

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С 345к

Б-435

11/21-78
9 - 11650

В.П.Белов, Б.В.Василишин, И.Б.Иссинский,
Е.М.Кулакова, В.А.Михайлов, Ю.П.Севергин,
И.А.Шукейло

5403/2-78

МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА СИНХРОТРОНА
ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ
С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ЗАРЯДНОСТЬЮ

1978

9 - 11650

В.П.Белов, Б.В.Василишин, И.Б.Иссинский,
Е.М.Кулакова, В.А.Михайлов, Ю.П.Севергин,
И.А.Шукейло

МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА СИНХРОТРОНА
ДЛЯ УСКОРЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ
С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ЗАРЯДНОСТЬЮ

Белов В.П. и др.

9 - 11650

Магнитная структура синхротрона для ускорения тяжелых ионов с изменяющейся зарядностью

Рассматривается магнитная структура синхротрона, позволяющая путем постепенной обдирки повышать среднюю зарядность пучка тяжелых ионов в процессе ускорения. Тем самым открывается перспектива увеличения импульсной интенсивности ускорителя за счет многооборотной инжекции с перезарядкой, а также повышается эффективность взаимодействия ионов с электромагнитным полем. Дисперсионная функция структуры достаточно мала ($\sim 0,5$ м) на всем периметре синхротрона и равна нулю в отдельных прямолинейных промежутках. Это позволяет одновременно ускорять спектр зарядностей ионов и осуществлять перезарядку без возбуждения бетатронных колебаний. Результаты расчетов, выполненных аналитически и численно с применением ЭВМ, показали возможность одновременного ускорения спектра зарядностей ионов ($\Delta q/q = \pm 0,1$) при условии компенсации разброса частот бетатронных колебаний от заряда с помощью квадратичной и кубической нелинейностей магнитного поля.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Belov V.P. et al.

9 - 11650

The Lattice of the Synchrotron for Acceleration of Heavy Ions with Changing Charge

The lattice of the synchrotron is considered which permits the mean charge of a heavy ion beam to be increased in the course of acceleration by means of gradual stripping. Thus, this offers promise for increasing the accelerator pulse intensity due to multiturn injection with overcharge. The efficiency of ion interaction with the magnetic field is also increased. The dispersion function of the structure is small enough (~ 0.5 m) along the whole perimeter of the synchrotron and is equal to zero in several straight sections. This enables one simultaneously to accelerate the ion charge spectrum and to perform overcharge without excitation of betatron oscillation. The calculation made analytically and numerically, using computers, have shown that a simultaneous acceleration of the ion charge spectrum ($\Delta q/q = \pm 0.1$) is possible in the case of compensation of the dependence of betatron oscillation frequencies on charge by means of quadratic and cubic nonlinearities of the magnetic field.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе^{/1/} приведено описание режима накопления и синхротронного ускорения тяжелых ионов, находящихся в разных зарядовых состояниях. Кроме того, показано, что путем постепенной обдирки можно повышать среднюю зарядность пучка ионов в процессе ускорения. Тем самым открывается перспектива увеличения импульсной интенсивности ускорителя, а также повышается эффективность взаимодействия ионов с электромагнитным полем.

Настоящая работа содержит подробное рассмотрение магнитной структуры ускорителя такого типа. Краткие сведения были ранее опубликованы в докладе^{/2/}.

Структура обладает несколько необычными дисперсионными характеристиками и обеспечивает устойчивость колебаний ионов, зарядности которых образуют спектр.

Радиальное расхождение замкнутых орбит ионов, отличающихся зарядностью, составляет

$$\rho(s) = -\psi(s) \frac{\Delta q}{q_0}, \quad /1.1/$$

где $\psi(s)$ - дисперсионная функция, Δq - разброс зарядностей, q_0 - зарядность иона, находящегося на оси вакуумной камеры.

Поскольку для удержания спектра шириной $2|\Delta q|$ требуется радиальное уширение камеры на величину

$2\psi(s) \frac{|\Delta q|}{q_0}$, следует стремиться к созданию структур с малой дисперсией.

Перезарядка иона не сопровождается возбуждением бетатронных колебаний, если она происходит на азимутах, где

$$\psi = 0, \quad \psi'_s = 0. \quad /1.2/$$

Практически для размещения перезарядного устройства достаточно одного участка кольца длиной 1 м. Однако известные трудности, связанные с обеспечением устойчивости колебаний в системах с малым числом периодов ^{3/}, вынуждают остановиться на структуре с высокой периодичностью. Основное внимание уделялось сильнофокусирующей периодической структуре, в которой условия /1.2/ выполняются в прямолинейном промежутке каждого элемента периодичности ^{2/}.

В кольцевой структуре, где $\psi(s)$ мало всюду, а на некоторых участках даже равно нулю, коэффициент сжатия орбит неизбежно оказывается очень малым ($a \sim 10^{-2}$), что полезно с точки зрения уменьшения возбуждения синхротронных колебаний при перезарядке ^{1/}.

Частоты бетатронных колебаний ионов зависят от их зарядности; выравнивание частот достигается введением нелинейных магнитных полей /секступольных и, возможно, октупольных/.

Для исследования многокомпонентного ионного пучка теории движения, линейной по $\Delta q/q_0$, оказывается недостаточно. Поэтому в данной работе описанию особенностей магнитной системы предшествует изложение теории бетатронных колебаний, учитывающей более высокие степени отклонения зарядности от средней. При разработке магнитной структуры синхротрона принят во внимание ряд выводов общего характера, вытекающих из нелинейной теории бетатронных колебаний.

Большая часть конкретной информации по структуре была получена на ЭВМ с использованием программ, имеющихся в ЛВЭ ОИЯИ.

2. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ДВИЖЕНИЯ

Уравнения движения иона с импульсом $p = p_0 + \Delta p$ и зарядом $q = q_0 + \Delta q$ в синхротроне с сильной фокусировкой имеют вид ^{4/}

$$x'' + k^2 [1 - n + (n-2)\Delta] x = k\Delta - k^3 \left(1 + \frac{1}{2}n_1 - 2n\right) (1-\Delta)x^2 + \frac{1}{2}k^3 n_1 (1-\Delta)y^2 - k^4 \left(n_1 - n - \frac{1}{6}n_2\right) (1-\Delta)x^3 - \frac{1}{2}k^4 n_2 (1-\Delta)xy^2 + \dots; \quad /2.1/$$

$$y'' + k^2 n (1-\Delta)y = k^3 (n_1 - 2n) (1-\Delta)xy + k^4 \left(2n_1 - n - \frac{1}{2}n_2\right) (1-\Delta)x^2y + \frac{1}{6}k^4 n_2 (1-\Delta)y^3 + \dots; /2.2/$$

где штрих - производная по длине дуги s ,

$$\Delta = \frac{(\Delta p/p_0) - (\Delta q/q_0)}{1 + (\Delta p/p_0)},$$

$$n_{m-1} = (-1)^m \frac{1}{k^m H_{y_0}} \frac{\partial^m H_{y_0}}{\partial x^m}, \quad k = -\frac{eq_0}{p_0 c} H_{y_0}.$$

В практически интересных случаях $\frac{|\Delta q|}{q_0} \approx 0,1$, $\frac{|\Delta p|}{p_0} \approx 0,01$, так что Δ описывает в основном зарядовую

дисперсию пучка. Уравнения /2.1/, /2.2/ определяют набор равновесных орбит ионов разных зарядностей q с импульсом p ; бетатронные колебания совершаются с частотами $\nu_{x,y}(q)$ относительно них.

При аналитическом исследовании поперечного движения замкнутые орбиты и частоты бетатронных коле-

баний ионов разных зарядностей находятся по теории возмущений в виде ряда по степеням Δ . Решение уравнения /2.1/ представим в виде

$$x = \rho + \xi, \quad /2.3/$$

где ρ - замкнутая орбита иона с зарядом q и импульсом p :

$$\rho = \psi\Delta + \psi_1\Delta^2 + \dots, \quad /2.4/$$

причем ψ является обычной дисперсионной функцией, используемой в теории циклических ускорителей. ψ, ψ_1 удовлетворяют уравнениям, вытекающим из /2.1/:

$$\psi'' + k^2(1-n)\psi = k,$$

$$\psi_1'' + k^2(1-n)\psi_1 = (2-n)k^2\psi -$$

$$-k^3\psi^2(1 + \frac{1}{2}n_1 - 2n) = k_1, \quad /2.5/$$

решения которых можно представить в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi \\ \psi_1 \end{array} \right\} = \frac{1}{i|w|} \left\langle \left[\frac{e^{i\mu_x M}}{1 - e^{-i\mu_x M}} \int_0^{\Pi} \left\{ \begin{array}{l} k \\ k_1 \end{array} \right\} \phi_x^* ds + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^s \left\{ \begin{array}{l} k \\ k_1 \end{array} \right\} \phi_x^* ds \right] \phi_x + \text{к.с.} \right\rangle. \quad /2.6/$$

Здесь ϕ_x, ϕ_x^* - функции Флоке для $\Delta=0$; $|w| = 2m$ - модуль вронскиана, Π - периметр орбиты, M - число периодов.

Уравнения бетатронных колебаний относительно орбиты /2.3/ с точностью до членов $\sim \Delta^2$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \xi'' + k^2(1-n)\xi = & -k^2 \{ [(n-2) + 2k\psi(1 + \frac{1}{2}n_1 - 2n)]\Delta + \\ & + [2k(\psi_1 - \psi)(1 + \frac{1}{2}n_1 - 2n) + 3k^2\psi^2(n_1 - n - \frac{1}{6}n_2)]\Delta^2 \} \xi - \\ & - k^3 \{ (1 + \frac{1}{2}n_1 - 2n)(1-\Delta) + 3k\Delta(n_1 - n - \frac{1}{6}n_2)(\psi - \psi_1\Delta) \times \\ & \times (1-\Delta) \} \xi^2 + \frac{1}{2}k^3 [n_1(1-\Delta) - kn_2\Delta(1-\Delta) \times \\ & \times (\psi + \psi_1\Delta)] y^2 - k^4(n_1 - n - \frac{1}{6}n_2)(1-\Delta)\xi^3 - \\ & - \frac{1}{2}k^4 n_2(1-\Delta)\xi y^2 + \dots; \quad /2.7/ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y'' + k^2 n y = & k^2 \{ [n + k\psi(n_1 - 2n)]\Delta + \\ & + [k(\psi_1 - \psi)(n_1 - 2n) + k^2(2n_1 - n - \frac{1}{2}n_2)\psi^2]\Delta^2 \} y + \\ & + [k^3(n_1 - 2n)(1-\Delta) + 2k^4(2n_1 - n - \frac{1}{2}n_2)(1-\Delta)(\psi + \psi_1\Delta)\Delta] y \xi + \\ & + k^4(2n_1 - n - \frac{1}{2}n_2)(1-\Delta) y \xi^2 + \frac{1}{6}k^4 n_2(1-\Delta) y^3 + \dots. \quad /2.8/ \end{aligned}$$

Из уравнений /2.7/, /2.8/ следует, что существует сильная зависимость частот бетатронных колебаний от величины Δ .

При ускорении пучка ионов с широким спектром зарядов необходимо принять меры для сужения полосы частот $\nu_x(q), \nu_y(q)$. Этого можно достигнуть, согласно /2.7/, /2.8/, введением регулярных секступольных /эффект $\approx \Delta$ / и октупольных /эффект $\approx \Delta^2$ / компонент магнитного поля на тех азимутах, где $\psi \neq 0$. При этом зависимость частот бетатронных колебаний от зарядности будет определяться членами $\approx \Delta^3$.

Введение нелинейности магнитного поля вызовет зависимость бетатронных частот от квадратов амплитуд вертикальных и радиальных колебаний. Эта зависимость может быть слабой при удачном размещении нелинейных элементов.

Согласно /2.7/, /2.8/ частоты бетатронных колебаний можно представить в виде ряда

$$\nu_{x,y} = \nu_{x,y}^{(0)} + \delta\nu_{x,y}^{(1)} \cdot \Delta + \delta\nu_{x,y}^{(2)} \cdot \Delta^2 + \delta\nu_{x,y}^{(3)} |a_x|^2 + \delta\nu_{x,y}^{(4)} |a_y|^2 + \dots, \quad /2.9/$$

где $\nu_{x,y}^{(0)}$ - частоты колебаний ионов с импульсом p_0 и зарядом q_0 , а

$$\delta\nu_x^{(1)} = \frac{1}{2\pi|w|HR} \int_0^\pi \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \psi - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) |\phi_x|^2 ds; \quad /2.10/$$

$$\delta\nu_y^{(1)} = - \frac{1}{2\pi|w|HR} \int_0^\pi \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \psi - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) |\phi_y|^2 ds; \quad /2.11/$$

$$\delta\nu_x^{(2)} = \frac{1}{2\pi|w|HR} \int_0^\pi \left[- \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} (\psi_1 - \psi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \psi^2 \right] |\phi_x|^2 ds; \quad /2.12/$$

$$\delta\nu_y^{(2)} = - \frac{1}{2\pi|w|HR} \int_0^\pi \left[- \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} (\psi_1 - \psi) + \frac{1}{2} \psi^2 \frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \right] |\phi_y|^2 ds. \quad /2.13/$$

Формулы для $\delta\nu_{x,y}^{(3,4)}$ ввиду их громоздкости приведены в приложении П-1.

Здесь использованы только главные члены в уравнениях /2.7/, /2.8/. Условием сужения полосы частот бетатронных колебаний ионов в пучке является обращение в нуль коэффициентов $\delta\nu_{x,y}^{(1)}$, $\delta\nu_{x,y}^{(2)}$ и ми-

нимизация $\delta\nu_{x,y}^{(3)}$, $\delta\nu_{x,y}^{(4)}$ при большом эмиттансе пучка. Вычисление интегралов /2.10/ ÷ /2.13/ не представляет большого труда: достаточно точные результаты получаются при замене ψ , ψ_1 , $|\phi_{x,y}|^2$ их средними значениями в местах расположения нелинейных элементов, если они короткие.

Например, при симметричной структуре элемента периодичности с разделенными функциями заворота и фокусировки условия компенсации сдвига бетатронных частот по x- и y-направлениям принимают вид /нелинейности включены во все квадрупольные магниты/:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \Big|_{x,y} = \frac{\partial H_x}{\partial x} \frac{\int_0^{\ell_{KB}} |\phi_{x,y}|^2 ds}{\int_0^{\ell_{KB}} \psi |\phi_{x,y}|^2 ds};$$

$$\frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \Big|_{x,y} = 2 \frac{\partial H_y}{\partial x} \frac{\int_0^{\ell_{KB}} |\phi_{x,y}| ds \cdot \int_0^{\ell_{KB}} (\psi - \psi_1) |\phi_{x,y}|^2 ds}{\int_0^{\ell_{KB}} \psi^2 |\phi_{x,y}|^2 ds \cdot \int_0^{\ell_{KB}} \psi |\phi_{x,y}|^2 ds}, \quad /2.14/$$

где ℓ_{KB} - эффективная длина квадрупольного магнита. Условия одновременно выполняются по x- и y-движению, если ψ , ψ_1 мало изменяются в пределах квадрупольного магнита:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \frac{1}{\langle \Psi \rangle} \frac{\partial H_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} = \frac{2\langle \psi - \psi_1 \rangle}{\langle \psi \rangle \langle \psi^2 \rangle} \frac{\partial H_y}{\partial x}; \quad /2.15/$$

угловые скобки обозначают усреднение по длине квадрупольного магнита. Если ψ и ψ_1 в квадрупольных магнитах изменяются силь-

но и существенна фокусировка в диполях, то величины секступольных компонент находятся из совместного решения системы уравнений $\delta\nu_x^{(1)} = \delta\nu_y^{(1)} = 0$.

Влияние секступольных элементов на смещение частот согласно /П1,1/÷/П-1,4/ сказывается только во втором приближении метода усреднения, и, если необходимо, коррекцию этого смещения удобно производить с помощью октуполей, установленных в местах, где $\psi=0$.

Следует отметить, что, согласно уравнениям /2.7/, /2.8/, компенсация разброса частот ионов с разными зарядами будет точной, если вводить секступольные и октупольные поля непосредственно в дипольные и квадрупольные магниты и определенным образом изменять их силу по длине этих магнитов. Тогда функции Флоке не зависят от Δ .

В противном случае функции Флоке для ионов с разными q будут отличаться друг от друга, что приведет к дополнительному, не связанному с величиной ρ /см. /2.4//, изменению огибающих пучка.

Отметим также, что включение регулярных нелинейностей магнитного поля приводит к появлению структурных резонансов 3-го и 4-го порядков и следует выбрать рабочую точку вдали от них.

3. ТРИПЛЕТНАЯ МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА

а/ Основные характеристики

В качестве примера рассмотрим простейшую симметричную структуру, элемент периодичности которой состоит из триплета квадрупольных и двух диполей. Характеристические функции периода представлены на рис. 1. В табл. 1 даны основные параметры структуры.

Таблица 1

Периметр	150 м.
Число элементов периодичности	12.
Длина одного элемента	12,5 м.

Длина большого промежутка	3,88 м.
Длина дипольных магнитов	2,26 м.
Длина квадрупольных	0,60 м.
Магнитная жесткость	6,32 Т.м.
Максимальное поле в диполях	0,7317 Т.
Максимальный градиент поля \mathcal{G} в фокусирующих по x квадрупольных	9,709 Т/м,
в дефокусирующих по x квадрупольных	11,201 Т/м.
Число бетатронных колебаний на оборот	
($\Delta = 0$) по x	7,28,
по y	3,32.

Секступольная компонента в фокусирующих по x квадрупольных $\partial^2 H / \partial x^2$	22 Т/м ²
в дефокусирующих по x квадрупольных	-35 Т/м ² .

Октупольная компонента в центральном квадруполе $\partial^3 H / \partial x^3$	-54 Т/м ³
-------------------------------------------------------------------------------	----------------------

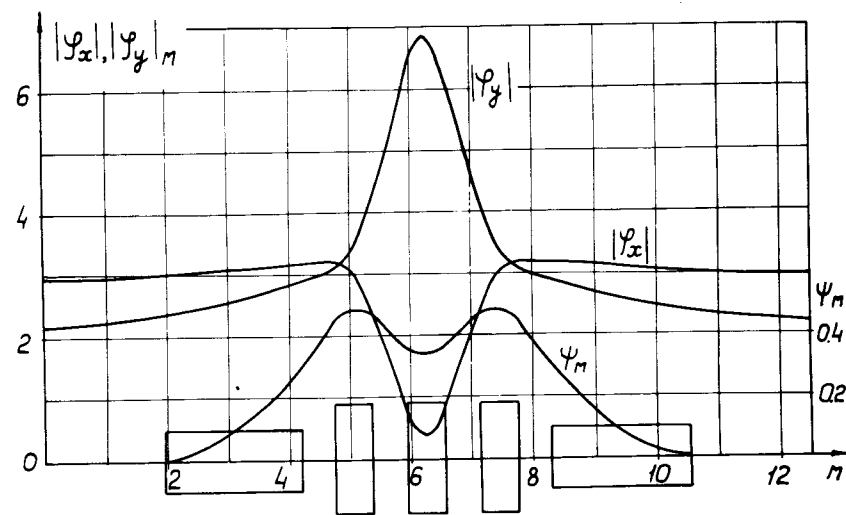


Рис. 1. Триплетная магнитная структура. Функции Флоке и ψ .

Тремя параметрами, необходимыми для выбора рабочей точки и выполнения условия ахроматичности, т.е. обращения ψ в нуль в начале и конце каждого периода, являются градиенты поля в фокусирующем и дефокусирующем квадрупольях и одно из расстояний между элементами.

На рис. 2 в осях $G_{\text{фок.}}$, $G_{\text{дефок.}}$ изображена основная область устойчивости, примыкающая к началу координат, и одна из побочных областей, содержащая линию $\psi = 0$.

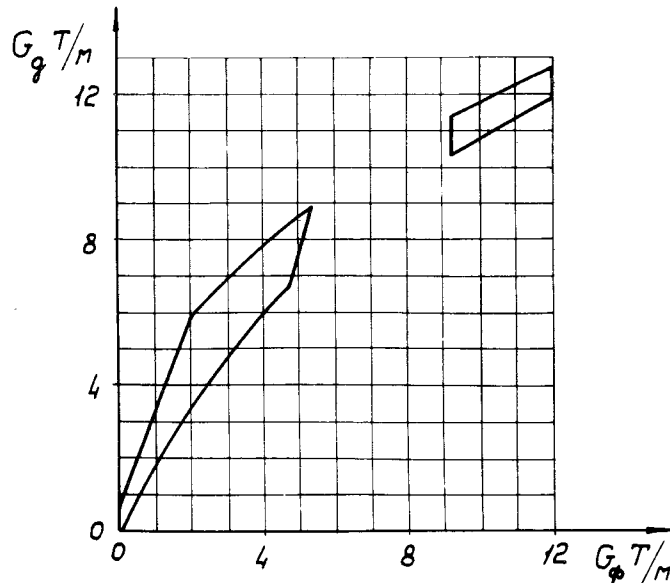


Рис. 2. Области устойчивости бетатронных колебаний. $G_{\text{ф}}$, $G_{\text{д}}$ - градиенты поля в фокусирующем и дефокусирующем квадрупольях.

В основной области устойчивости условие ахроматизма структуры не выполняется. На рис. 3 показана подробно область устойчивости, представляющая интерес для нашей цели. Здесь проведены линии целых ν_x , ν_y и линия $\psi = 0$. Область имеет вертикальный размер, составляющий 9% по $G_{\text{дефок.}}$.

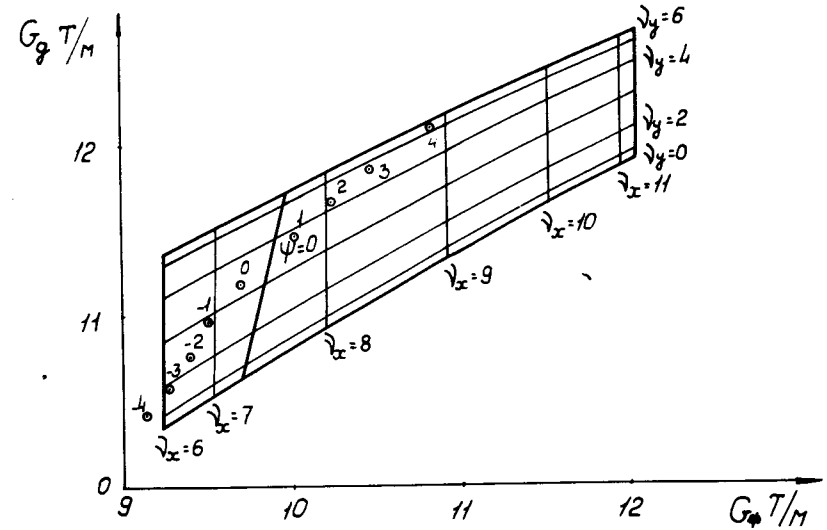


Рис. 3. Область устойчивости, положение рабочей точки и линия $\psi = 0$.

На рисунке показана рабочая точка, соответствующая $\Delta = 0$, и рабочие точки ионов соседних зарядностей, прилегающих к средней ($q_0 = 45$). Видно, что частоты колебаний сильно зависят от Δ .

Коэффициенты хроматичности, вычисленные по формулам /2.9-2.11/, равны:

$$\frac{\partial \nu_x}{\partial \Delta} \Big|_{\Delta=0} = \delta \nu_x^{(1)} = - \frac{M}{2\pi |w| HR} \sum_i \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} \right)_i \langle |\phi_x|^2 \rangle_i \ell_i = -14,6;$$

$$\frac{\partial \nu_y}{\partial \Delta} \Big|_{\Delta=0} = \delta \nu_y^{(1)} = - \frac{M}{2\pi |w| HR} \sum_i \left(\frac{\partial H_x}{\partial y} \right)_i \langle |\phi_y|^2 \rangle_i \ell_i = -22,2.$$

/3.1/

Суммирование ведется по квадрупольям периода.

При расчетах на ЭВМ найдены значения бетатронных частот:

$$\nu_x (\Delta = 0) = 7,283, \quad \nu_y (\Delta = 0) = 3,325,$$

$$\nu_x (\Delta = 0,01) = 7,129, \quad \nu_y (\Delta = 0,01) = 3,093,$$

$$\nu_x (\Delta = -0,01) = 7,444, \quad \nu_y (\Delta = -0,01) = 3,573,$$

откуда

$$\frac{\partial \nu}{\partial \Delta} \Big|_{+0,01} = -15,4; \quad \frac{\partial \nu}{\partial \Delta} \Big|_{-0,01} = -16,1;$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial \Delta} \Big|_{+0,01} = -23,2; \quad \frac{\partial \nu}{\partial \Delta} \Big|_{-0,01} = -24,8. \quad /3.2/$$

Совпадение с /3.1/ следует признать хорошим, поскольку расчеты выполнялись с учетом нелинейной зависимости радиального отклонения орбит от Δ .

б/ Компенсация зависимости бетатронных частот от зарядности и квадратов амплитуд

Для компенсации зависимости частот от зарядности введем в квадрупольные магниты секступольные поля, силу которых определим из системы уравнений, следующих из формул /2.10/, /2.11/ и /3.1/ (индексы ϕ и d относятся к фокусирующему и дефокусирующему по x квадрупольям/

$$2 \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{\phi} \langle |\phi_x|^2 \psi \rangle_{\phi} + \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{d} \langle |\phi_x|^2 \psi \rangle_{d} = 14,6 \frac{2\pi |w| HR}{\ell_{KB} \cdot M},$$

$$2 \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{\phi} \langle |\phi_y|^2 \psi \rangle_{\phi} + \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{d} \langle |\phi_y|^2 \psi \rangle_{d} = 22,2 \frac{2\pi |w| HR}{\ell_{KB} \cdot M},$$

/3.3/

откуда

$$\left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{\phi} = 20 \text{ Т/м}^2, \quad \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{d} = -32 \text{ Т/м}^2. \quad /3.4/$$

Расчеты на ЭВМ дают оптимальные значения секступольных полей

$$\left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{\phi} = 22 \text{ Т/м}^2, \quad \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_{d} = -35 \text{ Т/м}^2. \quad /3.5/$$

согласующиеся с /3.4/. Эмиттанс пучка полагался малым $\epsilon_{x,y} = 1,0 \text{ см} \cdot \text{мрад}$, чтобы исключить влияние членов $\delta \nu_{x,y}^{(3),(4)}$ в ряду /2.9/. В этом случае разброс бетатронных частот составляет $\Delta \nu_x = 0,08$, $\Delta \nu_y = 0,04$ при изменении зарядности в пределах $-0,1 \leq \Delta \leq 0,1$, так что применение октуполей для компенсации эффектов $\sim \Delta^2$ является излишним. Зависимость ν_x, ν_y от Δ при малом эмиттансе пучка представлена на рис. 4. Октупольная коррекция не применяется.

При больших эмиттансах смещение частот бетатронных колебаний оказывается более существенным. Аналитическую зависимость бетатронных частот от эмиттанса при включенных секступольных линзах найдем

из формул /2.9/, /П.1.2 ÷ П-1.4/ ($|a|_{x,y}^2 = \frac{\epsilon_{x,y}}{2|w|}$):

$$\Delta \nu_x (\epsilon) = -0,97 \epsilon_x - 1,75 \epsilon_y,$$

$$\Delta \nu_y (\epsilon) = -1,72 \epsilon_x + 17,0 \epsilon_y, \quad /3.6/$$

$\epsilon_{x,y}$ измеряется в $\text{см} \cdot \text{рад}$.

При расчете на ЭВМ соответствующие зависимости имеют вид

$$\Delta \nu_x (\epsilon) = -2,4 \epsilon_x - 1,2 \cdot 10^{-2} \epsilon_y,$$

$$\Delta \nu_y (\epsilon) = -2,5 \epsilon_x + 12,2 \epsilon_y. \quad /3.7/$$

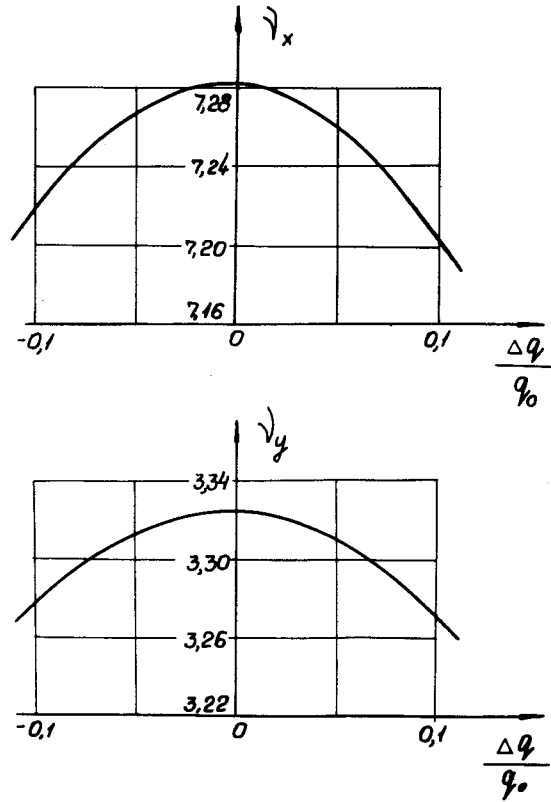


Рис. 4. Зависимость частот бетатронных колебаний от зарядности при наличии секступольной коррекции.

Для эмиттансов $\epsilon_{x,y} = 10^{-2}$ см.рад и точности машинных расчетов $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-3}$ соответствие /3.6/, /3.7/ является удовлетворительным. Согласно /3.6/, /3.7/ наибольшим является смещение вертикальной частоты $\sim \epsilon_y$. Для компенсации этого эффекта достаточно ввести кубическую нелинейность в центральный квадруполь. Вследствие малости функции $|\phi_x|$ в центре нелинейность влияет только на вертикальное движение.

Величину компенсирующей кубической нелинейности определим по формулам /П-1.2, П-1.4/.

Смещение частоты равно

$$\Delta\nu_y^{(куб)} = \frac{Ml(1-\Delta)}{8\pi|w|^2HR} |\phi_y|_D^2 (\epsilon_y |\phi_y|_D^2 - 2\epsilon_x |\phi_x|_D^2) \frac{\partial^3 N_y}{\partial x^3} =$$

$$= 10^{-2} (21,5\epsilon_y - 0,4\epsilon_x) \frac{\partial^3 N_y}{\partial x^3}$$

/ $\frac{\partial^3 N_y}{\partial x^3}$ измеряется в T/m^3 /.

Кубическую нелинейность найдем из условия равенства нулю сдвига частоты $\Delta\nu_y(\epsilon) + \Delta\nu_y^{(куб)}$ при произвольном ϵ_y :

$$\frac{\partial^3 N_y}{\partial x^3} = -57 T/m^3.$$

Оптимальное значение октупольного градиента, по-

лученное на ЭВМ, $\frac{\partial^3 N_y}{\partial x^3} = -54 T/m^3$. Октупольная

коррекция вызывает незначительное смещение частот радиальных колебаний. Зависимость частот бетатронных колебаний от зарядности при разных эмиттансах пучка и включенной октупольной коррекции представлена на рис. 5. Три кривые помечены числами 1,5 и 10, которые представляют собой эмиттансы в см.рад/во всех случаях $\epsilon_x = \epsilon_y$ /.

Наложение трех кривых друг на друга на графике $\nu_y \left(\frac{\Delta q}{q_0} \right)$ подтверждает оптимальность вы-

бора октупольной составляющей. Параболический ход кривых объясняется влиянием членов разложения в /2.9/, пропорциональных Δ^2 .

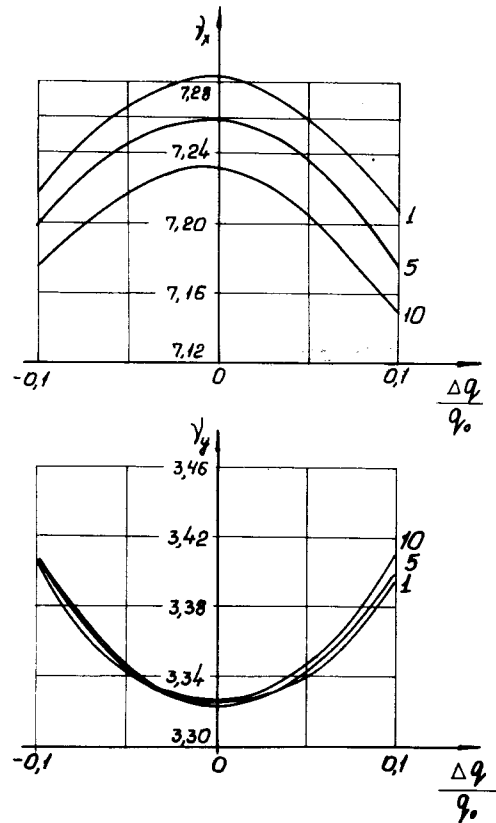


Рис. 5. Частоты бетатронных колебаний в зависимости от зарядности при разных эмиттансах. Введены секступольные и октупольное поля.

в/ Диаграмма частот и огибающие колебаний

На рис. 6 представлена рабочая клетка бетатронных частот с линиями резонансов до 4-го порядка включительно.

Клетка не содержит структурных резонансов, которые возбуждаются на гармониках с номерами $mM/M = 12$ - число периодов структуры, m - целое число/.

а. $|\frac{\Delta q}{q_0}| \leq 0,1 \quad \epsilon_x = \epsilon_y = 1 \cdot 10^{-3} \text{ см мрад}$

б. $|\frac{\Delta q}{q_0}| \leq 0,1 \quad \epsilon_x = \epsilon_y = 10 \text{ см мрад}$

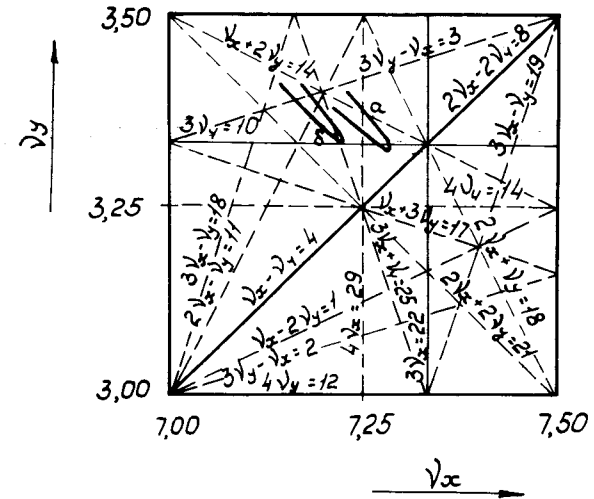


Рис. 6. Рабочая клетка бетатронных частот.

Ближайший структурный резонанс 4-го порядка $4\nu_y = 12$ возникает на границе клетки. Изучение вертикального движения с помощью ЭВМ показывает, что он не проявляется в области, где расположены рабочие точки.

На диаграмме частот кривая /а/ представляет геометрическое место рабочих точек ионов разных заряд-

ностей ($|\frac{\Delta q}{q_0}| \leq 0,1$), в пучке с исчезающе малым эмиттан-

сом / $\epsilon_x = \epsilon_z = 10^{-3} \text{ см мрад}$ /. Кривая /б/ характеризует частоты колебаний ионов с тем же разбросом зарядностей и эмиттансом $\epsilon_x = \epsilon_y = 10 \text{ см} \cdot \text{мрад}$. Видно, что изображающие точки сосредоточены в зоне вполне при-

емлемых размеров. Этого, как было описано выше, удалось добиться посредством секступольной коррекции частот ионов разных зарядностей и октупольной коррекции зависимости частот бетатронных колебаний от квадратов амплитуд.

На ЭВМ были вычислены огибающие бетатронных колебаний по x и y при эмиттансе пучка $\epsilon_x = \epsilon_y = 10 \text{ см} \cdot \text{мрад}$. На рис. 7 представлены 3 серии огибающих и три осевые траектории пучка. Сплошные линии соответствуют номинальной зарядности ($\Delta=0$), пунктирные - $\Delta = -0,1$ и штрих-пунктирные - $\Delta = 0,1$. Рис. 7 дает представление о радиальной апертуре, необходимой для размещения спектра зарядностей $|\Delta| = 0,1$ с эмиттансом $\epsilon_x = 10 \text{ см} \cdot \text{мрад}$. Нелинейности слабо влияют на ход огибающих, но все же можно заметить, что отклонения от осевой траектории не являются одинаковыми.

В больших промежутках замкнутые орбиты ионов с $\Delta \neq 0$ не совпадают с осью камеры, что объясняется наличием второго и следующих за ним членов разложе-

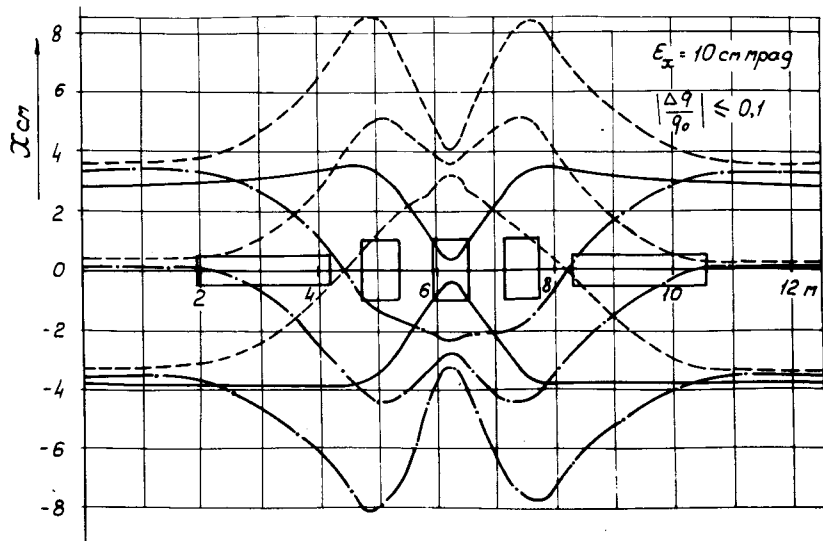


Рис. 7. Огибающие бетатронных колебаний в радиальном направлении. Пунктирные линии: $\Delta = -0,1$; сплошные линии: $\Delta = 0$; штрих-пунктирные линии: $\Delta = 0,1$.

ния ρ согласно /2.4/. На рис. 8 дана подробно зависимость $\Delta \rho = \psi_1 (\Delta q/q)^2 + \dots$.

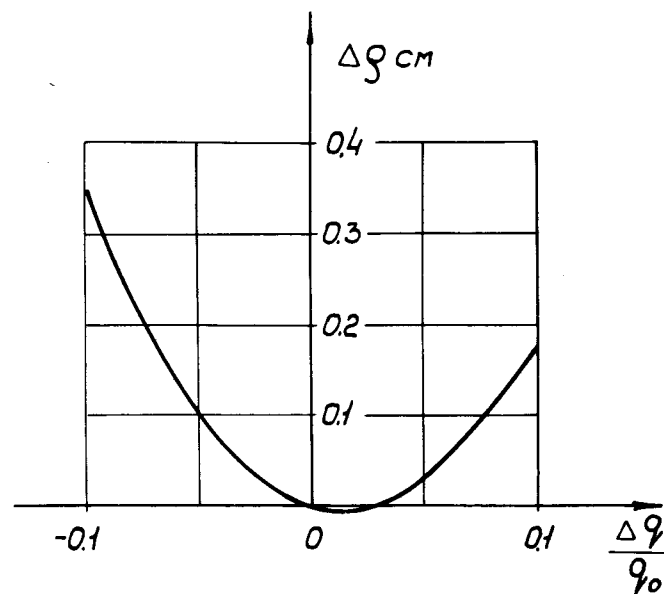


Рис. 8. Отклонения замкнутых орбит от оси камеры в больших прямолинейных промежутках.

На рис. 9 представлены огибающие вертикальных колебаний при $\epsilon_y = 10 \text{ см} \cdot \text{мрад}$, $\Delta = 0$. Огибающие колебаний ионов с разбросом зарядности $|\Delta| \leq 0,1$ в зоне триплета не отличаются более чем на 10% от изображенных на рисунке, а на остальных участках периода они практически совпадают с изображенной на рис. 9. Поэтому они на рисунке не показаны.

Согласно расчетам на ЭВМ и аналитическим оценкам минимальные искажения формы огибающих при разных Δ имеют место, когда нелинейные компенсирующие поля размещены в структурных квадрупольных элементах.

Технически это осуществимо путем наложения дополнительных секступольных и октупольных обмоток в

квадруполях /неявнополосные конструкции/ или специального профилирования их полюсов.

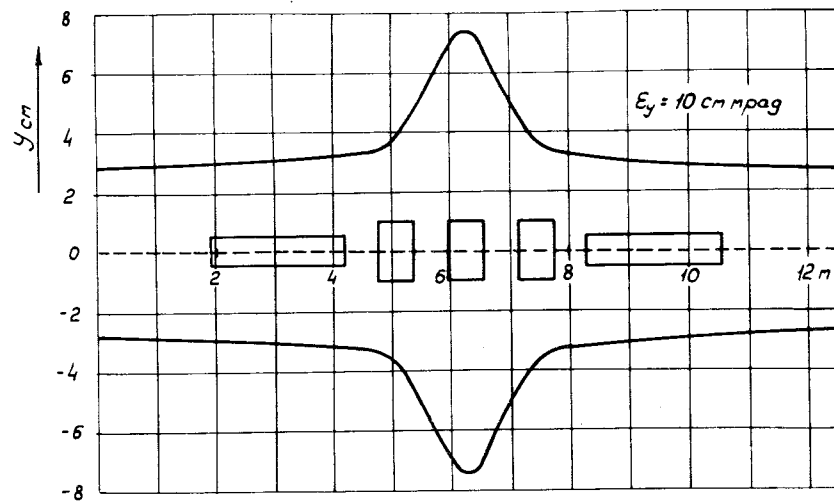


Рис. 9. Огибающие пучка в вертикальном направлении.

На рис. 10 сплошными линиями показан профиль полюсов квадруполя, содержащего секstupольную компоненту для компенсации зависимости частот от зарядности в случае, когда $r_0 \langle \psi \rangle \approx 0,25$ (r_0 - радиус апертуры линзы, $\langle \psi \rangle$ - средняя по длине линзы дисперсионная функция). Штриховыми линиями показан профиль полюсов идеального квадруполя.

2/ Допуски на магнитные отклонения и расстановку магнитов

1. Отклонения градиента поля в квадруполях от расчетных значений

Отношение градиента в квадруполях к дипольному полю в заворачивающих магнитах должно быть в идеаль-

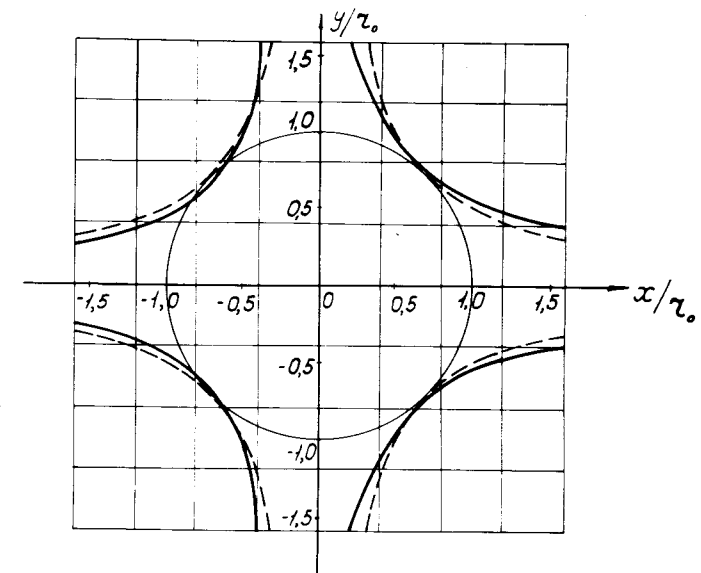


Рис. 10. Поперечное сечение полюсов квадруполя, содержащего секstupольную компоненту.

ном случае постоянным. Несоответствие градиента расчетному уровню дипольного поля является причиной перемещения рабочей точки на диаграмме устойчивости.

Рис. 3 дает представление о необходимой точности поддержания градиента. При последовательном питании фокусирующих и дефокусирующих квадруполей относительные ошибки градиента одинаковы. Отклонениям градиента на величину $\pm 0,2\%$ соответствует изменение чисел колебаний на оборот: $\Delta \nu_x = \pm 0,03$, $\Delta \nu_y = \pm 0,05$. При изменении $G_{\text{дефок.}}$ на $\pm 0,1\%$ и постоянном $G_{\text{фок.}}$ число вертикальных колебаний также изменяется на $\pm 0,05$.

Нестабильность отношения градиента к дипольному полю вызывает также изменение дисперсионной функции ψ . Нас интересует, прежде всего, ее поведение в больших прямолинейных промежутках. Приведенному выше допуску $\Delta G/G = \pm 0,2\%$ соответствует $\Delta \psi = \pm 0,1$ см - величина пренебрежимо малая.

2. Возмущения равновесной орбиты

Неточная установка квадруполей и случайный поворот диполей относительно продольной оси, так же как и случайный разброс полей в диполях, приводят к искажениям равновесной орбиты синхротрона. Среднеквадратичная амплитуда искажений равновесной орбиты, вызванная ошибкой в поле диполей составляет:

$$\langle \xi(s) \rangle = \frac{|\phi(s)| \sqrt{N} \int \phi(s) ds}{|w|R|\sin \pi \nu|} \langle \epsilon \rangle,$$

где $\langle \epsilon \rangle$ - среднеквадратичная ошибка поля, отнесенная к полю в диполях, N - число независимых источников возмущений, ν - число бетатронных колебаний на оборот, а интеграл берется по одному магнитному элементу.

Смещение квадруполя на величину Δx в направлении, перпендикулярном оси камеры, означает ошибку

поля $\epsilon_x = \frac{G\Delta x}{H_{y_0}}$; при этом орбита возмущается в meridional плоскости. Отклонению оси линзы по вертикали

от проектного положения соответствует $\epsilon_y = \frac{G\Delta y}{H_{y_0}}$;

орбита искажается по вертикали.

Обозначив среднеквадратичные погрешности в поперечной установке всех квадруполей через $\langle \Delta x \rangle$, $\langle \Delta y \rangle$, в рассматриваемой структуре получим:

$$\langle \xi_x(s) \rangle = 11 |\phi_x(s)| \langle \Delta x \rangle;$$

$$\langle \xi_y(s) \rangle = 25 |\phi_y(s)| \langle \Delta y \rangle;$$

предполагается, что число колебаний на оборот не приближается к целому ближе чем на 0,2; $|\phi_{x,y}(s)|$ измеряется в метрах.

Искажение орбиты наибольшее там, где $|\phi_{x,y}(s)| = |\phi_{x,y}|_{\max}$. При $\langle \Delta x \rangle = \langle \Delta y \rangle = 0,01$ см имеем $\langle \Delta \xi_x \rangle_{\max} = 0,3$ см, $\langle \Delta \xi_x \rangle_{\max} = 1,7$ см.

Случайный разброс углов поворота диполей вокруг продольной оси, равный $\langle \alpha \rangle = 3 \cdot 10^{-4}$ рад, дает амплитудное искажение орбиты в центральном квадруполе 0,6 см; в других элементах структуры отклонения меньше. Таким образом, суммарное вертикальное искажение орбиты в центральных квадруполях достигает $1,7^2 + 0,6^2 / 1/2 = 1,8$ см в любую сторону.

Горизонтальные искажения орбиты повсеместно не выходят за пределы $\pm 1,0$ см, если случайный разброс полей в диполях не превышает $\langle \epsilon_x \rangle = 4 \cdot 10^{-4}$.

3. Поддержание величины секступольного поля

Допуск на точность поддержания величины секступольного поля $S(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2})$ найдем из формул /2,9/ ÷ /2,11/.

При отклонении величины секступольных полей от расчетных значений нарушаются условия $\delta \nu_{x,y}^{(1)} = 0$. Смещение частоты бетатронных колебаний, вызванное отклонением значений секступольных полей от расчетных, в наихудшем случае равно:

$$\Delta \nu_{x,y} = \frac{M \ell \Delta}{2\pi |w| HR} [2 \langle |\phi_{x,y}|^2 \rangle \langle \psi_{\phi} \rangle + \langle |\phi_{x,y}|^2 \rangle_{\text{д}} \langle \psi_{\text{д}} \rangle] \delta \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right),$$

где $\langle |\phi_{x,y}|^2 \rangle$, $\langle \psi_{\phi, \text{д}} \rangle$ - среднее значение функций Флоке и дисперсионной функции в фокусирующем и дефокусирующем по радиусу квадруполях.

Задавая $\Delta \nu_x = \pm 0,02$, получим

$$\delta\left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2}\right) / \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2}\right) = \pm 1,1\%$$

а если $\Delta\nu_y = \pm 0,02$, то

$$\delta\left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2}\right) / \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2}\right) = 0,25\%$$

Средние квадратичные отклонения секступольных полей от расчетных могут быть в 5 раз больше систематических.

д/ О методике вычислений на ЭВМ

Исследование динамики пучка с разбросом зарядности и свойств триплетной магнитной структуры выполнялось с широким привлечением ЭВМ.

Было использовано несколько программ, написанных на языке FORTRAN. Поиск областей устойчивости, частот колебаний, характеристических функций структуры производился в линейном приближении по программе, основанной на матричной методике.

Анализ динамики ионов в нелинейных полях выполнялся по программе, позволяющей рассчитывать траектории в двух поперечных направлениях. Использовался метод численного интегрирования уравнения движения с учетом членов разложения магнитного поля в ряд по отклонениям от оси камеры x, y до 4-й степени включительно.

Замкнутые орбиты ионов разных зарядностей находились подбором значений x, x', y, y' , совпадающих в начале и конце периода. При этом устанавливался минимум функционала

$$F = (x_H - x_K)^2 + (x'_H - x'_K)^2 + (y_H - y_K)^2 + (y'_H - y'_K)^2$$

методом касательных с точностью 10^{-8} .

Частоты бетатронных колебаний в нелинейном поле находились по целому числу колебаний относительно замкнутой орбиты на заданном числе оборотов. При этом прослеживались траектории с начальными нулевыми отклонениями и заданными углами наклона. Точность

определения частот оценивается величиной $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{1}{kM}$,

где k - число оборотов, M - число периодов. Обычно

k составляло около 100, а $M = 12$, так что $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-3}$.

Для отыскания огибающих колебаний в нелинейных полях производился расчет траекторий на протяжении 250 оборотов, анализировались отклонения в заданных точках периода и выбирались максимальные и минимальные отклонения, которые и определяли огибающие пучка.

4. ДРУГИЕ МАГНИТНЫЕ СИСТЕМЫ

В предыдущем пункте описана одна из простейших ахроматических магнитных структур. Более сложные структуры обладают рядом преимуществ. Так, например, в ахроматическую часть элемента периодичности можно ввести дополнительные квадрупольные, которые позволяют регулировать частоты колебаний; ахроматичность при этом сохраняется.

Компоновка более сложных систем допускает раздельное размещение квадруполей и секступолей. Ход функций Флоке может быть более плавным, и необходимость в октупольной коррекции вообще отпадает.

Была, в частности, изучена магнитная структура, содержащая 6 симметричных периодов. Половина периода показана на рис. 11; там же показаны характеристические функции.

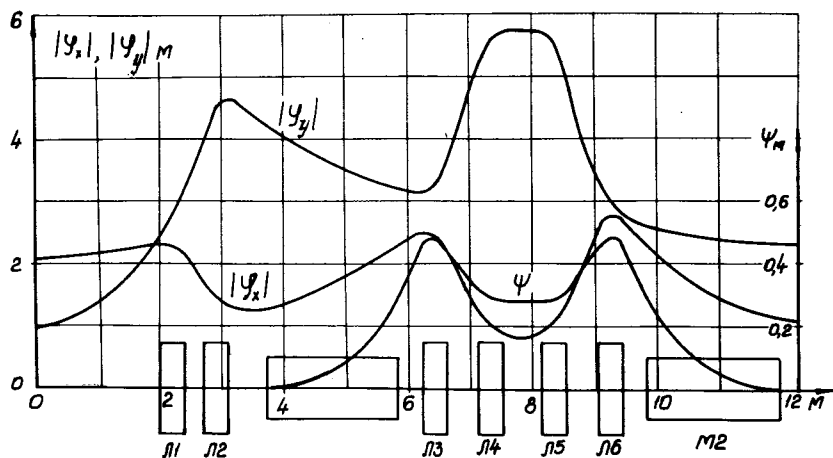


Рис. 11. Структура половины периода и характеристические функции $|\phi_x|$, $|\phi_y|$, ψ .

Основные характеристики структуры:

Периметр	- 146,4 м.
Радиус кривизны в диполях	- 8,0 м.
Предельная индукция в диполях	- 0,79 Т.
Длина квадруполей	- 40 см.
Градиент поля в квадруполях:	
	Λ_1 - 12,32 Т/м.
	Λ_2 - 12,48 Т/м.
	Λ_3, Λ_6 - 16,83 Т/м.
	Λ_4, Λ_5 - 9,12 Т/м.
Числа бетатронных колебаний на оборот	
по X	- 10,85,
по Y	- 4,15.
Коэффициенты хроматичности	
$\frac{\partial \nu_x}{\partial \Delta}$	- 15,1,
$\frac{\partial \nu_y}{\partial \Delta}$	- 25,9.

Линзы Λ_1 , Λ_2 позволяют изменять рабочие частоты без нарушения ахроматичности. Промежутки между линзами $\Lambda_3 - \Lambda_6$ удобны для размещения корректирующих нелинейностей.

Расчет структуры и подбор корректирующих полей производились при помощи ЭВМ с использованием метода аберационных коэффициентов ^{/5/}.

При введении квадратичной нелинейности в квадруполи Λ_3 , Λ_6 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 50,8 \text{ Т/м}^2$ и в квадруполи Λ_4 , Λ_5 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = -45,7 \text{ Т/м}^2$ остается дисперсия частот, равная

$$\Delta \nu_x = -9 \Delta^2, \quad \Delta \nu_y = 11 \Delta^2.$$

Для наших целей может быть пригодна структура, предложенная в ^{/6/}. В ней также возможна регулировка частот без нарушения условия ахроматичности. Компенсация линейного смещения частот из-за разброса по зарядности достигается введением секступольного поля в диполи и центральный квадруполь. В этой структуре октупольная коррекция не нужна, поскольку в центральном квадруполе функции $|\phi_x|$ и $|\phi_y|$ приблизительно равны и малы по сравнению с их максимальными значениями в суперпериоде.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

П.1. Зависимость частот бетатронных колебаний от эмиттанса пучка

Введение секступольных полей приводит к смещению бетатронных частот, пропорциональному квадратам амплитуд бетатронных колебаний. Этот эффект проявляется во втором порядке метода усреднения, формулы для $\delta \nu_{x,y}^{(3),(4)}$ ^{/2.9/} получаются сложными и приводятся здесь без вывода:

$$\delta\nu_x^{(3)} = -\frac{(1-\Delta)^2 N}{8\pi |w|^2 (HR)^2 \sin \frac{\mu_x}{2}} \sum_{i=1}^{(L_o)} \sum_{m=1}^i \delta_{im} \ell_i \ell_m \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_i \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_m \times$$

$$\times |\phi_x|_i^3 |\phi_x|_m^3 \left\{ \cos 3 \left[\eta_{xi} - \eta_{xm} - \frac{\mu_x}{2} \right] \frac{\sin \frac{\mu_x}{2}}{\sin \frac{3}{2} \mu_x} + 3 \cos \left[(\eta_{xi} - \eta_{xm}) - \frac{\mu_x}{2} \right] \right\} -$$

$$- \frac{(1-\Delta) N}{4\pi w (HR)} \sum_{i=1}^{(L_o)} \left(\frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \right)_i \ell_i |\phi_x|_i^4 ; \quad / \text{III.1/}$$

$$\delta\nu_y^{(3)} = -\frac{(1-\Delta)^2 N}{4\pi |w|^2 (HR)^2} \sum_{i=1}^{(L_o)} \sum_{m=1}^i \delta_{im} \ell_i \ell_m \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_i \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_m |\phi_x|_i |\phi_x|_m \times$$

$$\times |\phi_y|_i^2 |\phi_y|_m^2 \left[\frac{\cos[(\eta_{xi} - \eta_{xm}) + 2(\eta_{yi} - \eta_{ym}) - \frac{\mu_x + 2\mu_y}{2}]}{\sin \frac{\mu_x + 2\mu_y}{2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\cos[(\eta_{xi} - \eta_{xm}) - 2(\eta_{yi} - \eta_{ym}) - \frac{\mu_x - 2\mu_y}{2}]}{\sin \frac{\mu_x - \mu_y}{2}} \right] -$$

$$- 2 |\phi_x|_m^2 \frac{2 \cos(\eta_{xi} - \eta_{xm} - \frac{\mu_x}{2})}{\sin \frac{\mu_x}{2}} \left\{ - \right.$$

$$\left. - 2 \frac{(1-\Delta) N}{4\pi w (HR)} \sum_{i=1}^{(L_o)} \left(\frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \right)_i \ell_i |\phi_x|_i^2 |\phi_y|_i^2 \right\} ; \quad / \text{III.2/}$$

$$\delta\nu_x^{(4)} = -\frac{(1-\Delta)^2 N}{4\pi |w|^2 (HR)^2} \sum_{i=1}^{(L_o)} \sum_{m=1}^i \delta_{im} \ell_i \ell_m \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_i \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_m |\phi_x|_i |\phi_x|_m \times$$

$$\times |\phi_y|_m^2 |\phi_y|_i^2 \left[\frac{\cos[2(\eta_{yi} - \eta_{ym}) - (\eta_{xi} - \eta_{xm}) + \frac{\mu_x - 2\mu_y}{2}]}{\sin \frac{2\mu_y - \mu_x}{2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{\cos[2(\eta_{yi} - \eta_{ym}) + (\eta_{xi} - \eta_{xm}) - \frac{2\mu_y + \mu_x}{2}]}{\sin \frac{2\mu_y + \mu_x}{2}} \right] -$$

$$- 2 |\phi_x|_i^2 \frac{\cos(\eta_{xi} - \eta_{xm} - \frac{\mu_x}{2})}{\sin \frac{\mu_x}{2}} \left\{ + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\Delta) N}{2\pi |w| (HR)} \sum_{i=1}^{L_o} \left(\frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \right)_i \ell_i |\phi_x|_i^2 |\phi_y|_i^2 \right\} ; \quad / \text{III.3/}$$

$$\delta\nu_y^{(4)} = -\frac{(1-\Delta)^2 N}{8\pi |w|^2 (HR)^2} \sum_{i=1}^{(L_o)} \sum_{m=1}^i \delta_{im} \ell_i \ell_m \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_i \left(\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} \right)_m |\phi_x|_i |\phi_y|_i^2 \times$$

$$|\phi_x|_m |\phi_y|_m^2 \left\{ \frac{\cos[(\eta_{xi} - \eta_{xm}) - 2(\eta_{yi} - \eta_{ym}) - \frac{\mu_x - 2\mu_y}{2}]}{\sin \frac{\mu_x - 2\mu_y}{2}} + \right.$$

$$+ \frac{\cos[(\eta_{xi} - \eta_{xm}) + 2(\eta_{yi} - \eta_{ym}) - \frac{\mu_x + 2\mu_y}{2}] \cos(\eta_{xi} - \eta_{xm} - \frac{\mu_x}{2})}{\sin \frac{\mu_x + 2\mu_y}{2}} + 4 \frac{\cos(\eta_{xi} - \eta_{xm} - \frac{\mu_x}{2})}{\sin \frac{\mu_x}{2}} \} +$$

$$+ \frac{(1-\Delta)N}{4\pi|w|(HR)} \sum_{i=1}^{L_0} \left(\frac{\partial^3 H_y}{\partial x^3} \right)_i |\phi_y|_i^4 \ell_i. \quad /П1.4/$$

Суммирование выполняется по всем нелинейным полям на элементе периодичности (L_0) магнитной структуры:

$$\delta_{im} = \begin{cases} 1 & i < m \\ 1/2 & m = i \end{cases} \quad \phi(s) = |\phi(s)| e^{i\eta}.$$

П.2. О перезарядке ионов на остаточном газе

Перезарядка иона на произвольном азимуте синхротрона сопровождается возбуждением радиальных бетатронных колебаний; амплитуда колебаний определяется изменением зарядности Δq и свойствами магнитной структуры.

Пусть на азимуте s^0 зарядность изменилась на Δq . Начальные условия возникающих колебаний

$$\Delta x(s^0) = \psi(s^0) \frac{\Delta q}{q_0}, \quad \Delta x'(s^0) = \psi'(s^0) \frac{\Delta q}{q_0} \quad /П2.1/$$

зависят от $\psi(s^0)$, $\psi'(s^0)$. Радиальные колебания не возбуждаются, только если $\psi(s^0) = \psi'(s^0) = 0$.

Возникший колебательный процесс описывается следующим образом:

$$\xi(s) = \Delta a_x \phi_x(s) + \text{к.с.},$$

$$\xi'(s) = \Delta a_x \phi_x'(s) + \text{к.с.}, \quad /П2.2/$$

где комплексная константа Δa_x равна

$$\Delta a_x = \frac{1}{w} [\Delta x \phi_x^{*'}(s^0) - \Delta x' \phi_x^*(s^0)]. \quad /П2.3/$$

В дальнейшем индекс x будем опускать, а индексом "0" обозначим принадлежность функций Флоке и ψ к азимуту s^0 .

Подставив /П.2.1/ в /П2.3/ и обозначив

$$F_0 = \frac{1}{w} (\psi_0 \phi_0^{*'} - \psi_0' \phi_0^*), \quad /П2.4/$$

представим Δa в виде

$$\Delta a = F_0 \frac{\Delta q}{q_0}. \quad /П2.5/$$

Огибающая колебаний, таким образом, описывается функцией

$$\xi(s) = 2|F_0| |\phi(s)| \frac{\Delta q}{q_0}. \quad /П2.6/$$

Преобразуем выражение /П2.4/, с тем чтобы выразить фактор $|F_0|$ более наглядно через характеристики магнитной структуры.

Прежде всего, представим ϕ_0^* , $\phi_0^{*'}$ в форме ^{/4/}

$$\phi_0^* = |\phi_0| e^{-i(\mu \frac{s^0}{\ell} + \chi_0)},$$

$$\phi_0^{*' } = [|\phi_0|' - i(\frac{\mu}{\ell} + \chi_0') |\phi_0|] e^{-i(\mu \frac{s^0}{\ell} + \chi_0)}, \quad /П2.7/$$

и воспользуемся известным соотношением

$$\frac{\mu}{\ell} + \chi_0' = -\frac{w}{2i} \frac{1}{|\phi_0|^2}, \quad /П2.8/$$

вытекающим непосредственно из определения вронскиана:

$$\phi \phi^{*' } - \phi' \phi^* = w.$$

Тогда, после простых преобразований, найдем:

$$|F_0| = \frac{1}{|w|} [(\psi_0 |\phi_0|' - \psi_0' |\phi_0|)^2 + (\frac{|w|}{2} \frac{\psi_0}{|\phi_0|})^2]^{1/2}.$$

/П2.9/

Функция $|F_0|$ для структуры, описанной в п.3, показана на рис. 12.

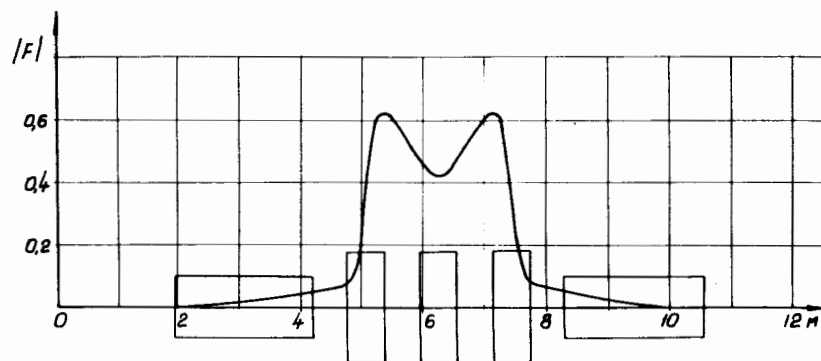


Рис. 12. Функция $|F|$, определяющая амплитуду радиальных бетатронных колебаний при перезарядке на произвольном азимуте.

Рассмотрим для определенности перезарядку ионов U со средней зарядностью $\bar{q}_0 = 45$ в начале цикла ускорения.

Изменение зарядности на единицу ($\Delta q = 1$) приводит к появлению дополнительных радиальных колебаний, огибающая которых не выходит за пределы 0,6 см, если перезарядка происходит в больших прямолинейных промежутках или внутри диполей. Перезарядка в зоне квадруполей сопровождается сильным возбуждением колебаний. Наиболее опасна перезарядка внутри фокусирующих по радиусу квадруполей /а мплитуда колебаний - до 9 см/.

Таким образом, в рассмотренной структуре можно допустить перезарядку на остаточном газе на длине, приблизительно равной 2/3 периметра ускорителя. Это означает, что давление остаточного газа в камере синхротрона может быть в 3 раза выше, чем при работе ускорителя в обычном режиме, без изменения зарядности.

Вместе с тем следует отметить, что вопрос о допустимом давлении остаточного газа тесно связан с его молекулярным составом. Вероятность кратной обдирки в тяжелых газах велика /7/, что приводит к необходимости более строгого ограничения остаточного давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шукейло И.А. Препринт НИИЭФА Б-О309, Ленинград, 1976.
2. Веников Н.И. и др. В сб.: Труды пятого Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т. I, Дубна, октябрь 1976. "Наука", М., 1977, с.88.
3. Month M. Particle Accel., 1972, 3, p.183.
4. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Теория циклических ускорителей. Физматгиз, М., 1962.
5. Севергин Ю.П. Препринт НИИЭФА Г-О270, Ленинград, 1976.
6. Chasman R., Green G.K., Rowe E.M. IEEE Trans. on Nucl.Sci., 1975, NS-22, No. 3, p.1765.
7. Moak C.D. e.a. Phys. Rev., 1968, 176, No.2. p.176.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 июля 1978 года.