

С 3450

К-471

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



3385/2-77

29/viii 77

9 - 10723

Е.Н.Кладницкая, В.С.Кладницкий

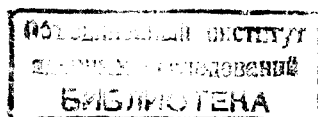
ТЕЛЕСКОПИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
ИЗ ДВУХ СЕКТОРНЫХ МАГНИТОВ

1977

9 - 10723

Е.Н.Кладницкая, В.С.Кладницкий

ТЕЛЕСКОПИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
ИЗ ДВУХ СЕКТОРНЫХ МАГНИТОВ



Кладницкая Е.Н., Кладницкий В.С.

9 - 10723

Телескопическая система из двух секторных магнитов

Рассматривается телескопическая система из двух секторных магнитов с краевой фокусировкой, отклоняющая немонотонноэнергетический пучок на заданный угол, не нарушая параллельности траекторий частиц. Получены соотношения, которым должны удовлетворять расстояние между магнитами и отношение радиусов кривизны осевой траектории. Если поворот в обоих магнитах происходит в одном направлении, то можно скомпенсировать линейную дисперсию пучка. Согласно найденному условию ахроматизма, для этого следует задать отрицательный угол наклона любой из граней магнитов, обращенных внутрь системы. Вертикальную дефокусировку на этой границе можно скомпенсировать, выбрав определенный положительный угол наклона одной из внешних граней. Для ахроматического отклонения пучка достаточно, чтобы краевой фокусировкой обладал один из магнитов. Если это первый магнит системы, то радиальный размер пучка увеличивается, если второй - уменьшается.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

© 1977 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

ВВЕДЕНИЕ

В практике транспортировки заряженных частиц нередко требуется отклонить на заданный угол параллельный пучок, имеющий значительный разброс по импульсам

$\frac{\Delta P}{P_0}$. Если отклоняющая система телескопическая ($f = \infty$),

то после поворота пучка траектории частиц с импульсом P_0 останутся параллельными. Чтобы сохранить параллельность траекторий частиц с $P \neq P_0$, необходимо скомпенсировать угловую дисперсию, приобретенную пучком в плоскости отклонения. Если при этом удастся скомпенсировать и линейную дисперсию по импульсам, мы осуществим ахроматическое отклонение пучка.

Рассмотрим два последовательно расположенных секторных магнита M_1 и M_2 , разделенных свободным от поля участком длиной L /рис. 1/. Пусть падающий параллельный пучок поочередно отклоняется в них на углы ϕ_1 и ϕ_2 . Траекторию частицы с импульсом P_0 примем за ось пучка. Радиус кривизны осевой траектории в магнитах равняется соответственно R_1 и R_2 . На входе в магнит граница поля составляет с радиусом кривизны угол ϵ_1 или β_1 , а на выходе - соответственно угол ϵ_2 или β_2 . В общем случае в каждом из магнитов может быть использована градиентная фокусировка.

Рассмотрим движение частицы в радиальной плоскости системы. Поперечное смещение частицы от оси пучка x , угол x' , который ее траектория образует с осью,

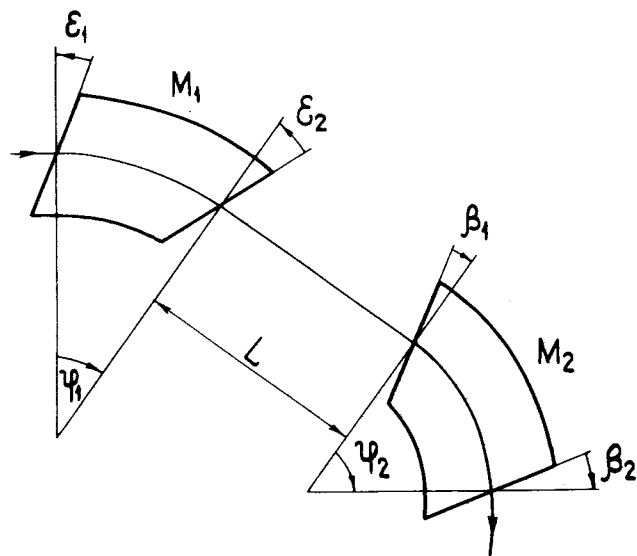


Рис. 1. Система из двух секторных магнитов с краевой фокусировкой.

и относительное отклонение $\frac{\Delta P}{P_0}$ импульса частицы от P_0 служат компонентами вектора-столбца

$$\begin{bmatrix} x \\ x' \\ \frac{\Delta P}{P_0} \end{bmatrix}$$

Преобразование этого вектора от входной границы секторного магнита к его выходной границе описывается матрицей^{/1/}

$$\begin{bmatrix} \cos a & \frac{R}{A} \sin a & \frac{R}{A^2}(1 - \cos a) \\ -\frac{A}{R} \sin a & \cos a & \frac{\sin a}{A} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad /1/$$

где $A = \sqrt{1-n}$ и $a = A\phi$. Через n обозначен показатель спада магнитного поля. Перемножив матрицы магнита M_1 , свободного участка и магнита M_2 , получим полную матрицу преобразования в радиальной плоскости

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad /2/$$

Поскольку фокусное расстояние системы $f = -\frac{1}{m_{21}}$,

последняя является телескопической для частиц с импульсом P_0 при $m_{21} = 0$. Положение фокуса по энергии^{/2/} относительно выходной границы системы определяется вы-

ражением $F_E = -\frac{m_{13}}{m_{23}}$. Следовательно, в случае компен-

сации угловой дисперсии ($m_{23} = 0$), мы имеем систему, афокальную по энергии. И, наконец, при $m_{13} = 0$ отсутствует линейная дисперсия пучка.

Цель данной работы - найти условия, при которых:

1/ немонотонный параллельный пучок частиц после отклонения системой из двух секторных магнитов остается параллельным в радиальной плоскости, т.е. $m_{21} = m_{23} = 0$;

2/ в параллельном выходящем пучке линейная дисперсия по импульсам оказывается скомпенсированной, т.е. $m_{13} = 0$.

1. СИСТЕМА ИЗ ДВУХ СЕКТОРНЫХ МАГНИТОВ С НОРМАЛЬНЫМ ВХОДОМ И ВЫХОДОМ ПУЧКА

Предположим вначале, что ось пучка нормальна относительно границ магнитов, отклоняющих частицы в одну и ту же сторону. Из соотношения $m_{21} = 0$ находим длину свободного участка

$$L = \frac{R_1}{A_1} \operatorname{ctg} \alpha_1 + \frac{R_2}{A_2} \operatorname{ctg} \alpha_2 \quad /3/$$

между магнитами телескопической системы. Поскольку

$\frac{R}{A} \operatorname{ctg} \alpha$ - расстояние от границы секторного магнита до

его фокуса, равенство /3/ требует совмещения фокальных плоскостей магнитов M1 и M2 в некоторой точке участка L. Если необходимо ограничить интервал импульсов ΔP , то в этом месте должен быть установлен коллиматор.

С учетом выражения для L матричный элемент m_{23} приобретает следующий вид:

$$m_{23} = \frac{A_1^2 R_2 - A_2^2 R_1 \sin \alpha_2}{A_1 A_2 R_2} \quad /4/$$

Если параметры магнитов удовлетворяют соотношению

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}, \quad /5/$$

система является афокальной по энергии. Остальные элементы матрицы преобразования такой системы, представляющие интерес для нас,

$$m_{11} = \frac{A_2 \sin \alpha_1}{A_1 \sin \alpha_2} \quad /6/$$

и

$$m_{13} = \frac{R_2}{A_2} \frac{A_2 \sin \alpha_1 + A_1 \sin \alpha_2}{A_1 A_2 \sin \alpha_2} \quad /7/$$

Из выражения /7/ следует, что для приемлемых на практике углов поворота $\alpha < \pi$ скомпенсировать линейную дисперсию пучка невозможно.

Пусть x_0 - начальное смещение траектории на входе в магнит M1. Тогда на выходе системы имеем

$$x = m_{11} x_0 + m_{13} \frac{\Delta P}{P_0}$$

Следовательно, ширина дисперсного параллельного пучка зависит от значений матричных элементов m_{11} и m_{13} . Из рис. 2 видно, как меняются эти элементы с изменением угла ϕ_2 для системы из двух магнитов с однородными полями, отклоняющий пучок на полный угол $\theta = \phi_1 + \phi_2 = 90^\circ$. Очевидно, что выбор $\phi_2 > \phi_1$ позволяет получить на выходе более узкий пучок.

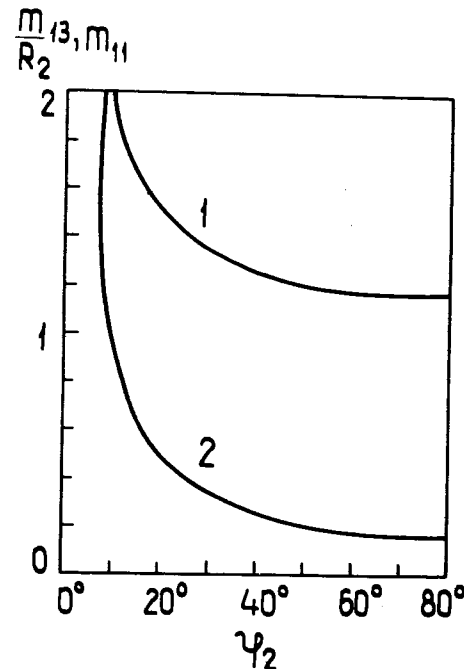


Рис. 2. Зависимости матричных элементов системы от угла ϕ_2 для случая $\theta = \phi_1 + \phi_2 = 90^\circ$: 1 - m_{13}/R_2 ; 2 - m_{11} . Границы магнитов нормальны относительно оси пучка.

Если магниты M1 и M2 отклоняют пучок в противоположных направлениях, то в полученной выше формуле /4/ следует произвести замену $\phi_2 \rightarrow -\phi_2$, $R_2 \rightarrow -R_2$. В результате находим

$$m_{23} = - \frac{A_1^2 R_2 + A_2^2 R_1}{A_1^2 A_2} \sin a_2. \quad /8/$$

Понятно, что такая система не может быть афокальной по энергии ($m_{23} \neq 0$). Легко убедиться, что m_{13} также не может быть равен нулю.

Итак, в случае, когда границы магнитов ортогональны к оси пучка, невозможно осуществить ахроматический поворот ($m_{13} \neq 0$). Если знаки углов ϕ_1 и ϕ_2 совпадают, то выходящий дисперсный пучок остается параллельным. Если же ϕ_1 и ϕ_2 имеют противоположные знаки, то сохранить параллельность немоноэнергетического пучка не удается.

2. СИСТЕМА ИЗ ДВУХ СЕКТОРНЫХ МАГНИТОВ С КРАЕВОЙ ФОКУСИРОВКОЙ

Действие краевого поля магнита M1 на пучок в радиальной плоскости можно представить матрицей /1/

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\text{tg} \epsilon_1}{R_1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

для входа в магнит и аналогичной матрицей с заменой $\text{tg} \epsilon_1 \rightarrow \text{tg} \epsilon_2$ для выхода из него. Чтобы найти полную матрицу магнита M1, нужно перемножить в соответствующем порядке матрицы краевых полей и матрицу /1/ секторного магнита. Подобным же образом найдем матрицу магнита M2, обладающего краевой фокусировкой, затем получим матрицу /2/ всей системы.

Вначале рассмотрим секторные магниты с однородным полем. Решив совместно уравнения $m_{21}=0$ и $m_{23}=0$, определим расстояние между магнитами телескопической системы.

$$\frac{L}{R_2} = \frac{\cos a_2 \pm \sin a_2 \text{tg} \beta_2}{(1 - \text{tg} \beta_1 \text{tg} \beta_2) \sin a_2 \mp (\text{tg} \beta_1 + \text{tg} \beta_2) \cos a_2} \times \quad /9/$$

$$\times \left[1 + \frac{\cos a_1 + \sin a_1 \text{tg} \epsilon_1}{\cos a_2 \pm \sin a_2 \text{tg} \beta_2} \times \frac{(1 - \cos a_2) \text{tg} \beta_2 \pm \sin a_2}{(1 - \cos a_1) \text{tg} \epsilon_1 + \sin a_1} \right]$$

и отношение радиусов кривизны

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(1 - \cos a_2) \text{tg} \beta_2 \pm \sin a_2}{(1 - \cos a_1) \text{tg} \epsilon_1 + \sin a_1} \times \quad /10/$$

$$\times \frac{\sin a_1 (\text{tg} \epsilon_1 \text{tg} \epsilon_2 - 1) + \cos a_1 (\text{tg} \epsilon_1 + \text{tg} \epsilon_2)}{\sin a_2 (\text{tg} \beta_1 \text{tg} \beta_2 - 1) \pm \cos a_2 (\text{tg} \beta_1 + \text{tg} \beta_2)},$$

при котором угловая дисперсия пучка оказывается скомпенсированной. В этих выражениях верхние знаки относятся к случаю отклонения пучка магнитами M1 и M2 в одну и ту же сторону, а нижние - в противоположные стороны.

С учетом выражений /9/ и /10/ матричный элемент m_{13} телескопической системы можно записать в виде

$$\frac{m_{13}}{R_2} = \frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_2 + (1 - \cos \phi_1) \text{tg} \epsilon_2 + (1 - \cos \phi_2) \text{tg} \beta_1}{(1 - \text{tg} \beta_1 \text{tg} \beta_2) \sin \phi_2 - (\text{tg} \beta_1 + \text{tg} \beta_2) \cos \phi_2}. \quad /11/$$

Приравняв соотношение /11/ нулю, получим следующее условие компенсации линейной дисперсии пучка

$$\frac{\sin \phi_1 + (1 - \cos \phi_1) \operatorname{tg} \epsilon_2}{\sin \phi_2 + (1 - \cos \phi_2) \operatorname{tg} \beta_1} = -1. \quad /12/$$

Найденное выражение задает углы наклона граней магнитов, обращенных внутрь системы. Достаточно, чтобы один из этих углов, ϵ_2 или β_1 , был отличен от нуля и удовлетворял /12/. Как видно из формулы /12/, этот угол принимает отрицательное значение. Если же оба указанных угла отличны от нуля, их знаки противоположны. Следовательно, компенсация линейной дисперсии всегда сопровождается вертикальной дефокусировкой пучка на выходе M1 или на входе M2.

Выбрав определенным образом величину краевого угла, не связанного условием ахроматизма /12/, можно сохранить параллельность пучка в вертикальной плоскости или же сделать пучок сходящимся. Пусть, например, краевая фокусировка происходит только на границах магнита M1, а границы M2 ортогональны к оси пучка. Тогда матрица для вертикального движения принимает вид

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\ell}{R_1} \operatorname{tg} \epsilon_2 & \ell \\ \frac{\ell}{R_1^2} \operatorname{tg} \epsilon_1 \operatorname{tg} \epsilon_2 - \frac{\operatorname{tg} \epsilon_1 + \operatorname{tg} \epsilon_2}{R_1} & 1 - \frac{\ell}{R_1} \operatorname{tg} \epsilon_1 \end{bmatrix}$$

Для пути ℓ , пройденного осевой частицей в первом магните, воспользуемся приближенным выражением

$$\ell = \frac{2 R_1 \sin \phi_1}{1 + \cos \phi_1}.$$

Из уравнения $a_{21} = 0$ найдем условие, при котором траектории частиц останутся параллельными в вертикальной плоскости:

$$\operatorname{tg} \epsilon_1 = \frac{\operatorname{tg} \epsilon_2}{\frac{2 \sin \phi_1}{1 + \cos \phi_1} \operatorname{tg} \epsilon_2 - 1}. \quad /13/$$

Отметим, что при ахроматическом отклонении пучка коэффициент линейного увеличения системы в радиальной плоскости

$$M = m_{11} = - \frac{\sin \phi_1 + (1 - \cos \phi_1) \operatorname{tg} \epsilon_1}{\sin \phi_2 + (1 - \cos \phi_2) \operatorname{tg} \beta_2} \quad /14/$$

зависит от углов наклона внешних граней магнитов. Однако в основном величина m_{11} определяется соотношением углов поворота ϕ_1 и ϕ_2 .

При заданном полном угле отклонения пучка $\theta = \phi_1 + \phi_2$ выбор ϕ_1 и ϕ_2 диктуется стремлением получить достаточно малую, приемлемую по конструктивным соображениям, величину ϵ_2 или β_1 . Нетрудно видеть из равенства

$$\operatorname{tg} \epsilon_2 = - \frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_2}{1 - \cos \phi_1},$$

что выбор $\phi_1 > \phi_2$ предпочтителен. В таком случае $m_{11} > 1$ и ширина выходящего пучка больше ширины падающего.

Пусть теперь краевой фокусировкой обладает магнит M2, а границы магнита M1 нормальны относительно оси пучка. Из соотношения

$$\operatorname{tg} \beta_1 = - \frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_2}{1 - \cos \phi_2}$$

вытекает необходимость выбора $\phi_2 > \phi_1$. Подставив $\operatorname{tg} \epsilon_1 = 0$ в /14/, находим, что в случае $\phi_2 > \phi_1$ радиальный размер пучка на выходе меньше его размера на входе системы. Пучок остается параллельным в вертикальной плоскости, если угол β_2 удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\frac{2 \sin \phi_2}{1 + \cos \phi_2} \operatorname{tg} \beta_1 - 1} \quad /15/$$

На рис. 3 показано, как меняются параметры системы с увеличением угла ϕ_2 при полном угле отклонения пучка $\theta = 90^\circ$.

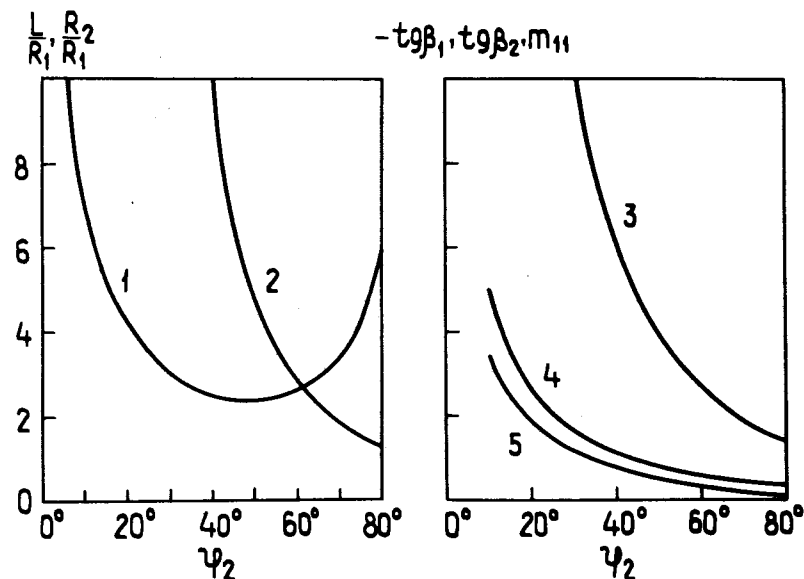


Рис. 3. Зависимости основных параметров ахроматической системы от угла ϕ_2 для случая $\theta = \phi_1 + \phi_2 = 90^\circ$: 1 - $\frac{L}{R_1}$; 2 - $\frac{R_2}{R_1}$; 3 - $\operatorname{tg} \beta_1$; 4 - $\operatorname{tg} \beta_2$; 5 - m_{11} . Второй магнит - с краевой фокусировкой.

Телескопическую систему из двух секторных магнитов с краевой фокусировкой целесообразно использовать для ахроматического отклонения параллельного пучка на угол $\theta \approx 60^\circ - 90^\circ$. Параметры системы сохраняют приемлемые значения, если импульс частиц не превышает 600-700 МэВ/с.

Если же пучок поворачивается магнитами M1 и M2 в противоположные стороны, то и при наличии краевой фокусировки ахроматическое отклонение невозможно. Для доказательства этого положения сохраним в соотношениях /9/ и /10/ только нужные нам углы ϵ_2 и β_1 . При подстановке $\epsilon_1 = \beta_2 = 0$ эти формулы приобретают следующий вид:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 - \operatorname{ctg} \phi_1 \operatorname{tg} \epsilon_2}{1 - \operatorname{ctg} \phi_2 \operatorname{tg} \beta_1} \quad /16/$$

$$\frac{L}{R_2} = \frac{\operatorname{ctg} \phi_1 + \operatorname{ctg} \phi_2}{1 - \operatorname{ctg} \phi_2 \operatorname{tg} \beta_1} \quad /17/$$

Заменяем $\operatorname{tg} \epsilon_2$ в /16/ его значением из /12/ и воспользуемся для дальнейших преобразований выражением /17/. В результате получим

$$L = R_1 (1 - \cos \phi_1) \operatorname{ctg} \phi_2 + R_2 (1 - \cos \phi_2) \operatorname{ctg} \phi_1 \quad /18/$$

Чтобы учесть поворот пучка в противоположные стороны, необходимо сделать в выражении /18/ замену $\phi_2 \rightarrow -\phi_2$, $R_2 \rightarrow -R_2$, которая приводит к недопустимому по физическим соображениям результату $L < 0$.

Вместе с тем применение краевой фокусировки позволяет получить на выходе такой системы параллельный дисперсный пучок, причем расстояние между магнитами оказывается меньшим, чем в случае, когда ϕ_1 и ϕ_2 - одного знака.

Оценим преимущества, которые может дать использование в телескопической системе магнитов с неоднородным полем /3/. Пусть в магните M2 краевая фокусировка совмещается с градиентной. Найденные выше соотношения для параметров системы принимают следующую форму:

$$\operatorname{tg} \beta_1^- = - \frac{A_2^2 \sin \phi_1 + A_2 \sin \alpha_2}{1 - \cos \alpha_2};$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\sqrt{|n_2|} \operatorname{tg} \beta_1^- + n_2 \operatorname{tg} \sqrt{|n_2|} \phi_2}{\operatorname{tg} \sqrt{|n_2|} \phi_2 \cdot \operatorname{tg} \beta_1^- - \sqrt{|n_2|}};$$

$$\frac{L}{R_1^-} = \operatorname{ctg} \phi_1^- + \frac{A_2^2 \cos \alpha_2 + A_2 \sin \alpha_2 \operatorname{tg} \beta_2}{A_2 \sin \alpha_2 + (1 - \cos \alpha_2) \operatorname{tg} \beta_2};$$

$$\frac{R_2}{R_1^-} = \frac{A_2^2 (1 - \cos \phi_1^- + \frac{L}{R_1^-} \sin \phi_1^-)}{1 - \cos \alpha_2};$$

$$m_{11}^- = - \frac{A_2^2 \sin \phi_1^-}{A_2 \sin \alpha_2 + (1 - \cos \alpha_2) \operatorname{tg} \beta_2}.$$

На рис. 4 представлены зависимости этих параметров от показателя спада магнитного поля n_2 . Нетрудно видеть, что градиентная фокусировка не дает таких выгод, которые оправдывали бы существенное усложнение конструкции магнита.

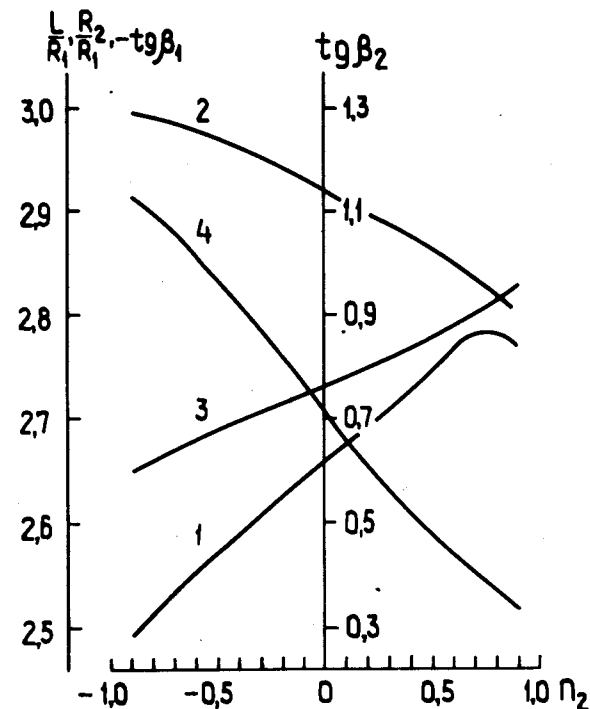


Рис. 4. Зависимости основных параметров ахроматической системы от n_2 для случая $\phi_1 = 30^\circ$ и $\phi_2 = 60^\circ$: 1 - $\frac{L}{R_1^-}$; 2 - $\frac{R_2}{R_1^-}$; 3 - $-\operatorname{tg} \beta_1$; 4 - $\operatorname{tg} \beta_2$. Первый магнит с однородным полем, во втором совмещены градиентная и краевая фокусировки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бенфорд А. Транспортировка пучков заряженных частиц. Атомиздат, М., 1969.
2. Brown K.L. Rev.Sci.Instr., 1956, 27, 959.
3. Белов В.П., Кокорин А.М. ЖТФ, 1969, XXXIX, с.2018.

Рукопись поступила в издательский отдел 8 июня 1977 года.