

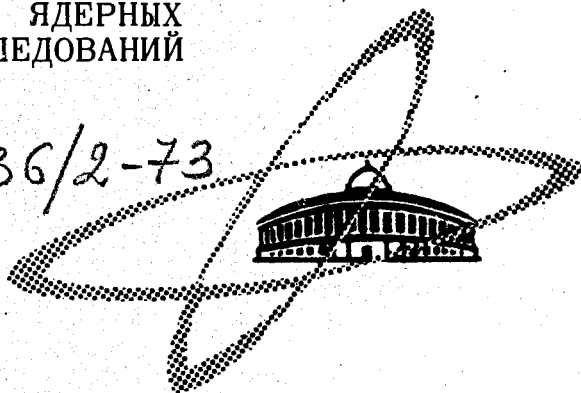
с 345 e

B-19

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

336/2-73



9 - 6720

Б. В. Васишин, Е. М. Кулакова

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ
МНОГООБОРОТНОГО ДВИЖЕНИЯ
ЧАСТИЦ В УСКОРИТЕЛЕ

1972

9 - 6720

Б.В.Василишин, Е.М.Кулакова

ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ
МНОГООБОРОТНОГО ДВИЖЕНИЯ
ЧАСТИЦ В УСКОРИТЕЛЕ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

I. Введение

В ряде случаев в практике работы на ускорителях возникает необходимость рассчитывать движение заряженных частиц на протяжении сотен и тысяч оборотов с учетом магнитных характеристик ускорителя, которые, как правило, далеки от идеальных, и поэтому должны быть приняты во внимание. К таким случаям относятся, например, инжекция и захват протонов в синхротронный режим, исследование движения частиц в процессе ускорения, резонансный вывод пучка и др. Указанные расчеты выполняются, как правило, на ЭВМ, что обеспечивает необходимую точность и надежность результатов. К настоящему времени для синхрофазотрона ОИЯИ написаны программы ^{/1,2/}, моделирующие движение частиц в условиях полужелтого резонанса.

Приводимая ниже программа *MFIELD*, написанная на ФОРТ-РАНЕ, позволяет промоделировать любой резонанс радиальных бетатронных колебаний. Для примера будут приведены траектории частиц при резонансах $\nu_R = 2/3$ и $\nu_R = 1/2$. Программа суммирует поле заданного числа проводников полюсных обмоток и учитывает изменение их тока во времени.

II. Описание программы *MFIELD*

Для расчета траекторий протонов по программе *MFIELD* используется полное уравнение движения заряженной частицы в плоскости (R, Θ) в полярных системах координат квадрантов, обычно принятых для синхрофазотрона ^{/1/}:

$$\frac{d^2R}{d\Theta^2} = R + \frac{2}{R} \left(\frac{dR}{d\Theta} \right)^2 - \frac{B_z(R)}{B_0 R_0} [R^2 + \left(\frac{dR}{d\Theta} \right)^2]^{3/2} \cdot \frac{1}{R} \quad /1/$$

Здесь $B_z(R)$ - вертикальная компонента поля ускорителя,
 B_0 - величина B_z на равновесном радиусе ускорителя R_0 .

Уравнение /1/ интегрируется методом Рунге-Кутты /стандартная подпрограмма INTSTP/. Шаг интегрирования берется кратным $\pi/2$. Четыре прямолинейных промежутка ускорителя рассматриваются как свободное пространство. Рассеянное поле в прямолинейных промежутках не учитывается, но эффективная длина поля в квадрантах принята равной $\pi/2$. За отсутствием данных о распределении вертикальной компоненты поля по азимуту оно принято азимутально однородным.

По радиусу поле ускорителя описано так:

$$B_z(R) = B_{z \text{ осн.}} + B_{z \text{ доб.}} \quad /2/$$

Здесь $B_{z \text{ осн.}}$ - невозмущенное поле ускорителя,
 $B_{z \text{ доб.}}$ - добавочное поле, создаваемое токами в проводниках полюсных обмоток.

Распределение $B_{z \text{ осн.}}$ /с шагом 2 мм/ было предварительно получено по измеренной зависимости $n(R)$, где n - показатель поля /2/.

При расчетах использовалось $B_z(R)$ для индукций ускорителя 10.000 гс /статический режим/ и 13.000 гс /динамический режим/ в пределах радиусов от 2720 до 2880 см.

При тех же условиях было получено распределение $F(R) = B_{z \text{ осн.}} + \Delta B_{z \text{ доб.}}$ на основании функции $f(R) = n(R) + \Delta n(R)$, где $f(R)$ - показатель поля ускорителя, измененный током 364 а в верхнем и нижнем проводниках полюсной обмотки, расположенных на R_0 и замкнутых наружу от R_0 . Разность $\Delta B(R) = F(R) - B_{z \text{ осн.}}(R)$ является добавкой к полю от тока в указанных проводниках. При индукции 13 кгс ток 364 а изменяет n на 0,225, что соответствует $\Delta B_{z \text{ доб.}} / B_0 = 0.002$ /рис. 1/.

Комбинируя зависимости $\Delta B_{z \text{ доб.}}(R)$ и $B_{z \text{ осн.}}(R)$, можно получить распределение $B_z(R)$, учитывающее требуемое количество проводников полюсных обмоток, величины и направления токов в них, а также способы их замыкания.

Величина $B_{z \text{ доб.}}(R)$ в каждом квадранте вычисляется по следующей формуле:

$$B_{z \text{ доб.}}(R) = \sum_{i=1}^M \Delta B(x_i) C_i \beta_i \quad /3/$$

Здесь $x = (R - R_i) C_i$, где R - текущий радиус, R_i - радиус проводника, M - число проводников в текущем квадранте, C_i - равно "+1", если проводник замкнут наружу от R_0 и "-1" в противном случае, β_i определяет величину и направление тока в проводнике, причем $\beta_i = +1$ соответствует величине тока 364 а, направленному так, что показатель поля ускорителя снижается.

III. Расчет траекторий при резонансе $\nu_R = 2/3$

Данная программа была применена для моделирования движения протонов в условиях резонанса $\nu_R = 2/3$ на синхрофазотроне ОИЯИ. Мы приведем здесь пример такого расчета, не анализируя подробно механизм самого резонанса. Для его возбуждения необходимо снизить показатель поля от рабочего значения до $n = 0,63$ и ввести вторую азимутальную гармонику параболического возмущения по радиусу /гармоника в dn/dR /.

Резонансные условия создаются с помощью двух систем проводников полюсных обмоток. Первая система /ПОМ-1/ с проводниками, расположенными на $R_0 \pm 10$ см и $R_0 \pm 30$ см во всех четырех квадрантах, предназначена для снижения показателя поля ускорителя. Вторая система /ПОМ-2/, проводники которой находятся на $R_0 \pm 20$ см и $R_0 \pm 40$ см, создает вторую азимутальную гармонику параболического возмущения /рис. 2/. Наилучшее приближение фор-

мы возмущения к параболической получается, если $\frac{J(R_0 \pm 20 \text{ см})}{J(R_0 \pm 40 \text{ см})} = 0,42$, причем для того, чтобы обеспечить нужную глубину заброса на радиусе выводного септум-магнита, должно быть $J(R_0 \pm 40 \text{ см}) = 160$ а, $J(R_0 \pm 20 \text{ см}) = 67$ а.

Группа операторов по меткам 1-4 задает условия формирования поля в квадрантах 1, 2, 3, и 4 соответственно (приложение 1).

Рассмотрим для примера задание поля в 1 квадранте /в остальных квадрантах это делается аналогично/. В каждом квадранте 8 проводников, т.е. $M = 8$. Переменная $R'S(i)$ задает положение i -го проводника по радиусу. Проводники 1, 2, 3, 4 замкнуты внутрь от R_0 , а 5, 6, 7 и 8 - наружу от R_0 , соответственно этому

$$C(1) = C(2) = C(3) = C(4) = -1; \quad \text{а} \quad C(5) = C(6) = C(7) = C(8) = 1.$$

Токи в проводниках системы ПОМ-1 /проводники 2,4,5,7/ равны и направлены так, что снижают показатель поля ускорителя, поэтому

$$BKS(2) = BKS(4) = BKS(5) = BKS(7) = BK,$$

где $BK > 0$ и растет по линейному закону, который задан в основной программе. Токи в проводниках системы РОМ-2 /проводники 1, 3, 6, 8/ имеют разные знаки для радиусов $R > R_0$ и $R < R_0$. Чтобы обеспечить указанные выше величины и соотношения токов в проводниках системы РОМ-2, полагаем:

$$BKS(1) = 0.44 * CBK, \quad BKS(2) = 0.185 * CBK$$

$$BKS(6) = -0.185 * CBK, \quad BKS(8) = -0.44 * CBK,$$

где переменная CBK изменяется от нуля до 1 в течение 2000 оборотов, а затем остается постоянной.

Расположение проводников и токи в них для 3 квадранта /метка 3/ задаются совершенно аналогично. Во 2 и 4 квадрантах /метки 2 и 4/ направление токов в проводниках системы РОМ-2 обратное, следовательно, для этих квадрантов:

$$BKS(1) = -0.44 * CBK, \quad BKS(3) = -0.185 * CBK,$$

$$BKS(6) = 0.185 * CBK, \quad BKS(8) = 0.44 * CBK.$$

Операторы, расположенные ниже метки 5 /приложение 1/, вычисляют по формуле /3/ суммарное $B_{z \text{ доб.}}$, складывают его с $B_{z \text{ осн.}}$ и находят правую часть уравнения /1/.

На рис. 3 приведена траектория протона на последних пяти оборотах, рассчитанная для описанных выше условий при развитии резонанса. Начальная амплитуда колебаний $a = 2$ см. На рис. 4 приведены фазовые траектории протона: а/вдали от резонанса; б/при подходе к нему; в/разрыв фазовых траекторий во время развития резонанса.

Эффект стабилизации развития резонанса, связанный с ограниченностью по радиусу области параболического возмущения, иллюстрируется рисунком 5, из которого видно, что фазовая траектория на больших радиусах ($R > R_0 + 50$) замыкается.

IV. Расчет траекторий при полуцелом резонансе

Для возбуждения этого резонанса требуется: 1/увеличить показатель поля n от рабочего значения до величины 0,79; 2/ввести первую гармонику линейной зависимости поля от радиуса /гармоника в $n/$. Требуемые резонансные условия создавались одной системой полюсных обмоток, которая изменяла n и вводила нужную гармонику. Проводники полюсных обмоток располагались в первом и втором квадрантах на ± 10 см. В приложении 2 приведена соответствующая этому случаю подпрограмма *EXTERN*. Направление токов в проводниках таково, что показатель поля увеличивается, поэтому $BK(1) = BK(2) = BK$, где BK растет во времени от нуля до единицы в течение 435 оборотов ^{/3/}. Изменение BK осуществляется в основной программе по закону:

$$BK = \sin\left(\frac{N}{435} \cdot \pi/2\right),$$

где N - номер оборота.

На рис. 6 приведена полученная по программе *MFIELD* фазовая траектория протона с начальной амплитудой $a = 6$ см: а/вдали от резонанса; б/при подходе к нему /режим биений/; в/разрыв фазовой траектории во время развития резонанса. На рис. 7 приведена траектория протона для этих условий на последних пяти оборотах.

Литература

1. Н.Н. Говорун, Е.М. Кулакова, Л.А. Смирнова. ОИЯИ 9-4671, Дубна, 1969 г.
2. Б.В. Васишин, Е.М. Кулакова, Л.М. Панченко, Р.Н. Федорова. ОИЯИ, 9-4223, Дубна, 1968 г.
3. Л.П. Зиновьев, И.Б. Иссинский, В.И. Котов, Е.М. Кулакова, К.П. Мызников, Н.И. Павлов. ОИЯИ Р-2387, Дубна, 1965 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 сентября 1972 года.

Приложение 1: Подпрограмма *EXTERN* вычисления правых частей уравнения /1/ для расчета движения протонов в условиях резонанса $\nu_R = 2/3$.

```

SUBROUTINE EXTERN(X,Y,F)
DIMENSION RS(9),BKS(9),C(9)
DIMENSION Y(2),F(2)
COMMON FIELD1(799),DFIELD(5*9),BK,K1,BEGF,HFIELD,CF,RO,FIELD,CBK
GO TO (1,2,3,4),K1
1 RS(1)=2760.
  RS(2)=2770.
    RS(3)=2780.
      RS(4)=2790.
        RS(5)=2810.
          RS(6)=2820.
            RS(7)=2830.
              RS(8)=2840.
                N=8
  BKS(1)=.440*CBK
    BKS(3)=.1850*CBK
      BKS(6)=-BKS(3)
        BKS(8)=-BKS(1)
          BKS(2)=BK
            BKS(4)=BK
              BKS(5)=BK
                BKS(7)=BK
                  C(1)=-1.
                    C(2)=-1.
                      C(3)=-1.
                        C(4)=-1.
                          C(5)=1.
                            C(6)=1.
                              C(7)=1.
                                C(8)=1
GO TO 5
3 RS(1)=2760.
  RS(2)=2770.
    RS(3)=2780.
      RS(4)=2790.
        RS(5)=2810.
          RS(6)=2820.
            RS(7)=2830.
              RS(8)=2840.
                N=8
  C(1)=-1.
    C(2)=-1.
      C(3)=-1.
        C(4)=-1.
          C(5)=1.
            C(6)=1.
              C(7)=1.
                C(8)=1
  BKS(1)=.440*CBK
    BKS(3)=.1850*CBK
      BKS(6)=-BKS(3)
        BKS(8)=-BKS(1)

```


BKS(2)=BK
BKS(4)=BK
BKS(5)=BK
BKS(7)=BK

4 GO TO 5
RS(1)=2760.
RS(2)=2770.
RS(3)=2780.
RS(4)=2790.
RS(5)=2810.
RS(6)=2820.

RS(7)=2830.
RS(8)=2840.
N=8

C(1)=-1.
C(2)=-1.
C(3)=-1.
C(4)=-1.
C(5)=1.
C(6)=1.
C(7)=1.
C(8)=1.

BKS(1)=-.440=CBK
BKS(3)=-.1850=CBK
BKS(6)=-BKS(3)
BKS(8)=-BKS(1)

BKS(2)=BK
BKS(4)=BK
BKS(5)=BK
BKS(7)=BK

2 GO TO 5
RS(1)=2760.
RS(2)=2770.
RS(3)=2780.
RS(4)=2790.
RS(5)=2810.
RS(6)=2820.

RS(7)=2830.
RS(8)=2840.
N=8

C(1)=-1.
C(2)=-1.
C(3)=-1.
C(4)=-1.
C(5)=1.
C(6)=1.
C(7)=1.
C(8)=1.

BKS(1)=-.440=CBK
BKS(3)=-.1850=CBK
BKS(6)=-BKS(3)
BKS(8)=-BKS(1)

BKS(2)=BK
BKS(4)=BK
BKS(5)=BK
BKS(7)=BK

```

GO TO 5.
5 DFILD=0.
DO 6 I=1,H
XL=(Y(1)-RS(I))*C(I)
IF(XL.LT.-49.)
  GO TO 6
IF(XL.GT.69.)
  GO TO 7
J=(XL+50.)/0.2
DJ=(XL+50.)/0.2-J
DFILD=DFILD+(DFIELD(J)+(DFIELD(J+1)-DFIELD(J))*DJ)*C(I)+BKS(I)
GO TO 6
7 DFILD=DFILD+DFIELD(599)*C(I)+BKS(I)
6 CONTINUE
8 CONTINUE
J=(Y(1)-BEGF)/HFIELD
DJ=(Y(1)-BEGF)/HFIELD-J
FIEL=FIELD1(J)+(FIELD1(J+1)-FIELD1(J))*DJ
FIEL=FIEL*CF
FIELD=FIEL+DFILD
F(1)=Y(2)

```

```

A3=1.+Y(2)*Y(2)/(Y(1)*Y(1))
A4=SQRT(A3)
A5=A4*A4*A4
A6=Y(1)*Y(1)*A5*FIELD/2800.
F(2)=Y(1)-A6+(Y(2)*Y(2)+Y(2)*Y(2))/Y(1)
RETURN
END

```

Приложение 2: Подпрограмма **EXTERN** вычисление правых частей уравнения /1/ для расчета движения протонов в условиях резонанса $\nu_R = 1/2$.

```

SUBROUTINE EXTERN(X,V,F)
DIMENSION RS(9),BKS(9),C(9)
DIMENSION V(2),F(2)
COMMON FIELD(1:799),DFIELD(599),BK,K1,BEGF,HFIELD,CF,RO,FIELD,CBK
GO TO (1,2,3,4),K1
1 N=2
  RS(1)=2790.
  RS(2)=2810.
  BKS(1)=-BK
  BKS(2)=-B1
  C(1)=-1.
  C(2)=1.
  GO TO
2 CONTINUE
  GO TO 1
3 DFILD=0
  GO TO 8
4 DFILD=1
  GO TO 8
5 DFILD=0
  DO 6 I=1,N
    XL=(V(1)-RS(I))*C(I)
    IF(XL.LT.-49.)
      GO TO 6
    IF(XL.GT.69.)
      GO TO 7
    J=(XL+50.)/0.2
    DJ=(X1+50.)/0.2-J
    DFILD=DFILD+(DFIELD(J)+(DFIELD(J+1)-DFIELD(J))*DJ)*C(I)*BKS(I)
  GO TO 4
7 DFILD=DFILD+DFIELD(599)*C(I)*BKS(I)
6 CONTINUE
8 CONTINUE
  J=(V(1)-BEGF)/HFIELD
  DJ=(V(1)-BEGF)/HFIELD-J
  FIEL=FIELD1(J)-(FIELD1(J+1)-FIELD1(J))*DJ
  FIEL=FIEL+CF
  FIELD=FIEL+DFILD
  F(1)=V(2)
  A3=1.+V(2)*V(2)/(V(1)+V(1))
  A4=300*(A3)
  A5=A4*A4*A4
  A6=V(1)+V(1)+A5*FIELD/2800.
  F(2)=V(1)-A6+(V(2)*V(2)+V(2)+V(2))/V(1)
RETURN
END

```

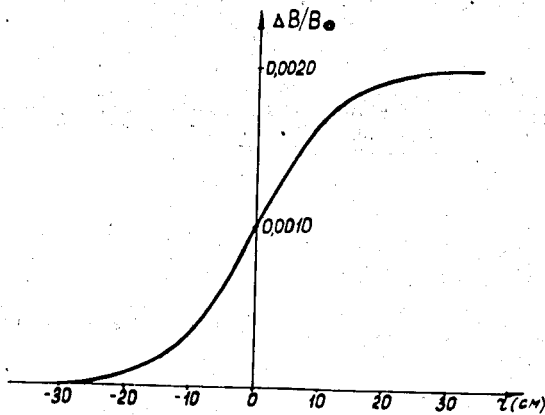


Рис. 1. Зависимость $\frac{\Delta B_{\text{доб.}}(r)}{B_0}$ — при $B_0 = 13$ кгс, создаваемая током 364 а в полюсном проводнике, расположенном на радиусе $R_0 = 2800$ см и замкнутом наружу от R_0 ($r = R - R_0$)

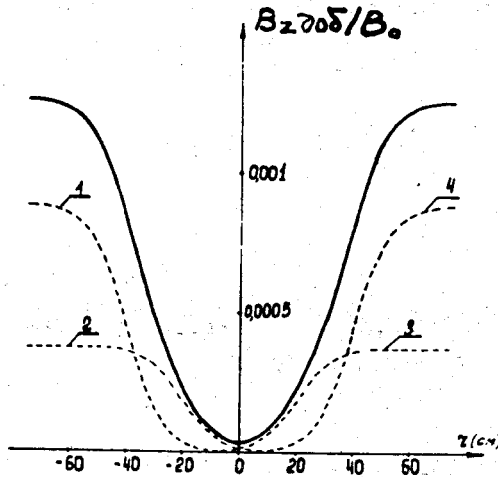


Рис. 2. Параболическое по радиусу возмущение $B_z \text{ доб.} / B_0$, создаваемое токами в четырех полюсных проводниках во II и IV квадрантах. Пунктирными кривыми /1/, /2/, /3/, /4/ обозначены зависимости $\frac{\Delta B_{\text{доб.}}(r)}{B_0}$, создаваемые токами в проводниках, расположенных на радиусах $R_0 - 40$ см, $R_0 - 20$ см, $R_0 + 20$ см и $R_0 + 40$ см, соответственно. $J(R_0 - 40 \text{ см}) = J(R_0 + 40 \text{ см}) = 160$ а, $J(R_0 - 20 \text{ см}) = J(R_0 + 20 \text{ см}) = 67$ а, $B_0 = 13$ кгс.

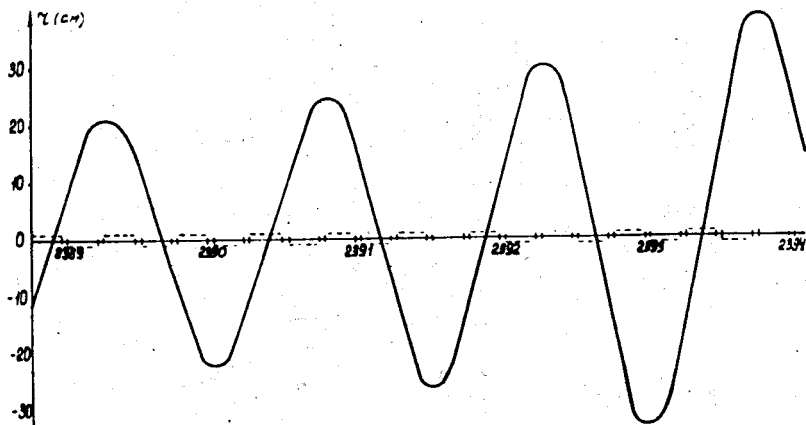


Рис. 3. Траектория протона в условиях резонанса $\nu_R = 2/3$ на последних пяти оборотах. Начальная амплитуда $a = 2$ см. По оси ординат отложено отклонение от R_0 в см. По оси абсцисс - номера оборотов.

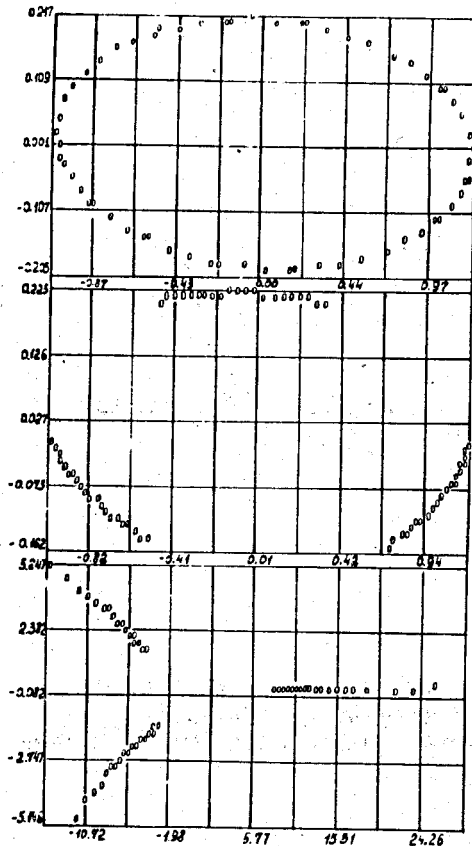


Рис. 4. Фазовые траектории протона в условиях резонанса $\nu_R = 2/3$: а/вдали от резонанса; б/при подходе к резонансу; в/разрыв фазовых траекторий при резонансе. Начальная амплитуда $a = 2$ см.

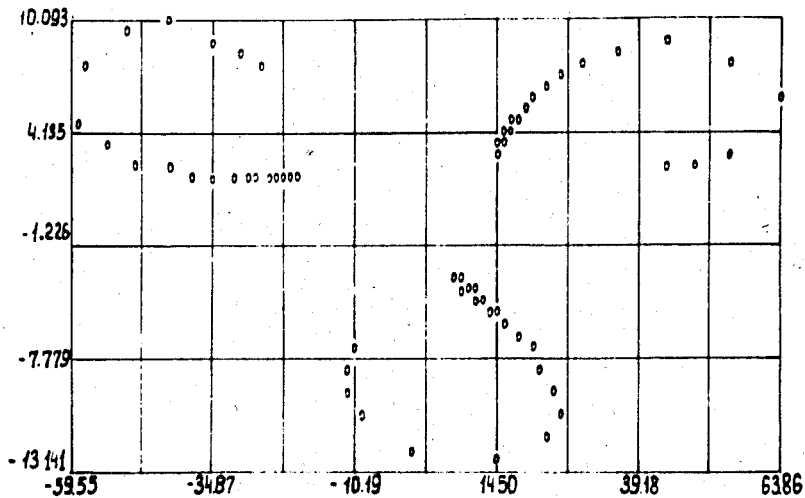


Рис. 5. Эффект стабилизации развития резонанса $\nu_R = 2/3$ на больших радиусах. По оси абсцисс отложено отклонение от R_0 , по оси ординат $\frac{1}{R} \frac{dR}{d\Theta}$, где Θ - азимут.

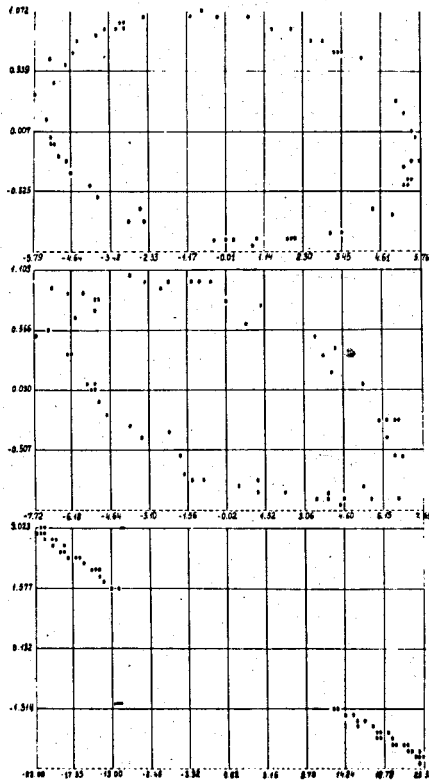


Рис. 6. Фазовые траектории протона в условиях резонанса $\nu_R = 1/2$: а/вдали от резонанса; б/при подходе к резонансу; в/разрыв фазовых траекторий при резонансе. Начальная амплитуда $a = 6$ см.

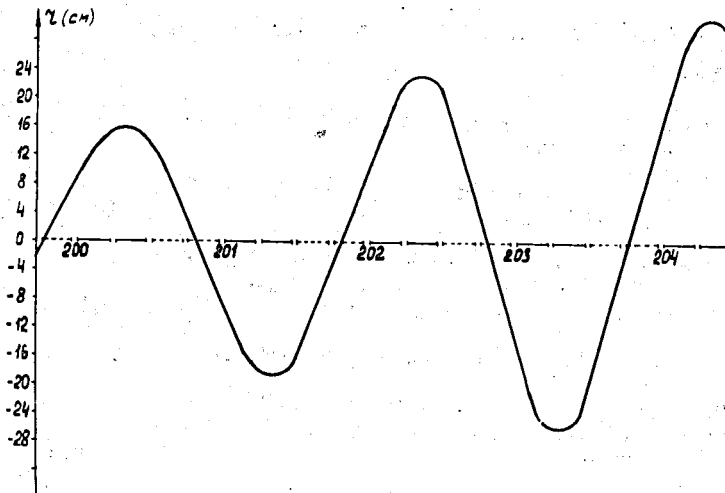


Рис. 7. Траектория протона в условиях резонанса $\nu_R = 1/2$ на последних пяти оборотах. По оси ординат отложено отклонение от R_0 в см, по оси абсцисс - номера оборотов. Сплошной линией обозначены "возмущенные" квадранты.