

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



11/411-78  
9 - 11745

Ш-42

И.А.Шелаев, И.П.Юдин

5408/2-78

СОГЛАСОВАНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО  
ПРОМЕЖУТКА СИНХРОТРОНА

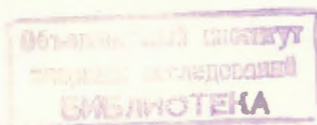
**1978**

9 - 11745

И.А.Шелаев, И.П.Юдин

СОГЛАСОВАНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО  
ПРОМЕЖУТКА СИНХРОТРОНА

*Направлено на VI Всесоюзное совещание по ускорителям  
заряженных частиц. Дубна, 1978.*



Шелаев И.А., Юдин И.П.

9 - 11745

Согласование прямолинейного промежутка синхротрона

Предложен метод исследования согласованного прямолинейного промежутка. Получены формулы для аналитического расчета параметров такого промежутка как в приближении "тонких" линз, так и для реальных линз. Результаты расчета позволяют найти параметры всего множества согласованных промежутков и выбрать оптимальный. Применение метода иллюстрировано примером.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий Объединенного института ядерных исследований.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Shelaev I.A., Yudin I.P.

9 - 11745

Matching of a Synchrotron Straight Section

A method for investigation of a matched straight insertion has been proposed. Formulae have been derived for analytic computation of the insertion parameters in a "thin" lenses approximation and for real lenses. The results of computation permit the parameters of the whole variety of matched insertions to be found and the optimal one to be chosen. The application of the method is illustrated by an example.

The investigation has been performed at the High Energy Laboratory, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna 1978

## ВВЕДЕНИЕ

В магнитной структуре синхротрона необходимы свободные от поворотных магнитов промежутки, в которых размещается оборудование ускоряющих станций, систем ввода-вывода пучка и пр. В больших ускорителях с разделенными функциями такие промежутки организуют простым исключением поворотных магнитов. В малом синхротроне с большим числом регулярных фокусирующих магнитов этого оказывается недостаточно, т.к. длина периода может быть меньше длины в.ч. резонатора. В этом случае предпочтительно применять так называемые "невидимые" прямолинейные промежутки <sup>1,2/</sup>, имеющие существенно большую длину.

Наиболее просто реализуемым оказывается симметричный промежуток <sup>1/2/</sup> с набегом фазы  $2\pi$  в горизонтальной плоскости бетатронных колебаний и  $\pi$  - в вертикальной. Матрицы перехода такого промежутка равны  $\pm I$ .

В данной работе приведены формулы для аналитического расчета параметров такого промежутка как в приближении "тонких" линз, так и для реальных линз. Результаты расчета позволяют найти параметры всего множества согласованных промежутков и выбрать оптимальный. В качестве примера применения развитого метода выбираются параметры "невидимого" промежутка сверхпроводящего синхротрона на энергию протонов 1,5 ГэВ.

# 1. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ

Структура прямолинейного промежутка приведена на рис. 1 и отличается от исследованной в работе /2/ тем, что в качестве крайних линз промежутка используются укороченные Ф-линзы регулярной ФОДО-структуры. Благодаря этому уменьшается общее число линз промежутка.

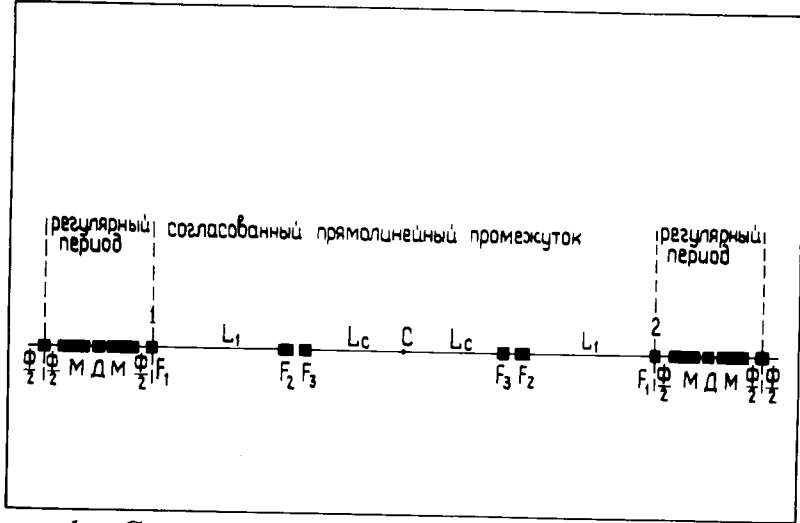


Рис. 1. Структура согласованного промежутка.  $F_1, F_3$  - фокусирующие /в горизонтальной плоскости/,  $F_2$  - дефокусирующие линзы,  $l_i$  - длина линзы  $F_i$ ,  $L_1$  - дрейфовое пространство /д.п./ между  $F_1$  и  $F_2$ ,  $L_2$  - д.п. между  $F_2$  и  $F_3$ ,  $L_c$  - д.п. между  $F_3$  и т. С; Ф, Д - фокусирующие и дефокусирующие линзы регулярной структуры, М - поворотный магнит.

Промежуток включается в регулярную структуру так, что на его границах /точки 1 и 2, рис. 1/ для параметров Твисса выполняются условия:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \beta_2 = \beta, \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = 0, \\ \gamma_1 &= \gamma_2 = \frac{1}{\beta}. \end{aligned} \quad /1/$$

Горизонтальная матрица перехода  $\frac{1}{2}$  промежутка имеет вид /2/:

$$M_h(c|1) = \begin{pmatrix} -m & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} \end{pmatrix}, \quad /2/$$

а вертикальная

$$M_v(c|1) = \begin{pmatrix} 0 & n \\ -\frac{1}{n} & 0 \end{pmatrix}, \quad /3/$$

где

$$m = \sqrt{\beta_{c,x} / \beta_{1,x}}; \quad n = \sqrt{\beta_{1,y} \cdot \beta_{c,y}}. \quad /4/$$

Здесь  $\beta_{1,x}$  и  $\beta_{1,y}$ ,  $\beta_{c,x}$  и  $\beta_{c,y}$  - значения горизонтальной и вертикальной  $\beta$ -функций в начале и середине промежутка.

С другой стороны, для этих же матриц перехода из рис. 1 можно записать равенство:

$$\hat{L}_c \hat{F}_3 \hat{L}_2 \hat{F}_2 \hat{L}_1 \hat{F}_1 = M(c|1), \quad /5/$$

где "hat" означает матрицы перехода соответствующего элемента промежутка. Для вывода расчетных формул полезно /5/ умножить слева на  $\hat{L}_c^{-1}$  и справа на  $\hat{F}_1^{-1}$ , т.е. перейти к равенству:

$$\hat{F}_3 \hat{L}_2 \hat{F}_2 \hat{L}_1 = \hat{L}_c^{-1} M(c|1) \hat{F}_1^{-1}. \quad /6/$$

Подставим в /6/ соответствующие выражения для матриц перехода каждого элемента, получим 8 уравнений, из которых независимыми, очевидно, будут только 6. Решение системы этих уравнений полностью определяет параметры согласованного промежутка.

## 2. "ТОНКИЕ" ЛИНЗЫ

Рассмотрение в приближении "тонких" линз полезно для быстрой оценки параметров промежутка. В этом случае /6/ имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -L_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_1 & 1 \end{pmatrix} \quad /7/$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -L_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_1 & 1 \end{pmatrix}$$

соответственно для горизонтального и вертикального движений. Здесь  $P_i$  - оптические силы соответствующих линз. Выполнив в /7/ умножение матриц, после ряда преобразований найдем:

$$P_1 n = \frac{m}{2m+1} \left[ \sqrt{1 + \frac{2m+1}{m} [(2m+1)(m+1) - 1]} - 1 \right],$$

$$P_1 L_1 = P_1 n \frac{(2m+1)}{P_1 n + m},$$

$$P_1 L_2 = P_1 n \frac{P_1 n + m + 1}{P_1 n + m} - P_1 L_1,$$

$$P_1 L_c = P_1 n \cdot m \frac{P_1 n + m + 2}{P_1 n + m}, \quad /8/$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 n}{P_1 L_1 \cdot P_1 L_2 \cdot (P_1 n + m)},$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{P_1 n - m}{2m \cdot P_1 n} - \frac{P_2}{P_1}.$$

Последовательно выполняя вычисления по формулам /8/, находим все параметры промежутка  $P_2, P_3, L_1, L_2$  и  $L_c$  / как функции двух величин  $m$  и  $P_1$ . Соответствующие величины приведены на рис. 2.

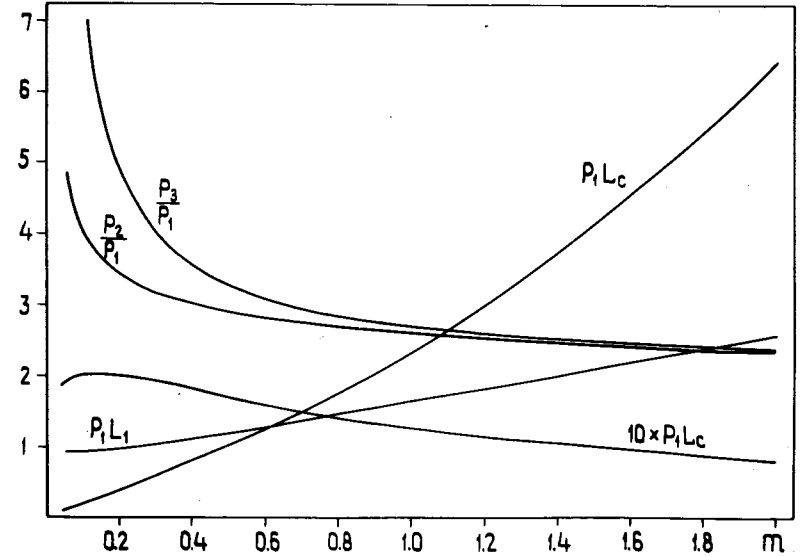


Рис. 2. Поведение безразмерных величин  $P_1 L_1, P_1 L_2, P_1 L_c, \frac{P_2}{P_1}$  и  $\frac{P_3}{P_1}$  при различных  $m$  /приближение "тонких" линз/.

## 3. РЕАЛЬНЫЕ ЛИНЗЫ

Выражение /6/ в этом случае имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \cos \phi_3 & \frac{\sin \phi_3}{k_3} \\ -k_3 \sin \phi_3 & \cos \phi_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ch } \phi_2 & \frac{\text{sh } \phi_2}{k_2} \\ k_2 \text{sh } \phi_2 & \text{ch } \phi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -L_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -m & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & -\frac{\sin \phi_1}{k_1} \\ k_1 \sin \phi_1 & \cos \phi_1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \operatorname{ch} \phi_3 & \frac{\operatorname{sh} \phi_3}{k_3} \\ k_3 \operatorname{sh} \phi_3 & \operatorname{ch} \phi_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi_2 & \frac{\sin \phi_2}{k_2} \\ -k_2 \sin \phi_2 & \cos \phi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -L_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & n \\ -\frac{1}{n} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \phi_1 & -\frac{\operatorname{sh} \phi_1}{k_1} \\ -k_1 \operatorname{sh} \phi_1 & \operatorname{ch} \phi_1 \end{pmatrix}, \quad /9/$$

где  $\phi_i = k_i \cdot \ell_i$ ,  $k_i = \sqrt{\frac{G_i}{H\rho}}$ ,

$a$   $\ell_i$ ,  $G_i$  - длина и градиент линзы,  $H\rho$  - магнитная жесткость частиц. После умножения матриц также получаем 6 независимых уравнений. Эти уравнения оказываются трансцендентными, если в качестве неизвестных рассматривать  $\phi_i$ . Подобную систему уравнений решают /2,3/ численно на ЭВМ. При этом преодолеваются трудности /если они преодолимы/, возникающие, как и во всякой задаче нелинейного программирования.

В данной работе система /9/ решена аналитически. Для этого в качестве вектора параметров выбран вектор

$$\bar{P} = \bar{P}(\phi_1, \phi_2, \phi_3, k_1, m). \quad /10/$$

Тогда уравнения /9/ оказываются алгебраическими относительно неизвестных  $K_2, K_3, L_1, L_2, L_c, n$ . Последовательными преобразованиями система /9/ сводится к одному уравнению для неизвестной  $x_1 = k_1 \cdot n$ :

$$y(x_1) = y_1 \cdot y_4 - y_2 \cdot y_3 = 0, \quad /11/$$

где

$$y_1 = d \cdot \left(1 + \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2 \cdot m}\right) - a \cdot \operatorname{tg} \phi_3 \cdot \operatorname{th} \phi_2 -$$

$$- \operatorname{tg} \phi_3 \cdot (b \cdot \operatorname{th} \phi_2 + d) \cdot \lambda_2,$$

$$y_2 = a \cdot \operatorname{tg} \phi_3 - d \cdot \operatorname{th} \phi_2 + \operatorname{tg} \phi_3 \cdot (b + d \cdot \operatorname{th} \phi_2) \cdot \lambda_2,$$

$$y_3 = d \left(1 - \frac{\operatorname{sh} \phi_1}{\operatorname{ch} \phi_3 \cdot \cos \phi_2 \cdot x_1}\right) + a \cdot \operatorname{th} \phi_3 \cdot \operatorname{tg} \phi_2 +$$

$$+ \operatorname{th} \phi_3 \cdot (b \cdot \operatorname{tg} \phi_2 + d) \cdot \lambda_2,$$

$$y_4 = d \cdot \operatorname{tg} \phi_2 - a \cdot \operatorname{th} \phi_3 + \operatorname{th} \phi_3 \cdot (d \cdot \operatorname{tg} \phi_2 - b) \cdot \lambda_2,$$

$$a = \sin \phi_1 \cdot \operatorname{tg} \phi_2 \cdot \operatorname{ch} \phi_3 \cdot \cos \phi_2 \cdot x_1 +$$

$$+ \operatorname{ch} \phi_1 \cdot \operatorname{th} \phi_2 \cdot \cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2 \cdot m,$$

$$b = \sin \phi_1 \cdot \operatorname{tg} \phi_2 \cdot \operatorname{th} \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_3 \cdot \cos \phi_2 \cdot x_1 -$$

$$- \operatorname{ch} \phi_1 \cdot \operatorname{th} \phi_2 \cdot \operatorname{tg} \phi_3 \cdot \cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2 \cdot m,$$

$$d = \sin \phi_1 \cdot \operatorname{th} \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_3 \cdot \cos \phi_2 \cdot x_1 +$$

$$+ \operatorname{tg} \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_1 \cdot \cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2 \cdot m,$$

$$\lambda_2 = \frac{A}{B},$$

$$A = -m \cdot \frac{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2}{\sin \phi_1} \left[ a \cdot \left(1 + m \cdot \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2}\right) + d \cdot \operatorname{th} \phi_2 \cdot \operatorname{tg} \phi_3 \right] +$$

$$+ x_1 \frac{\cos \phi_2 \cdot \operatorname{ch} \phi_3}{\operatorname{ch} \phi_1} \left[ a \cdot \left(1 + x_1 \cdot \frac{\operatorname{sh} \phi_1}{\cos \phi_2 \cdot \operatorname{ch} \phi_3}\right) - d \cdot \operatorname{tg} \phi_2 \cdot \operatorname{th} \phi_3 \right],$$

$$B = m \cdot \frac{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2}{\sin \phi_1} \left[ b \cdot \left( 1 + m \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2} \right) + d \cdot \operatorname{th} \phi_2 \right] -$$

$$- x_1 \cdot \frac{\cos \phi_2 \cdot \operatorname{ch} \phi_3}{\operatorname{ch} \phi_1} \left[ b \cdot \left( 1 + x_1 \frac{\operatorname{sh} \phi_1}{\cos \phi_2 \cdot \operatorname{ch} \phi_3} \right) - d \cdot \operatorname{tg} \phi_2 \right].$$

На рис. 3 левая часть уравнения /11/ изображена в виде полинома девятой степени от  $x_1$ . Из 9 корней уравнения /11/ физический смысл имеет только решение, обозначенное на рисунке через  $x_1^0$ .

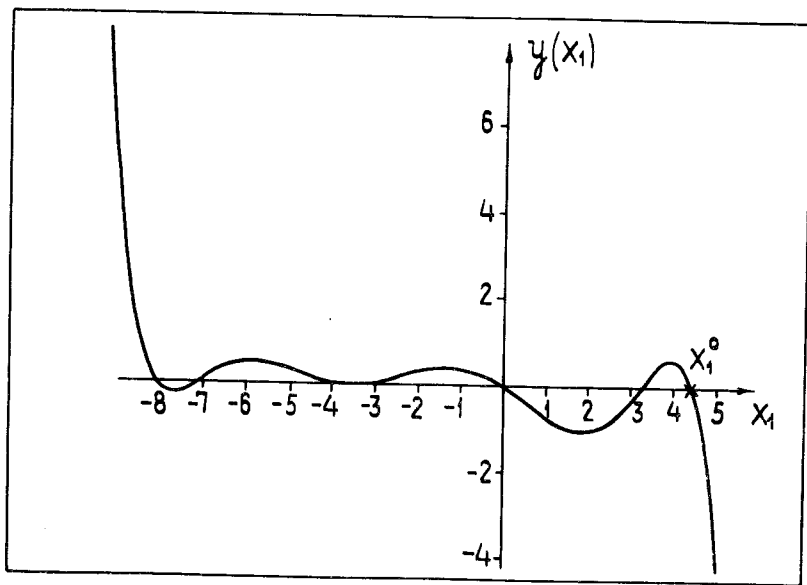


Рис. 3. Вид левой части уравнения /11/ при  $\bar{P} = \bar{P}$ ,  $\phi_1 = 0,205$ ,  $\phi_2 = 0,6$ ,  $\phi_3 = 0,7$ ,  $k_1 = 3,39 \text{ м}^{-1}$ ,  $m = 0,5/$ .

Вычислив  $x_1^0$ , например, методом Ньютона, другие неизвестные находим по формулам:

$$n = \frac{x_1}{k_1}, \quad k_2 = k_1 \cdot \frac{d}{\Delta}, \quad k_3 = k_1 \cdot \frac{a + b \cdot \lambda_2}{d}, \quad L_2 = \frac{\lambda_2}{k_3},$$

$$L_1 = \frac{1}{k_1} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \phi_3 \left( \frac{k_3}{k_2} \cdot \operatorname{tg} \phi_2 + \lambda_2 \right) + \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2} \cdot m}{\frac{k_3}{k_2} \cdot \operatorname{tg} \phi_3 - \operatorname{th} \phi_2 + \operatorname{tg} \phi_3 \cdot \operatorname{th} \phi_2 \cdot \lambda_2},$$

$$L_c = \frac{m}{k_1} \cdot \frac{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2}{\sin \phi_1} \left[ 1 + \frac{m \cdot \cos \phi_1}{\cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2} + \frac{k_2}{k_3} \cdot \operatorname{th} \phi_2 \cdot (\operatorname{tg} \phi_3 + \lambda_2) \right].$$

/12/

Здесь

$$\Delta = \cos \phi_3 \cdot \operatorname{ch} \phi_2 \cdot \operatorname{ch} \phi_3 \cdot \cos \phi_2 \cdot m \cdot x_1 \left[ \operatorname{tg} \phi_2 \cdot \operatorname{tg} \phi_3 - \operatorname{th} \phi_3 \cdot \operatorname{th} \phi_2 + \operatorname{tg} \phi_3 \cdot \operatorname{th} \phi_3 (\operatorname{tg} \phi_2 + \operatorname{th} \phi_2) \cdot \lambda_2 \right].$$

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве примера, иллюстрирующего изложенный выше метод, был рассчитан согласованный прямолинейный промежуток сверхпроводящего синхротрона на энергию протонов 1,5 ГэВ. Из регулярной структуры этой машины имеем:

$$k_1 = 3,3935 \text{ м}^{-1}, \quad H\rho = 75,069 \text{ кЭ}\cdot\text{м},$$

$$\beta_{1,x} = 2,4416 \text{ м}, \quad \beta_{1,y} = 0,5771 \text{ м}.$$

Область оптимальных значений величин  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  в зависимости от  $m$  для промежутка с общей длиной  $L_{\Pi} = 7 \text{ м}$  показана на рис. 4. Под оптимальными понимаются те значения, которым соответствует наименьшее значение магнитного поля на обмотке линз. Подробный анализ показывает, что на общую длину промежутка наибольшее влияние оказывает величина  $\phi_1$ . Изменения величин  $\phi_2$  и  $\phi_3$  приводят к изменению  $L_{\Pi}$  всего на 4-5 см.

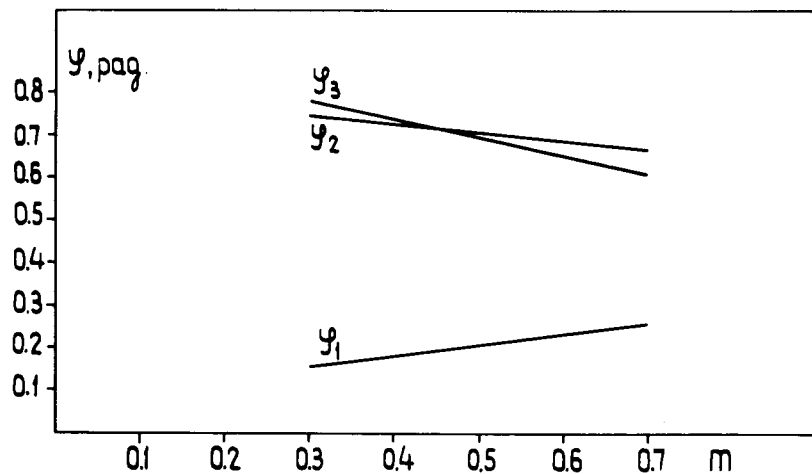


Рис. 4. Область оптимальных значений  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  для  $L_{II} = 7$  м в зависимости от  $m$ .

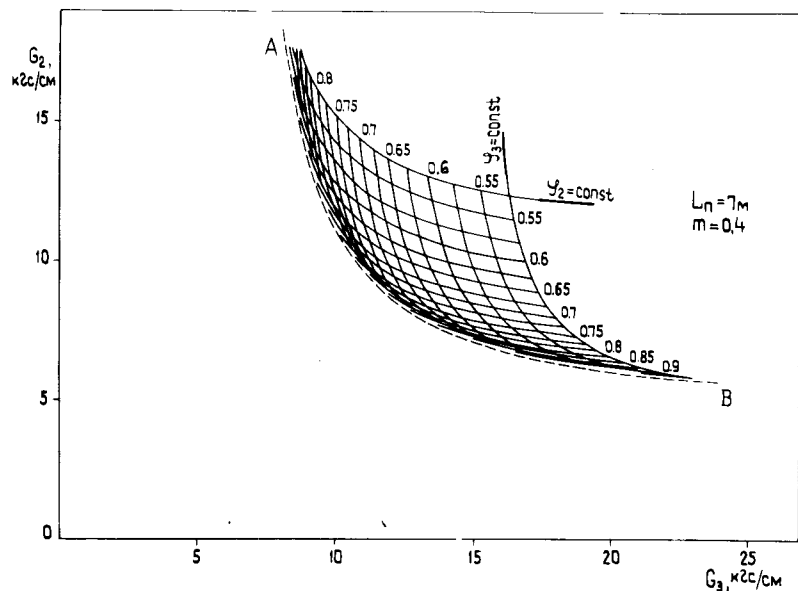


Рис. 5. Область значений в линзах  $F_2$  и  $F_3$  при  $m = 0,4$  и  $L_{II} = 7$  м.

Поэтому при фиксированном  $m$  для заданной величины  $L_{II}$  оказывается достаточным варьировать только  $\phi_2$  и  $\phi_3$ .

Градиенты магнитного поля в линзах  $F_2$  и  $F_3$  для различных значений  $\phi_2$  и  $\phi_3$  показаны на рис. 5. Пунктирная кривая АВ на этом рисунке определяет границу значений  $G_2$  и  $G_3$ , ниже которой длина  $L_2$  оказывается отрицательной.

Для реализации промежутка помимо градиента важно также знать величину магнитного поля на сверхпроводящей обмотке линз. С этой целью в каждой линзе вычислялись максимальные значения  $(x_2, y_2$  и  $x_3, y_3)$  горизонтальной и вертикальной огибающих пучка с эмиттансом  $0,14\pi$  мм · рад. В качестве фокусирующих рассматривались линзы типа Пановского<sup>/4/</sup> с прямоугольной апертурой /с отношением сторон 1:2/ в линзе  $F_2$  и квадратной в  $F_3$ . Величина магнитного поля на обмотках этих линз оценивалась по формулам:

$$H_2 = G_2 \cdot a_2, \text{ где } a_2 = \begin{cases} y_2 \cdot \sqrt{5}/2, & \text{если } 2 \cdot x_2 < y_2 \\ x_2 \cdot \sqrt{5}, & \text{если } 2 \cdot x_2 \geq y_2 \end{cases}$$

$$H_3 = G_3 \cdot a_3, \text{ где } a_3 = \begin{cases} y_3 \cdot \sqrt{2}, & \text{если } x_3 < y_3 \\ x_3 \cdot \sqrt{2}, & \text{если } x_3 \geq y_3 \end{cases} \quad /13/$$

Граничные значения градиентов и полей, аналогичные границе АВ /рис.5/, приведены на рис. 6 в зависимости от  $m$  при  $L_{II} = 7$  м, а на рис. 7 - при  $m = 0,4$ , но для различных значений  $L_{II}$ . Эти данные позволяют при заданной полной длине промежутка выбрать оптимальные параметры линз. В качестве критерия оптимизации можно выбрать одно из условий:

$$H = \min\{H_2 = H_3\} \quad \text{или} \quad G = \min\{G_2 = G_3\}. \quad /14/$$

Зависимость величин  $H, G$  и  $L_c$  от  $m$  показана на рис. 8. Сравнивая эти кривые с кривыми рис. 2, видим, что, как и в случае "тонких" линз, в реальных линзах параметр  $m$  является определяющим.



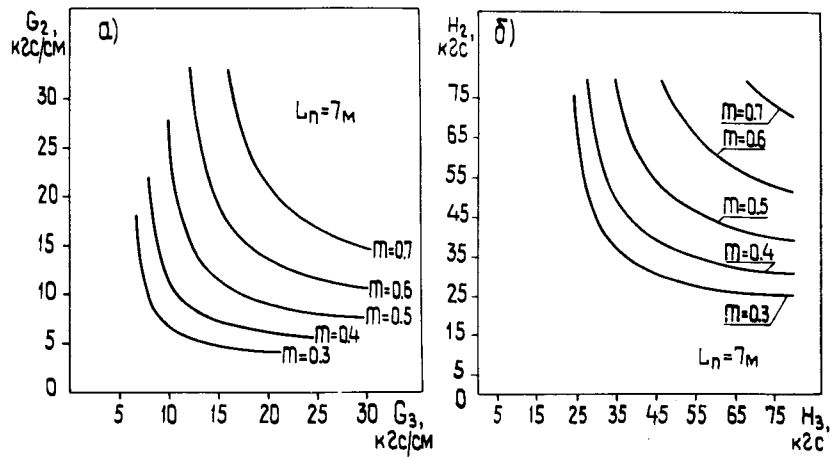


Рис. 6. Границы областей значений а/ градиентов и б/ полей в линзах  $F_2$  и  $F_3$  для  $L_{II} = 7$  м при различных  $m$ .

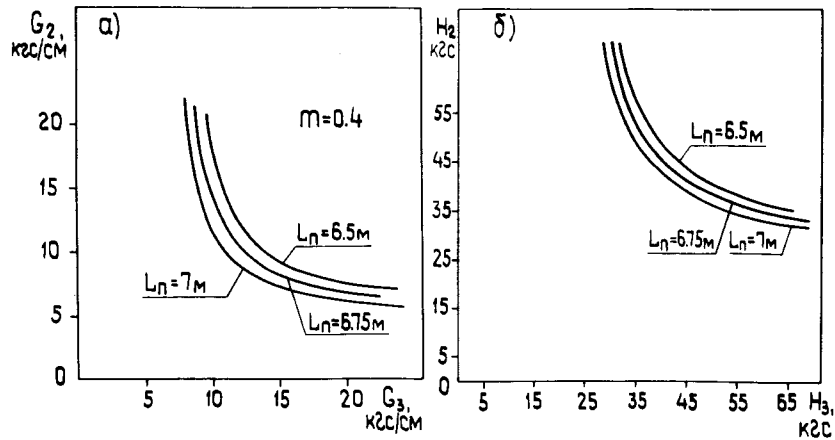


Рис. 7. Границы областей значений а/ градиентов и б/ полей в линзах  $F_2$  и  $F_3$  для  $m = 0,4$  при различных длинах согласованного промежутка.

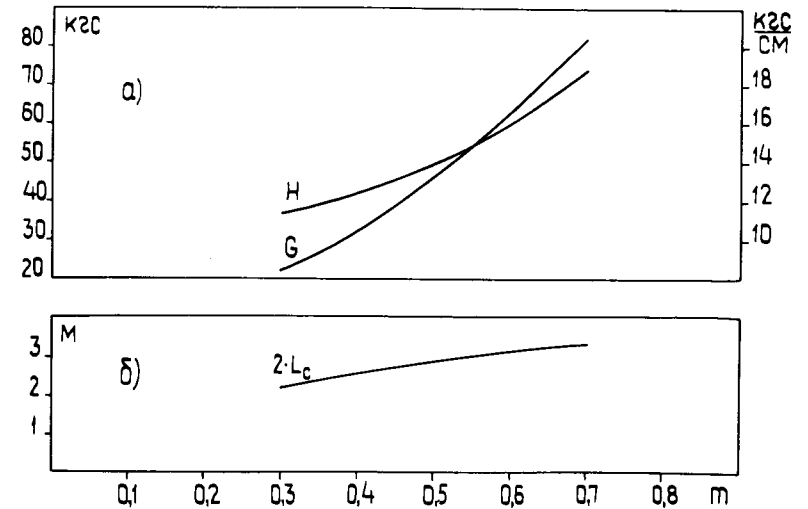


Рис. 8. Зависимость а/  $H = \min\{H_2 = H_3\}$  и  $G = \min\{G_2 = G_3\}$  б/ - полного центрального д.п.  $L_c + L_c$  от коэффициента  $m$ .

На основе приведенного выше анализа в качестве рабочего выбран вариант свободного согласованного промежутка с параметрами, приведенными в табл.

Таблица

Градиент линзы	$F_1$	кЭ/см	8,645
	$F_2$	кЭ/см	-9,345
	$F_3$	кЭ/см	11,829
Длина линзы	$F_1$	м	0,053
	$F_2$	м	1,205
	$F_3$	м	0,183
Поле в линзах	$F_2$ и $F_3$	кЭ	42,00
Параметр	$m$		0,4
Пространство дрейфа	$L_1$	м	1,790
	$L_2$	м	0,034
	$2 \cdot L_c$	м	2,487

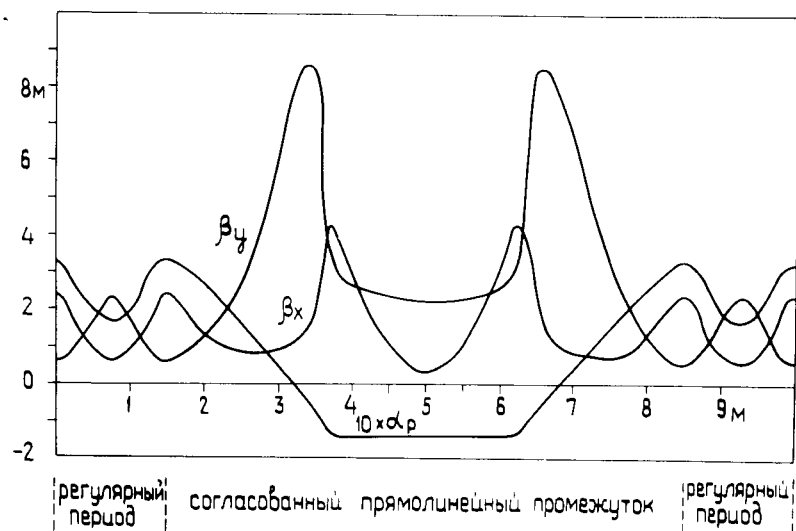


Рис. 9. Поведение горизонтальной и вертикальной  $\beta$ -функции и функции  $\alpha_p$  в регулярной структуре и согласованном промежутке.

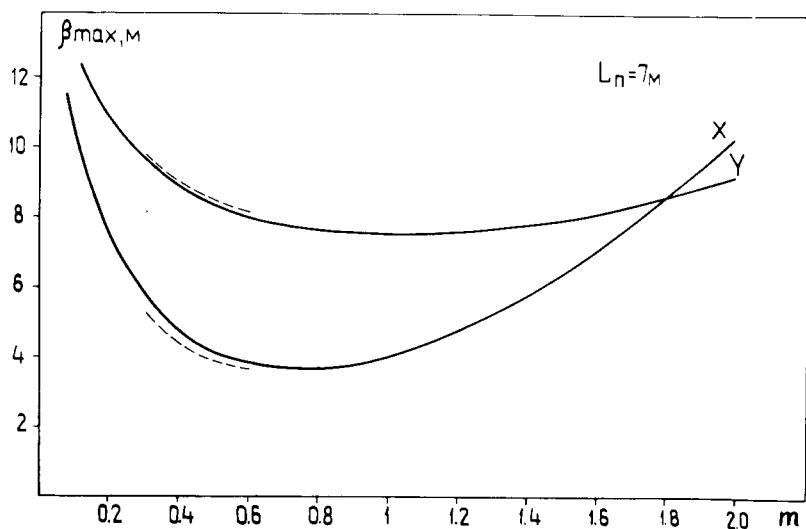


Рис. 10. Зависимость максимума  $\beta$ -функции от величины  $m$  в приближении "тонких" линз. Штриховой линией - то же для реальных линз.

Функции  $\beta_x$ ,  $\beta_y$  и  $\alpha_p$  в регулярной структуре и в выбранном согласованном промежутке показаны на рис. 9. Поведение максимума  $\beta$ -функции при различных  $m$  дано на рис. 10 для реальных и в приближении "тонких" линз.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод расчета согласованных прямолинейных промежутков с набегом фазы  $2\pi - \pi$  реализован на ЭВМ в виде фортран-программы. Время счета одного варианта промежутка /для данного вектора параметров  $\vec{P}$ / составляет всего одну секунду /при этом все величины вычислялись практически с машинной точностью -  $10^{-11}$ /. Это позволяет быстро перебрать точки пространства  $\vec{P}$ . Таким образом, данный метод позволяет точно решить задачу согласования и из множества согласованных промежутков выбрать удовлетворяющий тем или иным критериям оптимальности.

В заключение авторы выражают благодарность члену-корреспонденту АН СССР А.М.Балдину за поддержку этой работы, С.Н.Андрианову, А.Д.Дымникову, Е.М.Кулаковой и Г.Х.Саркисяну - за полезные обсуждения.

1. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. Атомиздат, М., 1970.
2. Meads P.F., Jr. Nucl.Instr. and Meth., 1971, 96, p.351; Meads P.F., Jr. IEEE Trans. on Nucl.Sci., 1973, 20, p.875.
3. Андрианов С.Н. и др. В сб.: Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 20-23 сентября 1977 года. ОИЯИ, Д10,11-11264, Дубна, 1978.
4. Hand L.N., Panofsky W.K.H. Rev.Sci. Instr., 1959, 30, p.927.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 июля 1978 года.