

B-19

11/II - 69

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.



9 - 4223

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ,
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

Б.В.Василишин, Е.М.Кулакова, Л.М.Панченко,
Р.Н.Федорова

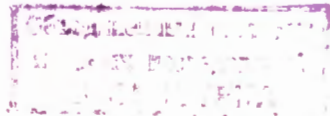
О МЕТОДЕ РАСЧЕТА
МЕДЛЕННОГО РЕЗОНАНСНОГО ВЫВОДА
ПРОТОННОГО ПУЧКА ИЗ СИНХРОФАЗОТРОНА
ОИЯИ

1968

9 - 4223

Б.В.Василишин, Е.М.Кулакова, Л.М.Панченко,
Р.Н.Федорова

О МЕТОДЕ РАСЧЕТА
МЕДЛЕННОГО РЕЗОНАНСНОГО ВЫВОДА
ПРОТОННОГО ПУЧКА ИЗ СИНХРОФАЗОТРОНА
ОИЯИ



4645/2 up

В в е д е н и е

В настоящей работе рассмотрен метод расчета медленного резонансного вывода протонов из синхрофазотрона ЛВЭ с использованием резонанса радиальных бетатронных колебаний $\nu_R = 1/2$. Для вывода пучка с высокой эффективностью необходимо детально исследовать особенности движения протонов в условиях резонанса с учетом реальных характеристик магнитного поля и структуры ускорителя. Подобного рода расчеты, как правило, выполняются на ЭВМ /1,2/. Медленный вывод протонов для синхрофазотрона рассчитывался на ЭВМ класса БЭСМ-3.

Схема медленного вывода, основанная на резонансе $\nu_R = 1/2$, предложена в работе /3/. Условия, необходимые для развития указанного резонанса, должны создаваться в наружной части рабочей области вакуумной камеры ускорителя /4/. Пучок, находящийся к началу вывода во внутренней невозмущенной части камеры, тем или иным способом медленно смещается в резонансную область. Медленный вывод является результатом резонансного нарастания амплитуд свободных колебаний и постепенного заброса протонов циркулирующего пучка в зазор септум-магнита. Длительность вывода определяется скоростью смещения равновесной орбиты. Протоны выводятся, таким образом, на протяжении $10^4 + 5 \cdot 10^5$ оборотов. В настоящей работе предполагается, что импульс протонов в течение вывода остается постоянным, а пучок будет смещаться наружу за счет медленного уменьшения магнитного поля ускорителя. В таблице 1 приведена зависимость показателя поля n от радиуса с резонансной добавкой Δn в I и II квадрантах и исходная зависимость n от радиуса в III и IV квадрантах. Резонансное возмущение Δn зани-

мает по радиусу область от $R = 2780$ см до $R = 2840$ см. При этих условиях средняя величина n за оборот составляет 0,79. Для ускорителя с 4-мя прямолинейными промежутками длиной L эта величина получается из выражения:

$$\nu_R = \frac{1}{2} = \sqrt{1-n} \left(1 + \frac{L}{\pi R_0}\right), \quad (1)$$

где $R_0 = 2800$ см - центральный радиус ускорителя. Измерения n и Δn были произведены при индукции 126000 гс с шагом 5 см. Предварительные аналитические расчеты показали, что величина $\Delta n = 0,3$ в указанной области (Таблица 1) достаточна для развития резонанса. Численные расчеты на ЭВМ подтвердили это.

Резонансные условия в синхрофазотроне ЛВЭ создаются с помощью 4-х проводников, расположенных на верхнем и нижнем полюсах I и II квадрантов ускорителя (рис. 1).

Нужно отметить, что обратные витки проводников 2 и 4 всегда замкнуты наружу от R_0 , а обратные витки проводников 1 и 3 могут быть замкнуты как внутрь от R_0 (в дальнейшем этот случай назван "поле 1"), так и наружу ("поле 2"). Септум-магнит для медленного вывода будет расположен так же, как и для быстрого, в прямолинейном промежутке между II и III квадрантами ускорителя. Край его зазора (септум) находится на расстоянии 20 см от продольной оси прямолинейного промежутка.

2. Постановка задачи и метод расчета

При моделировании медленного резонансного вывода протонов на ЭВМ по описанной выше схеме рассчитывалась только радиальная проекция траектории в магнитной медианной плоскости ускорителя ($Z = 0$, $V_R = 0$, $V_\phi = 0$), поскольку в данном случае вертикальных резонансов поблизости нет. Кроме того, подобный расчет потребовал бы на ЭВМ класса БЭСМ-4 слишком большой затраты времени.

Таблица 1

R (см)	I и II квад- рант $\frac{\pi + \Delta \pi}{n}$	III и IV квadrант π
2750	0,2	0,2
2255	0,36	0,36
2760	0,46	0,46
2765	0,52	0,52
2770	0,555	0,555
2775	0,59	0,59
2780	0,62	0,62
2785	0,65	0,635
2790	0,705	0,655
2795	0,78	0,67
2800	0,88	0,68
2805	0,995	0,695
2810	1,015	0,715
2815	1,03	0,73
2820	0,95	0,75
2825	0,875	0,765
2830	0,845	0,795
2835	0,85	0,835
2840	0,9	0,9
2945	0,975	0,975
2850	1,16	1,16

Зависимость от радиуса показателя поля π с резонансной добавкой $\Delta \pi$ в I и II квадрантах ускорителя и исходное распределение π в III и IV квадрантах.

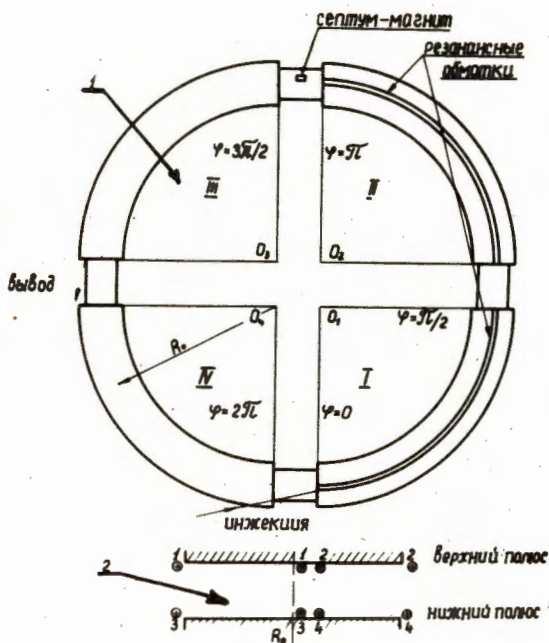


Рис.1. 1 - система полярных координат, расположение резонансной обмотки и септум-магнита при медленном выводе, 2 - проводники резонансной обмотки на верхнем и нижнем полюсах I и II квадрантов ускорителя.

Движение протонов в магнитном поле синхрофазотрона (при отсутствии ускорения) описывалось с помощью полных (нелинеаризованных) уравнений:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} - R \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 = \frac{e}{mc} R \frac{d\phi}{dt} B_z, \quad (2)$$

$$R \frac{d^2 \phi}{dt^2} + 2 \frac{dR}{dt} \cdot \frac{d\phi}{dt} = - \frac{e}{mc} \frac{dR}{dt} B_z,$$

здесь B_z - вертикальная компонента поля ускорителя, e и m - заряд и масса протона, c - скорость света, t - время, (R, ϕ) - полярные координаты. Центр полярной системы координат в каждом квадранте ускорителя совпадает с центром кривизны квадранта (рис. 1). Эффективная длина квадранта ускорителя по азимуту независимо от радиуса принималась равной $\pi/2$. Это является первым упрощением при расчетах. В действительности эффективная длина квадранта на центральном радиусе при индукции 126000 гс составляет $89^{\circ}52'$. Четыре прямолинейных промежутка ускорителя, длиной 800 см каждый, рассматривались как свободное пространство.

Для сокращения времени счета система уравнений (2) была заменена одним уравнением с интегрированием по ϕ :

$$R \frac{d^2 R}{d\phi^2} - 2 \left(\frac{dR}{d\phi} \right)^2 - R^2 = - \frac{B_z}{B_{z0}} \left[R^2 + \left(\frac{dR}{d\phi} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (3)$$

При получении этого уравнения использовано равенство $rc = -B_{z0} R_0$, где B_{z0} - вертикальная компонента поля на центральном радиусе R_0 .

Интегрирование по ϕ удобно также тем, что номера оборотов отсчитываются через 2π .

В промежутках между квадрантами значения R и $\frac{dR}{d\phi}$ пересчитывались с выхода предыдущего квадранта на вход следующего по формулам:

$$R_{ВХ.} = R_{ВЫХ} + \frac{dR_{ВЫХ}}{d\phi} \cdot \frac{800}{R_{ВЫХ}}$$

(4)

$$\frac{dR_{ВХ}}{d\phi} = \frac{dR_{ВЫХ}}{d\phi} + \left(\frac{dR_{ВЫХ}}{d\phi} \right)^2 \cdot \frac{800}{R_{ВЫХ}^2}$$

Как уже указывалось, смещение равновесной орбиты наружу производится за счет медленного уменьшения во времени основного поля ускорителя. Таким образом, основное поле во всем ускорителе будет функцией времени, добавочное поле в I и II квадрантах от времени не зависит. Поскольку изменение основного поля во времени мало ($\approx 10^{-3}$ гс/оборот), в первом варианте программы оно считалось постоянным в течение оборота и изменялось дискретно. В дальнейшем учитывалось изменение поля на каждом шаге интегрирования. И основное и добавочное поле считалось в данном расчете азимутально-однородным во всех квадрантах ускорителя (что является вторым упрощением), а по радиусу описывалось как функция $n(R)$ и $\Delta n(R)$. В случае зависимости показателя поля

$n = -\frac{dB_z}{dR} \cdot \frac{R}{B_z}$ от радиуса выражение поля через $n(R)$ и B_{z0} будет иметь вид

$$B_z(R, n) = B_{z0} e^{-\int_{R_0}^R \frac{n(R)}{R} dR} \quad (5)$$

С учетом изменения во времени (от оборота к обороту) поле в III и IV квадрантах будет:

$$B_z(R, n) = B_{z0} e^{-\int_{R_0}^R \frac{n(R)}{R} dR} (1 - \gamma N), \quad (6)$$

здесь $\gamma = \frac{dB_z}{dt} \frac{\tau}{B_{z0}}$ - безразмерная скорость изменения поля за оборот; τ - период обращения протона; N - номер оборота, отсчитываемый от начала смещения равновесной орбиты наружу. Первоначально была выбрана величина $B_z = 330$ гс/сек, при которой равновесная орбита

сместится, например, с $R = 2790$ см до $R = 2800$ см за 38 мсек. В этом случае $\gamma = \gamma_0 = 0,177 \cdot 10^{-7}$.

В I и II квадрантах ускорителя к основному полю добавится не зависящее от времени поле, создаваемое резонансными обмотками и также выраженное через B_{z0} :

$$B_z(R, n + \Delta n) = B_{z0} \left\{ e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} (1 - \gamma N) + \left(e^{-\int_{R_0}^R \frac{n + \Delta n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} \right) + A \right\}. \quad (7)$$

Слагаемое $A = e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n + \Delta n}{R} dR}$ вводится только для описания "поля 1". При расположении проводников в камере на радиусах 2805 и 2815 см $R_1 = 2810$ см, т.е. это та точка, где добавочное поле между проводниками равно нулю. Поскольку для удобства вычисления поля нижний предел интегрирования всегда выбран равным R_0 , необходимо вводить слагаемое A , чтобы $B_z(2810, n) = B_z(2810, n + \Delta n)$.

Как уже указывалось, перед началом вывода пучок будет смещен во внутреннюю часть камеры и равновесная орбита будет иметь некоторый радиус R_H . Это означает, что при $rc = -e B_{z0} R_0$ величина поля в начальный момент времени на R_H должна быть изменена в k раз, при этом мы исходим из равенства $B_{z0} R_0 = k R_H \bar{B}_z(R_H)$, где

$$\bar{B}_z(R_H) = \frac{B_z(n + \Delta n, R) + B_z(n, R)}{2} - \text{среднее поле на радиусе } R_H.$$

В окончательном виде поле в III и IV квадрантах

$$B_z(R, n) = k B_{z0} e^{-\int_{R_0}^R \frac{n(R)}{R} dR} (1 - \gamma N), \quad (8)$$

в I и II квадрантах

$$B_z(R, n + \Delta n) = k B_{z0} \left\{ e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} (1 - \gamma N) + \left(e^{-\int_{R_0}^R \frac{n + \Delta n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} \right) + A \right\}. \quad (9)$$

Для случая "поля 2" B_z в I и II квадрантах описывается выражением:

$$B_z(R, n + \Delta n) = B_{z0} k \left\{ e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} (1 - \gamma N) + e^{-\int_{R_0}^{R + \Delta n} \frac{n + \Delta n}{R} dR} - e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR} \right\} / C. \quad (10)$$

Здесь $C = e^{-\int_{R_0}^{R_2} \frac{\Delta n}{R} dR}$. В данном случае R_2 соответствует внутреннему радиусу ускорителя, начиная с которого $\Delta n = 0$. Деление $B_z(R, n + \Delta n)$ на величину C приводит к равенству полей $B_z(R, n + \Delta n)$ и $B_z(R, n)$ во внутренней части камеры. На рис. 2 приведено распределение $B_z(R)$ в III и IV квадрантах (кривая А) и в I и II квадрантах для "поля 1" (кривая 1) и "поля 2" (кривая 2) при величине $\Delta n = 0,3$. Как видно из этих кривых, в случае "поля 1" во внутренней части камеры существует первая гармоника азимутальной асимметрии, амплитуда которой зависит от радиуса. Например, на $R = 2790$ см амплитуда этой гармоники составляет 0,148% от B_{z0} .

Описание программы

Программа для расчета медленного вывода составлялась с учетом требования использования минимального времени счета при удовлетворительной точности результатов. Поэтому для вычисления B_z по формулам (8), (9) и (10) были предварительно получены функции $f_1 = e^{-\int_{R_0}^R \frac{n}{R} dR}$ и $f_2 = e^{-\int_{R_0}^R \frac{\Delta n}{R} dR}$ в виде таблиц с шагом 0,2 см. Таблицы функций f_1 и f_2 получены с абсолютной точностью 10^{-10} . Текущие значения f_1 и f_2 в процессе интегрирования находились линейной интерполяцией, что обеспечивало необходимую точность вычислений (значения f_1 и f_2 , полученные квадратичной интерполяцией, отличались от соответствующих значений f_1 и f_2 , полученных линейной интерполяцией, меньше, чем на $10^{-6}\%$). Аналитическое представление f_1 и f_2 в виде рядов оказалось нецелесообразным из-за увеличения времени счета.

На рис. 3 приведена блок-схема программы медленного вывода (программа 888). Интегрирование уравнения (3) производится методом Рунге-Кутта (СП-0045). В соответствии с этим программа состоит из 2-х основных частей: блок вычисления правой части уравнения F и блок

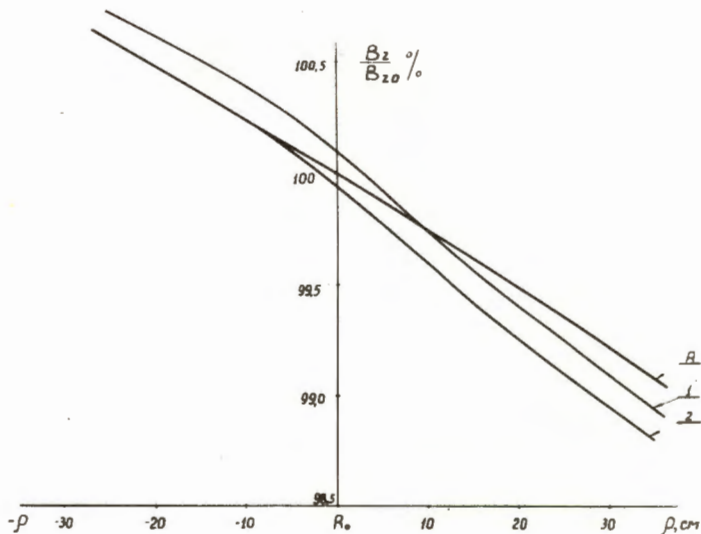


Рис.2. Зависимость B_z / B_{z0} от радиуса в квадрантах III и IV (кривая A), в квадрантах I и II при "поле 1" (кривая 1) и при "поле 2" (кривая 2). По оси абсцисс отложено расстояние $\frac{B_z}{B_{z0}} \rho$ от центрального радиуса ускорителя, по оси ординат — $\frac{B_z}{B_{z0}}$ в процентах.

обработки результатов Φ , с которыми взаимодействует СП-0045. В зависимости от значения азимута ϕ V_z вычисляется по формуле (8) для III и IV квадрантов и формулам (9) или (10) – для I и II квадрантов. Величины k , $A = e^{-\int_{R_0}^{R_1} \frac{\Delta n + n}{R} dR}$ и $C = e^{-\int_{R_0}^{R_2} \frac{\Delta n}{R} dR}$ выведены в начальные условия. Изменяя k , мы задаем различные начальные положения равновес-

ной орбиты. Полагая $C=1$ и задавая A , получаем "поле 1". Для перехода к "полю 2" необходимо положить $A=0$ и задать C .

Зависимость поля от времени определяется множителем $(1 - \gamma N)$ или $(1 - \gamma \Phi)$, где $\Phi = 2\pi N + \phi$ – полный угол от начала счета, ϕ – текущий угол от начала $N+1$ оборота. В блоке F величина $\gamma \Phi$ получается как сумма $\gamma^{(1)} + \gamma^{(2)} + \frac{\phi - \phi_2}{2\pi} \gamma$. Здесь $\gamma_1 = \gamma N$ – относительное изменение поля за предыдущие N полных оборотов; $\gamma^{(2)} = \gamma \cdot \frac{\phi_2}{2\pi}$ – относительное изменение поля от начала текущего оборота (ϕ_2 – счетчик угла от начала оборота); $\frac{\phi - \phi_2}{2\pi} \cdot \gamma$ – относительное изменение поля на длине текущего шага интегрирования. Нужно отметить, что хотя результаты расчетов со ступенчатым и непрерывным изменением поля существенно не отличаются, в настоящее время нами используется последний метод.

Расчет движения протонов начинается с азимута $\phi = 0$, соответствующего входу в I квадрант. В качестве начальных условий для каждого протона задаются R и $\frac{dR}{d\phi}$ на этом азимуте. На каждом шаге интегрирования проверяется условие $\phi < \pi/2$ (см. блок-схему программы). Нарушение этого условия означает выход на конец квадранта. Чтобы обеспечить точный выход шага интегрирования задаются кратными $\pi/2$. Поскольку расчет вывода длительностью до нескольких десятков мсек требует на ЭВМ класса БЭСМ-3 (или 4) большого времени, была применена следующая методика. Уменьшение магнитного поля, т.е. смещение орбиты наружу производится с 2-мя разными скоростями γ_1 и γ_2 . Во внутренней части камеры орбита смещается с некоторой достаточно большой скоростью γ_1 . По достижении заданного радиуса R_1 или номера оборота $N_{огр}$, включается вторая меньшая скорость. Для этого в блоке Φ на азимуте π производится проверка условия

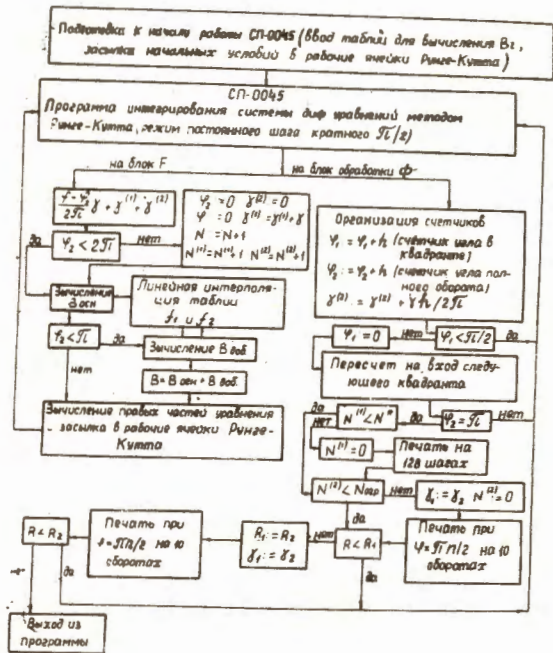


Рис.3. Блок-схема программы медленного вывода.

$R > R_1$ и $N^{(2)} > N_{\text{огр.}}^x$). Величины γ_1, γ_2, R_1 и $N_{\text{огр.}}$ выведены в начальные условия. При расчетах с 2-мя величинами γ_1 и γ_2 предварительно было проверено, что при движении пучка во внутренней части камеры число оборотов обратно пропорционально γ . Например, чтобы достигнуть $R = 2800$ см частице требуется сделать 413 оборотов при $\gamma = 100 \gamma_0$ и 4134 оборота - при $\gamma = 10 \gamma_0$. На основании этого полное число оборотов считается как $N = N_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} + N_2$, где N_1 и N_2 - число оборотов, пройденных частицей со скоростью γ_1 и γ_2 соответственно. В программе предусмотрена печать участков траектории на каждом шаге интегрирования на протяжении 128 шагов через каждые N^* оборотов. Число N^* также выведено в начальные условия. Расчет траектории заканчивается после того, как отклонение протона достигает $R > R_2 = 2820$ см, т.е. протон попадает в зазор септум-магнита. При этом печатаются величины N, R и $\frac{dR}{d\phi}$ на концах квадрантов на протяжении последних 10 оборотов. Предусмотрена возможность прерывания счета с выводом на перфорацию всех параметров, необходимых для его продолжения.

Существенным является вопрос о выборе шага интегрирования. Наиболее удобно было бы воспользоваться режимом работы СП-0045 с автоматическим выбросом шага по заданной точности, однако это существенно увеличивает время счета. Поэтому был выбран режим с постоянным шагом. Для выбора оптимальной величины шага одна и та же траектория интегрировалась с разными шагами и результаты сравнивались. При шаге интегрирования $\pi/32$ после 3000+4000 оборотов глубина заброса отличалась на 1 см, а угол на $\sim 0,04$ мрад по сравнению с результатами, полученными при шаге $\pi/64$, т.е. $\pi/32$ обеспечивает приемлемую точность. Все основные расчеты производятся с шагом $\pi/32$. При этом на расчет одного оборота требуется 1,1 сек. Однако каждый раз при переходе к иной конфигурации поля следует проверять, достаточную ли точность обеспечивает шаг $\pi/32$.

x) Для организации сравнения числа оборотов с N^* (см. ниже) и с $N_{\text{огр.}}$ необходимы, кроме основного счетчика полного числа оборотов N , еще два вспомогательных счетчика оборотов $N^{(1)}$ и $N^{(2)}$.

Детальные численные расчеты, проведенные описанным выше методом, позволяют произвести анализ движения протонов для длительности вывода до 20 мсек и более.

В настоящее время программа медленного вывода используется для выбора оптимального начального положения равновесной орбиты, размещения проводников в камере, величины и формы поля.

В заключение авторы пользуются случаем поблагодарить Л. Закаменскую за участие в составлении первого варианта программы.

Л и т е р а т у р а

1. J.W.Beniot, K.B.Conner, J.Kirchgessner, F.C.Shoemaker. *Proceeding of the First National Particle Accelerator Conference, Washington, 1965-IEE Nuc.Sc.Trans., vol. NS-12, no 3, 962 (1965).*
2. M.Q.Barton. *BNL, AADD-86 1965.*
3. К.П. Мызников. *Препринт ОИЯИ Р-2537, Дубна, 1966.*
4. H.G.Hereward. *Доклад на международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963.*

Рукопись поступила в издательский отдел

25 декабря 1968 года.