

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С ЗЧ 5е

М-69

9 - 10106

518 | 1-74

А.И.Михайлов

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОЛЬЦЕВОЙ УСКОРИТЕЛЬ  
ИНЖЕКЦИОННОГО КОМПЛЕКСА ЛВЭ

(Расчет  
синхротронного режима  
и требования к параметрам  
ускоряющих станций)

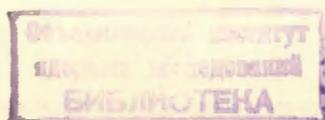
**1976**

9 - 10106

А.И.Михайлов

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОЛЬЦЕВОЙ УСКОРИТЕЛЬ  
ИНЖЕКЦИОННОГО КОМПЛЕКСА ЛВЭ

(Расчет  
синхротронного режима  
и требования к параметрам  
ускоряющих станций)



Михайлов А.Н.

9 - 10106

Промежуточный кольцевой ускоритель инжекционного комплекса ЛВЭ (Расчет синхротронного режима и требования к параметрам ускоряющих станций)

В работе проведен расчет синхротронного режима ускорения для одного из вариантов магнитной структуры промежуточного кольцевого ускорителя инжекционного комплекса ЛВЭ. На основании этого расчета получены требуемые параметры высокочастотных ускоряющих станций.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1976

Расчет синхротронного режима для промежуточного кольцевого ускорителя /ПКУ/ и основных параметров, которые необходимы при разработке ускоряющих станций, проведен для одного из вариантов магнитной структуры ПКУ<sup>/1/</sup> с конечной энергией ядер 0,52 ГэВ/нукл. на основании следующих исходных данных: энергия инжектируемых частиц  $W_{i\parallel} = 12 \text{ МэВ/нуклон}$  и их разброса по импульсу  $\Delta p/p = \pm 0,25\%$ ; кратности ускорения  $q = 1$ ; допустимой амплитуды синхротронных колебаний  $\Delta R_{\max} = 20 \text{ мм}$ ; интенсивности циркулирующего пучка  $6 \cdot 10^{12} \text{ протонов/имп.}$  и частоты следования циклов /1-2/ Гц.

### 1. Начальная амплитуда ускоряющего напряжения

Захват частиц в синхротронный режим, приближающийся к 100%, может быть получен в режиме постоянного во времени магнитного поля при ступенчатом изменении амплитуды ускоряющего напряжения<sup>/2/</sup>. Для определения начальной амплитуды воспользуемся соотношением<sup>/3/</sup>, которое применительно к нашему случаю имеет вид

$$\frac{\Delta E_{H\max}}{E_{sH}} = \sqrt{\frac{Z}{A}} \frac{2eV(\sin\phi_s - \phi_s \cos\phi_s)}{\pi q K E_{sH}}, \quad /1/$$

где  $\Delta E_{H\max}$  - максимальное отклонение энергии от равновесного значения  $E_{sH}$ , приходящееся на один нуклон;  $Z/A$  - отношение заряда частицы к ее массе;

$$\zeta = \frac{\alpha \gamma_s^2 - 1}{\gamma_s^2 - 1} \quad ; \quad \gamma_s = \frac{E_{sH}}{E_{oH}} - \text{отношение полной энергии}$$

гии на нуклон ускоряемой частицы к энергии покоя нуклона;  $\alpha$  - коэффициент расширения орбит\* ;  $V$  - амплитуда ускоряющего напряжения;  $\phi_s$  - равновесная фаза;  $q$  - кратность ускорения.

Принимая, что энергетический размер области устойчивости близок к энергетическому размеру инже-

тируемого пучка, т.е.  $\frac{\Delta E_{\text{II max}}}{E_{\text{sh}}} = 2 \frac{\Delta p}{p} \cdot \frac{W_{\text{III}}}{E_{\text{0III}}}$ , и учиты-  
вая, что при постоянном во времени магнитном поле  $\phi_s = -\pi/2$ , из соотношения /1/ найдем

$$V_{\text{нач}} = 2 \left( \frac{\Delta p}{p} \right)^2 \frac{W_{\text{III}}}{e E_{\text{sh}}} \frac{A}{Z} \pi q k. \quad /2/$$

Начальная амплитуда ускоряющего напряжения может быть представлена и в другом виде, полученным также на основании соотношения /1/ при тех же условиях, а именно:

$$V_{\text{нач}} = \frac{1}{4} \pi q \frac{A}{Z} (1 - \alpha) \frac{W_{\text{III}}}{c} \left( \frac{\Delta W_{\text{III}}}{W_{\text{III}}} \right)^2. \quad /3/$$

Численные значения начальной амплитуды, полученные на основании этих выражений, дают  $V_{\text{я нач}} = 340$  В при ускорении ядер ( $A/Z=2$ ) и  $V_{\text{пр нач}} = 170$  В при ускорении протонов ( $A/Z=1$ ).

Максимальное отклонение радиально-фазовой траектории от равновесной орбиты, соответствующее спектру инжецируемого пучка, может быть определено по формуле

$$\Delta R_{\text{max}} = \frac{\alpha}{\beta_i^2} \frac{\Delta E_{\text{II max}}}{E_{\text{sh}}} R, \quad /4/$$

где  $\beta_i$  - относительная скорость инжецируемых частиц;  $R = \Pi / 2\pi$  - средний радиус орбиты ПКУ с периметром  $\Pi$ , равный 13,4 м.

На основании формулы /4/ с учетом /1/, /2/ и /3/ имеем  $\Delta R_{\text{max}} = 8,8$  мм.

## 2. Закон изменения магнитного поля в цикле

При равенстве ширины инжецируемого пучка и максимального размера области устойчивости в режиме постоянного во времени магнитного поля в синхротронное ускорение может быть захвачено ~50% частиц. С целью увеличения эффективности захвата до приближающейся к 100% при допустимой амплитуде синхротронных колебаний, равной 20 мм, имеется возможность использовать ступенчатую модуляцию амплитуды ускоряющего напряжения сначала с  $V_{\text{нач}}$  до  $2V_{\text{нач}}$ , а затем с  $2V_{\text{нач}}$  до  $3V_{\text{нач}}$  через интервалы времени, близкие соответственно  $1/4$  и  $1/2$  периода синхротронных колебаний. При этом максимальный полуразмер пучка в соответствии с формулами /1/, /4/ возрастает до 15,3 мм.

Очевидно, что переход от постоянного во времени магнитного поля к нарастающему с постоянной скоростью должен быть плавным и его длительность должна быть значительно больше периода синхротронных колебаний. С другой стороны, в процессе этого перехода амплитуда радиальных синхротронных колебаний не должна превышать допустимой величины. Поэтому скорость изменения магнитного поля должна нарастать от нуля до номинального значения по закону, близкому к линейному, а, следовательно, магнитное поле в переходном режиме должно изменяться по закону, близкому к параболическому. Этому требованию в достаточной мере удовлетворяет изменение магнитного поля в переходном режиме по закону косинуса, т.е.

\* Коэффициент расширения орбит, равный для ПКУ О,263, определен численным интегрированием по формуле /4/

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \int_0^{\rho_0} K(x) \psi(x) dx,$$

где  $\psi(x)$  -  $\psi$  - функция магнитной структуры ПКУ;  $K(x)$  - периодическая функция с периодом  $\rho_0$ , равная нулю для квадрупольей и свободных промежутков и  $1/\rho$  для диполей, где  $\rho$  - радиус кривизны орбиты в дипольных магнитах, равный ~5,36 м.

$$B(t) = B_i + B_m(1 - \cos 2\pi\nu t), \quad /5/$$

где  $B_i$  - начальное магнитное поле в момент инжекции, которое определяется по формуле

$$B_i = \frac{A}{Z} \frac{\sqrt{W_{iH}(W_{iH} + 2E_{oH})}}{300\rho}. \quad /6/$$

Анализ показывает, что близок к оптимальному характер изменения магнитного поля в переходном режиме в соответствии с выражением /5/ при  $B_m = 2,6 \text{ кГс}$ ,  $\nu = 4,2 \text{ Гц}$  и длительности переходного режима  $\sim 40 \text{ мс}$ . Большее "затягивание" во времени переходного режима нецелесообразно, так как это практически не способствует уменьшению максимальной амплитуды радиальных синхротронных колебаний и, кроме увеличения цикла ускорения, может привести к увеличению потерь ядер из-за перезарядки на начальном участке ускорения.

Таким образом, желательно, чтобы магнитное поле в ПКУ изменялось по закону, близкому к выражению

$$B(t) = 0,938 \frac{A}{Z} + 2,6(1 - \cos 2,63t)|_{0 \leq t \leq 0,04} + \\ + \dot{B}_{\text{ном}}(t - 0,04)|_{t \geq 0,04} \quad /7/$$

/здесь  $B(t)$  - в килогауссах/, и с момента  $t = 0,04$  нарастало с постоянной скоростью  $\dot{B}_{\text{ном}} = 60 \text{ кГс/с}$ .

При  $B_{\text{max}} = 14 \text{ кГс}$  время ускорения составляет  $\sim 220 \text{ мс}$ . Если учесть, что "стол" поля равен  $\sim 100 \text{ мс}$ , спад поля  $\sim 200 \text{ мс}$  и время установления к следующему циклу  $\sim 70 \text{ мс}$ , то общая длительность цикла составит  $590 \text{ мс}$ , что соответствует частоте следования циклов  $1,7 \text{ Гц}$ . При ускорении протонов до критической энергии\* длительность ускорения составит  $160 \text{ мс}$ , что при тех же остальных параметрах соответствует частоте следования циклов  $1,9 \text{ Гц}$ .

\* Ускорение протонов предполагается осуществлять до критической энергии, которая имеет место при  $B_{kp} \approx 9,75 \text{ кГс}$ .

### 3. Закон изменения амплитуды ускоряющего напряжения в переходном режиме

Во избежание потерь частиц в переходном режиме /от постоянного во времени магнитного поля к нарастающему с постоянной скоростью/ должна быть постоянной площадь области фазовой устойчивости  $^3$ , которая перед началом нарастания магнитного поля равна

$$S_0 = 16 E_{SH} \sqrt{\frac{Z}{A} \cdot \frac{3cV_{\text{нач}}}{2\pi|K|E_{SH}\omega_s^2}}, \quad /8/$$

где

$$\omega_s = \frac{2\pi c}{H} \frac{e\rho B}{\sqrt{E_{oH}^2 \left(\frac{A}{Z}\right)^2 + (e\rho B)^2}} \quad /9/$$

есть круговая частота ускоряющего поля,  $c$  - скорость света.

Для определения амплитуды ускоряющего напряжения в переходном режиме воспользуемся приближенной формулой зависимости  $^3$ :

$$S \left[ \frac{cVE_{SH}}{2\pi q K \omega_s^2} \right]^{1/2} = F(|\cos \phi_s|),$$

т.е.

$$S \approx 16 E_{SH} \sqrt{\frac{Z}{A} \frac{cV}{2\pi|K|\omega_s^2 E_{SH}}} (1 - |\cos \phi_s|)^{-3}, \quad /10/$$

где

$$\cos \phi_s = \frac{e\rho H}{c e V} \cdot \dot{B}. \quad /11/$$

Положив в переходном режиме  $S = S_0 = \text{const}$  и обозначив  $(\frac{S_0}{16})^2 \frac{2\pi|K|\omega_s^2}{E_{SH}} \frac{A}{Z} = P$  и  $\frac{e\rho H}{c} \cdot \dot{B} = Q$ , получим уравнение для определения  $V$ :

$$V^3 - (3Q + P)V^2 + 3Q^2V - Q^3 = 0. \quad /12/$$

Значения  $V$  в переходном режиме, полученные из уравнения /12/, представлены в табл. 1 /для ядер/ и 2 /для протонов/, а характер изменения  $V$  в цикле показан соответственно на рис. 1 и 2.

Таблица 1

Таблица параметров при ускорении ядер

$t_c$	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,03	0,04	0,06	0,10	0,14	0,18	0,22
$V$ кВ	I,876	I,899	I,966	2,080	2,234	2,659	3,212	4,412	6,812	9,212	II,61	I4,00
$\dot{V}$ кГц/с	0	9,135	I8,04	26,77	34,97	49,4	60,0	60,0	60,0	60,0	60,0	60,0
$E_{sh}$ ГэВ	0,950	0,950	0,951	0,953	0,955	0,962	0,973	I,003	I,086	I,195	I,323	I,466
$\beta_s$	0,159	0,161	0,167	0,176	0,188	0,222	0,265	0,354	0,504	0,620	0,706	0,768
$f$ мГц	0,568	0,575	0,596	0,629	0,674	0,796	0,951	I,267	I,807	2,220	2,527	2,753
$\dot{f}$ мГц/с	0	2,70	5,31	7,85	I0,17	I4,06	I6,52	I5,08	II,87	8,91	6,56	4,83
I режим	$V_1$ кВ	I,02	2,02	2,81	3,53	4,16	5,19	5,88	6,00	6,0	6,0	6,0
	$ \phi^o $	90	78,2	73,I	70,0	67,7	64,6	62,7	63,2	63,2	63,2	63,2
	$F_{cI}$ кГц	0,884	I,230	I,431	I,586	I,700	I,850	I,913	I,827	I,560	I,270	0,995
	$A\phi_I$	2,50	I,64	I,53	I,47	I,42	I,35	I,31	I,27	I,18	I,06	0,94
	$\Delta E_{HmaxI} \cdot 10^3$	0,110	0,131	0,147	0,164	0,183	0,228	0,279	0,375	0,537	0,661	0,769
	$\Delta R_{maxI}$ мм	5,3	I7,8	I8,6	I8,7	I8,I	I6,I	I3,8	I0,6	7,4	6,1	5,2
II режим	$V_{II}$ кВ	I,02	2,02	2,81	3,53	4,16	5,19	5,88	5,62	5,14	4,66	4,21
	$ \phi^o $	90	78,2	73,I	70,0	67,7	64,6	62,7	61,4	58,4	54,7	50,2
	$F_{cII}$ кГц	0,884	I,230	I,431	I,586	I,700	I,850	I,913	I,754	I,410	I,072	0,773
	$A\phi_{II}$	2,50	I,64	I,53	I,47	I,42	I,35	I,31	I,28	I,22	I,14	I,05
	$\Delta E_{HmaxII} \cdot 10^3$	0,110	0,131	0,147	0,164	0,183	0,228	0,279	0,365	0,502	0,598	0,651
	$\Delta R_{maxII}$ мм	5,3	I7,8	I8,6	I8,7	I8,I	I6,I	I3,8	I0,2	6,9	5,5	4,6

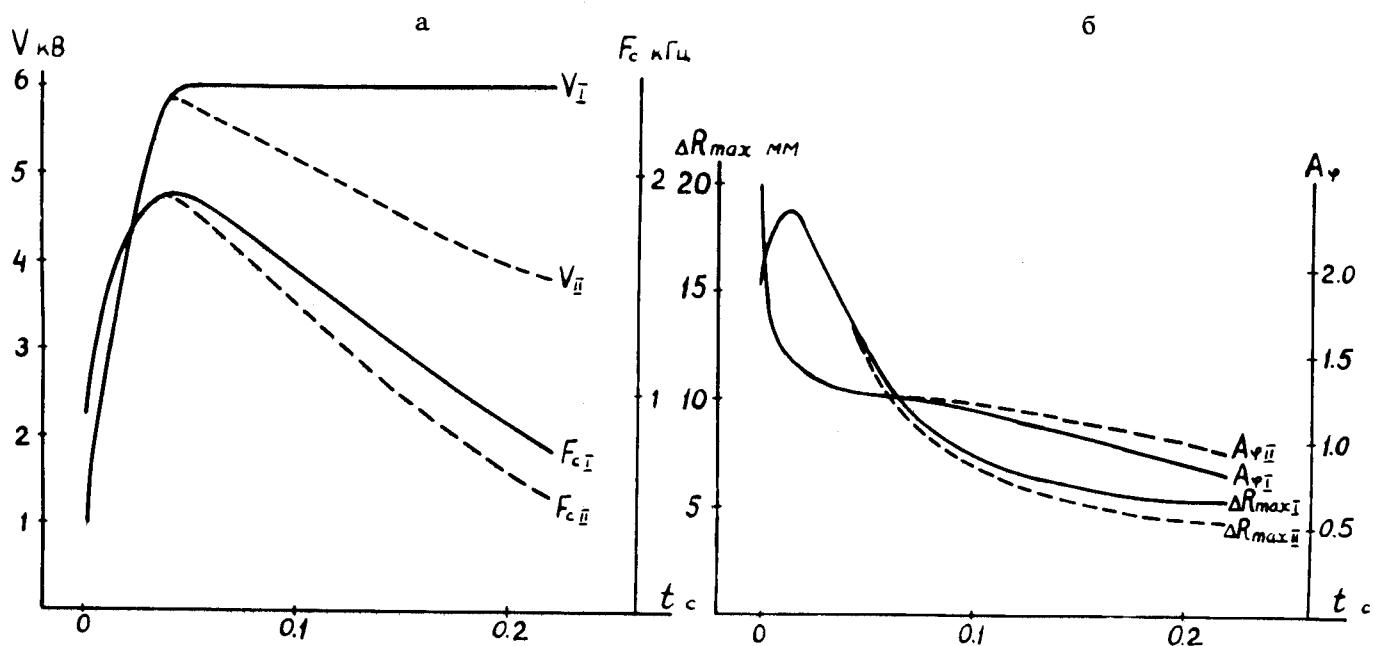


Рис. 1. Изменение в цикле ускорения ядер: а/ амплитуды ускоряющего напряжения  $V$  и частоты синхротронных колебаний  $F_c$ ; б/ амплитуды синхротронных радиальных ( $\Delta R_{max}$ ) и фазовых ( $A_\phi$ ) колебаний. "О" - начало нарастания магнитного поля.

4. Амплитуда ускоряющего напряжения в режиме  
 $\dot{B} = \text{const}$

В режиме ускорения при  $\dot{B} = \dot{B}_{\text{ном}} = \text{const}$  амплитуда ускоряющего напряжения может либо оставаться постоянной /I режим/, либо уменьшаться по мере затухания синхротронных колебаний /II режим/.

Амплитуда колебаний фазы  $A_\phi$  уменьшается в процессе синхротронного ускорения за счет затухания синхротронных колебаний и может быть определена по формуле /3/:

$$A_\phi = 2^{1/4} \sqrt{\frac{1}{\pi}} \left[ \frac{eV_1}{eV \sin \phi_{s1}} \frac{E_{sH1}}{E_{sH}} \cdot \frac{\omega_s^2}{\omega_{s1}^2} \cdot \frac{K}{K_1} \right]^{1/4}, \quad /13/$$

где индекс “1” относится к параметрам в конце переходного режима в магнитном поле;

$$I = 2 \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} (\sin \phi - \phi \cos \phi_{s1} + a)^{-2} d\phi, \quad /14/$$

а - постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий.

При ускорении в режиме  $V = \text{const}$  с момента, когда магнитное поле начинает нарастать с постоянной скоростью, закон изменения амплитуды фазовых колебаний имеет вид

$$A_\phi = A_{\phi1} \left[ \frac{E_{sH1}}{E_{sH}} \cdot \frac{\omega_s^2}{\omega_{s1}^2} \cdot \frac{K}{K_1} \right]^{1/4}, \quad /15/$$

где  $A_{\phi1} = \left[ \frac{2}{\sin \phi_{s1}} \cdot \frac{1^2}{\pi^2} \right]^{1/4}$ .

Зная закон изменения амплитуды фазовых колебаний, можно рассчитать закон изменения амплитуды колебаний энергии в соответствии с формулой /3/:

$$\frac{\Delta E_{H\max}}{E_{sH}} = \frac{\Omega A_\phi}{K_{\phi s}}, \quad /16/$$

где  $\Omega$  - круговая частота синхротронных колебаний, равная

$$\Omega = \frac{c}{R} \sqrt{\frac{Z}{A}} a \frac{qeV \sin \phi_s}{2\pi E_{sH}} \left( \frac{1}{\gamma_s^2 a} - 1 \right). \quad /17/$$

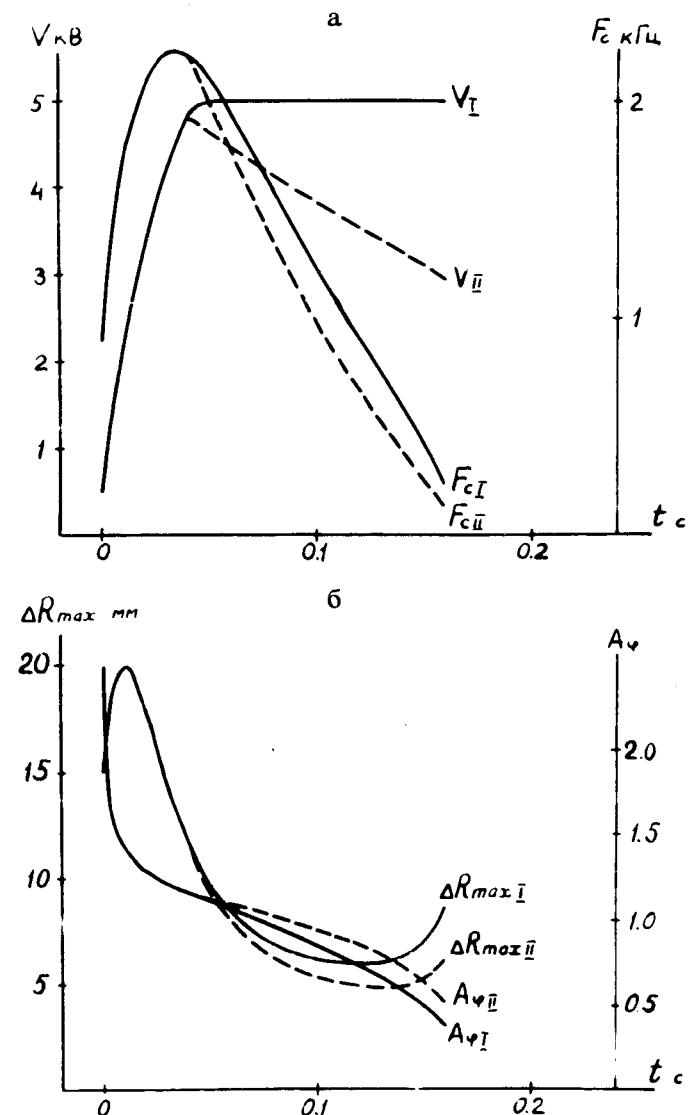


Рис. 2. Изменение в цикле ускорения протонов: а/амплитуды ускоряющего напряжения  $V$  и частоты синхротронных колебаний  $F_c$ ; б/амплитуды синхротронных радиальных ( $\Delta R_{\max}$ ) и фазовых ( $A_\phi$ ) колебаний. “О” - начало нарастания магнитного поля.

Для определения закона изменения амплитуды ускоряющего напряжения, из расчета, что с момента  $\dot{B} = \text{const}$  в процессе затухания синхротронных колебаний пучок полностью занимает область устойчивости /II режим ускорения/, воспользуемся выражениями /11/ и /13/. Полагая далее, что азимутальная протяженность области устойчивости равна  $\sim 3\phi_s$ , а пучок занимает  $\sim 80\%$  этой протяженности, т.е.

$$A_\phi = \frac{\phi_{\max} - \phi_{\min}}{2} \approx 0,8 \frac{3}{2} \phi_s, \quad /18/$$

нетрудно найти

$$\phi_s^4 \operatorname{tg} |\phi_s| = \frac{2(\frac{I}{\pi})^2}{1,24} \cdot \frac{E_{\text{SH}}}{E_{\text{SH}}} \cdot \frac{\omega_s^2}{\omega_{s1}^2} \cdot \frac{K}{K_1} eV \frac{c}{e\rho\Pi B}. \quad /19/$$

Решая уравнение /19/, можно определить  $\phi_s$ , а затем

$A_\phi$ ,  $V$ ,  $\frac{\Delta E_{\text{Hmax}}}{E_{\text{SH}}}$ ,  $\Delta R_{\max}$  и  $F_c = \frac{\Omega}{2\pi}$  в соответствии с выражениями /18/, /11/, /1/, /4/ и /17/, где  $F_c$  - частота синхротронных колебаний. Вычисленные значения указанных параметров для режимов ускорения ядер и протонов представлены в тех же табл. 1 и 2, а характер их изменения в цикле - на рис. 1 и 2.

## 5. Допуск на стабильность амплитуды ускоряющего напряжения

Если максимальная амплитуда радиальных синхротронных колебаний превышает допустимую величину, то это может привести к потере интенсивности за счет "обтирки" пучка о край рабочей области. Для оценки этих потерь необходимо найти площадь области устойчивости с максимальным радиальным полуразмером и площадь, ограниченную радиально-фазовой траекторией, максимальный полуразмер которой равен допустимой величине. Воспользовавшись уравнением фазовых траекторий

$$\frac{\Delta E_{\text{H}}}{E_{\text{SH}}} = \sqrt{\frac{Z}{A}} \cdot \frac{eV(\sin \phi - \phi \cos \phi_s + a)}{\pi q K E_{\text{SH}}}, \quad /20/$$

формулой /4/ и учитывая, что максимальное отклонение имеет место при  $\phi = \phi_s$ , будем иметь

$$\frac{\Delta R_{\text{доп}}}{\Delta R_{\max}} = \sqrt{\frac{\sin \phi_s - \phi_s \cos \phi_s + a_{\text{доп}}}{\sin \phi_s - \phi_s \cos \phi_s + a_{\text{сеп}}}}. \quad /21/$$

Так как  $a_{\text{сеп}} = \sin \phi_s - \phi_s \cos \phi_s$ , то из уравнения /21/ нетрудно получить

$$a_{\text{доп}} = [2(\frac{\Delta R_{\text{доп}}}{\Delta R_{\max}})^2 - 1] a_{\text{сеп}}. \quad /22/$$

Максимальная амплитуда синхротронных колебаний при ускорении протонов, как видно из табл. 2 и рис. 2, приближается к допустимой величине при  $t_{\text{уск}} = 0,01$  с. Увеличение амплитуды ускоряющего напряжения на 10% /  $V = 2,35$  кВ,  $\phi_s = -70^\circ$ ,  $a_{\text{сеп}} = -0,518$ / приведет к возрастанию максимальной амплитуды радиальных колебаний до 21,7 мм, что следует из формул /1/ и /4/. Если предположить, что частицы равномерно заполняют область устойчивости, то потери интенсивности составят 25% в соответствии с выражением

$$\frac{S_{\text{сеп}}}{S_{\text{доп}}} = \frac{\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \sqrt{|\sin \phi - \phi \cos \phi_s - 0,518|} d\phi}{\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \sqrt{|\sin \phi - \phi \cos \phi_s - 0,353|} d\phi} = \frac{5,5}{4,4} = 1,25, \quad /23/$$

где  $S_{\text{доп}}$  - площадь, охватываемая фазовой траекторией, максимальное отклонение которой по радиусу равно допустимой величине 20 мм,  $S_{\text{сеп}}$  - площадь, охватываемая сепаратрисой.

Уменьшение амплитуды ускоряющего напряжения, приводящее к уменьшению площади области устойчивости, которое нетрудно получить из уравнения /10/,

$$\frac{S}{S_{\text{ном}}} = \sqrt{\frac{cV}{cV_{\text{ном}}} \cdot \frac{(1 - |\cos \phi_s|)^3}{(1 - |\cos \phi_{\text{ном}}|)^3}}, \quad /24/$$

может вызвать нарушение адиабатичности в переходном режиме магнитного поля, что также приведет к потере интенсивности. Расчет по формуле /24/ с учетом данных табл. 2 показывает, что уменьшение амплитуды ускоряющего напряжения на 10% приводит к уменьшению площади

Таблица 2

Таблица параметров при ускорении протонов

$t_c$	0	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,10	0,12	0,14	0,16
$B \text{ кГс}$	0,938	0,961	1,028	1,296	1,721	2,274	3,474	4,674	5,874	7,074	8,274
$B \text{ кГс/с}$	0	9,135	18,04	34,97	49,40	60,0	60,0	60,0	60,0	60,0	60,0
$E_{sh} \text{ ГэВ}$	0,950	0,951	0,952	0,961	0,978	1,007	1,092	1,202	1,331	1,474	1,628
$\beta_s$	0,159	0,163	0,174	0,217	0,283	0,363	0,512	0,625	0,710	0,772	0,817
$i \text{ мГц}$	0,568	0,582	0,621	0,777	1,012	1,300	1,833	2,240	2,542	2,764	2,928
$i' \text{ мГц/с}$	0	5,39	10,59	19,99	26,79	29,82	23,38	17,52	12,90	9,49	7,05
$V_{ik3}$	0,51	1,42	2,14	3,33	4,23	4,82	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
$ \phi_{si}^o $	90	73,2	67,8	61,9	58,4	56,1	57,4	57,4	57,4	57,4	57,4
$F_{ci} \text{ кГц}$	0,884	1,442	1,734	2,077	2,225	2,218	1,937	1,575	1,229	0,910	0,604
$A\phi I$	2,50	1,53	1,42	1,30	1,22	1,17	1,08	0,97	0,86	0,74	0,60
$\Delta E_{maxI} 10^3$	0,110	0,144	0,171	0,237	0,326	0,434	0,628	0,770	0,896	1,023	1,198
$E_{sh}$	19,1	19,9	17,7	14,3	11,5	8,4	6,9	6,2	6,0	6,3	8,8
$\Delta R_{maxI} MM$	15,3	19,1	2,14	3,33	4,23	4,82	4,46	4,13	3,82	3,54	3,27
$V_{II KB}$	0,51	1,42	2,14	3,33	4,23	4,82	52,9	49,3	45,2	40,5	34,7
$ \phi_{si}^o $	90	73,2	67,8	61,9	58,4	56,1	52,9	49,3	45,2	40,5	34,7
$F_{ci} \text{ Гц}$	0,884	1,442	1,734	2,077	2,225	2,218	1,780	1,358	0,986	0,672	0,401
$A\phi II$	2,50	1,53	1,42	1,30	1,22	1,17	1,11	1,03	0,95	0,85	0,73
$\Delta E_{maxII} 10^3$	0,110	0,144	0,171	0,237	0,326	0,434	0,587	0,697	0,778	0,847	0,938
$E_{sh}$	15,3	19,1	19,9	17,7	14,3	11,5	7,9	6,2	5,4	5,0	4,9
$\Delta R_{maxII} MM$	15,3	19,1	0,60	0,75	0,97	1,25	1,76	2,15	2,44	2,65	2,81
$i_{op} A$	0,545	0,560	1,32	1,80	2,50	3,36	5,12	6,97	8,92	11,27	14,73
$i_m A$	0,685	1,15									24,2

области устойчивости в конце переходного режима в магнитном поле на 25%.

Таким образом, если допустить потери интенсивности порядка 5% из-за отклонений амплитуды ускоряющего напряжения от номинального значения, то нестабильность  $V$  не должна превышать  $\pm 2-3\%$ .

## 6. Об изменении амплитуды ускоряющего напряжения

Как отмечалось выше, при захвате пучка в синхротронный режим амплитуда ускоряющего напряжения должна возрастать скачкообразно через интервалы времени, близкие к четверти периода синхротронных колебаний. Расчет с учетом формулы /17/ при  $|\sin \phi_s| = 1$  показывает, что первый "скачок" амплитуды ускоряющего напряжения с  $V_{\text{нач}}$  до  $2V_{\text{нач}}$  следует производить через  $\sim 500 \text{ мкс}$ , а второй - через  $\sim 850 \text{ мкс}$  от включения ускоряющего напряжения как при ускорении ядер, так и протонов. Величина скачков амплитуды  $V$ Ч при ускорении ядер равна  $0,34 \text{ кВ}$ , а при ускорении протонов -  $0,17 \text{ кВ}$ . Момент включения ускоряющего напряжения должен опережать момент начала нарастания магнитного поля не менее чем на 1 мс.

Амплитуда ускоряющего напряжения в переходном режиме магнитного поля должна изменяться в соответствии с данными табл. 1 и 2. Анализ, однако, показывает, что если характер изменения магнитного поля в переходном режиме стабилен во времени от цикла к циклу, то в этом случае зависимость  $V(t)$  близка к экспоненциальному:

$$V = 3V_{\text{нач}} + V_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

/25/

Закон изменения амплитуды ускоряющего напряжения в соответствии с /25/ может быть достаточно хорошо приближен к требуемому при ускорении как ядер, так и протонов, если имеется возможность варьировать  $\tau$  в пределах  $/25 \div 35 \text{ мс}$ , а  $V_0$  - в пределах  $/5 \div 7 \text{ кВ}$ .

Если ускорение частиц осуществляется в режиме II, то с момента нарастания магнитного поля с постоянной скоростью амплитуда ускоряющего напряжения уменьшается к концу цикла ускорения приблизительно по линейному закону со скоростью  $\sim 11 \text{ kV/c}$  при ускорении ядер и  $\sim 15 \text{ kV/c}$  при ускорении протонов.

Амплитуду ускоряющего напряжения необходимо изменить и при достижении конечной энергии в процессе перехода магнитного поля в режим "стола". Понятно, целесообразно при этом переходе сохранить неизменными радиальный и фазовый размеры сгустка. Площадь, занимаемую пучком и охватываемую соответствующей фазовой траекторией в конце ускорения  $S_k$ , можно определить на основании выражения

$$S_k = \sqrt{\frac{Z}{A}} \cdot \frac{E_{\sin k} \cdot e V_k}{2\pi q |K_k| \omega_{sk}^2} \int_{\phi_{sk}-\phi_2}^{\phi_{sk}+\phi_1} \sqrt{|\sin \phi - \phi \cos \phi_{sk} + a_k|} d\phi, \quad /26/$$

где индекс  $k$  указывает на значения параметров, относящиеся к концу цикла ускорения непосредственно перед "столом" магнитного поля;  $a_k$  - постоянная, определяемая из уравнения

$$\sin(\phi_{sk} + \phi_1) - (\phi_{sk} + \phi_1) \cos \phi_{sk} + a_k = 0, \quad \frac{|\phi_2 - \phi_1|}{2} = A_{\phi_k}. \quad /27/$$

Соответственно площадь, занимаемую пучком  $S_c$  после перехода в режим "стола", можно найти из соотношения

$$S_c = \sqrt{\frac{Z}{A}} \cdot \frac{E_{\sin k} \cdot e V_c}{2\pi q |K_k| \omega_{sk}^2} \int_{-\pi/2 - A_{\phi_k}}^{-\pi/2 + A_{\phi_k}} \sqrt{|\sin \phi + a_c|} d\phi, \quad /28/$$

где индекс  $c$  указывает на значения параметров в режиме "стола" поля;  $a_c$  - постоянная, определяемая из уравнения

$$\sin(-\frac{\pi}{2} \pm A_{\phi_k}) + a_c = 0. \quad /29/$$

Если потребовать постоянства площади, охватываемой фазовой траекторией до и после перехода поля в режим "стола", т.е.  $S_k = S_c$ , то из /26/-/29/ нетрудно найти амплитуду ускоряющего напряжения в режиме "стола" поля:

$$V_c = V_k \left[ \frac{\int_{-\pi/2 + A_{\phi_k}}^{\phi_{sk} + \phi_1} \sqrt{|\sin \phi - \sin(-\frac{\pi}{2} \pm A_{\phi_k})|} d\phi}{\int_{-\pi/2 - A_{\phi_k}}^{\phi_{sk} - \phi_2} \sqrt{|\sin \phi - \sin(-\frac{\pi}{2} \pm A_{\phi_k})|} d\phi} \right]^2 /30/$$

Следует, однако, иметь в виду, что если переход магнитного поля в режим "стола" осуществляется относительно быстро /по сравнению с периодом синхротронных колебаний/, то, помимо изменения  $V$ , необходимо также смещение фазы ускоряющего напряжения во избежание "разбухания" пучка при этом переходе.

Расчет по формуле /30/ показывает, что при переходе в режим "стола" в режимах I и II амплитуда ускоряющего напряжения должна быть снижена соответственно до  $\sim 0,8 V_{k\text{я}}$  и  $\sim 0,6 V_{k\text{я}}$  при ускорении ядер и до  $\sim 0,8 V_{k\text{п}}$  и  $\sim 0,4 V_{k\text{п}}$  при ускорении протонов.

## 7. Изменение частоты ускоряющего напряжения и ее скорости в цикле ускорения

Частота ускоряющего напряжения при  $q=1$  определяется по формуле

$$f = \frac{c}{2\pi} \frac{B}{\sqrt{(\frac{E_{0H}}{e\rho})^2 (\frac{A}{Z})^2 + B^2}}. \quad /31/$$

Значения частот, вычисленные по формуле /31/ для режимов ускорения ядер и протонов, представлены в табл. 1 и 2. Следует лишь заметить, что максимальная частота при ускорении протонов до максимальной энергии в случае перехода через критическую энергию  $/B_{\max} = 14 \text{ kGc}/$  равна  $3,3 \text{ MHz}$ . Предусматривая некоторый запас по частоте сверху и снизу, система высокочас-

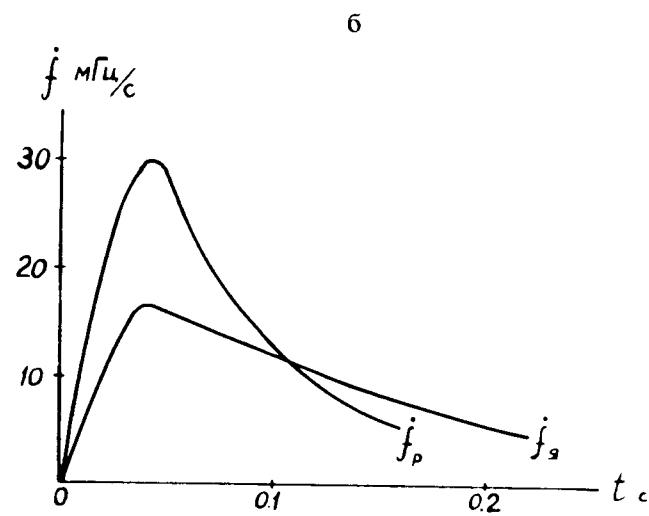
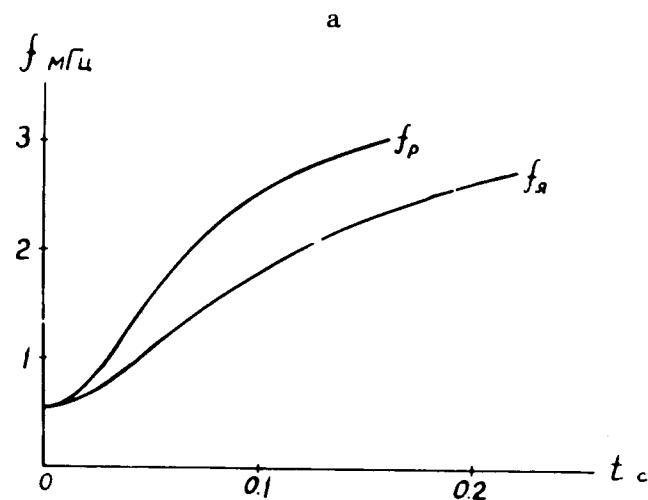


Рис. 3. Зависимость от времени частоты ускоряющего напряжения ( $f_y$ ,  $f_p$ ) и ее скорости изменения ( $\dot{f}_y$ ,  $\dot{f}_p$ ) при ускорении ядер и протонов.

тотного питания ПКУ должна перекрывать диапазон от ~0,55 до 3,35 МГц.

Продифференцировав соотношение /31/ и учитя, что  $\frac{df}{dt} = \frac{df}{dB} \cdot \dot{B}$ , найдем выражение для скорости изменения частоты ускоряющего напряжения:

$$\dot{f} = \frac{c}{\Pi} \cdot \frac{\left(\frac{E_{0\Pi}}{e\rho}\right)^2 \left(\frac{A}{Z}\right)^2}{\sqrt{\left[\left(\frac{E_{0\Pi}}{e\rho}\right)^2 \left(\frac{A}{Z}\right)^2 + B^2\right]^3}} \cdot \dot{B}. \quad /32/$$

Значения  $\dot{f}$ , вычисленные по формуле /32/, также представлены в табл. 1 и 2. Зависимости  $f$  и  $\dot{f}$  от времени показаны на рис. 3.

#### 8. Ток пучка

Средний ток пучка  $i_{cp}$  определяется по формуле

$$i_{cp} = eZNf, \quad /33/$$

где  $eZ$  - заряд ядра, равный  $1,6 \cdot 10^{-19} Z \cdot \text{кулон}$ ;  $N$  - число частиц в импульсе;  $f$  - частота обращения пучка.

Так как в действительности пучок занимает лишь некоторую часть азимута, равную  $\sim A_\phi / \pi$ , то значение тока пучка в импульсе можно определить по формуле

$$i_m = cZN \frac{\pi}{A_\phi} \cdot f. \quad /34/$$

В табл. 2 представлены данные расчета среднего и импульсного токов пучка в соответствии с формулами /33/ и /34/ при  $N = 6 \cdot 10^{12} \text{ прот.}/\text{имп.}$  Значения указанных токов при ускорении ядер не приводятся, так как их интенсивность оценивается величиной  $2 \cdot 10^{12} / \text{ядер}/\text{имп.}$  Кроме того, импульсные токи при ускорении ядер, в особенности в конце ускорения, существенно меньше, чем при ускорении протонов, так как в последнем случае отсутствует достаточно резкое сокращение азимутального размера пучка, связанное с приближением к критической энергии.

Таблица 3

№ № пп	Наименование	Размер- ность	Вели- чина
1	2	3	4
1.	Частота ускоряющего напряжения	МГц	
a)	минимальная		0,55
b)	максимальная		3,35
2.	Скорость изменения частоты максимальная	МГц/с	30
3.	Амплитуда ускоряющего напряжения	кВ	
a)	минимальная		0,17
b)	максимальная		7
4.	Допустимое отклонение амплитуды ускоряющего напряжения от рабочего значения	%	2+3
5.	Изменение амплитуды ускоряющего напряжения при захвате в синхротронный режим - трех- ступенчатое	кВ	
	Величина ступени		
a)	при ускорении протонов		0,17
b)	при ускорении ядер		0,34
c)	временной интервал между ступенями	мкс	~ 400
6.	Частота синхротронных колебаний	кГц	
a)	минимальная		0,1
b)	максимальная		2,3
7.	Ток пучка при $6 \cdot 10^{12}$ протонов в импульсе	А	
a)	среднее значение в начале ускорения		0,55
b)	среднее значение в конце ускорения		3

1	2	3	4
в)	величина тока в импульсе в начале ускорения		0,7
г)	величина тока в импульсе в конце ускорения		25
8.	Длительность цикла ускорения максимальная	с	0,22
9.	Частота следования циклов	Гц	~2
10.	Рабочая апертура	мм	
a)	по горизонтали		150
b)	по вертикали		90
11.	Длина ускоряющей станции по ходу пучка	м	1,7
12.	Расстояние от основания до оси резонатора	м	1,6
13.	Количество ускоряющих станций	-	2

#### 9. Требования к параметрам ускоряющих станций ПКУ

На основании проведенного расчета синхротронного  
режима ускорения ядер и протонов в ПКУ, а также кон-  
структивных особенностей ПКУ получены данные, ко-  
торые необходимы при разработке ускоряющих станций  
/см. табл. 3/.

#### Заключение

В заключение автор, пользуясь случаем и считая  
своим приятным долгом, благодарит И.Б.Иссинского и  
В.А.Михайлова за ценные советы и замечания при под-  
готовке данной работы.

## *Литература*

1. А.М.Балдин и др. Препринт ОИЯИ, Р9-9702, Дубна, 1976.
2. Г.С.Казанский, А.И.Михайлов, Г.П.Пучков. Труды III Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Москва, 2-4 окт. 1972 г. Том II, стр. 236, Изд-во "Наука", 1973.
3. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. "Теория циклических ускорителей". Гос. издательство физ.-мат. литературы. Москва, 1962.
4. Е.К.Тарасов. ПТЭ, 4, 141 /1962/.

*Рукопись поступила в издательский отдел  
14 сентября 1976 года.*