

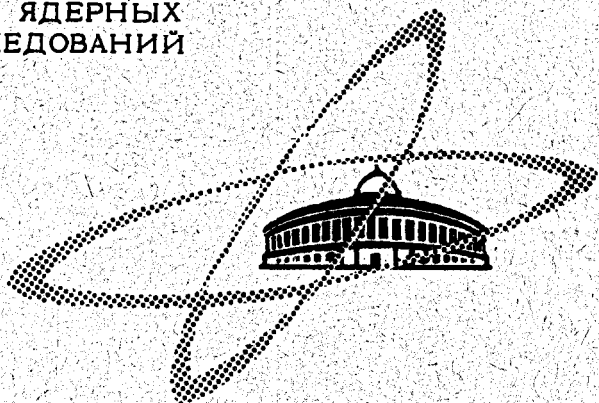
П-389

29/x-69
Атомэнергия, 1970, т. 29, в. 2, с. 122-123.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

9-4672



Ю. А. Плис, Л. М. Сороко

ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ ПРОТОНОВ В ФАЗОТРОНЕ
С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИЕЙ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ

1969

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

9-4672

Ю.А.Плис, Л.М.Сороко

ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ ПРОТОНОВ В ФАЗОТРОНЕ
С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИЕЙ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Направлено в АЭ

8038/2 мр.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Ускорение поляризованных протонов до релятивистских энергий в циклических ускорителях сопровождается резонансным переворачиванием спина протона и деполяризацией. Это вызвано тем, что ларморовская частота протона зависит от его полной энергии, и при некоторых значениях энергии наступает совпадение ларморовской частоты с частотой вращения горизонтальной компоненты магнитного поля в системе покоя протона. Угол поворота спина протона в результате резонанса определяется временем прохождения области резонанса, т.е. величиной набора энергии за оборот, и амплитудой горизонтальной компоненты магнитного поля. Аналогично сильные неоднородности магнитного поля в системе вывода пучка из ускорителя в регенераторе, возбuditеле и в магнитном канале также вызывают деполяризацию протонов.

§1. Деполяризация при ускорении

Для оценки эффектов деполяризации протонов при ускорении их в проектируемом фазотроне ЛЯП с пространственной вариацией магнитного поля используем метод, изложенный в работах /1-3/. Деполяризация определяется проекцией спина протона на горизонтальную плоскость,

$$s = s_x + i s_y, \text{ так что}$$

$$D = 1 - P = 1 - \cos |s| . \quad (1)$$

При малой деполяризации $|s| \ll 1$

$$D \approx \frac{1}{2} |s|^2 . \quad (2)$$

Компонента s , возникающая в результате поворота спина вокруг горизонтальной оси, определяется выражением:

$$s = -i e^{-i\phi(\theta)} \int_0^\theta e^{i\phi(\theta')} \left[\left(1 + \frac{g-2}{2}\right) \frac{b_{\perp}}{B} + \frac{g}{2} \frac{b_{\parallel}}{B} \right] d\theta' , \quad (3)$$

где θ - азимутальный угол

$$\phi(\theta) = - \int_0^\theta \left(1 + \frac{g-2}{2} \gamma\right) d\theta' ; \quad b_{\perp} = B_{\rho} e^{i\theta} ; \quad b_{\parallel} = -i B_{\theta} e^{i\theta} ;$$

$$\gamma = \frac{E_p}{m_p c^2} , \quad g_p = 5,586 , \quad \frac{g-2}{2} = 1,793 .$$

При вычислении компонент поля B_{ρ} и B_{θ} в месте нахождения протона воспользуемся проектными характеристиками магнитного поля фазотрона в медианной плоскости /4/

$$B_z(r, \theta) = B(r) \left[1 + \epsilon(r) \sin \left(\frac{r}{\lambda} - N \theta \right) \right] , \quad (4)$$

$$B(r) = B_0 \exp(0,359 \xi^2 + 0,83 \xi^6 - 1,611 \xi^8 + 0,755 \xi^{10})$$

$$\xi = \frac{r}{r_k} , \quad r_k = 270 \text{ см} , \quad B_0 = 11902 \text{ э} , \quad B(r_k) = 16276 \text{ э} , \quad (5)$$

$$\lambda = 15 \text{ см} , \quad N = 4 .$$

При отклонении протона от медианной поверхности, представляющей собой геометрическое место точек, где $B_\rho = 0$ /5/, протон испытывает воздействие горизонтальных составляющих:

$$B_\rho = z \frac{\partial B_z(r, \theta)}{\partial r}, \quad B_\theta = \frac{z}{r} \frac{\partial B_z(r, \theta)}{\partial r}, \quad (6)$$

где

$$z = z_{\text{св.}} + z_{\text{вын.}} - \delta(\theta).$$

Отсчет координаты z ведется от плоскости ускорения, а $\delta(\theta)$ равно отклонению медианной поверхности от плоскости ускорения, вызванному несовершенством реального магнитного поля.

Все характеристики магнитного поля вычисляются при $r = R$, определяемом энергией протона

$$mv = \frac{e}{c} B(R) R. \quad (7)$$

Свободные вертикальные колебания описываются уравнением Матве /4/:

$$\frac{d^2 z_{\text{св.}}}{d\xi^2} + [a_z - 2q \cos 2\xi] z_{\text{св.}} = 0, \quad (8)$$

где

$$2\xi = \frac{R}{\lambda} - N\theta, \quad a_z = \frac{4}{N^2} \left[-n + \frac{\epsilon^2 R^2}{2\lambda^2 (N^2 - 1 - n)} \right],$$

$$q = \frac{2}{N^2} \frac{\epsilon R}{\lambda}, \quad n = \frac{R}{B(R)} \left. \frac{dB(r)}{dr} \right|_{r=R}.$$

В области устойчивости движения решение можно представить с хорошей точностью ($\approx 10\%$) в виде:

$$z_{\text{св.}} = C_1 \cos \mu_z \xi + C_2 \sin \mu_z \xi \quad (9)$$

Число свободных колебаний Q_z на один оборот равно:

$$Q_z = \frac{1}{2} \mu_z N. \quad (10)$$

Вынужденные вертикальные колебания, вызванные отклонением $\delta(\theta)$ медианной поверхности от плоскости движения, описываются уравнением /5/:

$$\frac{d^2 z_{\text{вын.}}}{d\theta^2} + \frac{N^2}{4} \left\{ a_z - 2q \cos \left(\frac{R}{\lambda} - N\theta \right) \right\} \cdot [z_{\text{вын.}} - \delta(\theta)] = 0. \quad (11)$$

Разлагая $\delta(\theta)$ в ряд Фурье, получим:

$$\frac{d^2 z_{\text{вын.}}}{d\theta^2} + Q_z^2 z_{\text{вын.}} = \frac{N^2}{4} \left[a_z - 2q \cos \left(\frac{R}{\lambda} - N(\theta) \right) \right] \sum_{\ell=0}^{\infty} \delta_{\ell} \cos(\ell\theta + \alpha_{\ell}). \quad (12)$$

Это уравнение определяет гармоники вынужденных колебаний, причем в третья гармоника $z_{\text{вын.}}$ дают вклад первая, третья и седьмая гармоники $\delta(\theta)$.

Условие резонансного поворота спина под действием свободных колебаний имеет вид:

$$-1,793 y + Q_z + 4\epsilon = 0 \quad (13)$$

$$\epsilon = 0, +1$$

Так как максимальное значение Q_z равно 0,2, то здесь не возникает ни одного резонанса. При следующем приближении решения (9) возникают члены с частотами $(Q_z \pm 4p)$, где p - целое число. Эти члены также не приводят к резонансам.

Резонансы, вызванные несовершенством поля, наступают при энергиях, которые определяются условиями:

$$-1,793 \gamma \pm \ell + 4k = 0$$

$$K = 0, \pm 1, \pm 2,$$

а именно: при $\gamma_1 = 1,116$, $R_1 = 113$ см и $\gamma_2 = 1,673$, $R_2 = 259$ см.

Для первого резонанса опасными являются гармоники искажений с $\ell = 2, 6, 10$, а для второго необходимо только учесть 1, 2 и 3 гармоники.

Максимальная проекция спина протона на горизонтальную плоскость после прохождения первого резонанса равна:

$$|s|_1 = \left| \frac{3B_{\rho_2}}{B(R)} - i 2,8 \frac{B_{\theta_2}}{B(R)} \right| \Gamma, \quad (15)$$

где Γ - ширина резонанса, определяемая скоростью прохождения резонансной области

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2\pi}{1,8 \frac{d\gamma}{d\theta}}} \quad (16)$$

Если набор энергии за оборот равен 100 кэВ, то $\frac{d\gamma}{d\theta} = 1,6 \cdot 10^{-5}$ и $\Gamma = 2,3 \cdot 10^2$, или 36 оборотам.

Величина $|s|$ в (15) получена при следующих параметрах: B (113 см) = 12,8 кэ; $\epsilon = 0,21$; $n = 0,2$; $\epsilon' = 1,5 \cdot 10^{-4}$;

$$a_z = -29 \cdot 10^{-2}; \quad q = 0,2, \quad Q_z = 0,2 \quad (17)$$

Окончательно

$$|s| = 3,6 \delta_2 \quad (18)$$

Вычисления максимальной проекции спина протона на горизонтальную плоскость после прохождения второго резонанса при $R_2 = 259$ см и проектном наборе параметров

$$\begin{aligned} B(259 \text{ см}) &= 16,12 \text{ кэ}; & n &= 0,16; & \epsilon &= 0,1; \\ \epsilon' &= -2,1 \cdot 10^{-3}; & a_z &= -2,5 \cdot 10^{-2}; & q &= 0,216 \end{aligned} \quad (19)$$

дают

$$|s|_2 \approx 1,2 \delta_3 + 1,6 \delta_1 \quad (20)$$

Величины δ_1 , δ_2 и δ_3 следующим образом связаны с радиальными компонентами магнитного поля в средней плоскости:

$$B_{\rho_2} = 50 \delta_2 \quad (21)$$

для первого резонанса и

$$\frac{B_{\rho_3}}{B} = (-3,1 \cdot 10^{-4} \delta_3 e^{i\alpha_3} + 1,8 \cdot 10^{-3} \delta_1 e^{-i(\alpha_1 + \frac{R}{\lambda} - 163,5^\circ)}) \quad (22)$$

для второго.

Из (22) видно, что третья гармоника B_{ρ_3} определяется сложным образом первой и третьей гармониками искажения медианной поверхности. Поэтому B_{ρ_3} может быть малой, когда δ_1 и δ_3 немалы.

Таким образом, для того, чтобы измерить δ_3 , необходимо определить B_{ρ_1} и B_{ρ_3} на одном и том же радиусе.

Если предельные значения δ_1 , δ_2 и δ_3 взяты равными 0,1 см, что соответствует полной деполяризации, равной около 10%, то допуски на радиальные компоненты магнитного поля получаются следующими:

$$B_{\rho_2} (113 \text{ см}) = 5 \text{ э};$$

$$B_{\rho_3} (259 \text{ см}) = 2,3 \text{ э} \text{ и } B_{\rho_1} (259 \text{ см}) = 2,2 \text{ э}.$$

При этом соотношение фаз между входящими величинами было выбрано самым неблагоприятным.

Очевидно, что формирование магнитного поля с такой точностью представляет собой очень трудную задачу. Однако здесь имеется существенное облегчение, обусловленное тем, что область резонанса по радиусу весьма узка. Например, для второго резонанса она равна 0,5 мм. Такое шиммирование уже представляется реальным, и можно воспользоваться лишь узкими поясами шимм. При этом радиальная компонента в 1 э в центре зазора создается шиммой толщиной 1,4 мм, длиной 20 и шириной 2 см ^{/6/}.

§2. Деполяризация в системе вывода-пучка

Вывод ускоренных протонов из фазотрона осуществляется, согласно проекту, системой, состоящей из регенератора, возбуждителя и магнитного канала ^{/7/}. Однократное прохождение регенератора и возбуждителя может привести к горизонтальной компоненте спина, равной

$$|s| = (1 + 1,8 \gamma_m) \frac{n z_m}{R} \Delta \theta, \quad (23)$$

где $\Delta\theta = 0,2$ азимутальная протяженность неоднородности, $n = 8$;

$\gamma_m = 1,75$; $R = 270$ см, $z_m = 1,25 \times 1,5 = 1,9$ см — максимальная амплитуда свободных колебаний. Окончательно получаем: $|s| = 4,6 \cdot 10^{-2}$.

После N проходов неоднородной области возможная дэполяризация составит:

$$D_N = \frac{N^2 |s|^2}{2} \quad (24)$$

Зная распределение по числу проходов $f(N)$, находим

$$D = \int D_N f(N) dN \quad (25)$$

Число оборотов в выводной системе зависит от амплитуды радиальных колебаний, нарастание которых должно продолжаться до тех пор, пока не достигнет величины 3 см. После этого протон может попасть в магнитный канал. Прирост амплитуды при одном прохождении составляет $\xi = 0,5$ от величины самой амплитуды, откуда:

$$0,5 A_{N-1} = 3 \quad (26)$$

или

$$0,5 A_0 (1 + 0,5)^{N-1} = 3, \quad (27)$$

а

$$N = 5,4 - 5,7 \lg A_0 \quad (28)$$

Если принять, что распределение по амплитудам радиальных колебаний однородно, от 0,5 до 5 см, то

$$D = \frac{1}{2} \int |s|^2 N^2 f(N) dN = \frac{1}{2} |s|^2 \int_{0,5}^5 (5,4 - 5,7 \lg A_0)^2 \frac{dA}{4,5} \quad (29)$$

Прямые вычисления дают

$$D = 1,3 \cdot 10^{-2}$$

Если нижний предел интегрирования взять равным 0,2 см вместо 0,5 см, то $D_1 = 1,7 \cdot 10^{-2}$. Таким образом, значение D слабо зависит от нижнего предела.

Протоны, имеющие малые начальные амплитуды радиальных колебаний, не выводятся из ускорителя, и поэтому их вклад в деполяризацию не следует учитывать.

Вывод: деполяризация в системе регенератора и возбуждителя не превышает 2%.

Магнитный канал, как показано в работе [27], деполяризации не вносит.

§3. Заключение

Для ускорения поляризованных протонов в фазотроне с пространственной вариацией магнитного поля наибольшую опасность представляет первая гармоника искажений медианной поверхности на радиусе 259 см.

Для сохранения поляризации искажение не должно превышать величину в 1 мм, что эквивалентно допуску на первую гармонику радиальной компоненты в плоскости ускорения, равному 2 эрстед. Для настройки этой гармоники потребуются подвижные шиммы толщиной около 2 мм.

Авторы выражают благодарность В.С. Рыбалко за ценные советы, высказанные в обсуждениях.

Л и т е р а т у р а

1. M. Froissart et R. Stora. Nucl. Instr. Methods, 7, 297 (1960).
2. Ю.А. Плис, Л.М. Сороко. Препринт ОИЯИ, Р-1449 (1963).
3. Ю.А. Плис, Л.М. Сороко. Препринт ОИЯИ, Р-1502 (1964).
4. А.А. Глазов и др. Атомная энергия, 27, 1, 16 (1969).
5. Л.Л. Гольдин, С.В. Скачков, К.Н. Шорин. Магнитные измерения в ускорителях заряженных частиц. Госатомиздат (1962).
6. В.И. Данилов, О.В. Савченко. ПТЭ, №3, 17 (1956).
7. С.Б. Ворожцов и др. Препринт ОИЯИ, 9-3628 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
25 августа 1969 года.