесная фаза.

В модели заряженного флуида пучок рассматривается как движущаяся заряженная жидкость с плотностью заряда ρ и плотностью тока \vec{j} . При описании в переменных Дайлера, когда величины задаются как скалярные и векторные поля - $\rho(\vec{r}, t)$, $\vec{j}(\vec{r}, t)$, поведение частиц и поля описывается системой уравнений магнитной гидродинамики,

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{j}, & \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{div } \vec{B} &= 0, & \vec{j} &= \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \\ \text{div } \vec{j} &= 0, & \rho_m \frac{d\vec{v}}{dt} &= (\vec{j} \times \vec{B}) - \text{grad } P. \end{aligned} \quad /5/$$

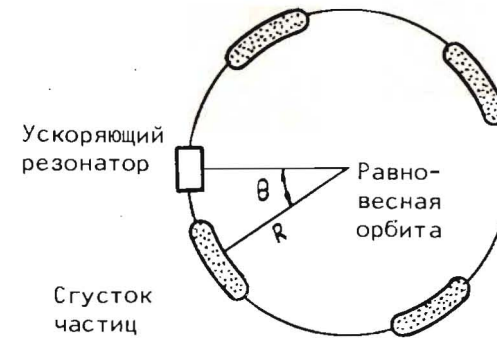


Рис. 1. Координатная система ускорителя.

При рассмотрении взаимодействия частиц с ускоряющим резонатором чаще всего используются переменные Лагранжа, когда величины задаются как функции координат движущейся частицы и времени. Если $\vec{r}_p(\tau, t)$ - траектория частицы, вошедшей в пространство взаимодействия в момент τ , то

$$\rho(\vec{r}_p, t) = - \frac{j(\tau) dS}{\left(\frac{\partial X_p}{\partial \tau} \right) \left(\frac{\partial Y_p}{\partial \tau} \right) \left(\frac{\partial Z_p}{\partial \tau} \right) d\tau^2} \quad /6/$$

В кинетической модели пучок рассматривается как статистический ансамбль. Пусть $f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$ - одночастичная функция распределения в 6-мерном фазовом пространстве (\vec{r}, \vec{p}) /4/. Тогда для источников поля можно записать:

$$\begin{aligned} \rho &= Ze n_0 \int f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p}, \\ \vec{j} &= Ze n_0 \int \frac{\vec{p}}{m} f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p}, \end{aligned} \quad /7/$$

где $n_0 = N/V$ - средняя плотность.

Для самосогласования задачи с источниками /7/ к уравнениям Максвелла добавляется кинетическое уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \vec{v} \text{grad} f_1 + \vec{F}_d \text{grad}_p f_1 = \frac{\partial f_1}{\partial t} \text{ст}, \quad /8/$$

где $\frac{\partial f_1}{\partial t} \text{ст}$ описывает изменение f_1 вследствие бинарных столкновений.

3. МЕТОД НАВЕДЕННОГО ТОКА

В СВЧ-электронике при описании взаимодействия частиц с ускоряющей системой используются различные приближенные рассмотрения. Чаще всего это - приближение заданного тока, когда движение частиц и, следовательно, плотность тока заранее известны. В приближении заданного тока для вычисления поля, возбуждаемого частицами в резонаторе, используются два метода - наведенного тока и собственных колебаний. Здесь мы рассмотрим метод наведенного тока.

Силу тока, наведенного пучком в резонаторе, можно вычислить на основе теоремы Шокли-Рамо ^{/1,3/}:

$$i_{\text{ind}}(t) = \int \vec{j}(\vec{r}, t) \vec{E}'(\vec{r}) dV, \quad /9/$$

где $\vec{E}'(\vec{r})$ - напряженность поля в точке \vec{r} при потенциале рассматриваемого проводника +1 и при нулевом потенциале остальных проводников. Обычно рассматривают квазистационарный резонатор, для которого

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{S_0}{d} \int_{\tau_d}^t j(\tau) v(\tau, t) d\tau, \quad /10/$$

где S_0 - сечение ускоряющего промежутка, d - его длина, τ_d - момент влета в ускоряющий промежуток той частицы, которая в момент t будет находиться на выходе из промежутка.

Взаимодействие пучка с полем является периодическим с периодом T_{rf} . Используя понятие о так называемых τ -траекториях ^{/1/}, для фурье-гармоник наведенного тока можно получить:

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{1}{2} J_{\text{ind}0}^a + \sum_{k=1}^{\infty} J_{\text{ind}k}^a \cos k\omega_{\text{rf}} t + \sum_{k=1}^{\infty} J_{\text{ind}k}^r \sin k\omega_{\text{rf}} t, \quad /11/$$

$$J_{\text{ind}k}^a = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} j(\tau) dS_0(\tau) d\omega_{\text{rf}} \tau \int_{\tau}^{\tau+t_d(\tau)} \vec{E}' \cdot \vec{v} \cos k\omega_{\text{rf}} t dt, \quad /12/$$

$$J_{\text{ind}k}^r = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} j(\tau) dS_0(\tau) d\omega_{\text{rf}} \tau \int_{\tau}^{\tau+t_d(\tau)} \vec{E}' \cdot \vec{v} \sin k\omega_{\text{rf}} t dt. \quad /13/$$

Первая, резонансная гармоника наведенного тока при δ -распределении заряда в сгустках вычислена несколько иным способом ^{/6/}.

Пренебрегая модуляцией пучка в резонаторе и считая его бесконечно узким, из /4/ и /12,13/ можно получить

$$\dot{J}_{\text{ind}k} = 2eZNf_s e^{-jk\phi_s}, \quad /14/$$

где $N = q \cdot dN$ - общее количество частиц на орбите.

4. МЕТОД СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Векторный потенциал $\vec{A}(\vec{r}, t)$ раскладывается по ортогональной системе собственных векторных потенциалов $\vec{A}_\lambda(\vec{r})$ для колебаний с собственной частотой ω_λ . Собственные векторные потенциалы удовлетворяют уравнению

$$\Delta \vec{A}_\lambda(\vec{r}) + k_\lambda^2 \vec{A}_\lambda(\vec{r}) = 0, \quad /15/$$

где $k_\lambda^2 = \frac{\omega_\lambda^2}{c^2}$, и условиям

$$\text{div} \vec{A}_\lambda(\vec{r}) = 0, \quad /16/$$

$$\vec{A}_\lambda(\vec{r})|_{S_M} = 0. \quad /17/$$

Условия нормировки \vec{A}_λ -

$$\int_V \vec{A}_\lambda \vec{A}_\lambda^* dV = \frac{\delta_{\lambda\lambda'}}{\epsilon_0}. \quad /18/$$

Представляем

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} q_\lambda(t) \vec{A}_\lambda(\vec{r}). \quad /19/$$

Для свободных колебаний резонатора $q_\lambda(t)$ гармонические функции

$$q_\lambda(t) = q_{\lambda 0} e^{j\omega_\lambda t}. \quad /20/$$

Когда колебания в резонаторе возбуждаются током $\vec{j}(\vec{r}, t)$, векторный потенциал $\vec{A}(\vec{r}, t)$ удовлетворяет волновому уравнению ^{/10/}

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{dt^2} = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r}, t). \quad /21/$$

Из /21/ и /19/ следует

$$\frac{d^2 q_\lambda(t)}{dt^2} + \omega_\lambda^2 q_\lambda(t) = \int_V \vec{j}(\vec{r}, t) \vec{A}_\lambda(\vec{r}) dV. \quad /22/$$

Если учесть затухание колебаний, то /22/ редуцируется на

$$\frac{d^2 q_\lambda(t)}{dt^2} + \frac{\omega_\lambda}{Q_\lambda} \frac{dq_\lambda(t)}{dt} + \omega_\lambda^2 q_\lambda(t) = \int_V \vec{j}(\vec{r}, t) \vec{A}_\lambda(\vec{r}) dV. \quad /23/$$

Ряд исследований посвящен возбуждению колебаний типа E_{mnp} в цилиндрическом резонаторе /см. напр., /11, 14/.

Как известно, резонансная длина волны колебаний E_{mnp} в цилиндрическом резонаторе

$$\lambda_{0p} = \frac{2L}{\sqrt{\left(\frac{p}{L}\right)^2 + \left(\frac{\nu_{mn}^E}{\pi R_0}\right)^2}}, \quad /24/$$

где L - длина резонатора, R_0 - его радиус, ν_{mn}^E - корни уравнения $J_m(\nu_{mn}^E) = 0$.

Собственный векторный потенциал для E_{mnp} колебаний цилиндрического резонатора дается выражением /10/

$$A_{\lambda z} = C_\lambda \cos \frac{\pi p z}{L} J_m(\nu_{mn}^E \frac{r}{R_0}) \cos m\theta. \quad /25/$$

Покажем на примере возбуждения E_{010} колебаний в цилиндрическом резонаторе δ -сгустками, что методы собственных колебаний и индуцированного тока дают примерно одинаковые результаты.

Для колебаний E_{010}

$$A_{0z} = \frac{1}{R_0 \sqrt{\pi \epsilon_0 L}} \frac{J_0(\nu_{01}^E \frac{r}{R_0})}{J_1(\nu_{01}^E)}. \quad /26/$$

Из /4/ для интеграла в правой части /23/ имеем

$$I(t) = \int_{R_s - R_0}^{R_s + R_0} dR \int_{-R_0}^{+R_0} dY \int_{-L/2}^{+L/2} ds \left\{ eZ dN \omega_s \delta(R - R_s) \delta(Y) [\delta(\theta - (\theta_s - \omega_s t)) + \delta(\theta - (\theta_s + \frac{2\pi}{q} - \omega_s t))] + \dots \right\} \cdot \frac{1}{R_0 \sqrt{\pi \epsilon_0 L}} \frac{J_0 \frac{\nu_{01}^E \sqrt{Y^2 + (R_s - R_0)^2}}{R_0}}{J_1(\nu_{01}^E)} \quad /27/$$

После интегрирования /27/ получаем

$$I(t) = I_0 \left[H\left(\frac{\theta_L}{2} - |\theta_s - \omega_s t|\right) + H\left(\frac{\theta_L}{2} - \left|\theta_s + \frac{2\pi}{q} - \omega_s t\right|\right) + \dots \right], \quad /28/$$

где

$$I_0 = \frac{eZ dN \omega_s R_s}{R_0 \sqrt{\pi \epsilon_0 L} J_1(\nu_{01}^E)}, \quad /29/$$

$$\theta_L = \frac{L}{R_s} \quad /30/$$

и $H(x)$ - единичная функция.

Раскладываем $I(t)$ в ряд Фурье. Для первой резонансной гармоники можно получить

$$F_1 = \frac{I_0 q \theta_L}{\pi} \frac{\sin(q \theta_L / 2)}{q \theta_L / 2}. \quad /31/$$

Сейчас можно решить уравнение /23/, где в правой части ставим /31/. Тогда получим

$$E_z = - \frac{I_0 \phi_L A_{0z}}{2\pi a_0} \frac{\sin \phi_L / 2}{\phi_L / 2} \cos(\omega_{rf} t - \phi_s). \quad /32/$$

В /32/ обозначили

$$a_0 = \frac{\omega_{rf}}{2Q_0} = \frac{P_{пот}}{2W_0} = \frac{U_{0m}^2}{2R_{III} W_0}, \quad /33/$$

где U - максимум напряжения на резонаторе, R_{III} - его шунтовое сопротивление.

Для свободных колебаний резонатора

$$q_0(t) = q_{00} e^{j\omega_{rf} t} \quad /34/$$

Постоянную q_{00} можно определить из выражения для энергии поля

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V (E^2 + c^2 B^2) dV. \quad /35/$$

Из /35/ и /19/ можно получить

$$W = \frac{1}{2} \sum_\lambda \left(\left(\frac{dq_\lambda}{dt} \right)^2 + \omega_\lambda^2 q_\lambda^2 \right). \quad /36/$$

Из /36/ и /34/ следует, что

$$q_{00} = \frac{\sqrt{W_0}}{\omega_{rf}}. \quad /37/$$

Тогда можем записать:

$$U_{0m} = \sqrt{W_0} A_{0z} L, \quad /38/$$

и, следовательно,

$$u_{rf} = \int_{-L/2}^{+L/2} E_z ds = 2eZ N f_s R_{III} \frac{\sin \phi_L / 2}{\phi_L / 2} \cos(\omega_{rf} t - \phi_s). \quad /39/$$

Этот результат совпадает с полученным ранее /14/ методом наведенного тока.

5. ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА В СГУСТКАХ

Самая простая модель сгустков - это модель с равномерно распределенным зарядом /11,14/

$$\rho(\Delta\theta) = \begin{cases} 0, & \Delta\theta < -\Delta\theta_m \\ \rho_0, & -\Delta\theta_m \leq \Delta\theta \leq +\Delta\theta_m \\ 0, & \Delta\theta > +\Delta\theta_m \end{cases} \quad /40/$$

Условие нормировки здесь

$$q \int_{-\Delta\theta_m}^{+\Delta\theta_m} \rho(\Delta\theta) d\Delta\theta = eZN. \quad /41/$$

Из /40/ и /41/ следует, что

$$\rho_0 = \frac{eZN}{2\Delta\theta_m}. \quad /42/$$

Кроме этой идеальной модели, рассматриваются и другие, более близкие к реальному распределению.

В /7/ рассматривается распределение вида

$$\rho(\Delta\theta) = \begin{cases} 0, & \Delta\theta < -\Delta\theta_m \\ K_1 \sqrt{\Delta\theta_m^2 - \Delta\theta^2}, & -\Delta\theta_m \leq \Delta\theta \leq +\Delta\theta_m \\ 0, & \Delta\theta > +\Delta\theta_m \end{cases} \quad /43/$$

Из условия нормировки следует:

$$K_1 = \frac{2}{\pi} \frac{eZN}{q\Delta\theta_m^2}. \quad /44/$$

Распределение /43/ отвечает равномерно заполненному продольному фазовому пространству при малой амплитуде фазовых колебаний.

В /16,17/ рассматривается распределение заряда в сгустках вида:

$$\rho(\Delta\theta) = \begin{cases} 0, & \Delta\theta < -\Delta\theta_m \\ K_2 (\Delta\theta_m^2 - \Delta\theta^2), & -\Delta\theta_m \leq \Delta\theta \leq +\Delta\theta_m \\ 0, & \Delta\theta > +\Delta\theta_m \end{cases} \quad /45/$$

где
$$K_2 = \frac{3}{4} \frac{eZN}{q\Delta\theta_m^3}. \quad /46/$$

В /18/ рассматривается распределение

$$\rho(\Delta\theta) = \begin{cases} K_3 (1 - e^{-\alpha(\Delta\theta + \Delta\theta_m)}), & -\Delta\theta_m \leq \Delta\theta \leq \Delta\theta_c \\ K_4 (e^{\beta(\Delta\theta_m - \Delta\theta)} - 1), & \Delta\theta_c \leq \Delta\theta \leq +\Delta\theta_m \end{cases} \quad /47/$$

K_3, K_4 определяются из условия нормировки:

$$K_3 \left[(\Delta\theta_c + \Delta\theta_m) - \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha(\Delta\theta_c + \Delta\theta_m)} \right] -$$

$$- K_4 \left[(\Delta\theta_m - \Delta\theta_c) + \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta} e^{\beta(\Delta\theta_m - \Delta\theta_c)} \right] = eZN \quad /48/$$

и условия "сшивания"

$$K_3 (1 - e^{-\alpha(\Delta\theta_c + \Delta\theta_m)}) = K_4 (e^{\beta(\Delta\theta_m - \Delta\theta_c)} - 1). \quad /49/$$

То обстоятельство, что заряд сгустка не сконцентрирован в его центре масс, а распределен неким образом возле этого центра, отражается на характере взаимодействия с резонатором.

В /7/ показано, что с учетом распределения заряда в сгустках для индуцированного тока имеем:

$$J_{ind1} = g 2 eZN f_s e^{-j\phi_s}. \quad /50/$$

Функция $g(\Delta\phi_m)$ учитывает распределение заряда в сгустках и является соответствующим ему формфактором.

В /7/ для равномерного распределения получено

$$g = \frac{\sin \Delta\phi_m}{\Delta\phi_m}. \quad /51/$$

Для распределения вида /45/ получено

$$g = 3 \left(\frac{\sin \Delta\phi_m}{\Delta\phi_m^3} - \frac{\cos \Delta\phi_m}{\Delta\phi_m^2} \right). \quad /52/$$

Для распределения /43/

$$g = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-x^2} \cos(\Delta\phi_m x) dx. \quad /53/$$

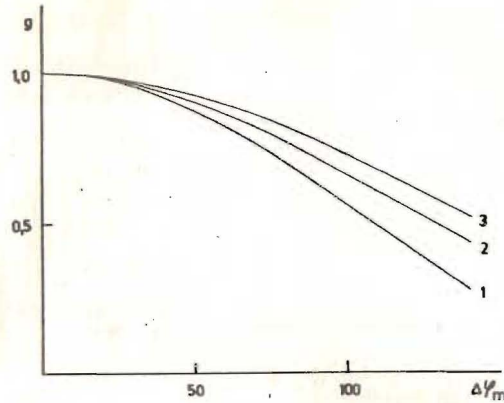


Рис. 2. Зависимость формфактора g от длины сгустка: 1 - для распределения заряда в сгустках вида /45/; 2 - для распределения заряда в сгустках вида /43/; 3 - для распределения заряда в сгустках вида /40/.

На рис. 2 показан ход формфактора $g(\Delta\phi_m)$ для нескольких моделей сгустков.

6. ЭНЕРГИЯ ВОЗБУЖДАЕМОГО ПОЛЯ

Энергию поля, возбуждаемого частицами в ускоряющем резонаторе, можно выразить функциями $q_\lambda(t)$ по /36/.

Энергия поля всех гармоник, имеющих цилиндрическую симметрию и возбуждаемых в цилиндрическом резонаторе пролетающим единичным сгустком длиной l и радиусом r_0 , вычислена в /14/

$$W = \sum_{n,p} \frac{4e^2 Z^2 dN^2 v^4 c^2}{\epsilon_0 \pi L l^2 R_0^2 J_1^2(\nu_n) \omega_\lambda^2 (\omega_\lambda^2 - \omega_p^2)^2} \cdot \left(\frac{\nu_n}{R_0}\right)^2 \times$$

$$\times 4 \sin^2 \omega_\lambda \frac{l}{2v} \begin{cases} \sin^2 \omega_\lambda \frac{L}{2v}, & p - \text{четное} \\ \cos^2 \omega_\lambda \frac{L}{2v}, & p - \text{нечетное} \end{cases}$$

/54/

где

$$\omega_p = \frac{p\pi}{L} v.$$

Из /54/ видно, что энергия обратно пропорциональна p^6 , т.е. можно с хорошим приближением рассматривать только гармоники $p=0$

$$W = \sum_n \frac{e^2 Z^2 dN^2 L^2}{\epsilon_0 \pi L R_0^2 J_1^2(\nu_n)} \quad /55/$$

Энергия поля, возбуждаемого в цилиндрическом резонаторе единичным сгустком с распределением заряда /47/, вычислена в /18/. Результаты эти показаны на рис. 3, 4.

Рис. 3. Зависимость энергии возбуждаемого поля от релятивистского фактора γ . 1 - $2r/R=0,8$, 2 - $2r/R=1,0$.

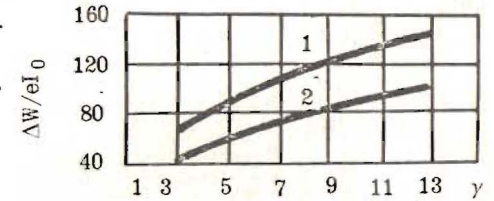
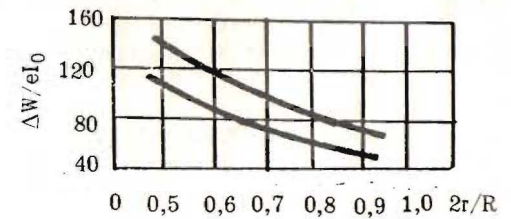


Рис. 4. Зависимость энергии возбуждаемого поля от величины пролетных отверстий. 1 - $\gamma=6$, 2 - $\gamma=3$.



Так как в резонаторе будут возбуждаться лишь гармоники с длиной волны больше размера пролетных отверстий, то сумма в /55/ распространяется на конечное число членов. Положим

$$\lambda_{\min} = 2\pi a,$$

где a - радиус пролетных отверстий. Тогда

$$\nu_n < \frac{R_0}{a}. \quad /56/$$

Мощность, расходуемую пучком на возбуждение резонатора, можно выразить и через наведенный ток по обычной формуле

$$\dot{P} = \frac{1}{2} \dot{U}_m J_{\text{ind}m1}^* \quad /57/$$

Например, для δ -сгустков имеем

$$P = -q f_s e Z dN v \int_{t_s - L/2v}^{t_s + L/2v} E_z(t) dt. \quad /58/$$

Из /32/ и /58/ следует

$$P = 2e^2 Z^2 N^2 f_s^2 R_{III} \left(\frac{\sin \phi_L / 2}{\phi_L / 2} \right)^2. \quad /59/$$

С учетом фактора пролета /59/ совпадает с /57/. В ^{19/} для колебаний резонатора \vec{E}_n с частотой ω_n показано, что

$$\frac{d^2 \vec{E}_n(t)}{dt^2} + 2\delta_{n2} \frac{d\vec{E}_n(t)}{dt} + \omega_n^2 \vec{E}_n(t) = 0, \quad /60/$$

где

$$\delta_{n2} = \delta_{n1} + D_n, \quad /61/$$

$$\delta_{n1} = \frac{P_{\text{пот. n}}}{2W_n}, \quad /62/$$

$$D_n = -\frac{\omega}{\omega_n} \cdot \frac{P_{\text{возб.}}}{2W_n}, \quad /63/$$

$P_{\text{возб.}}$ - мощность, возбуждающая резонатор на частоте ω .

Для $\delta_{n2} < 0$ имеем возбуждение резонатора, а для $\delta_{n2} = 0$ - режим стационарных колебаний.

7. ВЛИЯНИЕ НАГРУЗКИ ПУЧКОМ НА ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ГЕНЕРАТОР

При рассмотрении влияния нагрузки пучком на высокочастотный генератор, ускоряющий резонатор заменяется эквивалентной цепью с сосредоточенными параметрами. При этом резонатор представляется как последовательный или как параллельный колебательный контур.

При первом представлении параметры контура определяются соотношениями

$$L_\ell = \delta L = \delta \frac{U}{\omega_0 I}, \quad C_\ell = \frac{C}{\delta} = \frac{I}{\delta \omega_0 U}, \quad R_\ell = \frac{P}{I^2}, \quad /64/$$

где U - напряжение между двумя точками резонатора

$$U = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad /65/$$

I - ток, проходящий через фиксированный контур на внутренней стороне резонатора

$$I = \oint_L H_\tau d\ell, \quad /66/$$

P_a - мощность потерь в резонаторе. Если учитывать только потери в стенках резонатора,

$$P_a = \frac{R_s}{2} \oint_s H_\tau^2 ds, \quad /67/$$

δ - параметр распределенности ^{/20,21/}

$$\delta = \frac{P_q}{U_m I_m} = \frac{\omega_0 W}{U_m I_m}. \quad /68/$$

При втором представлении параметры контура определяются следующими соотношениями:

$$L_p = \frac{L}{\delta} = \frac{1}{\delta} \frac{U}{\omega_0 I}, \quad C_p = \delta C = \delta \frac{I}{\omega_0 U}, \quad R_p = \frac{U^2}{P_a}. \quad /69/$$

Пример использования эквивалентного последовательного контура дан в ^{23/}. Соответствующая эквивалентная схема показана на рис. 5. В ней L_{CB}, R_{CB} - сопротивление и индуктивность связывающей петли. Эту схему можно привести к вторичной стороне:

$$E_{\text{вн.}} = \left(\frac{\omega M}{R_\Gamma} \right) E_\Gamma, \quad R_{\text{вн.}} = \left(\frac{\omega M}{R_\Gamma} \right)^2 R_\Gamma. \quad /70/$$

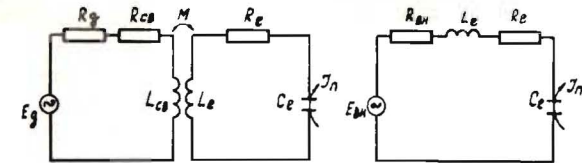


Рис. 5. Эквивалентная схема питающего генератора и ускоряющего резонатора, при представлении резонатора последовательным колебательным контуром.

Для комплексной амплитуды ускоряющего напряжения на рис. 5 имеем

$$\dot{U} = Q E_{\text{вн.}} \cos \alpha e^{j(\alpha - \frac{\pi}{2})} - R_{\text{III}} \dot{J}_{\text{ind1}} \cos \alpha e^{-j(\frac{\pi}{2})}, \quad /71/$$

где

$$\text{tg } \alpha = 2Q \delta \omega_*.$$

$\delta \omega_*$ - относительная расстройка резонатора.

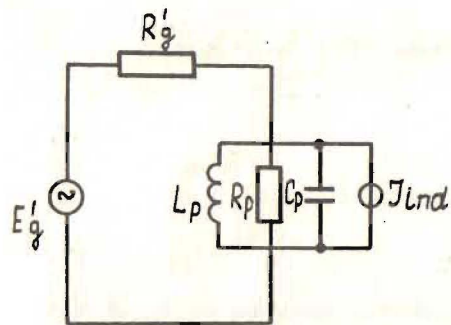


Рис. 6. Эквивалентная схема при представлении резонатора параллельным колебательным контуром.

Пример использования эквивалентного параллельного контура дан в /7/. Соответствующая эквивалентная схема показана на рис. 6.

В /227/ и в других работах предлагается для компенсации реактивной компоненты электронной проводимости ввести соответствующую расстройку резонатора, которая дается выражением

$$\xi = \frac{R_p J_{ind1}^r}{U} \quad /72/$$

Тогда для амплитуды ускоряющего напряжения будем иметь

$$U = \left(\frac{R_p}{R_i + R_p} \right) U_g - \left(\frac{R_i R_p}{R_i + R_p} \right) J_{ind1}^a \quad /73/$$

С ростом резонатора в ускорителях с интенсивными пучками сильно растет и наведенное пучком напряжение. Следовательно, существует оптимальное значение $R_{ш}$ резонатора, при котором суммарное напряжение на нем будет максимальным.

Для δ -сгустков оптимальное шунтовое сопротивление резонатора получено в /12/.

Из /71/ при $\delta\omega = 0$ для напряжения на резонаторе в момент пролета сгустка имеем

$$U = (\sqrt{2P_g R_{ш}}) \cos \phi_s - 2eZNf_s R_{ш} \quad /74/$$

Из /74/ следует, что оптимальное значение

$$R_{ш1} = \frac{P_g \cos^2 \phi_s}{2(2eZNf_s)^2} \quad /75/$$

Можно /74/ представить в нормированных величинах

$$x = \frac{R_{ш}}{R_{ш1}}, \quad y = \frac{U}{\cos \phi_s \sqrt{2P_g P_{ш1}}} \quad /76/$$

$$y = \sqrt{x} - \frac{1}{2} x.$$

Кривая $y(x)$ дана на рис. 7.

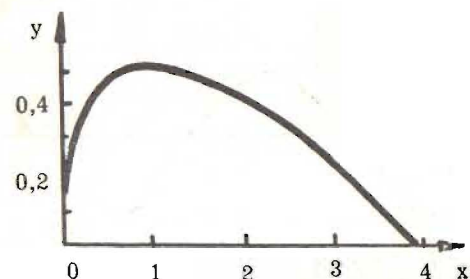


Рис. 7. Зависимость нормированной амплитуды ускоряющего напряжения y от нормированного шунтового сопротивления x .

Деформация формы высокочастотного напряжения определяется высшими гармониками наведенного тока. Для создаваемого ими напряжения на резонаторе имеем

$$\dot{U}_k = \frac{J_{indk}}{\dot{Y}_k}, \quad /78/$$

где для небольших расстроек

$$\dot{Y}_k \approx jk\omega_0 C \left(1 - \frac{1}{k^2} - \frac{j}{k\omega_0 RC} \right) \approx jk\omega_0 C \left(1 - \frac{1}{k^2} \right). \quad /79/$$

В /25/ для описания деформации ускоряющего напряжения вводится фактор деформации P . Для изменения напряжения на резонаторе при пролете через него δ -сгустка имеем

$$\Delta U = \frac{eZdN}{C}, \quad /80/$$

где C - емкость эквивалентного контура. По определению,

$$P = \frac{\Delta U}{U} = \frac{eZdN}{CU}. \quad /81/$$

Параметр деформации напряжения показан на рис. 8. Практически рекомендуемые значения $P \leq 0.1$.

При проектировании ускоряющей системы сильноточных ускорителей возможны разные подходы.

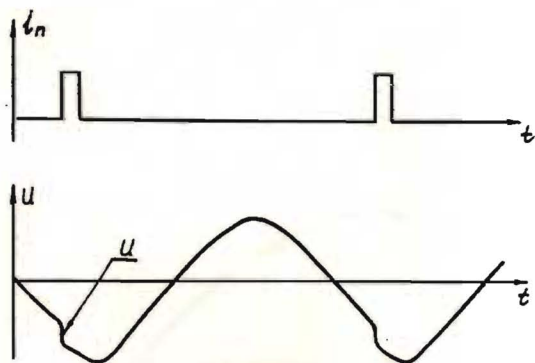


Рис. 8. Параметр P деформации ускоряющего напряжения.

Классический подход состоит в поддержании резонанса в резонаторе $\omega C = 1/\omega L$. Ускоряющее напряжение $U_{ac} = U \cos \phi_s$ и ток генератора I_g рассматриваются как исходные величины. При этом U, ϕ_s будут меняться в зависимости от тока пучка.

При помощи специальной программы можно поддерживать U постоянным. Тогда I_g, ϕ_g будут меняться в зависимости от нагрузки.

И, наконец, при помощи специальной программы можно менять I_g и ϕ_g так, чтобы U оставалось не зависящим от нагрузки, и при этом поддерживать в резонансе систему пучок-резонатор. При этом, когда ток пучка будет меняться, ток генератора I_g будет меняться только по величине. Можно показать, что в этом случае ток генератора I_g будет минимальным.

В сильноточных ускорителях конечный усилитель мощности нагружен на реактивную нагрузку, которая в течение цикла меняется. Это усложняет оптимальное использование максимальной мощности используемых ламп. В^{25/} рекомендуется настраивать ускоряющую систему на резонанс системы пучок-резонатор и тем самым отстранять реактивную компоненту нагрузки.

Общая мощность генератора складывается из мощности потерь в генераторе P_Γ , мощности потерь в резонаторе P_a и мощности пучка - P_n . Можно записать

$$P_s = P_\Gamma + \frac{1}{2} \left(\frac{U_{ac}^2}{R_{ш} \cos^2 \phi_s} + U_{ac} J_{ind1}^a \right). \quad /82/$$

Случай использования автогенератора исследован в^{17/}. На рис. 9 показана блок-схема самовозбуждения генератора от ускоряющего резонатора. Для анализа установившегося режима колебаний применен квазилинейный метод.

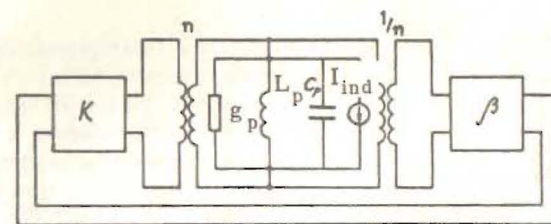


Рис. 9. Блок-схема питания ускоряющего резонатора от автогенератора.

Величина расстройки частоты генератора под действием нагрузки пучком выражается формулой:

$$\xi = \frac{R J_{ind1}^r}{U}, \quad /83/$$

где ξ - обобщенная расстройка $\xi = 2Q(\omega/\omega_0 - 1)$.

Стационарная амплитуда определяется уравнением

$$\bar{S}'(\beta U) - \frac{J_{ind1}^a}{\beta U} = \frac{1}{\beta R_p}, \quad /84/$$

где $\bar{S}' = \bar{S}/n$, \bar{S} - средняя крутизна характеристики усилителя, $\beta' = \beta/n$, n - коэффициент трансформации идеального трансформатора, представляющего элементы связи.

8. ВЛИЯНИЕ НАГРУЗКИ ПУЧКОМ НА СИСТЕМУ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ УСКОРЯЮЩЕГО ПОЛЯ

Нагрузка пучком сказывается и на работе систем автоматического регулирования /САР/, амплитуды /АРА/, фазы /АРФ/ ускоряющего поля и частоты резонаторов /АРЧ/.

В сильноточных ускорителях кроме быстродействующих САР, осуществляющих стабилизацию поля в течение цикла ускорения и построенных по принципу обратных связей, применяются и САР по пучку. Они могут использовать в качестве управляющего сигнала сигнал датчика тока пучка, или программироваться от управляющей ЭВМ.

Работа САР связана с нагрузкой пучком. На рис. 10 показана принципиальная схема, включающая резонатор, генератор, нагрузку и САР. Уравнения обратных связей запишем в следующем виде:

$$\frac{\Delta I_g}{I_g} = \beta_u \frac{\Delta U}{U}; \quad \Delta \phi_g = \beta_\phi \Delta \phi_u; \quad \Delta \phi_p = \beta_\omega \Delta \phi_u. \quad /85/$$

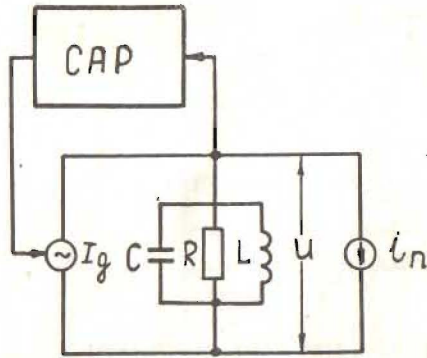


Рис. 10. Принципиальная схема питающего генератора, ускоряющего резонатора и системы автоматического регулирования амплитуды и фазы ускоряющего поля и частоты резонатора.

В сильноточных ускорителях, кроме внешних обратных связей, существует и внутренняя обратная связь через объект регулирования - пучок. Как известно^{/30/}, малые фазовые колебания при наличии возмущения амплитуды ускоряющего напряжения описываются уравнением

$$\Delta\ddot{\phi} + \Omega_0^2 \Delta\phi = \Omega_0^2 c \operatorname{tg} \phi_s \frac{\Delta U}{U}. \quad /86/$$

При медленных возмущениях $\Delta U(t)$ решение этого уравнения можно интерпретировать как фазовые колебания с частотой Ω_0 вокруг центра масс сгустка и движение $\Delta U(t) \operatorname{ctg} \phi_s / U$ центра масс сгустка относительно ϕ_s . Это уравнение можно интерпретировать как определение обратной связи β_{Π} через пучок

$$\Delta\phi = (\Omega_0^2 \operatorname{ctg} \phi_s \frac{\Delta U}{U} - \Delta\phi_u) \beta_{\Pi}, \quad /87/$$

где

$$\beta_{\Pi} = \frac{1}{\Omega_0^2 + p^2} \quad /88/$$

- операторный коэффициент обратной связи, p - оператор дифференцирования по времени.

Обратная связь через пучок может вызвать фазовые колебания сгустка как целого /когерентные фазовые колебания/, которые при определенных условиях могут стать неустойчивыми.

Возможность возникновения когерентных фазовых колебаний видна из следующего. Пусть в результате флуктуаций возникли малые колебания центра масс сгустка

$$\Delta\phi_c = A \cos(\Omega t + \alpha) = \frac{1}{2} (A e^{j\Omega t} + A^* e^{-j\Omega t}). \quad /89/$$

Тогда наведенный в резонаторе ток будет

$$i_{\text{ind}} = K e^{j(\omega_{\text{rf}} t - \phi_s)} + \frac{KA}{2} e^{j[(\omega_{\text{rf}} + \Omega) t - \phi_s - \pi/2 + \alpha]} + \frac{KA}{2} e^{j[(\omega_{\text{rf}} - \Omega) t - \phi_s - \pi/2 - \alpha]} \quad /90/$$

$$K = 2eZn f_s. \quad /91/$$

Следовательно, наведенный ток включает в себя боковые гармоники, отстоящие от ω_{rf} на $\pm\Omega$. Этот ток создает на ускоряющем резонаторе напряжение

$$U_{\text{ind}} = \dot{Z}(\omega_{\text{rf}}) K e^{j(\omega_{\text{rf}} t - \phi_s)} + \frac{\dot{Z}(\omega_{\text{rf}} + \Omega) KA}{2} e^{j[(\omega_{\text{rf}} + \Omega) t - \phi_s - \pi/2 + \alpha]} + \frac{\dot{Z}(\omega_{\text{rf}} - \Omega) KA}{2} e^{j[(\omega_{\text{rf}} - \Omega) t - \phi_s - \pi/2 - \alpha]}. \quad /92/$$

Для дополнительного напряжения, возникающего в результате колебаний сгустка, имеем

$$\Delta U = \operatorname{Re}(\dot{U}_1 + \dot{U}_2) \cos \Omega t - \operatorname{Im}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) \sin \Omega t, \quad /93/$$

где

$$\dot{U}_1 = \frac{AK\dot{Z}(\omega_{\text{rf}} + \Omega)}{2} e^{j(a - \pi/2)}, \quad /94/$$

$$\dot{U}_2 = \frac{AK\dot{Z}(\omega_{\text{rf}} - \Omega)}{2} e^{-j(a + \pi/2)}. \quad /95/$$

Это напряжение может вызывать вынужденные колебания центра масс сгустка в согласии с фазовым уравнением

$$\Delta\ddot{\phi}_c + \Omega_0^2 \Delta\phi_c = \frac{\Omega_0^2}{U \sin \phi_s} \Delta U(t). \quad /96/$$

Вопрос об устойчивости когерентных фазовых колебаний изучался рядом авторов^{/31,32/}. В^{/33/} получен следующий критерий устойчивости:

$$I_{\Pi} < I_c = \frac{2U_s}{R} \cos \phi_s. \quad /97/$$

В^{/34/} показано, что использование CAP амплитуды и фазы ускоряющего поля может увеличить критический ток I_c и тем самым улучшить его стабильность. В этой работе получен следующий критерий устойчивости:

$$I_{п} < I_c = \frac{2U_s}{R} \cos \phi_s \left(\frac{1 - \beta_u}{1 + \beta_u \sin 2\phi_s} \right), \quad /98/$$

$$\phi_c < \phi_p < \frac{\pi}{2}, \quad /99/$$

где

$$\operatorname{tg} \phi_c = \frac{\cos \phi_s [\beta_\phi \sin \phi_s - \beta_u (U_c/U_s + \sin \phi_s)]}{1 - \beta_\phi \sin^2 \phi_s - \beta_u \cos^2 \phi_s}. \quad /100/$$

Следовательно, увеличение критического тока под влиянием САР,

$$\gamma = \frac{1 - \beta_u}{1 + \beta_u \sin 2\phi_s}. \quad /101/$$

Значение γ может меняться от 1 до ∞ в зависимости от значения β_u , т.е. можно стабилизировать ускоритель для любого тока пучка. На рис. 11 показаны значения β_u, β_ϕ в зависимости от γ и ϕ_s .

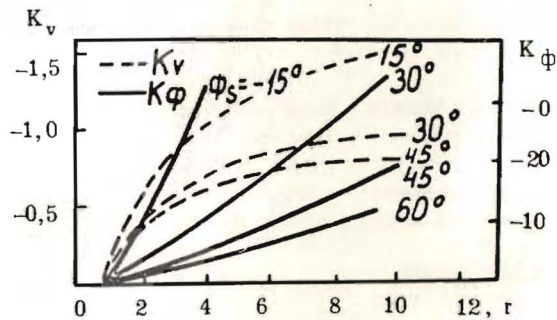


Рис. 11. Зависимость коэффициентов обратной связи по амплитуде и фазам в зависимости от увеличения критического тока и синхронной фазы.

Более общее рассмотрение влияния нагрузки пучком с учетом работы САР дано в ^{/35/}. В этой работе показано, что нарушение устойчивости системы пучок - резонатор при наличии САР возможно в трех интервалах частот - на нулевой частоте, на частотах, близких к Ω_0 , и на сравнительно высоких частотах.

Использование только АРА может привести к неустойчивости на синхротронной частоте Ω_0 . Использование только АРФ может привести к появлению положительной обратной связи на нулевой частоте.

В работе ^{/35/} рекомендуется одновременное использование АРА и АРФ при определенном соотношении их характеристик. Для устойчивости на Ω_0 необходим большой фазовый сдвиг в АРФ. Если можно пренебречь запаздыванием сигналов в системах регулирования, то для устойчивости необходимо, чтобы

$$\beta_u < \beta_\phi + \beta_\omega. \quad /102/$$

Для устойчивости при $\Omega \gg 1$ надо, чтобы реальная часть возвратного отношения $K_0\beta$, где $K_0 = 1/1 + j\Omega$, для каждой системы не превышала $\cos \phi_s$.

Автор приносит благодарность И.Б.Енчевичу за руководство и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайдук В.И., Палатов К.И., Петров Д.М. Физические основы электроники СВЧ. "Советское радио", М., 1971.
2. Синельников К.Д., Руткевич Б.Н. Лекции по физике плазмы. Изд-во Харьковского университета, Харьков, 1964.
3. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. ГИТТЛ, М., 1953.
4. Рошаль А.С. Моделирование заряженных частиц. Атомиздат, М., 1979.
5. Keil E., Messerschmid E. Study of Non-Linear Effects of a Resonant Cavity on the Longitudinal Dynamics of a Coasting Particle Beam. CERN-ISR-TH/74-57, 1974.
6. Каминир Л.Б., Орловский Г.Н. ЖТФ, 1958, т.28, №11.
7. Dinev D. Bulg.J.Phys., 1978, v.5, No.1.
8. Балбеков В.И., Пашков П.Т. Препринт ИФВЭ, СКУ 71-71, Серпухов, 1971.
9. Шахиджанов С.С. АЭ, 1962, т.12, №6.
10. Jackson J.D. Classical Electrodynamics, N.Y., 1962.
11. Барышев А.И., Хейфец С.А. Влияние пучка электронного ускорителя на его ускоряющую систему. "Радиотехника и электроника", 1962, №3.
12. Диденко А.Н., Фоменко Г.П. ЖТФ, 1965, т.35, №2.
13. Барышев А.И., Хейфец С.А. ЖТФ, 1963, т.33, №3.
14. Котов В.И., Колпаков И.Ф. ОИЯИ, 1366, Дубна, 1963.
15. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. "Связь", М., 1971.
16. Hereward H.G. CERN, MPS/DL.Int. 66-3, 1966.
17. Пашков П.Т., Шукейло И.А. Препринт ИФВЭ, СКУ 70-15, Серпухов, 1970.

18. Картин В.И. Взаимодействие заряда, пролетающего через цилиндрический резонатор с наведенным электромагнитным полем. Труды НИИ ядерной физики, электроники и автоматики Томского политехнического института, вып. 2. Атомиздат, М., 1972.
19. Советов Н.М. Техника сверхвысоких частот. "Высшая школа", М., 1976.
20. Нейман М.С. Обобщение теории цепей на волновые системы. Госэнергоиздат, М., 1955.
21. Федотов А.П., Шембель Б.К. "Радиотехника и электроника", 1956, т.1., №12.
22. Наумов А.А. и др. Всесоюзная конференция по физике частиц высоких энергий. Изд-во АН СССР, М., 1956.
23. Беловинцев К.А. и др. Влияние нагрузки пучком на работу ВЧ-системы сильноточного циклического ускорителя. Электронные ускорители. Труды 7 межвузовской конференции по электронным ускорителям, Томск, 1968. Атомиздат, М., 1970.
24. Чумаков А.С. Влияние электронного пучка на ускоряющую систему синхротрона. Труды Томского института радиоэлектроники и электронной техники. Изд-во Томского государственного университета. Томск, 1967, №5.
25. Turner C.H.M. Nucl. Instr. and Meth., 1965, v.32, No.2, p.245-276.
26. Bigliani K. CERN-SI/EL/69-9, Geneva, 1969.
27. Каретников Д.В. и др. Линейные ускорители ионов. Госатомиздат, 1962.
28. Kerns Q.A., Flood W.S. IEEE Trans. Nucl.Sci., 1965, v.12, p.58.
29. Rees G. IEEE Trans.Nucl.Sci., 1969, v.16, p.519.
30. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. Атомиздат, М., 1970.
31. Карлинер М.М. и др. ЖТФ, 1969, т.39, №2.
32. Ауслендер В.Л. и др. АЭ, 1966, т.20, №3.
33. Robinson K. Stability of Beam in Radiofrequency System. Report NoCEAL-1010. Cambridge Electron Accelerator. Cambridge, Mass., 1964.
34. Lee M. Beam-RF Cavity Stability with Feedback Control in a Circular Accelerator. SLAC-PUB-862, 1971.
35. Горюнов Э.П. и др. ЖТФ, 1977, т.47, №11.
36. Ломизе Л.Г., Филипчиков Л.А. Пространственные искажения ускоряющего поля в резонаторах, нагружаемых пучком заряженных частиц. В сб.: Вопросы атомной науки и техники. Изд-во Харьковского физико-технического института, Харьков, 1972.

37. Ломизе Л.Г., Мурин Б.П., Филипчиков Л.А. Линейные и кольцевые ускорители заряженных частиц. Труды РИ АН СССР, №2, М., 1970.
38. Ломизе Л.Г., Филипчиков Л.А. В сб.: Ускорение заряженных частиц. Труды РИ АН СССР, 1972, №9.
39. Neal R.V. Journ. of Appl.Phys., 1958, v.29, No.7, p.1019.
40. Воскресенский Г.В., Курдюмов В.Н. ЖТФ, 1971, т.41, №10.
41. Гаврилова З.Г., Нехаева М.Г., Рубин С.Б. ОИЯИ, Р9-7544, Дубна, 1973.
42. Мамонов В.Н., Рубин С.Б. ОИЯИ, Р9-8625, Дубна, 1975.
43. Keil E. Nucl.Instr. and Meth., 1972, v.100, No.3, p.419.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 января 1980 года.