ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

9 - 3560

В.И. Данилов, М. Ианович

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НАМАГНИЧЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ И КОЛЬЦЕВЫХ ШИММ С УЧЕТОМ ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1967.

9 - 3560

В.И. Данилов, М. Ианович

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НАМАГНИЧЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ И КОЛЬЦЕВЫХ ШИММ С УЧЕТОМ ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Направлено в Nucl. Instr. and Meth.

Введение

Расчёт магнитного поля от намагниченных тел в предположении равномерного намагничивания их объема по направлению внешнего однородного поля используется в технике формирования магнитных полей для ускорителей заряженных частиц и дает хорошее согласие с экспериментом /2÷7/.

Однако отсутствие численных критериев точности и границ применимости метода равномерного намагничивания является его существенным недостатком.

Более точные расчёты магнитного поля от намагниченных неэллипсоидальных тел можно сделать, если воспользоваться методикой, развитой в работе /1/.

Общее выражение скалярного потенциала для намагниченного тела произвольной формы в прямоугольной системе координат имеет вид

$$\Psi = \Psi_1 + \left(\frac{M}{H_0}\right)\Psi_2 + \left(\frac{M}{H_0}\right)^2 \Psi_3 + \dots , \qquad (1)$$

где M – намагниченность элемента объема, H_0 – напряженность внешнего намагничивающего поля. Если предполагать, что H_0 имеет только одну компоненту H_{0z}, то

$$\Psi_1 = \int_{v'} \frac{z' - z}{|\bar{r}' - \bar{r}|^3} dv' \qquad (2)$$

$$\Psi_2 = \int_{v'} \frac{\frac{\partial \Psi_1}{\partial x'}(x'-x) + \frac{\partial \Psi_1}{\partial y'}(y'-y)}{|\bar{r}' - \bar{r}|^3} \, dv' , \tag{3}$$

где $\bar{r}'$ и $\bar{r}$ -векторы положения элементарного объема и точки наблюдения.

В случае цилиндрического секториального кольца (см.рис.1) скалярный потенциал в первом и втором приближениях имеет вид[8]

$$\Psi_1 = \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\phi_0}^{\phi_0} d\phi' \int_{R_1}^{R_2} r'dr' \int_{-h}^{h} \frac{dz'}{[(z'-z)^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos(\phi'-\phi)]^{1/2}} \tag{4}$$

$$\Psi_2 = \int_{-\phi_0}^{\phi_0} d\phi' \int_{R_1}^{R_2} r'dr' \int_{-h}^{h} dz' \left\{ \frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} \cdot \frac{r' - r\cos(\phi'-\phi)}{[(z'-z)^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos(\phi'-\phi)]^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{r'^2} \cdot \frac{\Psi_1}{\partial\phi'} \cdot \frac{r'r\sin(\phi'-\phi)}{[(z'-z)^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos(\phi'-\phi)]^{3/2}} \right\} \tag{5}$$

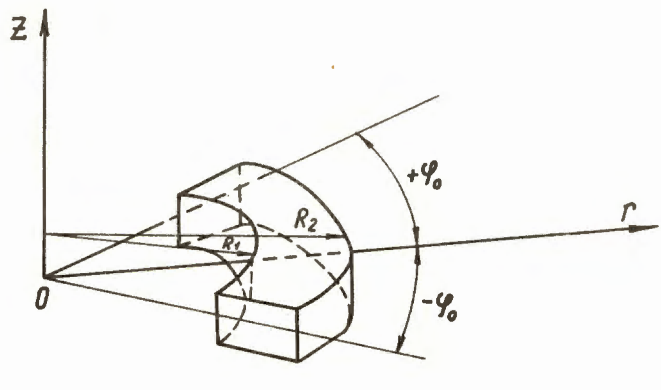


Рис. 1

В таком виде соотношения (4) и (5) являются сложными не только для анализа, но и для проведения численных расчётов на ЭВМ. Однако для цилиндра и кольцевой шиммы x/, как наиболее простых цилиндрических конфигураций, можно, используя ЭВМ, рассчитать вклад второго приближения и оценить, таким образом, точность первого приближения при расчёте составляющих поля от цилиндров и кольцевых шимм, когда намагниченность их объема близка при насыщении к предельной величине M_s .

1.Постановка задачи

В случае цилиндра пределы интегрирования для выражения (5) будут $\phi = 0$, $\phi_0 = \pi$, $R_1 = 0$, $R_2 = R$. Тогда, во втором приближении, выражение скалярного потенциала для точек наблюдения внутри цилиндра имеет вид

$$\Psi_2(r,z) = 2\int_0^{\pi} d\phi' \int_0^{R} r'dr' \left\{ \int_0^{z} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} \cdot \frac{(r' - r\cos\phi')\,dz'}{[(z-z')^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\phi']^{3/2}} + \right.$$

$$\left. + \int_z^{2h} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} \cdot \frac{(r' - r\cos\phi')\,dz'}{[(z'-z)^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\phi']^{3/2}} \right\}, \tag{6}$$

где

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} = -2\pi R \int_0^{\infty} \left(e^{-z'\lambda} - e^{-(2h-z')\lambda} \right) J_1(\lambda r')\, J_1(\lambda R)\, d\lambda , \tag{7}$$

а $J_1(\lambda r')$, $J_1(\lambda R)$ –функции Бесселя первого рода.

Выражение (7) получается при дифференцировании по r' скалярного потенциала Ψ_1 в первом приближении /1/ (система координат перенесена на нижнее основание цилиндра).

---

x/ Кольцевая шимма рассматривается как разность соответствующих цилиндров радиусов R_2 и R_1 .

Следует отметить, что выражение Ψ_1 в уравнении (7) отличается от соответствующего выражения скалярного потенциала Ψ_1 из работы/1/ тем, что координаты точек наблюдения внутри намагниченного цилиндра, рассчитываемого в первом приближении, заменены на координаты элементарных объемов, т.е. $z \to z'$, $r \to r'$, ибо при рассмотрении во втором приближении само намагниченное тело становится источником поля.

Из выражения (1) для магнитного поля имеем

$$H_z(r,z) = H_z^{(1)}(r,z) + \frac{M}{H_0} H_z^{(2)}(r,z) + \dots, \tag{8}$$

где добавка к полю во втором приближении определяется как

$$H_z^{(2)}(r,z) = -\frac{M}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{\partial \Psi_2(r,z)}{\partial z} = -\frac{M}{2\pi\mu_0} \int_0^{\pi} d\phi' \int_0^{R} r'\,dr' \times$$

$$\times \left\{ \int_0^{z} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} \cdot \frac{-3(z-z')(r'-r\cos\phi')\,dz'}{[(z-z')^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\phi']^{5/2}} + \int_z^{2h} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} \cdot \frac{3(z'-z)(r'-r\cos\phi')\,dz'}{[(z'-z)^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\phi']^{5/2}} \right\} = \tag{9}$$

$$= \frac{3M}{2\pi\mu_0} \int_0^{\pi} d\phi' \int_0^{R} r'\,dr' \int_0^{2h} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} \cdot \frac{(z-z')(r'-r\cos\phi')\,dz'}{[(z-z')^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\phi']^{5/2}}.$$

Для функции $\frac{\partial \Psi_1}{\partial r'}$ можно записать/9/, что

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial r'} = -\frac{2\pi R}{\pi\sqrt{Rr'}} \left\{ Q_{1/2}\left[\frac{z'^2 + r'^2 + R^2}{2Rr'} \right] - Q_{1/2}\left[\frac{(2h-z') + r'^2 + R^2}{2Rr'} \right] \right\}, \tag{10}$$

где $Q_{1/2}(x)$ – сферическая функция Лежандра второго рода с полуцелым индексом.

Если воспользоваться представлением функции Лежандра второго рода в виде гипергеометрического ряда /9/, то

$$\frac{\partial\Psi_1}{\partial r'} = -\pi R^2 r' \left\{ \frac{F\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \left[\frac{2Rr'}{z'^2+r'^2+R^2}\right]^2\right)}{\left[z'^2+r'^2+R^2\right]^{3/2}} - \right. \tag{11}$$

$$\left. - \frac{F\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \left[\frac{2Rr'}{(2h-z')^2+r'^2+R^2}\right]^2\right)}{\left[(2h-z')^2+r'^2+R^2\right]^{3/2}} \right\}.$$

С учётом (11) выражение (9) можно записать как

$$H_z^{(2)}(r,z) = -\frac{3MR^2}{2\mu_0}\int_0^R r'^2 dr' \int_0^{2h} (z-z') \left\{ \frac{F\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \left[\frac{2Rr'}{z'^2+r'^2+R^2}\right]^2\right)}{\left[z'^2+r'^2+R^2\right]^{3/2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{F\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \left[\frac{2Rr'}{(2h-z')^2+r'^2+R^2}\right]^2\right)}{\left[(2h-z')^2+r'^2+R^2\right]^{3/2}} \right\} dz' \times \tag{12}$$

$$\times \left\{ r'\int_0^{\pi} \frac{d\phi'}{A^{5/2}} - r\int_0^{\pi} \frac{\cos\phi'\, d\phi'}{A^{5/2}} \right\},$$

где

$$A = (z-z')^2 + r'^2 + r^2 - 2r'r\cos\phi'.$$

Производя несложные преобразования, получим для вертикальной составляющей $H_z^{(2)}(r,z)$ магнитного поля во втором приближении, что

$$H_z^{(2)}(r,z) = \frac{M}{\mu_0}\Big\{ \frac{1}{2}\int_0^1 \rho\, d\rho \int_0^q \frac{(\epsilon-\xi)\,d\xi}{[(\rho+\zeta)^2+(\epsilon-\xi)^2]^{3/2}[(\rho-\zeta)^2+(\epsilon-\xi)^2]} \times$$

$$\times \Big[\frac{[\rho^2+\zeta^2+(\epsilon-\xi)^2]^2+12\rho^2\zeta^2}{(\rho-\zeta)^2+(\epsilon-\xi)^2}E(k) - [\rho^2+\zeta^2+(\epsilon-\xi)^2]K(k)\Big] \times$$

$$\times\Big[\frac{F\left(\frac{5}{4},\frac{3}{4};\frac{7}{4};\left[\frac{2\rho}{\xi^2+\rho^2+1}\right]^2\right)}{[\xi^2+\rho^2+1]^{3/2}} - \frac{F\left(\frac{5}{4},\frac{3}{4};\frac{7}{4};\left[\frac{2\rho}{(q-\xi)^2+\rho^2+1}\right]^2\right)}{[(q-\xi)^2+\rho^2+1]^{3/2}}\Big] - \qquad (13)$$

$$-\int_0^1 \rho^3 d\rho \int_0^q \frac{(\epsilon-\xi)\,d\xi}{[(\rho+\zeta)^2+(\epsilon-\xi)^2]^{3/2}[(\rho-\zeta)^2+(\epsilon-\xi)^2]}\Big[4\,\frac{\rho^2+\zeta^2+(\epsilon-\xi)^2}{(\rho-\zeta)^2+(\epsilon-\xi)^2}E(k) -$$

$$-K(k)\Big]\Big[\frac{F\left(\frac{5}{4},\frac{3}{4};\frac{7}{4};\left[\frac{2\rho}{\xi^2+\rho^2+1}\right]^2\right)}{[\xi^2+\rho^2+1]^{3/2}} - \frac{F\left(\frac{5}{4},\frac{3}{4};\frac{7}{4};\left[\frac{2\rho}{(q-\xi)^2+\rho^2+1}\right]^2\right)}{[(q-\xi)^2+\rho^2+1]^{3/2}}\Big]\Big\},$$

где

$$\rho = \frac{r'}{R}; \quad \xi = \frac{z'}{R}; \quad \epsilon = \frac{z}{R}; \quad q = \frac{2h}{R}; \quad \zeta = \frac{r}{R}, \qquad (14)$$

а $E(k)$, $K(k)$ – полные эллиптические интегралы второго и первого рода, где

$$k^2 = \frac{4\rho\zeta}{(\rho+\zeta)^2+\xi^2}.$$

Выражение (13) справедливо как внутри, так и вне намагниченного цилиндра.

Дальнейшее интегрирование соотношения (13) оказалось невозможным, поэтому вклад второго приближения был численно рассчитан с помощью ЭВМ для разных значений R, $2h$, z и r.

Следует отметить, что строгий расчёт поля $H_z^{(2)}(r,z)$ внутри намагниченного цилиндра на его оси невозможен, так как в точке $\rho=\zeta$ и $\xi=\epsilon$ выражение (13) имеет особенность, которую нельзя устранить при численном расчёте на ЭВМ. Поэтому при расчёте магнитного поля на оси цилиндра вырезался очень тонкий цилиндр ($\frac{R_1}{R_2} = 10^{-2}$) и фактически рассчитывалось поле на оси цилиндрического кольца. В этом случае интегралы по ρ из (13) имеют пределы 10^{-2} и 1.

2. Результаты

На рис. 2 показано поле во втором приближении внутри полубесконечного цилиндра на его оси, а на рис. 3 и 4 сопоставлены первое приближение и сумма первого и второго при $\frac{M}{H_0} = 0{,}1$ на оси цилиндров полубесконечной и конечной высоты, соответственно[x/].

Распределение вертикальной составляющей магнитного поля на оси цилиндров разной высоты (q = 1,2,4,20) вне объемов с учётом второго приближения представлено на рис. 5 и 6. Пунктиром для сравнения дано поле в первом приближении, расчёт которого производился на следующей формуле

$$H_z^{(1)}(r,z) = \frac{M}{2\mu_0}\left\{ \gamma \int_0^R \frac{r'}{[\gamma^2 + r'^2 + r^2]^{3/2}} F\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}; 1; \left[\frac{2r'r}{\gamma^2 + r'^2 + r^2}\right]^2\right) dr' \right\}\Bigg|_{\gamma_1}^{\gamma_2} \quad (15)$$

где $\gamma_1 = -z$ и $\gamma_2 = 2h - z$ (система координат на нижнем основании цилиндра).

Точность проведенных расчётов распределения поля на оси цилиндров с помощью ЭВМ (рис. 2,3,4,5,6) можно оценить из сопоставлений поля во втором приближении при $z = 0$ для цилиндров полубесконечной высоты в нашем случае $H_z^{(2)}(0,0) = 1{,}244\ M$ и аналитического расчёта, проведенного в работе /1/, для той же точки $H_z^{(2)}(0,0) = 1{,}180\ M$.

На рис. 7 показан график изменения вертикальной составляющей магнитного поля H_z в зависимости от радиуса для цилиндра конечной высоты в непосредственной близости к его основаниям ($q = 4$, $\frac{z}{2h} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$) , а на рис. 8,9,10,11 – в плоскости $z = \mathrm{const}$, более удаленной от основания цилиндров.

На рис. 13,14,15,16,17 показаны графики изменения вертикальной составляющей магнитного поля H_z в зависимости от радиуса для кольцевых шимм разной высоты (q =2,4,20).

[x/] В действительности поле внутри рассматриваемых образцов направлено противоположно внешнему намагничивающему полю.

Из анализа приведенных кривых следует, что:

1) для полубесконечного цилиндра максимальный вклад на оси цилиндра внутри его объема составляет 66% при $z = 2R$. На основании цилиндра $z = 0$ второе приближение при расчёте составляющей магнитного поля $H_z^{(2)}(0,0)$ составляет относительно первого 25%; 2) для цилиндров конечной высоты при $r = 0$ максимальная поправка к первому приближению составляет 39% для цилиндра с $q = 2$ и при $z = +h$, а для более вытянутых цилиндров $(q > 2)$ поправка значительна при $z = 0$ (25% для цилиндра $q = 20$) и стремится к нулю при $z \to h$; 3) вне цилиндров поправка к полю $H_z(r,z)$ от второго приближения существенна в пространстве, непосредственно прилегающем к основаниям и боковой стороне цилиндра; 4) при расчёте поля $H_z(r,z)$ при $z = h$ и $r > R$ (в средней плоскости цилиндра) для цилиндра, у которого $q = 1$, второе приближение максимально и составляет 24%. Для цилиндра $q = 2$ поправка от второго приближения составляет 13%, а для вытянутых цилиндров $(q \geq 4)$ вклад второго приближения уменьшается, и им можно пренебречь. Во всех случаях (см.рис. 12) при расчёте поля от намагниченных цилиндров вне их объема в средней плоскости $z = h$ вклад второго приближения уменьшается с радиусом.

Как показывают расчёты, необходимо учитывать второе приближение при расчёте составляющих поля $H_z(r,z)$ от намагниченных цилиндров и кольцевых шимм в следующих областях пространства:

1) для цилиндров и кольцевых шимм, у которых $1 < \frac{2h}{R} < 10$ в плоскостях, удаленных от оснований цилиндра на расстояние $z \leq h$, и для координат точек наблюдения $r \leq 2R$;

2) для вытянутых цилиндров и кольцевых шимм $\left(\frac{2h}{R} > 10\right)$ только на оси и плоскостях, удаленных от оснований на расстояние $z \leq 0{,}2\,h$.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Н.Ю.Ширикову за помощь в составлении программ при проведении численных расчётов на ЭВМ.

Литература

1. R.J.Joseph and E.Schlomann – Demagnetising field in nonellipsoidal bodies – J.Appl. Phys. 36, 1579 (1965).

2. В.И.Данилов, О.В.Савченко. Метод фокусировки заряженных частиц от ускорителей. ПТЭ, 1959, №3, 17-20.

3. В.И.Данилов, Н.Л.Заплатин, В.С.Рыбалко, Л.А.Саркисян. Формирование аксиально-симметричных магнитных полей, Препринт ОИЯИ, Р-344, Дубна, 1959.
4. В.И.Данилов, Н.Л.Заплатин, В.С.Рыбалко, Л.А.Саркисян. Формирование периодических магнитных полей с помощью криволинейных шимм. Препринт ОИЯИ, Р-409, Дубна, 1959.
5. А.А.Глазов, Ю.Н.Денисов, В.П.Джелепов, В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, Н.Л.Заплатин, В.В.Кольга, М.М.Комочков, А.А.Кропин, М.А.Гашев, И.Ф.Малышев, Н.А.Моносзон, А.В.Покрович. Релятивистский протонный циклотрон на энергию 700 Мэв. Труды международной конференции по ускорителям. Дубна, 1963, 547.
6. В.П.Дмитриевский, Н.Л.Заплатин, В.С.Рыбалко, Л.А.Саркисян. Магнитное поле релятивистского протонного циклотрона на энергию 700 Мэв. Труды международной конференции по ускорителям. Дубна, 1963, стр. 556.
7. T.Kohane, E.Schlomann and R.I.Joseph – J.Appl. Phys. Suppl. 36, 1267 (1965).
8. В.И.Данилов, М.Ианович. Магнитное поле равномерно намагниченных объемов цилиндрической конфигурации. Препринт ОИЯИ, Р9-3542, Дубна, 1967.
9. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Ф.М., Москва, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 октября 1967 года.

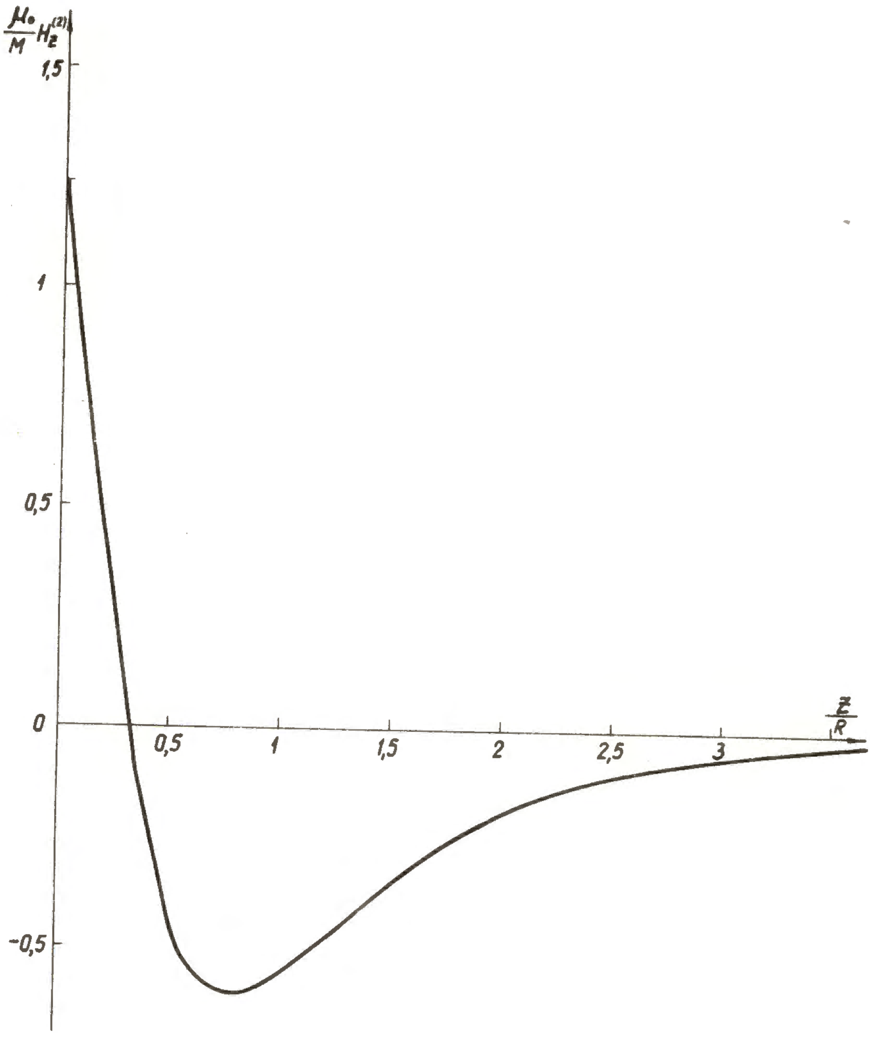


Рис.2.

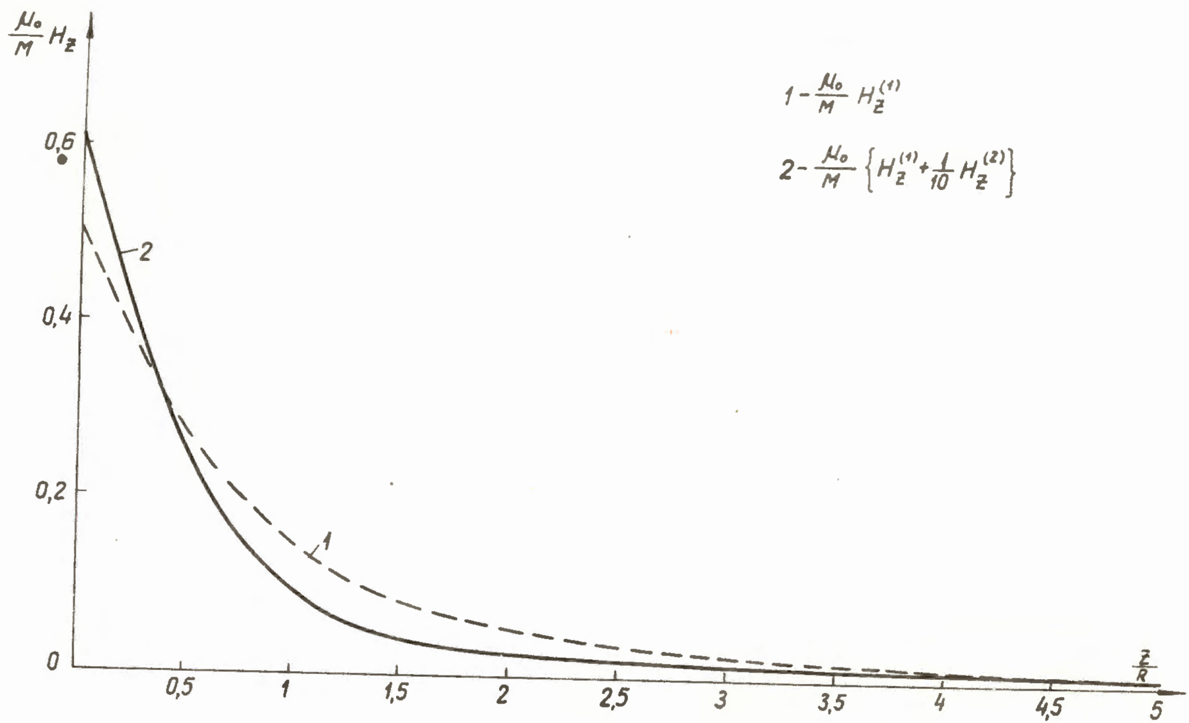

$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,6
0,4
0,2
0
2
1
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
$\frac{z}{R}$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$

Рис.3

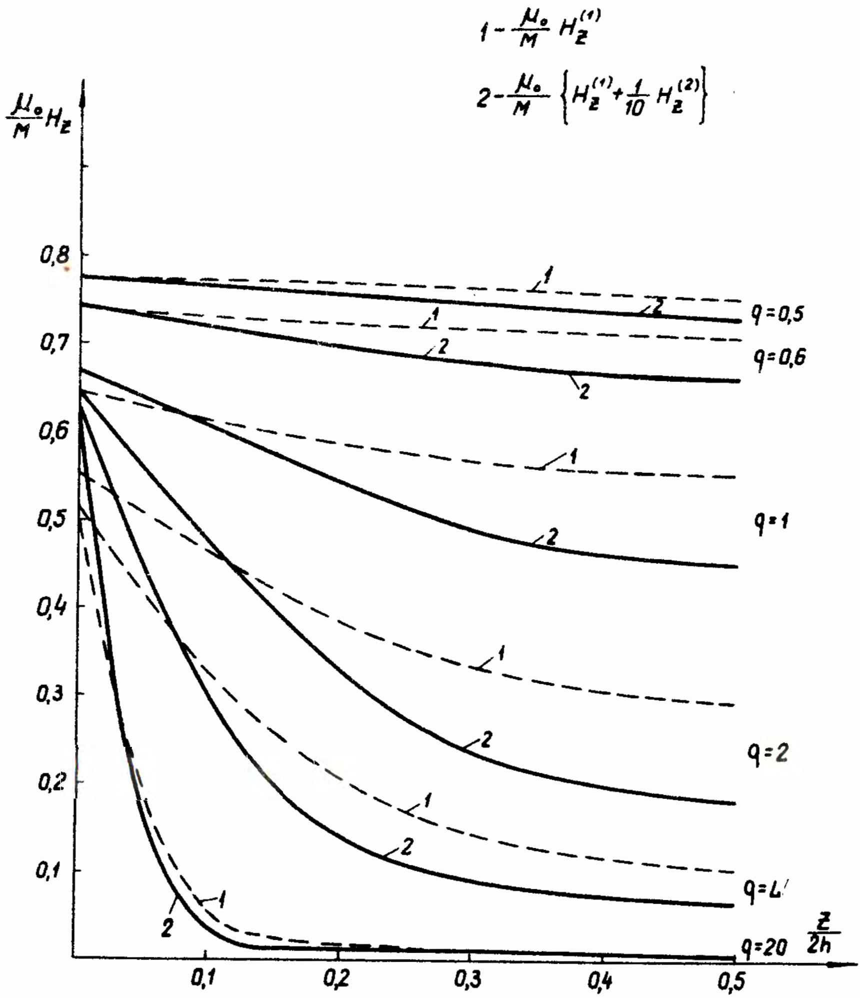

$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
$\frac{z}{2h}$
q=0,5
q=0,6
q=1
q=2
q=20

Рис.4.

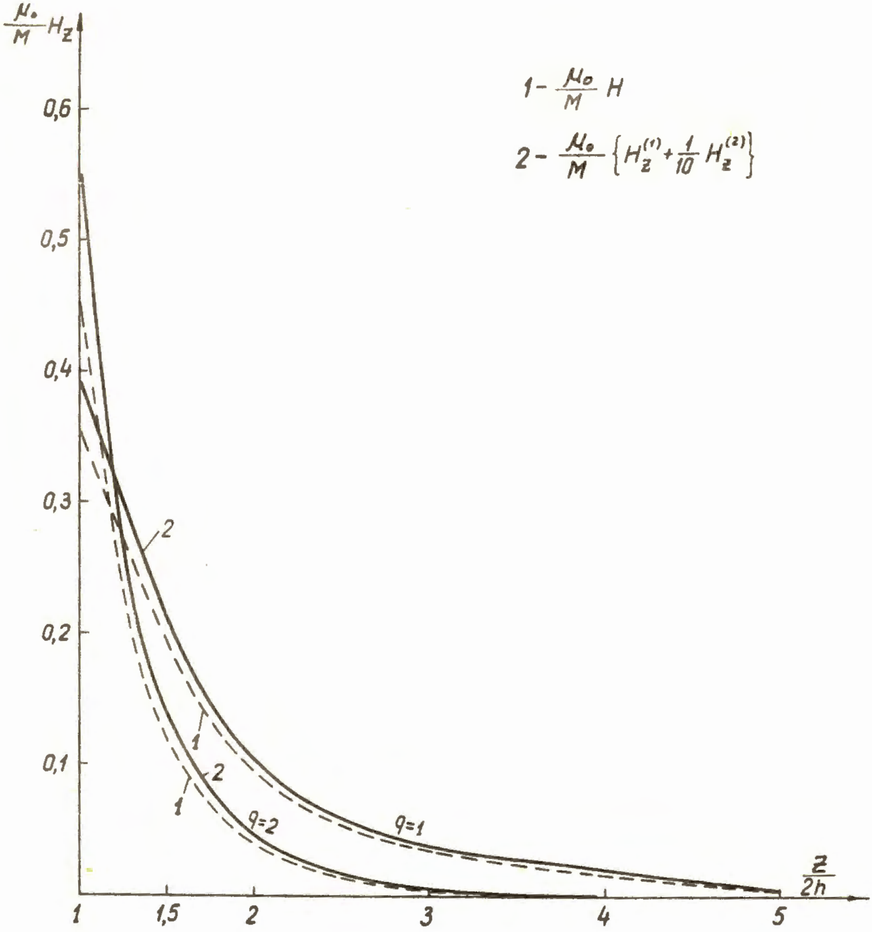

$\frac{\mu_0}{M} H_z$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
2
1
2
1
q=2
q=1
$\frac{z}{2h}$
1
1,5
2
3
4
5

Рис.5.

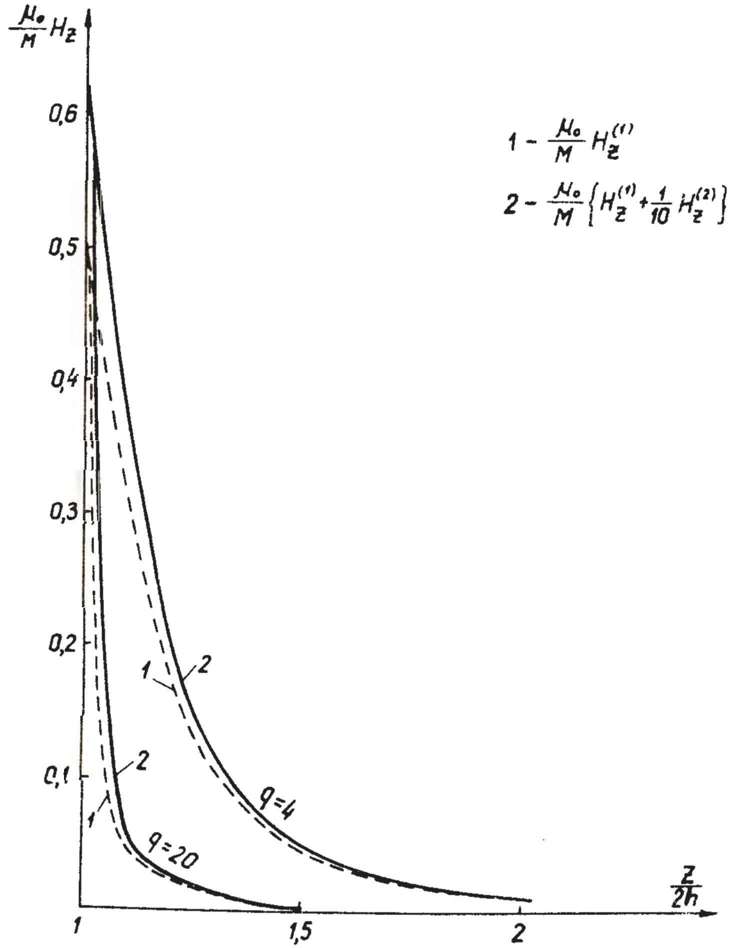


Рис.6.

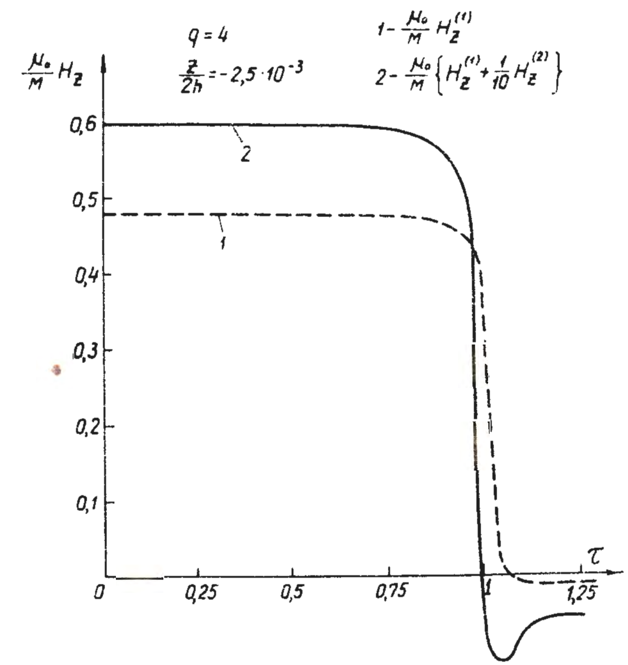


Рис.7.

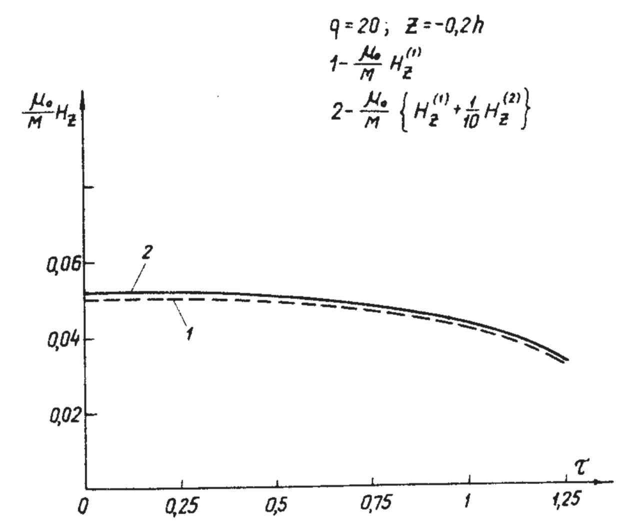
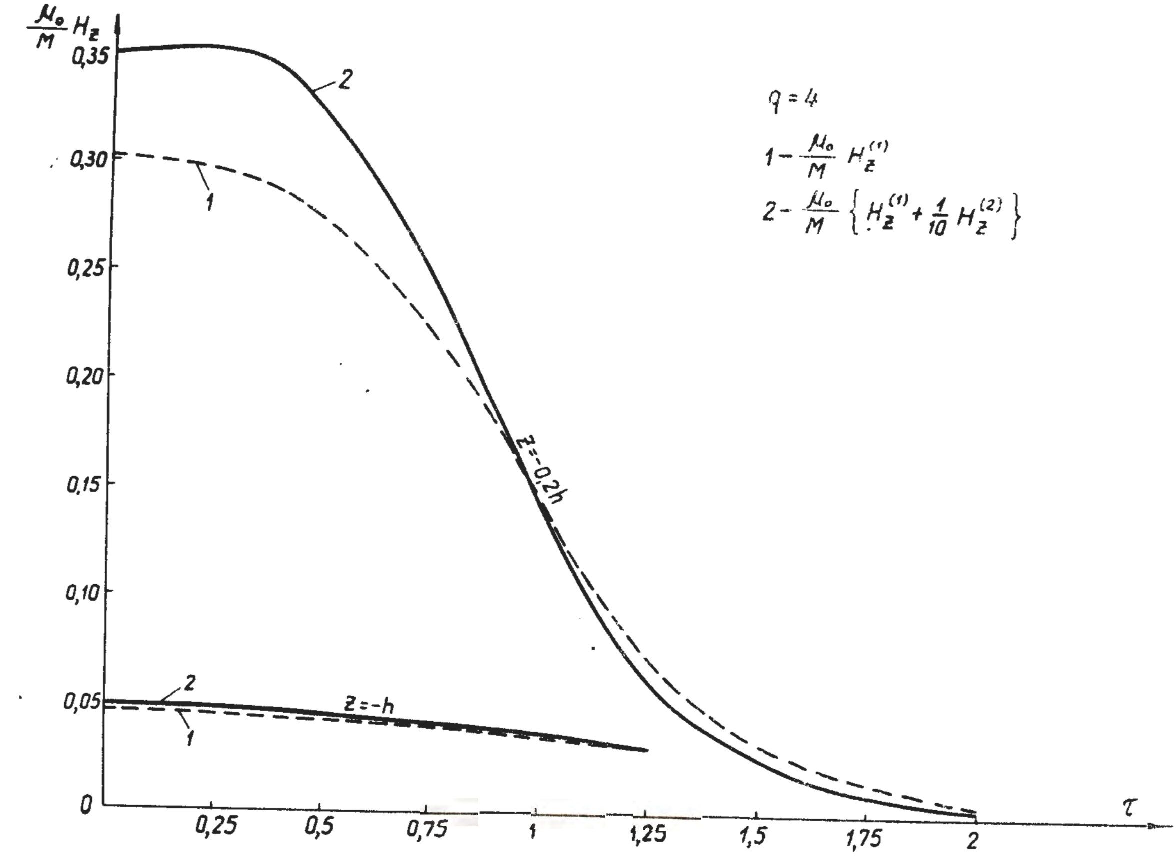
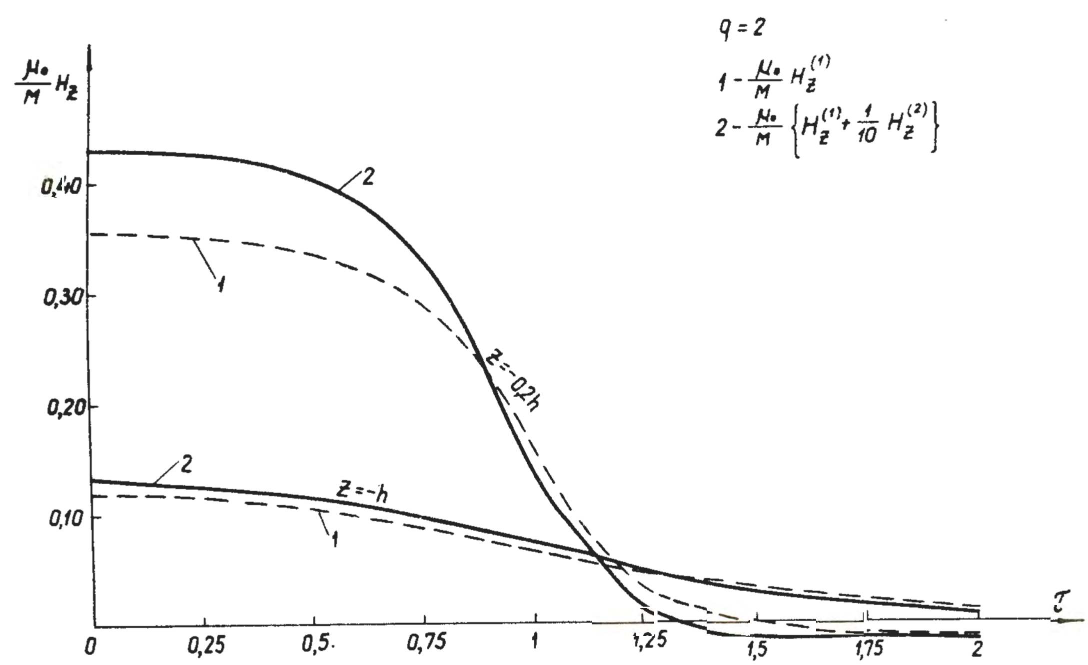


Рис.8.



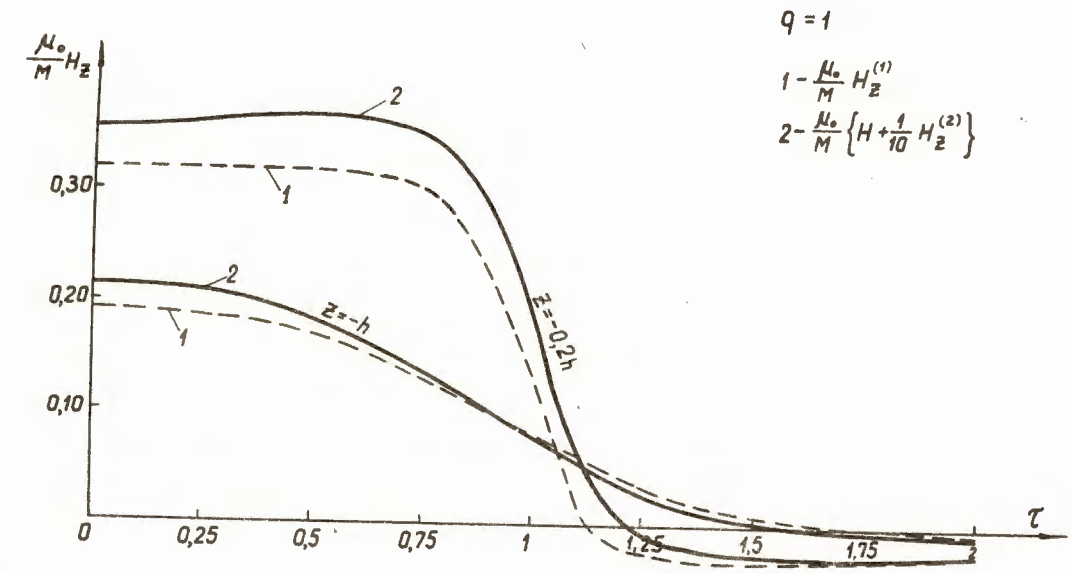
$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,35
0,30
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
τ
$q = 4$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
$z=-0,2h$
$z=-h$
1
2

Рис.9.



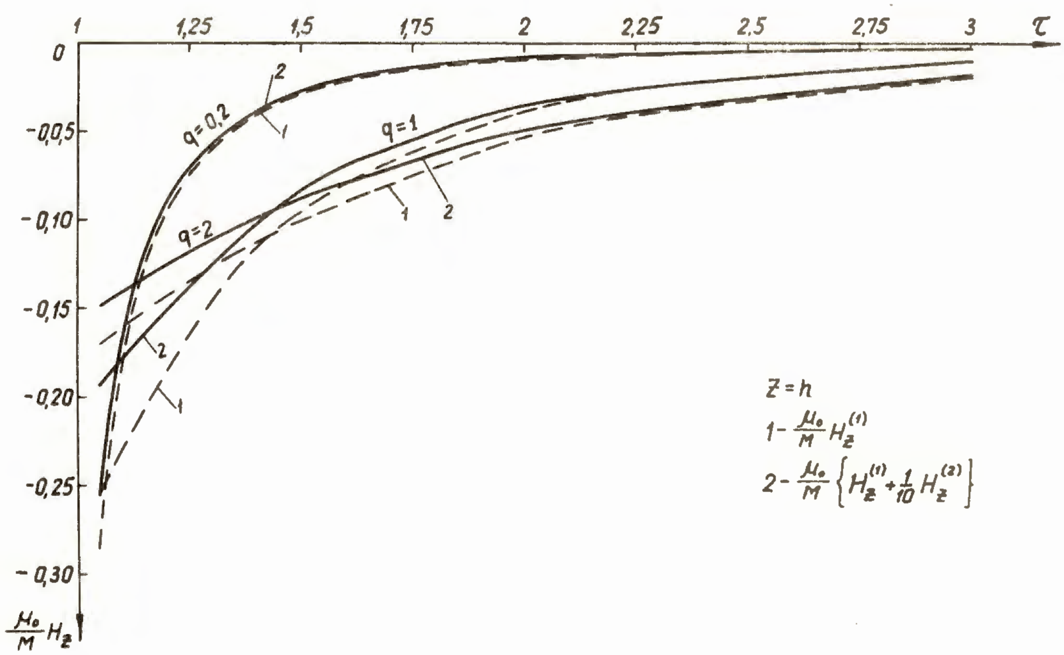
$q = 2$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,40
0,30
0,20
0,10
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
τ
$z=-0,2h$
$z=-h$
1
2

Рис.10.



q = 1
1 - μ₀/M H_z^(1)
2 - μ₀/M {H + 1/10 H_z^(2)}
0,30
0,20
0,10
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
τ
z = -h
z = -0,2h

Рис.11.



1
1,25
1,5
1,75
2
2,25
2,5
2,75
3
τ
0
-0,05
-0,10
-0,15
-0,20
-0,25
- 0,30
q=0,2
q=1
q=2
z = h
1- μ₀/M H_z^(1)
2- μ₀/M {H_z^(1) + 1/10 H_z^(2)}

Рис.12.

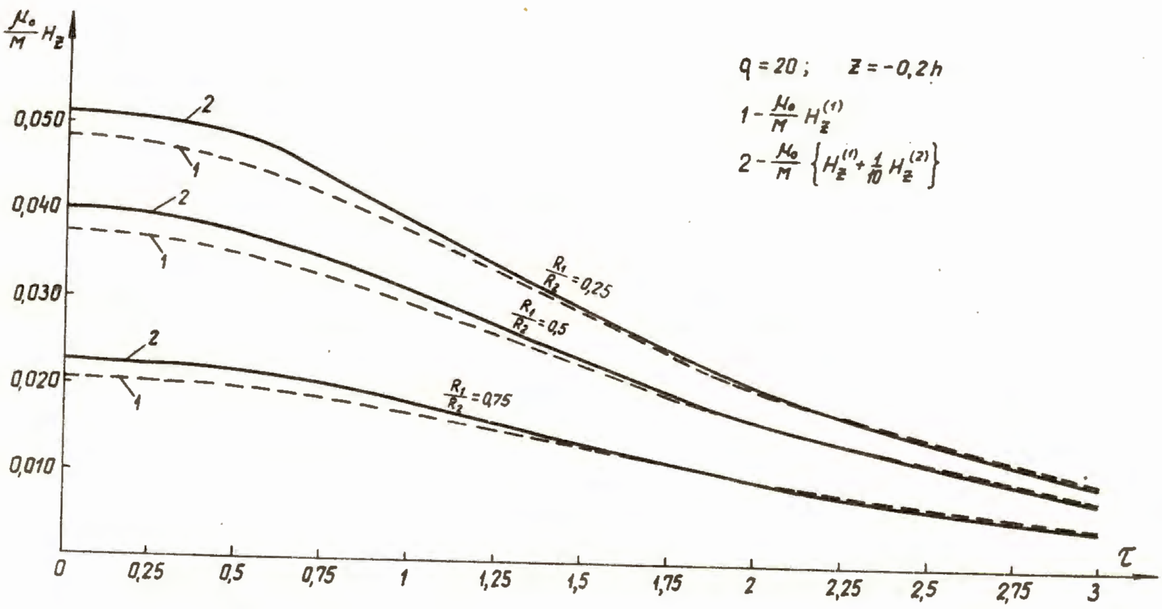

$\frac{\mu_0}{M} H_z$
$q = 20; \quad z = -0{,}2h$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}25$
$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}5$
$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}75$
0,050
0,040
0,030
0,020
0,010
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
2,25
2,5
2,75
3
τ

Рис. 13.

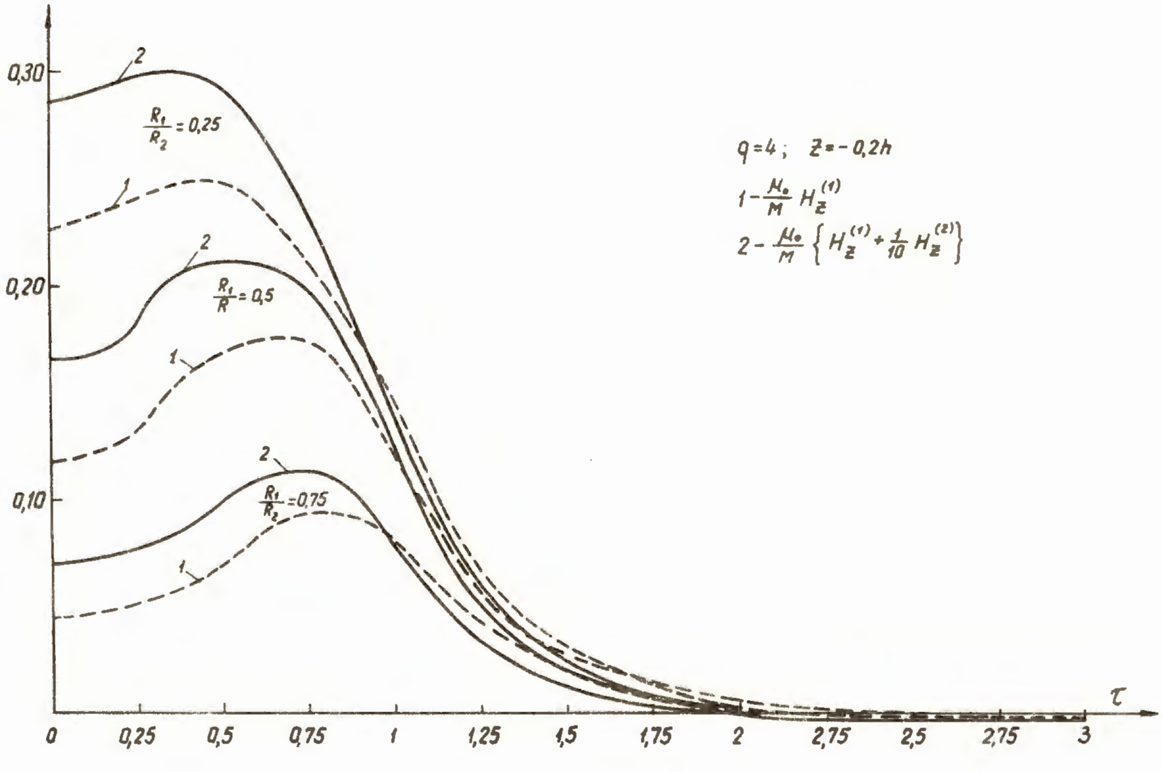
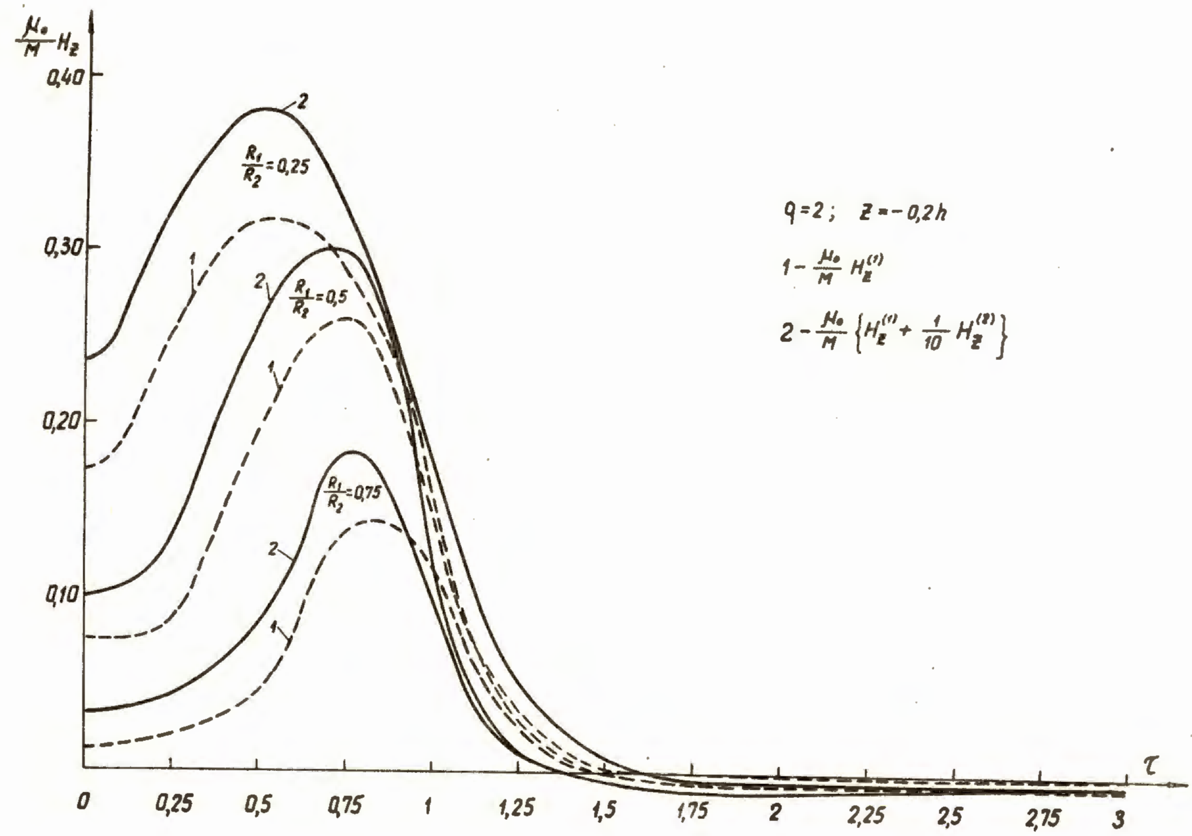
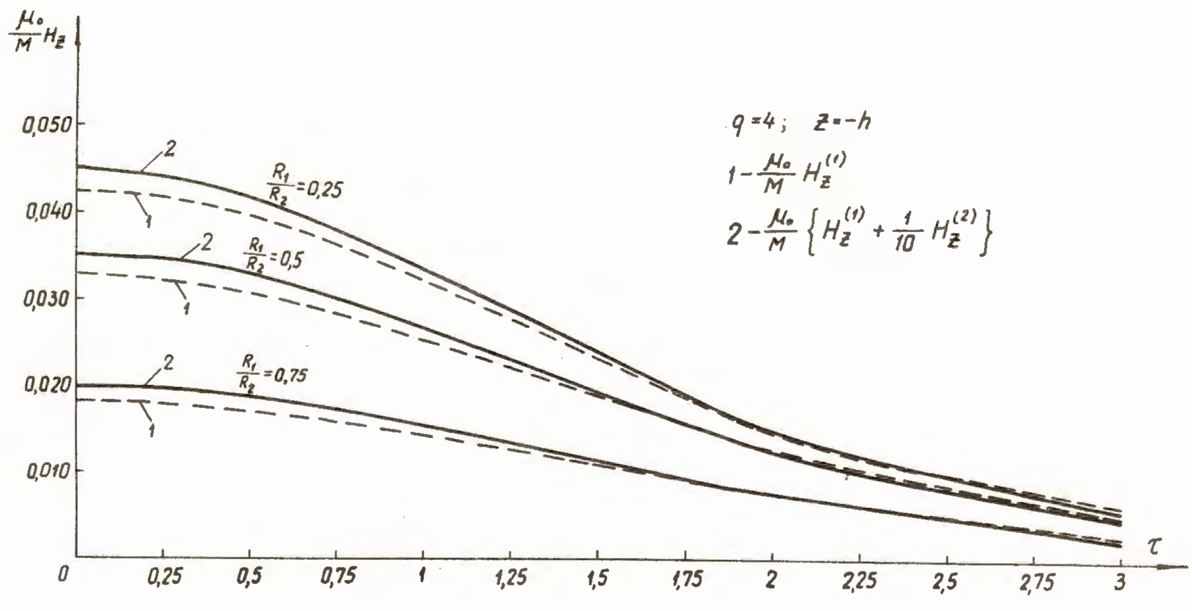

$q = 4; \quad z = -0{,}2h$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}25$
$\frac{R_1}{R} = 0{,}5$
$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}75$
0,30
0,20
0,10
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
2,75
2,5
2,75
3
τ

Рис. 14.



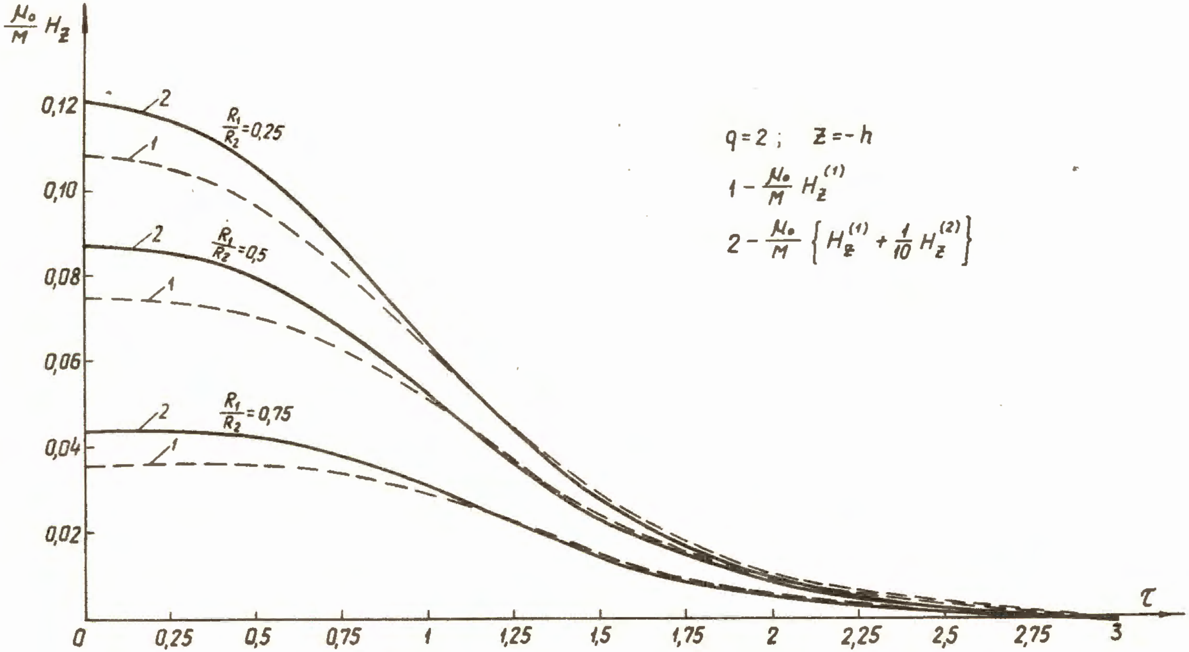
$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,40
0,30
0,20
0,10
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
2,25
2,5
2,75
3
τ
$\frac{R_1}{R_2} = 0,25$
$\frac{R_1}{R_2} = 0,5$
$\frac{R_1}{R_2} = 0,75$
1
2
$q = 2; \quad z = -0,2h$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$

Рис. 15.



$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,050
0,040
0,030
0,020
0,010
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
2,25
2,5
2,75
3
τ
$\frac{R_1}{R_2} = 0,25$
$\frac{R_1}{R_2} = 0,5$
$\frac{R_1}{R_2} = 0,75$
1
2
$q = 4; \quad z = -h$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$

Рис. 16.



$\frac{\mu_0}{M} H_z$
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
2
1
$\frac{R_1}{R_2} = 0,25$
$\frac{R_1}{R_2} = 0,5$
$\frac{R_1}{R_2} = 0,75$
$q = 2 ; \quad z = -h$
$1 - \frac{\mu_0}{M} H_z^{(1)}$
$2 - \frac{\mu_0}{M} \left\{ H_z^{(1)} + \frac{1}{10} H_z^{(2)} \right\}$
τ
0
0,25
0,5
0,75
1
1,25
1,5
1,75
2
2,25
2,5
2,75
3

Рис.17.