

2353
111-834

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

9-5710

Б.Г. Щинов

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЛАЗМЫ
И РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЕЦ**

**Специальность 041 – теоретическая
и математическая физика**

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель: кандидат
физико-математических наук

В.Г.МАХАНЬКОВ

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук

Л.И.РУДАКОВ

кандидат
физико-математических наук

Э.А.ПЕРЕЛЬШТЕЙН

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Харьковский
ордена Ленина физико-технический институт АН УССР

Автореферат разослан

" _ " _____ 1971г.

Защита диссертации состоится

" _ " _____ 1971г.

на заседании Ученого совета Лаборатории вычислительной техники
и автоматизации Объединенного института ядерных исследований,
г.Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
ОИЯИ

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА

Ю.В.КАТЫШЕВ

9-5710

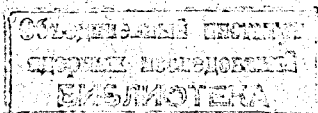
Б. Г. Щинов

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЛАЗМЫ
И РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОЛЕЦ**

Специальность 041 — теоретическая
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

4650 бр.



Последние годы интенсивно развивается физика слаботурбулентной плазмы (см. обзоры /1,2,3/). Основным допущением теории является малость отношения W - плотности энергии волн к nT - плотности тепловой энергии частиц. Обычно изучаются два крайних случая: пакеты волн со случайными фазами и "монокроматические" пакеты. Кроме того, естественно возникает деление на слабую и сильную нелинейность, отражающее соотношение между основной (линейной) частотой и поправкой, связанной с нелинейными взаимодействиями.

Наиболее подробно были исследованы высокочастотная (в частности, ленгмюровская) и ионно-звуковая турбулентности. Первая в связи с плазменно-пучковыми экспериментами и астрофизическими приложениями, вторая - в связи с проблемой турбулентного нагрева плазмы. Теоретическое рассмотрение приводит к необходимости решения многомерных нелинейных интегродифференциальных уравнений. Как правило, аналитические решения этих уравнений удается найти лишь при некоторых дополнительных предположениях. Поэтому, наряду с аналитическими, необходимо развивать более универсальные численные методы решения, в особенности при рассмотрении, например, таких вопросов, как поведение решений во всей области изменения переменных, зависимость от начальных данных и параметров системы. Численные методы решения нелинейных задач имеют самостоятельный интерес.

В работе /4/ численные методы были применены для исследования ленгмюровской турбулентности. В ней был рассчитан спектр

стационарной изотропной ленгмировской турбулентности в наиболее интересной области волновых чисел $k_v < k < k_*$, $k_v = v_e/v_e$, $k_* = \omega_{pe} v_e / 3v_e^2$. Здесь ω_{pe} — электронная плазменная частота, v_e — частота столкновений частиц, v_e , v_i — тепловые скорости электронов и ионов. Известно, что в этой области основными нелинейными процессами являются индуцированное рассеяние волн на ионах и плазмон-плазмонные взаимодействия. Вклад индуцированного рассеяния на электронах становится существенным в области $k > k_{**}$, $k_{**} = (m_e/3m_i)^{1/2} (1 + T_e/T_i)^{2/2} \omega_{pe}/v_e$, (m_e , T_e ; m_i , T_i — массы и температуры электронов и ионов). Теперь необходимо ответить на вопрос о динамике установления стационарных спектров, т.е. об эволюции широких и узких начальных пакетов, сосредоточенных за k_* . Эти исследования представляют интерес и в связи с проводящимися в настоящее время экспериментами по аналогичной проблеме /5/.

Одной из важных характеристик турбулентной плазмы являются корреляционные функции. Знание их может дать представление как о частотах турбулентных пульсаций, так и об уровне турбулентности. Корреляционные функции измеряются в большом числе экспериментов (см. например, /6,7/). В /8/ была построена теория и выведено уравнение для корреляционных функций ленгмировской турбулентности. Известный точный вид спектра этой турбулентности /4/ позволяет поставить задачу о численном решении указанного уравнения, т.е. получении явного вида и ширины корреляционной кривой.

В определенном смысле плазму можно рассматривать как самосогласованную систему, состоящую из частиц и квазичастиц (волн). В разреженной турбулентной плазме взаимодействия волна-частица и волна-волна, по существу, определяют все основные физические ха-

рактеристики. При изучении плотной плазмы (например, плазмы, созданной лазером) возникает вопрос о влиянии соударений частиц на указанные выше нелинейные взаимодействия.

В особенности интересно исследовать низкочастотные свойства плотной плазмы с возбужденной высокочастотной турбулентностью. Дело в том, что даже при относительно малой амплитуде в.ч. полей низкочастотные свойства могут существенно измениться, т.к. поправка, обязанная нелинейным взаимодействиям в данном случае — порядка основной частоты (сильная нелинейность) /1,13/.

Теория турбулентной плазмы имеет много общего с бурно развивающейся теорией коллективных методов ускорения. Одной из основных задач здесь является изучение различных неустойчивостей электронно-ионного кольца, находящегося во внешнем магнитном поле, и способов борьбы с ними. Среди изучаемых неустойчивостей наиболее опасной является, по-видимому, так называемая радиационная неустойчивость, связанная с флуктуациями плотности электронов вдоль азимута кольца. Она носит гидродинамический характер и сопровождается когерентным излучением электромагнитных волн. В работах /9,10/ построена линейная теория радиационной неустойчивости тонкого кольца и показано, что неустойчивость имеет порог, связанный с затуханием Ландау, выше которого неустойчивость закрывается. Развитая в /10/ нелинейная теория описывает либо предельные случаи (вблизи порога или на начальной стадии), либо дает лишь оценку амплитуд полей на нелинейной стадии. Анализ процесса эволюции, характерного времени, уровней возбужденных полей, характеристики конечного состояния не удается выполнить аналитическими средствами. Поэтому возникает задача числен-

ного изучения нелинейной стадии развития радиационной неустойчивости релятивистских электронных колец.

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения.

В первой главе (§ I) на основе кинетического уравнения для плазмонов, учитывающего эффекты индуцированного рассеяния на ионах плазмы, численно рассмотрены наиболее интересные задачи эволюции различных начальных пакетов ленгмюровских волн.

Как показано в /II/, наиболее быстрым процессом в области $k_* < k < k_{**}$ является процесс изотропизации распределений волн по углам, обязанный индуцированному рассеянию на ионах. Поэтому в дальнейшем рассматриваются лишь изотропные спектры. В этом случае искомая функция $W(k, t)$ зависит от модуля волнового вектора \vec{k} и времени t и удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t} W(x, \tau) = W(x, \tau) \int Q(x, x_1) W(x_1, \tau) dx_1,$$

$$Q(\vec{x}, \vec{x}_1) = -10 \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \left(\frac{\vec{x} \cdot \vec{x}_1}{x x_1} \right)^2 \frac{3 v_e (x^2 - x_1^2)}{2 v_i |\vec{x} - \vec{x}_1|} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{3 v_e (x^2 - x_1^2)}{2 v_i |\vec{x} - \vec{x}_1|} \right]^2 \right\}.$$

Здесь введены следующие безразмерные величины $\vec{x} = \vec{k} v_e / \omega_{pe}$, $\tau = \frac{\omega_{pe}}{10} \frac{W_0}{n_0 T_e} t$, $W(x, \tau) = W(k, t) / \tau_0^3 W_0$, $\tau_0 = v_e / \omega_{pe}$, а W_0 - полная энергия волн, которая является интегралом эволюции и равна $W_0 = 4\pi \int W(k, t) k^2 dk$.

Разобьем ось x равноотстоящими точками с шагом h , тогда в фиксированный момент времени $\tau = \tau_0$ и в фиксированной точке $x = x_1$ должно быть решено уравнение типа $dy/d\tau = \pm \alpha y$, α - константа порядка единицы. Это уравнение аппроксимировалось простейшей разностной схемой $y(\tau_0 + \tau_1) = (1 \pm \tau_1 \alpha) y(\tau_0)$

с достаточно малым шагом τ_1 . При шаге $\tau_1 = 10^{-3}$ интеграл эволюции W_0 изменился к концу счета на 3%.

Для расчетов были выбраны следующие параметры, диктуемые астрофизическими приложениями $\omega_{pe} = 5,6 \cdot 10^3$, $n_0 = 10^{-2}$, $v_e = 4,8 \cdot 10^7$, $v_i = 1,1 \cdot 10^6$, $T_e = T_i$, $(W_0 / n_0 T_e) = 10^{-6}$. При этих параметрах характерные точки x_* и x_{**} равны соответственно $0,8 \cdot 10^{-2}$; $0,15$.

Рассмотрены следующие начальные данные:

- а) широкий пакет волн с $\Delta x \leq x_0$ и $x_0 \gg x_*$,
- б) узкий пакет волн с $\Delta x \ll x_0$ и $x_0 \gg x_*$,
- в) пакет волн с $\Delta x \leq x_0$ и $x \geq 2x_*$.

В соответствии с /I2/ для возникновения двухуровневой перекачки должно быть выполнено (кроме $x_0 \gg x_*$) условие $\ln(W(x_0)/W(x_1)) \gg 1$ ($W(x_1)$ - начальный фон колебаний на хвостах пакета). Поэтому были выбраны следующие начальные данные $(x_0/x_*) \approx 7+8$, $\ln(W(x_0)/W(x_1)) \approx 40+50$, что соответствует соотношению между уровнем энергии в центре и на хвостах порядка 10^{20} .

Результаты расчета показывают, что если начальный пакет достаточно широк (случай а)), то эволюция приводит к быстрому его сужению и энергия локализуется вблизи левого края начального спектра. Таким образом, мы приходим к условиям, аналогичным случаю б). Процесс трансформации в этом случае происходит следующим образом. Первоначальный пакет суживается, превращаясь фактически в линию и не сдвигаясь по оси x . В это же время происходит преимущественное накопление энергии в области максимума инкремента. Далее, энергия быстро перекачивается во вто-

рой пакет с шириной $\Delta x \sim 0.5x_*$, а уровень на хвостах увеличивается на 5 порядков. Смещение вновь образовавшегося пакета волн происходит быстрее, чем накопление энергии, необходимой для образования нового сателлита. Однако, когда центр пакета достигает $x \approx 3x_*$, слева от основного появляется широкий пакет, перекрывающийся с основным. Далее, энергия перекачивается из узкого пакета в широкий, с одновременным их смещением к x_* . В результате распределение энергии имеет вид, соответствующий начальным условиям в). Процесс эволюции за x_* приводит к дальнейшему движению центра тяжести пакета в сторону малых x . Постепенно инкремент уменьшается, пакет суживается, а движение его замедляется. Наконец, при $x_0 \rightarrow 0$, инкремент асимптотически стремится к нулю. В этой области необходим учет четырех плазменных взаимодействий и столкновений частиц.

Итак, проведенный расчет показывает, что трансформация энергии ленгмювских колебаний в результате их рассеяния на ионах определяется двумя одновременно идущими процессами: диффузионным "сползанием" и образованием сателлитов.

В § 2 первой главы кратко дан вывод и приведены результаты численного решения нелинейного интегрального уравнения для корреляционных функций ленгмювской турбулентности /1,8,15/

Корреляционная функция стохастических полей определяется выражением $\langle E_{\vec{k},\omega} E_{\vec{k}',\omega'} \rangle = I(\vec{k},\omega) \delta(\vec{k} + \vec{k}') \delta(\omega + \omega')$.

Уравнение, которому удовлетворяет $I(\vec{k},\omega)$, получено при следующих предположениях:

1) турбулентность должна быть квазистационарной и слабой

2) известен её спектр $W_{\vec{k}}$, т.е. распределение плотности энергии пульсаций по волновым числам;

3) относительное уширение корреляционной кривой должно быть мало $\Delta\omega/\omega^l \ll 1$, $\Delta\omega$ - ширина корреляционной кривой, ω^l - собственная частота "спокойной" плазмы.

Решение получено для колебаний, дисперсия которых определяется тепловым движением, т.е. $\Delta\omega < k^2 v_e^2 / \omega_{pe}$. В этой области ядра интегрального уравнения для $I(\vec{k},\omega)$ не зависят от ω . Поэтому, используя нормировку $\int I(\vec{k},\omega) d\omega = W(\vec{k})$ и представляя $I(\vec{k},\omega)$ в виде $I(\vec{k},\omega) = \Phi(\vec{k},\omega) W(\vec{k})$, получим из исходного уравнения для I выражение для $\Phi(\vec{k},\omega)$. В случае изотропной турбулентности оно имеет вид:

$$\Phi(k,\omega) = \frac{\gamma^s}{[Re \varepsilon^l + \frac{\omega^m}{\omega}] \omega^2 + [\gamma^s]^2} \cdot \frac{1}{\pi}$$

Здесь ε^l - линейная диэлектрическая проницаемость, $\omega^m = \frac{\pi}{6} \omega_{pe} (W/n_0 T_e)$, $W = \int W(k) dk$ - полная энергия турбулентности в 1 см³, $\gamma^s = -\gamma^s$ в силу квазистационарности, а

$$\gamma^s = \alpha \int R(k_1, k_2, k_3) \frac{k^2}{W(k)} W(k_1) W(k_2) W(k_3) dk_1 dk_2 dk_3,$$

α - численный коэффициент. (Выражение для R приведено в диссертации).

Расчет корреляционных функций проведен для нескольких значений волнового числа k . Вычисления показывают, что с ростом k ширина корреляционной кривой увеличивается, достигая максимума при значении $k_0 = 0.6 \cdot 10^{-7}$, соответствующего максимуму в спектре турбулентности /4/. При дальнейшем увели-

чении k уширение уменьшается. Сдвиг максимума кривых определяется в основном линейной дисперсией, поэтому он увеличивается с ростом k . Отмечается, что корреляционные эффекты могут влиять на формирование квазистационарного спектра.

Расчет проведен также для корреляций, возникающих в плазменно-пучковом эксперименте [6]. При этом использовался экспериментально найденный спектр. Результаты показывают, что хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных возникает при уровне энергии $W/n_0 T_e \sim 10^{-3}$.

Во второй главе диссертации изучается ленгмювская турбулентность в условиях частых кулоновских соударений частиц.

В параграфе I исследуется влияние ион-ионных соударений на взаимодействие медленных ленгмювских волн с $v_p \leq v_e N_b (T_i/T_e)^2$, причем предполагаются выполненными следующие соотношения:

$$|\omega_-| \equiv |\omega_1 - \omega_2| \ll \nu_i, \quad |\vec{k}_-| v_i \ll \nu_i, \quad |\vec{k}_-| = |\vec{k}_1 - \vec{k}_2|.$$

При этом перекачка энергии осуществляется эстафетным образом, т.е. взаимодействуют достаточно близкие волны с Δk , $|\vec{k}_-| \ll k$, и $\{|\vec{k}_-|, \Delta k\} v_i \ll \nu_i$, в то время как $k v_i > \nu_i$. Показано, что как для линейной, так и для нелинейной дисперсий существуют достаточно широкие области параметров плазмы, где в результате большого числа $\sim k/\Delta k$ последовательных передач энергии эстафетная перекачка превосходит однократную бесстолкновительную перекачку на $\Delta k \sim k$. Именно в такой ситуации учет столкновений является принципиальным.

В § 2 изучаются кинетические и гидродинамические неустойчивости слабого пакета ленгмювских волн в поле интенсивного в области частот $\omega_- \geq k v_i$ (в условиях частых соударений).

Здесь получены конкретные выражения для тензоров S и Σ второго и третьего порядка по полю, входящие в нелинейное дисперсионное уравнение. Анализ этого уравнения показывает, что в рассматриваемой области возможно появление эффекта изменения направления спектральной перекачки, по сравнению с бесстолкновительной. В условиях гидродинамической неустойчивости интенсивный пакет неизотропно расплывается, а основной масштаб его смещается в сторону больших k .

В § 3 метод, развитый для ℓ -волн, обобщается для изучения ℓt - и tt -взаимодействий в условиях частых соударений.

Известно (см. например, [13]), что в турбулентной плазме наряду с характерными плазменными частотами (ω_{pe} - плазменные электронная и ионная, дрейфовая частота, ν_e - частоты соударений частиц и др.) возникают новые, связанные с турбулентными соударениями частиц и плазмонов между собой. Эти частоты ν_{eff} могут быть сравнимы или даже превосходить частоту соударений частиц. Естественно ожидать, что поведение плазмы в области частот, меньших ν_{eff} , может существенно отличаться от поведения "спокойной" плазмы, в которой не возбуждены коллективные степени свободы.

В § 4 второй главы рассматривается случай, когда $\omega \ll \nu_e$ ν_{eff} . Здесь на основе системы гидродинамических уравнений получено выражение для продольной части нелинейной диэлектрической проницаемости слаботурбулентной плазмы $\epsilon^l(\omega, \vec{k}, W^l)$. Исследовано дисперсионное уравнение и найдены критерии возникновения неустойчивости и инкременты нарастания колебаний типа акустических, получены новые нелинейные ветви колебаний, которые могут рассматриваться как "второй звук" в газе плазмонов.

При получении ϵ^e учитывались лишь члены первого порядка по W^e , поэтому в конце § 4 рассматриваются условия пренебрежимости членами более высокого порядка. Методом, аналогичным /13/, на основе суммирования рядов теории возмущений и решения уравнения для коррелятора в.ч. полей показано, что учет следующих членов по W^e необходим лишь при весьма значительном уровне турбулентности $W/n_0 T_e > m_e/m_i (k_0/k)^2$.

При этом предполагается, в соответствии с /4/, что основной масштаб турбулентности k_0 находится в области $k_x > k_0 > k_y$.

Третья глава диссертации посвящена изучению гидродинамических неустойчивостей кольцевых пучков заряженных частиц.

В § 2 рассматривается известная апериодическая неустойчивость пучков плазмы, связанная с анизотропией функции распределения, в условиях $\omega \gg kv_e$, $n_1 \ll n_2$ (n_1 и n_2 - плотности пучка и плазмы). Показано, что обратное действие колебаний приводит к увеличению разброса скоростей и тем самым ликвидирует неустойчивость. В пренебрежении взаимодействием гармоник величина магнитной энергии $W_n = 1/8\pi \int |H_z|^2 d\vec{r}$ к моменту срыва оценивается следующей формулой: $W_n \leq n_1 m_e v_0^2 (n_1/n_2) \omega_{pe}^2 \times (k^2 \omega_{pe}^2)^{-1}$; (v_0 - скорость пучка). Далее оценивается влияние нелинейных членов на рассмотренный процесс релаксации и показано, что отношение нелинейного члена к линейному - порядка α , где $\alpha = (W_n/n_1 m_e v_0^2) (n_2/n_1) < 1$. Отсюда следует, что учет нелинейных эффектов не может заметно изменить полученный результат.

Остальные параграфы третьей главы посвящены изучению гидродинамической (радиационной) неустойчивости релятивистских электронных колец. Эта неустойчивость сопровождается интенсивным из-

лучением электромагнитных волн с длинами λ , значительно большими малого радиуса кольца $\lambda \gg a$, т.е. фактически все частицы кольца излучают когерентно. Практически $\lambda \geq a$ выполняется лишь для первых 6+10 гармоник циклотронной частоты.

В § 3 кратко суммируются результаты аналитического исследования указанной неустойчивости. При $\lambda \gg a$ хорошей аппроксимацией является приближение тонкого кольца. При построении теории используются малые параметры $a/R \ll 1$ и $v/v_0 \ll 1$, где a и R - малый и большой радиусы кольца, $v = \frac{e^2 N}{m_e c^2 2\pi R}$ - погонный электрон, N - полное число частиц в кольце, v_0 - релятивистский фактор азимутального движения электронов. Точная (трехмерная) нелинейная задача сводится к одномерной в фазовом пространстве θ , ω - азимутального угла и соответствующего обобщенного импульса. Рассматриваются только продольные возмущения и связь их с поперечным движением пренебрегается. Условие когерентности для азимутального номера гармоники возмущения имеет вид: $n \ll R/a$.

В § 4 дается постановка задачи и развивается метод численного исследования неустойчивости в нелинейном режиме. Рассматриваются 10 когерентных гармоник. Нулевая гармоника функции распределения $\Psi_0(\omega, t)$ в начальный момент времени задается в виде распределения Гаусса с относительно малой шириной, а остальные $\Psi_n(\omega, t)$ выражаются через Ψ_0 с помощью решения линеаризованного уравнения. Вводя векторы Ψ , α с компонентами $\Psi = \{\Psi_0', \Psi_1', \dots, \Psi_{10}', \Psi_1'', \dots, \Psi_{10}''\}$, $\Psi_n = \Psi_n' + \Psi_n''$, $\alpha = \{0, \alpha \omega \Psi_1'', \dots, 10 \alpha \omega \Psi_{10}'', -\alpha \omega \Psi_1', \dots, -10 \alpha \omega \Psi_{10}'\}$, (α - заданный численный коэффициент) и 2I x 2I матрицу $A = A(\Psi, t)$, элементами которой являются линейные комбинации $\int \Psi_n' d\omega$ и $\int \Psi_n'' d\omega$ с соответствующими

численными коэффициентами, исходное уравнение можно записать в следующем векторном виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi + A \frac{\partial}{\partial w} \Psi = \alpha.$$

Таким образом, численно решается задача Коши для системы $2I$ квазилинейного (в математическом смысле) уравнения. Используются неявная разностная схема с аппроксимацией производных выражениями

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_k^{m+1/2} \approx \frac{\Psi_k^{m+1} - \Psi_k^m}{\tau}; \quad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial w}\right)_k^{m+1/2} \approx \frac{1}{2h} [\beta(\Psi_{k+1}^m - \Psi_{k-1}^m) + (1-\beta)(\Psi_{k+1}^m - \Psi_{k-1}^m)]$$

Здесь: $\Psi_k^m = \Psi(m\tau, kh)$, а τ и h — шаги по времени t и переменной w . Разложение в ряд Тейлора показывает, что выбранная схема — второго порядка точности, если $\beta = 1/2$, и близка ко второму порядку, если β немного больше $1/2$. Устойчивость схемы исследована методом Фурье. Полагая $\Psi_k^m = \lambda^m e^{ikw}$, необходимо для устойчивости, чтобы $|\lambda_i| \leq 1$ $i = 1, 2, \dots, 2I$.

Показано, что это условие будет выполнено, если

$$\alpha = \frac{\tau}{h} \leq \frac{\sqrt{2\beta-1}}{\beta} \frac{1}{\max|\mu_i|}, \quad \text{где } \mu_i - \text{собственные значения матрицы } A.$$

В § 5 содержатся результаты расчетов и их обсуждение. Полная энергия поля W_E изменяется во времени $\bar{t} = \chi t$ (χ — инкремент неустойчивости первой гармоники), следующим образом. На начальной стадии рост энергии хорошо аппроксимируется кривой $W_E \sim e^{\chi \bar{t}}$, где $\bar{\chi}$ — средний по гармоникам инкремент, совпадающий с полученным аналитически. Заметное отличие от линейной теории возникает при $\bar{t} = 2,7$; $W_E = 0,2 \cdot 10^{-2}$ и, наконец, при $\bar{t} = 3,35$, $W_E = 0,7 \cdot 10^{-2}$ появляется первый максимум на графике

энергии. Однако после небольшого уменьшения энергия продолжает расти до $\bar{t} = 4$ и $W_E = 1,5 \cdot 10^{-2}$. Здесь возникает второй максимум, после которого энергия уменьшается до $W_E = 0,3 \cdot 10^{-2}$ и в дальнейшем носит осциллирующий характер со средним значением $W_E \sim 0,8 \cdot 10^{-2}$, что свидетельствует о насыщении рассматриваемой неустойчивости. С экспериментальной точки зрения интерес представляют результаты, усредненные по различным начальным данным. Расчет проведен для трех вариантов начальных условий и получено, что среднее значение $W_E < 2 \cdot 10^{-2}$.

Приведены графики поведения во времени ряда гармоник и распределения энергии по гармоникам для различных моментов времени. Они показывают, что система в результате эволюции стремится к равномерному распределению энергии по гармоникам из-за их нелинейного взаимодействия.

Нулевая гармоника $\Psi_0(w, \bar{t})$ характеризует распределение частиц по энергиям в кольце. Из приведенных рисунков видно, что до момента $\bar{t} = 3,5$ на Ψ_0 возникает ступенька типа "ударной волны" в энергетическом пространстве, "распространяющейся" в сторону малых энергий. В дальнейшем фронт волны постепенно замедляется (при $\bar{t} = 4,5$) и Ψ_0 эволюционирует к кривой типа Гаусса с разбросом по порядку величины, совпадающим с линейным критическим разбросом.

Результаты диссертации опубликованы в работах /15-23/ и докладывались на Международной конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу (Рим, 1970), на Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц (Москва, 1970), на всесоюзных семинарах по коллективным взаимодействиям в плазме (Сухуми, 1967; Харьков, 1967).

ЛИТЕРАТУРА :

1. Б.Б.Кадоццев. Вопросы теории плазмы, вып. 4, Атомиздат, 1964.
2. А.А.Галеев, В.И.Карлман, Р.З.Сагдеев. Nucl.Fusion, 5, № 1 (1965).
3. В.Н.Цытович. Нелинейные эффекты в плазме, изд. "Наука", М. 1967, УФН, 90, 435 (1966).
4. V.G.Makhankov, E.P.Zhidkov, V.N.Tsyrovich and Chs Ze Hen Плазма Phys. 12, 191, 1970.
5. А.Н.Измайлов, Б.И.Иванов, Л.А.Митин, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма в ЖЭТФ, т.12, 73(1970).
6. Е.А.Корнилов, Я.Б.Файнберг, О.Ф.Ковпик. Письма в ЖЭТФ, 6, 147 (1966);
А.К.Березин, Я.Б.Файнберг и др., in Plasma Phys. and Nucl. Fusion Research (Proc. Conf., Novosibirsk), v.1, p.225, IAEA Vienna, 1969.
7. M.Bernard, G.Brifford, R.Frank, M.Gregoire, J.Weisse. Report CN/24-E10, III Conf. Plasma Phys. and Nucl. Fusion Research, Novosibirsk, 1968.
8. V.G.Makhankov, V.N.Tsyrovich. Nucl. Fusion, 10, 405, 1970.
9. R.Briggs, in Proc. Symposium ERA, Berkeley, p.434. 1968.
А.Г. Бонч-Осмоловский, Э.А.Перельштейн. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 13, 1089 (1970).
10. А.Г.Бонч-Осмоловский, Э.А.Перельштейн, В.Н.Цытович. Препринт ОИЯИ, Е9-4751, Дубна, 1969г.

11. В.А.Гудкова, В.А.Липеровский. ПМТФ, № 3, II (1970).
12. А.С.Кингсеп, Л.И.Рудаков. ЖЭТФ, 58, 582 (1970).
13. В.Н.Цытович. ЖЭТФ, 57, № 7 (1969).
14. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович. ЖТФ, 34, 809 (1968).
15. V.G.Makhankov, B.G.Shchinov, Phys.Rev.Lett. 25,18, 1970.
16. V.G.Makhankov, B.G.Shchinov in IV European Conf. Contr. Fusion and Plasma Phys. Rome p.165 bis, 1970.
17. В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. ЖТФ, 34, 1786 (1969).
18. В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович, Б.Г.Шинов. ЖТФ, 40, 693 (1970).
19. В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. Препринт ОИЯИ, Р9-4040, Дубна, 1968.
20. В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. ЖЭТФ 57, 877 (1969).
21. В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. Препринт ОИЯИ, Р9-4996, Дубна, 1970.
22. В.Г.Маханьков, Б.Г.Шинов. ЖТФ, 39, 1795 (1968).
23. А.Г.Бонч-Осмоловский, Е.П.Жидков, В.Г.Маханьков, В.Н.Цытович, Б.Г.Шинов. Аннотации докладов, представленных на II Всесоюзное совещание по ускорителям заряженных частиц, М. 1970, стр. 12.

Рукопись поступила в издательский отдел

24 марта 1971 года.