

10-163

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

9 - 6726

Л.А.Юдин

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЬЦЕВЫХ ПУЧКОВ

Специальность 041 - теоретическая и математическая
физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1972

Работа выполнена в Радиотехническом институте АН СССР.

Научный руководитель:

доктор технических наук

Э.Л. Бурштейн

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

А.Н. Лебедев,

кандидат физико-математических наук

Э.А. Перельштейн.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ, Москва).

Автореферат разослан " " 1972 г.

Защита диссертации состоится " " 1972 г.
на заседании Ученого совета Лаборатории высоких энергий
Объединенного института ядерных исследований (Дубна,
Московской области).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЛВЭ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук

С.В. Мухин

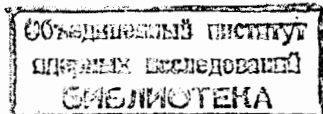
Л.А. Юдин

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЬЦЕВЫХ ПУЧКОВ

Специальность 041 - теоретическая и математическая
физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)



Развитие коллективных методов ускорения и, в частности, использование для ускорения ионов поля релятивистских электронов, образующих кольцевой пучок /1-3/, ставит задачу устойчивости таких образований по отношению ко всякого рода возмущениям. Это в особенности важно потому, что метод коллективного ускорения предполагает наличие большой плотности электронного сгустка.

Специфика кольцевых образований приводит к двум возможным типам неустойчивостей: неустойчивости, обусловленные наличием двух пучков - электронного и ионного /4-7/, и неустойчивости, присущие непосредственно электронному пучку.

Настоящая работа посвящена изучению устойчивости однокомпонентного электронного кольцевого пучка. Проблемы устойчивости такого пучка довольно близки по своей природе к проблемам, хорошо изученным в теории циклических ускорителей, однако обладают некоторыми существенными отличиями. Дело в том, что пучок в ускорителе, как правило, располагается в узкой экранирующей камере, собственные частоты которой значительно выше собственных частот пучка. При этом наиболее существенными являются неустойчивости типа "отрицательной массы" /8/, которая вызывает прогрессирующую банчировку пучка и, как следствие, увеличение энергетического разброса и размеров поперечного сечения, а также резистивная неустойчивость, приводящая к росту амплитуды когерентных колебаний пучка /9/.

В случае электронных колец представляют интерес задачи об устойчивости колебаний в камерах, частоты которых близки к собственным частотам пучка или ниже их, а также в открытых структурах

типа волновода, когда становятся существенными радиационные эффекты. При этом нельзя, как это обычно делается в теории ускорителей, пренебрегать азимутальными компонентами собственного поля пучка при исследовании устойчивости радиальных колебаний, то есть необходимо учитывать связь этих колебаний с азимутальным движением частиц в кольце.

Теоретические вопросы устойчивости однокомпонентных электронных колец рассматривались в ряде работ. В работе /10/ исследована устойчивость кольца в цилиндрическом резонаторе при наличии резонанса в отсутствие аксиальной фокусировки. Обобщение результатов этой работы на случай немоноэнергетического пучка при наличии аксиальной фокусировки, но без учета связи радиального и азимутального движений, содержится в работе /11/. В работах /12/ рассмотрена устойчивость азимутальных колебаний кольца в волноводе. Основные результаты этих работ относятся к случаю волноводного резонанса. Устойчивости азимутальных колебаний кольца, расположенного между двумя металлическими плоскостями, посвящена работа /13/.

Теоретические исследования показали, что неустойчивость кольца может быть очень сильной и быстро растет с увеличением числа частиц. Это получило экспериментальное подтверждение в Беркли, где наблюдалось быстрое увеличение размеров поперечного сечения при увеличении числа электронов до $10^{13}/3$. В связи с этими экспериментами большое значение приобретают теоретические исследования устойчивости кольца в резонаторе, в частности, устойчивости азимутальных колебаний вне резонансов, что осталось за пределами перечисленных выше работ.

Немалое значение при дальнейшем ускорении кольца имеют также вопросы устойчивости как азимутальных, так и поперечных колебаний кольца, летящего в волноводе, а также проблема устойчивости аксиальных колебаний в отсутствие внешней фокусировки. В диссертации проведено рассмотрение этих вопросов.

В основу исследования положен гидродинамический метод /10/. Изложение этого метода и обобщение его на случай пучка с энергетическим разбросом содержится в главе I диссертации. На основе линеаризованных уравнений движения частиц в пучке (§1) выводятся уравнения, описывающие когерентные колебания пучка (§2). Под когерентными понимаются колебания, при которых поперечное сечение пучка смещается как целое, без искажения формы. Такие колебания сопровождаются колебаниями плотности заряда и тока, что, в свою очередь, приводит к возникновению полей возмущения, так что уравнения когерентных колебаний можно представить в виде

$$\hat{L}\bar{\Delta} = \hat{A}\bar{\Delta}, \quad (1)$$

где \hat{L} - оператор когерентных колебаний пучка в отсутствие возмущений, \hat{A} - оператор, описывающий поля возмущения, возбуждаемые колебаниями центра тяжести сечения $\bar{\Delta}$. В такой форме задача становится самосогласованной. Полагая $\bar{\Delta} \sim e^{i(n\theta - \omega t)}$ и приравнявая определитель (1) к нулю, получим дисперсионное уравнение для частот ω . В отсутствие возмущений корни этого уравнения можно разделить на три класса:

$$\begin{aligned} a) \quad \omega_r &= (n \pm Q_r)\Omega_0, \\ \delta) \quad \omega_\theta &= n\Omega_0, \\ b) \quad \omega_z &= (n \pm Q_z)\Omega_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где Ω_0 - угловая скорость частиц, $Q_{r,z}$ - жесткость внешней фокусировки.

Частоты ω_r и ω_z описывают поперечные (радиальные и аксиальные) колебания пучка, частоты ω_θ - азимутальные. Верхний знак в $\omega_{r,z}$ относится к быстрым волнам с $\omega_{faz} > \Omega_0$, нижний - к медленным с $\omega_{faz} < \Omega_0$.

Исследование дисперсионного уравнения (§3) позволило записать условия устойчивости моноэнергетического пучка в виде некоторых неравенств при произвольном характере оператора \hat{A} , определяющего поправки к частотам (2). Анализ этих неравенств показал, что:

1) наличие диссипации энергии пучка (излучение, потери из-за конечной проводимости стенок) на частотах, соответствующих медленным волнам, или на гармониках частоты обращения всегда приводит к неустойчивости, соответственно, поперечных или азимутальных колебаний;

2) диссипация энергии на частотах, соответствующих быстрым волнам, не вызывает неустойчивости пучка.

Неустойчивость кольца на медленных модах и на частотах, кратных частоте обращения, объясняется аномальным эффектом Доплера, при котором внутренняя энергия системы, движущейся со скоростью, большей скорости волны, увеличивается за счет ее продольной энергии при наличии диссипации. В работе резистивные эффекты не рассматриваются, за исключением окрестностей резонансов, и единственным механизмом диссипации является излучение.

Если устойчивость поперечных колебаний при наличии внешней фокусировки целиком определяется диссипативными процессами, то азимутальные колебания могут быть неустойчивы и в отсутствие

потерь. Удобной характеристикой при исследовании устойчивости этих колебаний является импеданс пучка $Z_\theta^{(n)}/8$, определенный согласно формуле

$$2\pi r_0 E_\theta^{(n)} = -Z_\theta^{(n)} I^{(n)}, \quad (3)$$

где $E_\theta^{(n)}$ - азимутальная компонента электрического поля на кольце радиуса r_0 ($E_\theta^{(n)} \sim e^{i(n\theta - \omega t)}$), а $I^{(n)}$ - ток соответствующей гармоники по азимуту. $\text{Re } Z_\theta^{(n)}$ определяет работу сил поля над пучком, и при наличии диссипации $\text{Re } Z_\theta^{(n)} > 0$. Если импеданс чисто мнимый, то устойчивость азимутальных колебаний зависит от знаков реактанса и эффективной массы частиц. Если, как это обычно имеет место для электронных колец, эффективная масса отрицательна, то кольцо устойчиво при индуктивном импедансе ($\text{Im } Z_\theta^{(n)} < 0$).

В работе рассмотрена также устойчивость аксиальных колебаний в отсутствие внешней фокусировки ($Q_z = 0$). В этом случае можно ввести понятие аксиального импеданса, определенного как коэффициент пропорциональности между Z -компонентами силы Лоренца и скорости частиц. Тогда для устойчивости аксиальных колебаний необходимо, чтобы этот импеданс был чисто мнимым и носил емкостной характер.

Результаты, полученные в главе I, являются основой количественного исследования устойчивости электронных колец, что составляет содержание II и III глав, где также исследуется влияние энергетического разброса на устойчивость. С небольшой модификацией эти результаты используются и в главе IV.

II глава диссертации посвящена исследованию устойчивости азимутальных колебаний кольца. Основной целью §§ 5-7 является

нахождение импеданса кольца в различных структурах и вычисление инкрементов неустойчивых мод для моноэнергетического пучка.

Анализ, выполненный в § 5, где рассматривается устойчивость азимутальных колебаний кольца в свободном пространстве, показал, что в ультрарелятивистском случае импеданс и инкременты азимутальных колебаний не зависят от размеров поперечного сечения, что позволяет в дальнейшем, ограничиваясь этим случаем, пользоваться моделью бесконечно тонкого кольца. Как функция номера азимутальной моды n , импеданс растет пропорционально $n^{1/3}$, а соответствующие инкременты моноэнергетического пучка $\sim n^{2/3}$.

Если кольцо расположено в волноводе (§6), то устойчивость любой заданной азимутальной моды можно обеспечить, располагая его достаточно близко к кожуху, так, чтобы частота волны была ниже критической частоты волновода (дорациационная область). Численный расчет импеданса кольца в волноводе круглого сечения позволил определить размеры области устойчивости и вычислить инкременты моноэнергетического пучка в радиационной области.

Качественно картина выглядит следующим образом. Если кольцо очень близко к кожуху волновода, то его импеданс емкостной, и имеет место неустойчивость "отрицательной массы". Однако эта область очень узкая, причем ее ширина уменьшается с ростом энергии пучка, и по мере удаления кольца от кожуха импеданс проходит через максимум и становится индуктивным, так что кольцо устойчиво. При дальнейшем уменьшении радиуса появляется излучение, и азимутальные колебания вновь неустойчивы. При этом практически во всей радиационной области инкременты близки к инкрементам колебаний пучка в свободном пространстве. Исключение

представляют окрестности волноводных резонансов, которые имеют место, когда частота волны близка к одной из частот отсечки H -волн соответствующей азимутальной моды. Наиболее опасными являются первые волноводные резонансы, а относительное возрастание инкрементов по сравнению с нерезонансным случаем выражено более резко при малой плотности заряда в кольце.

Устойчивость азимутальных колебаний кольца в резонаторе исследуется в §7 диссертации. Наибольшего значения инкременты достигают в резонансах, когда собственные частоты пучка и камеры совпадают. Вне резонансов колебания устойчивы, если частота волны ниже частоты камеры, и неустойчивы в обратном случае. При учете конечной добротности неустойчивость имеет место независимо от соотношения этих частот. В резонаторе цилиндрической формы резонанс имеет место лишь на тех модах, у которых на длине резонатора укладывается полуцелое число длин волн l/II , так как в противном случае поле E_0 будет иметь узел на кольце.

Большое значение имеет вопрос об устойчивости кольца вне резонансов. В работе этот вопрос исследован для случая цилиндрического резонатора круглого сечения. Из выражений, полученных в работе, следует, что импеданс пучка в длинном резонаторе ($L \gg \lambda$, λ - длина волны возмущения) совпадает с реактансом пучка в волноводе, так что можно добиться устойчивости кольца, располагая его достаточно близко к цилиндрической стенке, где его импеданс индуктивный. Однако существующая система получения кольца предполагает его сжатие в процессе формирования, так что кольцо будет проходить ряд областей устойчивости и

неустойчивости, причем ширина первых быстро сужается, и импеданс стремится к реактансу пучка в свободном пространстве, который носит емкостной характер.

В связи с этим представляется важным рассмотреть кольцо в коротком резонаторе ($L \ll \lambda$), где оно в процессе сжатия все время располагается близко к стенкам. В таком резонаторе, приближаясь к резонансу по мере сжатия, кольцо будет переходить из области неустойчивости в область устойчивости. В работе показано, что даже если азимутальные колебания не будут устойчивы, их инкременты существенно ниже инкрементов колебаний кольца в свободном пространстве.

В § 8 рассмотрено влияние энергетического разброса и связанного с ним затухания Ландау на устойчивость азимутальных колебаний. Методически это исследование базируется на работе [8]. Результаты показывают, что при заданном числе частиц кольцо устойчиво, если полуширина его распределения по частотам обращения (отнесенная к частоте обращения)

$$\Delta > \Delta_{\text{пор}} \approx |\rho_0^{(n)}|/n, \quad (4)$$

где $\rho_0^{(n)} = (\omega - n\Omega_0)/\Omega_0$ - поправка к частоте (26), вычисленная для моноэнергетического пучка. Поскольку $|\rho_0^{(n)}| \sim n^{2/3}$ то отсюда следует, что кольцо устойчиво, если устойчива мода $n = \bar{n}$. Если пучок расположен так, что первой неустойчивой модой в моноэнергетическом случае является мода $n = K$, то необходимый для устойчивости разброс определяется формулой (4) с $n = K$

Исследование влияния затухания Ландау на устойчивость кольца в волноводных резонансах проведено для двух частных видов распределения по частотам обращения: ступенчатого и Лоренца. Первое из них не приводит к подавлению неустойчивости. Значение же порогового числа частиц во втором случае зависит от соотношения между частотами волны и волноводного резонанса. Если $\omega > \omega_{\text{рез}}$, то $N_{\text{пор}} = 0$, если же $\omega < \omega_{\text{рез}}$, то $N_{\text{пор}} \sim (\omega_{\text{рез}} - \omega)^{1/2} \Delta^2$. При учете конечной проводимости кожуа σ $N_{\text{пор}} \neq 0$ и при $\omega > \omega_{\text{рез}}$, причем в точном резонансе $N_{\text{пор}} \sim \sigma^{-1/8}$, если ширина распределения велика по сравнению с шириной резонанса, и $N_{\text{пор}} \sim \sigma^{-1/4}$ в противоположном случае.

III глава диссертации посвящена устойчивости поперечных колебаний кольца. Поскольку резистивные эффекты в работе не рассматриваются, то, по крайней мере, вне резонансов, неустойчивость носит чисто радиационный характер. В § 9 вычислены инкременты поперечных колебаний моноэнергетического пучка в свободном пространстве. Исследована зависимость инкрементов от энергии частиц, жесткости внешней фокусировки и номера азимутальной моды n . Анализ показал, что при одинаковой жесткости фокусировки инкременты радиальных колебаний существенно превышают инкременты аксиальных, что объясняется связью радиального и азимутального движений частиц и соответствующим вкладом азимутальной компоненты поля возмущения. При увеличении жесткости фокусировки инкременты падают; желательно было бы создать $Q_{r,z} \gg 1$, что позволило бы сделать устойчивыми низшие моды колебаний с $n < Q_{r,z}$ и существенно снизило бы инкременты высших мод.

В § 10 рассмотрена устойчивость поперечных колебаний в волноводе. Условие устойчивости этих колебаний – отсутствие излучения на частотах, соответствующих медленным волнам. В круглом волноводе для кольца, достаточно близко расположенного к кожуху, устойчивы моды с $n < \frac{b}{b-r_0} Q_{r,z}$ (b – радиус волновода), в отличие от $n < Q_{r,z}$ в свободном пространстве. В радиационной области, как показывают расчеты, инкременты близки к инкрементам в свободном пространстве, за исключением первых волноводных резонансов, где они значительно больше. Эти резонансы имеют место на частотах отсечки Н-волн для радиальных колебаний и Е-волн – для аксиальных.

Если кольцо расположено в резонаторе с идеально проводящими стенками, то поперечные колебания могут быть неустойчивы лишь в окрестности резонансов. Исследование (§ II) показало, что в резонаторе произвольной формы неустойчивыми могут быть лишь медленные волны, причем конечная добротность выполняет стабилизирующую роль.

При наличии энергетического разброса (§ 12) частицы пучка имеют разброс по частотам бетатронных колебаний, что приводит к уменьшению инкрементов или подавлению неустойчивости. Если обозначить

$$w_0 = (\rho_0 + Q_0) / [n - (Q_0 + \epsilon)],$$

где $\epsilon = \Omega_0 \frac{dQ_0}{d\Omega}$, а $\rho_0 = (\omega - n\Omega_0) / \Omega_0$ рассчитано для моноэнергетического пучка, то пучок устойчив при

$$\Delta > \Delta_{пор} \approx |w_0|. \quad (5)$$

При $\epsilon \ll 1$ значения $\Delta_{пор}$ существенно ниже, чем вычисленные

по формуле (4). Если же $\epsilon \approx -Q_0 + n$, то величина w_0 сильно возрастает, и имеющийся в пучке разброс может оказаться недостаточным для подавления неустойчивости.

Трудности создания аксиальной фокусировки кольца, летящего в волноводе, ставят задачу определения инкрементов аксиальных колебаний и необходимого для подавления неустойчивости разброса при отсутствии внешней фокусировки (§ 13). Дисперсионное уравнение при этом подобно уравнению для азимутальных колебаний. Отличительной особенностью аксиальных колебаний в волноводе при $Q_z = 0$ является отсутствие резонансов и областей устойчивости для моноэнергетического пучка. Поэтому инкременты кольца практически очень близки к инкрементам в свободном пространстве, за исключением непосредственной близости к кожуху. Необходимый для подавления неустойчивости разброс – того же порядка, что требуется для подавления неустойчивости азимутальных колебаний, и может достигать 10%.

В целом главы II и III диссертации дают ответ на вопрос о зависимости инкрементов когерентных колебаний пучка от параметров кольца и камеры, жесткости внешней фокусировки как в отсутствие, так и при наличии резонансов, а также позволяют оценить необходимый для устойчивости кольца разброс по частотам обращения. Из этих глав следует также вывод о необходимости располагать кольцо вблизи металлических стенок камеры или волновода.

IV глава диссертации посвящена вопросу автокоррекции радиальных колебаний пучка с помощью азимутальных полей (продольная коррекция) в традиционных циклических ускорителях. Такой метод коррекции был предложен в работе /14/ и успешно прошел испытания

на ускорителе с энергией 70 Гэв в Серпухове. Эта коррекция основана на связи радиального и азимутального движений частиц и устроена следующим образом. Сигналом датчика, измеряющего поперечное смещение центра тяжести пучка, модулируется напряжение на одной или нескольких ускоряющих станциях, что приводит к появлению азимутального поля, величина которого пропорциональна смещению центра тяжести пучка. По своей постановке задача об устойчивости колебаний пучка при наличии систем коррекции близка к проблеме устойчивости под действием сил пространственного заряда, и для ее решения можно использовать метод, изложенный в главе I настоящей диссертации. Специфика рассматриваемой системы коррекции состоит в том, что она может воздействовать на фазовые колебания пучка в ускорителе. В связи с этим в § I4 проводится модификация дисперсионного уравнения, полученного в главе I, чтобы учесть наличие внешнего в.ч. азимутального поля на орбите. Влияние продольной системы коррекции на фазовые колебания приводит к определенным ограничениям на амплитудно-фазовую характеристику цепей обратной связи. В частности, широкополосная система обратной связи при наличии одной ускоряющей станции на периоде коррекции (§ I5) может использоваться лишь в том случае, когда ставится задача демпфирования радиальных колебаний за времена, большие по сравнению с периодом фазовых колебаний. В противном случае она нарушает режим автофазировки. Если необходимо подавить радиальные колебания существенно быстрее, то можно использовать гребенчатые фильтры, размыкающие цепь обратной связи на гармониках частоты обращения ^{/I5/}, или узкополосные фильтры, служащие для подавления одной или нескольких наиболее опасных гармоник радиальных колебаний.

Широкополосную систему обратной связи можно использовать в случае двух ускоряющих станций на периоде коррекции (§ I6), модулируемых сигналами равной величины, но противоположных знаков. Соответствующим подбором времен задержки сигнала от датчика к станциям можно в этом случае значительно ослабить влияние системы коррекции на фазовые колебания. Для достижения максимальной эффективности следует выбирать расстояния между датчиком и первой ускоряющей станцией и между станциями, равными полуцелому числу длин волн бетатронных колебаний.

Основные результаты диссертации изложены в работах ^{/I6-2I/}, часть их опубликована в Трудах VIII Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий (Женева, 1971) ^{/22/}. Результаты работы неоднократно докладывались в РАИАН СССР и ОНМУ ОИЯИ.

Л и т е р а т у р а

1. V.I. Veksler et al., Proc. of the VI Intern. Conf. on High Energy Acc., Cambridge, 1967, p.289.
2. И.Н.Иванов и др., в сб. "Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра", т.1, вып.2, М., Атомиздат, 1971, стр.391.
3. D.Keef, Proc. of the VIII Intern. Conf. on High Energy Acc., CERN, 1971, p.397.
4. Г.И.Будкер, Атомная энергия, 5, 9 (1956).
5. Б.В.Чириков, Атомная энергия, 19, 239 (1965).
6. П.Р.Зенкевич, Д.Г.Кошкарёв, препринт ИТЭФ № 941, 1970.

7. Н.Ю.Казаринов и др., препринт ОИЯИ Р9-6284, Дубна, 1972.
8. А.Н.Лебедев, ЖТФ, 37, 1652 (1967).
9. В.И.Балбеков, А.А.Коломенский, Атомная энергия, 19, 126 (1965)
10. И.Н. Иванов, препринт ОИЯИ Р9-3474, Дубна, 1967.
11. В.П.Григорьев, А.Н.Диденко, ЖТФ, 40, II, 2283 (1970).
12. А.Г.Бонч-Осмоловский, Э.А.Перельштейн, Известия вузов - Радиофизика, 13, 7, 1080 (1970); там же - стр. 1089.
13. А.Г.Бонч-Осмоловский, препринт ОИЯИ Р9-6318, Дубна, 1972
14. Л.А.Рогинский, Г.Ф.Сенаторов, Атомная энергия, 29, 450 (1970)
15. М.И.Финкельштейн. Гребенчатые фильтры. Сов.радио, М., 1969
16. И.Л.Коренев, Л.А.Юдин, Известия вузов - Радиофизика, 14, 8, 1268 (1971).
17. И.Л.Коренев, Л.А.Юдин, Труды РАИАН, № 7, 1971, стр.65
18. И.Л.Коренев, Л.А.Юдин, Известия вузов - Радиофизика, 15, 2, 272 (1972).
19. И.Л.Коренев, Л.А.Юдин, Известия вузов - Радиофизика, 15, 4, 637 (1972).
20. Л.А.Рогинский, Л.А.Юдин, Атомная энергия, 30, 300 (1971)
21. Л.А.Рогинский, Л.А. Юдин, Труды РАИАН, № 7, 1971, стр.91
22. I.L.Korenev, L.A.Yudin, Proc.of the VIII Intern. Conf. on High Energy Acc., CERN, 1971, p.461.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 сентября 1972 года.