СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

9 - 7903

А.Ш.Иркегулов, Э.И.Уразаков, А.Б.Швачка,
О.А.Швачка

РАССЕЯНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ ВОЛН НА КОЛЬЦЕОБРАЗНОМ ПЛАЗМЕННОМ СГУСТКЕ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

9 - 7903

А.Ш.Иркегулов,* Э.И.Уразаков,* А.Б.Швачка,

О.А.Швачка

РАССЕЯНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ ВОЛН НА КОЛЬЦЕОБРАЗНОМ ПЛАЗМЕННОМ СГУСТКЕ

* ЛЯИ НИИЯФ МГУ

9 - 7903

Иркегулов А.Ш., Уразаков Э.И., Швачка А.Б., Швачка О.А.

Рассеяние волноводных волн на кольцеобразном плазменном сгустке

В работе поставлена задача о рассеянии волноводных волн на кольцеобразном плазменном сгустке и намечен путь ее решения в фурье-представлении.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

ВВЕДЕНИЕ

В связи с разработкой коллективных методов ускорения [I,2] возникает проблема изучения взаимодействия мощного СВЧ-излучения с ускоряемыми объектами.

В выборе оптимального режима ускорения определяющее значение имеет решение задачи о самосогласованном поле волны и сгустка.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Электромагнитное поле круглого волновода, представленное в виде ТЕ- или ТМ -волн, набегает из вакуума на сгусток вещества с заданными*) изотропными характеристиками σ, ε, μ (σ - проводимость, ε, μ - электрическая и магнитная проницаемость вещества, соответственно). Требуется рассчитать самосогласованное поле и энергетические параметры сгустка (сила ускорения, потери энергии внешнего поля на ускорение).

Исходными уравнениями для электромагнитного поля в волноводе со сгустком вещества возьмем

а) уравнения Максвелла:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho, \qquad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \qquad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \tag{I}$$

*) Используется в вычислениях цилиндрическая система $\{r, \varphi, z\}$ координат.

где $\rho, \vec{j}$ – плотности заряда и тока источников поля, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{H}$ – вектор магнитной индукции.

Уравнения (I) справедливы для электромагнитного поля в вакууме.

б) уравнения, связывающие в среде характеристики поля с наведенными источниками: $\vec{j}_n = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + c\,\mathrm{rot}\,\vec{M}$,

$$\frac{1}{\mu}\vec{H} = \vec{H} - 4\pi\vec{M}, \qquad \varepsilon\vec{E} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}, \tag{2}$$

$\vec{P}, \vec{M}$ – векторы электрической и магнитной поляризации среды,

$\vec{j}_n$ – плотность индуцированного тока в среде.

Решение уравнений Максвелла (I) в виде запаздывающих потенциалов внутри круглого волновода позволяет связать электромагнитное поле с возбуждающими его источниками (токами и зарядами).

В общем случае выражение этой связи (в фурье-представлении) имеет вид

$$\vec{E}(r,w) = \frac{P(w)}{Q(v)}\vec{j}(r,w), \tag{3}$$

где

$$\begin{Bmatrix} \vec{E}(r,w) \\ \vec{j}(r,w) \end{Bmatrix} = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{2\pi} dt\,dz\,d\varphi\, e^{i(\omega t - wz - p\varphi)} \begin{Bmatrix} \vec{E}(r,\varphi,z) \\ \vec{j}(r,\varphi,z) \end{Bmatrix},$$

$P(w), Q(v)$ – аналитические функции от w и v, определяемые границами волновода; $P(w)$ имеет различный вид для отдельных компонент электромагнитного поля, величина $Q(v)$ одна и та же для всех составляющих поля. В частности, $Q(v) = \{J_p(va), J_p'(va)\}$ – цилиндрическая функция Бесселя I-го рода порядка p и ее производная для TE- и TM-волн, соответственно.

$v^2 = k^2 - w^2$ – квадрат поперечного волнового числа, $k = \frac{\omega}{c}$, ω – частота, c – скорость света, a – радиус волновода, $\vec{j}$ – плотность токов источника.

Переходя к координатному представлению в формуле (3) после интегрирования, получим:

$$\frac{d}{dz}E_{i\pm}(z) = -\frac{iv_i}{w_{i\pm}}\frac{P(w_{i\pm})}{Q'(v_i)}j(z), \quad (\mathrm{Im}\, v > 0). \tag{4}$$

$w_{i+} > 0$ – волны справа от источника распространяются направо,

$w_{i-} < 0$ – волны слева распространяются налево.

Внутри источника зарождаются оба сорта $(i\pm)$–волн. Так как поле в волноводе есть суперпозиция бегущих волн и экспоненциально затухающих полей, имеем:

$$\begin{Bmatrix} E_z(r,\varphi,z) \\ H_z(r,\varphi,z) \end{Bmatrix} = \sum_{p,i\pm}\begin{Bmatrix} E_{z,p,i\pm}(r,z)e^{ip\varphi} \\ H_{z,p,i\pm}(r,z)e^{ip\varphi} \end{Bmatrix}, \tag{5}$$

где
$$\begin{Bmatrix} E_{z,p,i\pm} \\ H_{z,p,i\pm} \end{Bmatrix} = J_p(v_{pi}r)\,e^{iw_{pi\pm}z}\begin{Bmatrix} f_{pi\pm}(z) \\ g_{pi\pm}(z) \end{Bmatrix}.$$

Учитывая формулы (5), уравнение (4) можно преобразовать, раскрывая смысл функций $P(w)$ и $Q(v)$ в круглом волноводе при произвольных источниках, к виду:

$$\frac{df_{pi\pm}}{dz} = \frac{4\pi i}{w_{pi\pm}c}\frac{e^{-iw_{pi\pm}z}}{[aJ_p'(v_{pi}a)]^2}\int_0^a r\,dr\left\{-iJ_p(v_{pi}r)\left[\frac{v_i}{k}j_z(r,z) - \frac{p_i w_{pi\pm}}{kv_i r}j_\varphi(r,z)\right] - \frac{w_{pi\pm}}{k}J_p'(v_{pi}r)j_r(r,z)\right\} \tag{6}$$

для амплитуд волн электрического типа,

$$\frac{dg_{pi\pm}}{dz} = \frac{4\pi i}{w_{pi\pm}c}\frac{e^{-iw_{pi\pm}z}}{\left(a^2 - \frac{p^2}{v_{pi}^2}\right)J_p^2(v_{pi}a)}\int_0^a r\,dr\left\{J_p'(v_{pi}r)j_\varphi(r,z) + \frac{ip_i}{v_i r}J_p(v_{pi}r)j_r(r,z)\right\}$$

– для амплитуд волн магнитного типа.

В свою очередь, токи, входящие в правые части равенств (5), (6) возбуждаются внутри среды полями волн. Их можно выразить с помощью уравнений (2) через поляризующие поля в среде:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \frac{ikc}{4\pi}(1-\varepsilon)\vec{E} + \frac{c}{4\pi}\,\mathrm{rot}\,\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\vec{H}\,. \tag{7}$$

Представляя токи сгустка в виде суммы токов, возбужденных отдельными волноводными волнами, выразим их через амплитуды волноводных волн.

Подставляя полученные выражения в (6), получим уравнения для амплитуд.

Проделав ряд преобразований, уравнение для амплитуд запишем в специальном виде:

$$\frac{df_{pi}}{dz} = -\frac{1}{2w_{pi}}\left\{\sum_n\left(A^{\text{ЭЭ}}_{in} f_{pn} - {}'A^{\text{ЭЭ}}_{in}\frac{df_{pn}}{dz}\right) + i\sum_n\left(A^{\text{Э}m}_{in} g_{pn} - {}'A^{\text{Э}m}_{in}\frac{dg_{pn}}{dz}\right)\right\}, \tag{8}$$

$$\frac{dg_{pi}}{dz} = -\frac{1}{2w_{pi}}\left\{\sum_n\left(A^{mm}_{in} g_{pn} - {}'A^{mm}_{in}\frac{dg_{pn}}{dz}\right) - i\sum_n\left(A^{m\text{Э}}_{in} f_{pn} - {}'A^{m\text{Э}}_{in}\frac{df_{pn}}{dz}\right)\right\}, \tag{9}$$

где коэффициенты A_{in} и $'A_{in}$, описывающие влияние n - волны на i - ую волну, представлены следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} A^{\text{ЭЭ}}_{in} \\ A^{mm}_{in} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\text{Э}^i\text{Э}^n)_1 + (\text{Э}^i\text{Э}^n)_2 + (\text{Э}^i\text{Э}^n)_3 \\ (m^i m^n)_1 + (m^i m^n)_2 + (m^i m^n)_3 \end{Bmatrix} e_{ni}\,, \tag{I0}$$

$$\begin{Bmatrix} {}'A^{\text{ЭЭ}}_{in} \\ {}'A^{mm}_{in} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\text{Э}^i\text{Э}^n)'_1 + (\text{Э}^i\text{Э}^n)'_2 + (\text{Э}^i\text{Э}^n)'_3 \\ (m^i m^n)'_1 + (m^i m^n)'_2 + (m^i m^n)'_3 \end{Bmatrix} e_{ni}\,, \tag{I0}$$

$$\begin{Bmatrix} A^{\text{Э}m}_{in} \\ A^{m\text{Э}}_{in} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\text{Э}^i m^n)_2 + (\text{Э}^i m^n)_3 \\ (m^i\text{Э}^n)_2 + (m^i\text{Э}^n)_3 \end{Bmatrix} e_{ni}\,, \tag{II}$$

$$\begin{Bmatrix} {}'A^{\text{Э}m}_{in} \\ {}'A^{m\text{Э}}_{in} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\text{Э}^i m^n)'_2 + (\text{Э}^i m^n)'_3 \\ (m^i\text{Э}^n)'_2 + (m^i\text{Э}^n)'_3 \end{Bmatrix} e_{ni}\,,$$

$$e_{ni} = e^{i(w_{pi} - w_{pn})z}\,.$$

Разложение всех коэффициентов A_{in} на три сорта слагаемых удобно при рассмотрении поля в сгустках с различными видами симметрии.

Отдельные слагаемые в коэффициентах A_{in} имеют вид:

$$(\text{Э}^i\text{Э}^n)_1 = (v^2 + w_i w_n)\, J^{\text{ЭЭ}}_1(\sigma'') - w_n\frac{d}{dz}J^{\text{ЭЭ}}_1(1-\varepsilon) - w_i\frac{d}{dz}J^{\text{ЭЭ}}_1\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i m^n)_1 = k^2 J^{mm}_1(\sigma'') - w_n\frac{d}{dz}J^{mm}_1\left(1-\frac{1}{\mu}\right), \tag{I2}$$

$$(\text{Э}^i\text{Э}^n)'_1 = w_n J^{\text{ЭЭ}}_1(1-\varepsilon) + w_i J^{\text{ЭЭ}}_1\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i m^n)'_1 = w_n J^{mm}_1\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(\text{Э}^i\text{Э}^n)_2 = w_i w_n \mathcal{J}_2^{\text{ЭЭ}}(\sigma'') + i w_n^2 \mathcal{J}_2^{\text{ЭЭ}}(1-\varepsilon) - i v_n^2 \mathcal{J}_2^{\text{ЭЭ}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right) + w_i \frac{d}{dz}\mathcal{J}_2^{\text{ЭЭ}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i m^n)_2 = k^2 \mathcal{J}_2^{mm}(\sigma'') + i v_n^2 \mathcal{J}_2^{mm}\left(1-\frac{1}{\mu}\right) - w_n \frac{d}{dz}\mathcal{J}_2^{mm}\left(1-\frac{1}{\mu}\right), \qquad (\text{I3}^{\text{а}})$$

$$(\text{Э}^i\text{Э}^n)'_2 = w_i \mathcal{J}_2^{\text{ЭЭ}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i m^n)'_2 = w_n \mathcal{J}_2^{mm}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(\text{Э}^i m^n)_2 = p_n\left[k w_i \mathcal{J}_2^{\text{Э}m}(\sigma'') + \frac{i}{k}(k^2 - w_i w_n)(w_i - w_n)\mathcal{J}_2^{\text{Э}m}\left(1-\frac{1}{\mu}\right) - \frac{w_i w_n}{k}\frac{d}{dz}\mathcal{J}_2^{\text{Э}m}\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\right],$$

$$(m^i\text{Э}^n)_2 = p_i\left[k w_n \mathcal{J}_2^{m\text{Э}}(\sigma'') - k\frac{d}{dz}\mathcal{J}_2^{m\text{Э}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\right], \qquad (\text{I3}^{\text{б}})$$

$$(\text{Э}^i m^n)'_2 = p_n \frac{w_i w_n}{k}\mathcal{J}_2^{\text{Э}m}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i\text{Э}^n)'_2 = p_i k\, \mathcal{J}_2^{m\text{Э}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(\text{Э}^i\text{Э}^n)_3 = p_n\left[w_i w_n \mathcal{J}_3^{\text{ЭЭ}}(\sigma'') + i w_n^2 \mathcal{J}_3^{\text{ЭЭ}}(1-\varepsilon) - i v_n^2 \mathcal{J}_3^{\text{ЭЭ}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right) + w_i\frac{d}{dz}\mathcal{J}_3^{\text{ЭЭ}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\right],$$

$$(m^i m^n)_3 = p_i\left[k^2 \mathcal{J}_3^{mm}(\sigma'') + i v_n^2 \mathcal{J}_3^{mm}\left(1-\frac{1}{\mu}\right) - w_n\frac{d}{dz}\mathcal{J}_3^{mm}\left(1-\frac{1}{\mu}\right)\right], \qquad (\text{I4}^{\text{а}})$$

$$(\text{Э}^i\text{Э}^n)'_3 = p_n w_i \mathcal{J}_3^{\text{ЭЭ}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i m^n)'_3 = p_i w_n \mathcal{J}_3^{mm}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(\text{Э}^i m^n)_3 = k w_i \mathcal{J}_3^{\text{Э}m}(\sigma'') + \frac{i}{k^2}(k^2 - w_i w_n)(w_i - w_n)\mathcal{J}_3^{\text{Э}m}\left(1-\frac{1}{\mu}\right) - \frac{w_i w_n}{k}\frac{d}{dz}\mathcal{J}_3^{\text{Э}m}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i\text{Э}^n)_3 = k w_n \mathcal{J}_3^{m\text{Э}}(\sigma'') - k\frac{d}{dz}\mathcal{J}_3^{m\text{Э}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right), \qquad (\text{I4}^{\text{б}})$$

$$(\text{Э}^i m^n)'_3 = \frac{w_i w_n}{k}\mathcal{J}_3^{\text{Э}m}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

$$(m^i\text{Э}^n)'_3 = k\,\mathcal{J}_3^{m\text{Э}}\left(1-\frac{1}{\mu}\right),$$

где $\sigma'' = \sigma + \frac{ikc}{4\pi}\left(\frac{1}{\mu}-\varepsilon\right)$, а $\mathcal{J}_i$ – интегралы по поперечному сечению волновода, имеющие вид

$$\left\{\begin{matrix} \mathcal{J}_1^{\text{Э}_i\text{Э}_n}\cdot\frac{\pi v_i}{v_n}N_{i\text{Э}}^2 \\ \mathcal{J}_1^{m_i m_n}\cdot\frac{\pi v_n}{v_i}N_{im}^2 \end{matrix}\right\} = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i(p'-p)\varphi}\int_0^a r\,dr\, J_{p'}(v_i r)\, J_p(v_n r)\,\phi(r,\varphi), \qquad (\text{I5})$$

$$\left\{\begin{matrix} \mathcal{J}_2^{\text{Э}_i\text{Э}_n}\ \pi v_i N_{i\text{Э}}^2 \\ \mathcal{J}_2^{m_i m_n}\ \pi v_n N_{im}^2 \end{matrix}\right\} = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i(p'-p)\varphi}\int_0^a r\,dr\,\phi(r,\varphi)\left\{\begin{matrix} \frac{d}{dr}\left[r J_{p'}(v_i r) J'_p(v_n r)\right] \\ \frac{d}{dr}\left[r J'_{p'}(v_i r) J_p(v_n r)\right] \end{matrix}\right\}, \qquad (\text{I6})$$

$$\left\{\begin{matrix} \mathcal{J}_2^{\text{Э}_i m_n}\ \pi v_i v_n N_{i\text{Э}}^2 \\ \mathcal{J}_2^{m_i\text{Э}_n}\ \pi v_i v_n N_{im}^2 \end{matrix}\right\} = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i(p'-p)\varphi}\int_0^a r\,dr\,\phi(r,\varphi)\frac{d}{dr}\left[r J_{p'}(v_i r) J_p(v_n r)\right], \qquad (\text{I7})$$

$$\left\{\begin{matrix} \mathcal{J}_3^{\text{Э}_i\text{Э}_n}\ \pi v_i v_n N_{i\text{Э}}^2 \\ -\mathcal{J}_3^{m_i m_n}\ \pi v_i v_n N_{im}^2 \end{matrix}\right\} = (p'-p)\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i(p'-p)\varphi}\int_0^a \frac{dr}{r}\phi(r,\varphi) J_{p'}(v_i r) J_p(v_n r), \qquad (\text{I8})$$

$$\left\{\begin{matrix} \mathcal{J}_3^{\text{Э}_i m_n}\ \pi v_i N_{i\text{Э}}^2 \\ -\mathcal{J}_3^{m_i\text{Э}_n}\ \pi v_n N_{im}^2 \end{matrix}\right\} = (p'-p)\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i(p'-p)\varphi}\left\{\begin{matrix} \int_0^a dr\, J_{p'}(v_i r) J'_p(v_n r)\,\phi(r,\varphi) \\ \int_0^a dr\, J'_{p'}(v_i r) J_p(v_n r)\,\phi(r,\varphi) \end{matrix}\right\}. \qquad (\text{I9})$$

В формулах (I5-I9) $\phi(r,\varphi)$ может принимать значение σ'', $1-\varepsilon$, $1-\frac{1}{\mu}$. При $\phi(r,\varphi)=\phi_1(\varphi)$ $J_2\equiv 0$, а при $\phi(r,\varphi)=\phi_2(r)$ $J_3\equiv 0$.

Коэффициенты уравнений A_{in}, $'A_{in}$ и входящие в них интегралы удовлетворяют соотношениям взаимности, которые, например, для интегралов имеют вид:

$$N_{i\text{э}}^2\,\frac{v_i}{v_n}\,J_1^{\text{э}_i\text{э}_n}=\left(N_{n\text{э}}^2\,\frac{v_n}{v_i}\,J_1^{\text{э}_n\text{э}_i}\right)^*,$$

$$N_{im}^2\,\frac{v_n}{v_i}\,J_1^{m_i m_n}=\left(N_{nm}^2\,\frac{v_i}{v_n}\,J_1^{m_n m_i}\right)^*,$$

$$N_{i\text{э}}^2\,J_2^{\text{э}_i\text{э}_n}-\left(N_{n\text{э}}^2\,J_2^{\text{э}_n\text{э}_i}\right)^*=\frac{v_i^2-v_n^2}{v_i v_n}N_{i\text{э}}^2\,J_1^{\text{э}_n\text{э}_i}-(p'+p)\frac{v_i}{v_n}N_{i\text{э}}^2\,J_3^{\text{э}_i\text{э}_n},$$

$$N_{im}^2\,J_2^{m_i m_n}-\left(N_{nm}^2\,J_2^{m_n m_i}\right)^*=\frac{v_n^2-v_i^2}{v_n v_i}N_{im}^2\,J_1^{m_i m_n}-(p'+p)\frac{v_n}{v_i}N_{im}^2\,J_3^{m_i m_n},$$

$$N_{i\text{э}}^2\,J_2^{\text{э}_i m_n}=\left(N_{nm}^2\,J_2^{m_i\text{э}_n}\right)^*,$$

$$N_{i\text{э}}^2\,J_3^{\text{э}_i\text{э}_n}=-\left(N_{n\text{э}}^2\,J_3^{\text{э}_n\text{э}_i}\right)^*,$$

$$N_{im}^2\,J_3^{m_i m_n}=-\left(N_{nm}^2\,J_3^{m_n m_i}\right)^*,$$

$$N_{i\text{э}}^2\,J_3^{\text{э}_i m_n}=\left(N_{nm}^2\,J_3^{m_i\text{э}_n}\right)^*.$$

В общем случае коэффициенты уравнений (8,9) отличны от нуля: любая волна может взаимодействовать со всеми остальными. В некоторых частных случаях амплитуды волн могут разделиться на изолированные группы, такие, что коэффициенты уравнений (8,9), связывающие волны, относящиеся к разным группам, обратятся в нуль.

Если на сгусток падает волна, входящая в одну из таких групп, то сгусток будет излучать только волны, входящие в ту же группу, что должно наблюдаться при различных видах симметрии. Например, при рассеянии волн на симметричном сгустке (σ'', ε, μ не зависит от азимута φ) все $J_3\equiv 0$, волны с различными p не взаимодействуют друг с другом. Уравнения (8,9) в этом случае связывают друг с другом только волны с одинаковыми p. При рассеянии симметричных волн $p=0$; на таком сгустке волны магнитного типа не взаимодействуют с волнами электрического типа. При $p\neq 0$ в симметричном сгустке волны электрического и магнитного типов могут взаимодействовать друг с другом.

Поведение этих волн описывается уравнениями, следующими из (8,9). Если рассеяние происходит на чисто плазменном сгустке ($\mu=1$), все интегралы J_μ обратятся в нуль и в правых частях уравнений будут встречаться только $\frac{df_{\text{э}n}}{dz}$.

В случае однородного сгустка уравнения рассеяния связывают друг с другом волны одного сорта с одинаковыми v_i.

Если на однородный по сечению сгусток падает одна волна, то отличными от нуля будут две амплитуды – амплитуда падающей и амплитуда отраженной волн одного типа с одними и теми же волновыми числами.

При наличии радиальной пространственной неоднородности в сгустке могут возбуждаться волны с другими v_i других типов, но с теми же p_i, в том числе и резонансные. При наличии зависимости свойств сгустка по углу φ в среде будут возбуждаться волны с другими p_i других типов, с другими ν_i, но с той же частотой.

Когда такие отклонения от однородного сгустка малы, задача решается методом теории возмущений. Малыми отклонения σ, ε, μ от $\sigma_0, \varepsilon_0, \mu_0$, не зависящих от r, φ, можно считать в том случае, когда вновь возникшие коэффициенты уравнений рассеяния и поправки к имеющимся коэффициентам будут малыми.

Так как все коэффициенты пропорциональны интегралам от произведений σ, ε, μ на радиальные функции взаимодействующих волн, отклонения от симметрии будут иметь разный вес в зависимости от r, φ. Отклонения σ, ε, μ от симметричных значений в тех местах, где произведение радиальных функций взаимодействующих волн близко к нулю, практически не влияет на коэффициенты. Отклонения σ, ε, μ по углу φ от симметрии могут быть вызваны, например, смещением оси симметрии сгустка относительно оси волновода. Малые отклонения такого типа учитываются теорией возмущений.

Для разреженного сгустка $(\sigma \ll 1,\ |1-\varepsilon| \ll 1,\ |1-\frac{1}{\mu}| \ll 1)$ все коэффициенты уравнений рассеяния являются малыми и задача о рассеянии решается для произвольной конфигурации сгустка по теории возмущений. Такие расчеты проводятся для разделения волн, обусловленных симметрией сгустка и слабым взаимодействием между различными группами волн, вызванным малыми отклонениями от этой симметрии.

Малое взаимодействие между различными волнами может вызываться также следующим обстоятельством:

во все коэффициенты, связывающие различные волны друг с другом, входит множитель $e^{i(w_n - w_i)z}$.

Для волн с чисто мнимыми W этот множитель сильно затухает по Z, и соответствующий член уравнения рассеяния будет малым. Поэтому затухающие волны в первом приближении можно исключить.

Кроме того, даже при действительных W_i и W_n, если выполняется условие $(W_n - W_i)\Delta Z \gg 1$, где ΔZ - характерная длина изменения параметров сгустка, взаимным влиянием волн с волновыми векторами W_i и W_n можно пренебречь, так как соответствующий член в уравнении рассеяния после интегрирования будет малым.

Амплитуды рассеянных волн могут быть малыми и в том случае, когда сгусток не является разреженным, но имеет конечную протяженность по Z. И здесь задача решается с помощью теории возмущений.

Итак, проведенный анализ уравнений рассеяния без конкретного решения их показывает физические механизмы рассеяния и намечает конкретные пути решения задачи о рассеянии волноводных волн ограниченными изотропными сгустками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Векслер В.И., Саранцев В.П., А.Г.Бонч-Осмоловский, Г.В.Долбилов, Г.А.Иванов, И.Н.Иванов, М.Я.Иовнович, И.В.Кожухов, В.Г.Маханьков, Э.А.Перельштейн, В.П.Рашевский, К.А.Решетникова, Н.Б.Рубин, С.Б.Рубин, П.И.Рыльцев, О.И.Ярковой. Препринт ОИЯИ,9-3440-2, Дубна, 1968.

2. Векслер В.И. Атомная энергия , 5,427,1957.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 апреля 1974 года.