



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

С324

P-832

А.П. Рудик

886

ОСОБЕННОСТИ
КВАНТОВЫХ АМПЛИТУД
В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Автореферат диссертации, представленной на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук

Диссертация выполнена в Институте теоретической и
экспериментальной физики АН СССР

Дубна 1962 год

А.П. Рудик

336

ОСОБЕННОСТИ
КВАНТОВЫХ АМПЛИТУД
В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

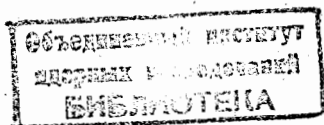
С 324

Р-832

1977

Автореферат диссертации, представленной на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук

Диссертация выполнена в Институте теоретической и
экспериментальной физики АН СССР



В последние годы в квантовой теории поля бурное развитие получил ряд направлений, связанный с аналитическими свойствами квантовых амплитуд. Это относится как к направлениям, изучающим фундаментальные вопросы квантовой теории поля - теория дисперсионных соотношений, одинарные и двойные спектральные представления и т.п., так и к направлениям, изучающим конкретные физические явления - структура форм-факторов, периферийные взаимодействия и т.п. Установление аналитических свойств квантовых амплитуд требует знания особых точек, т.е. таких точек, в которых либо сама амплитуда, либо ее производные обращаются в бесконечность.

В диссертации особые точки квантовых амплитуд исследуются в рамках теории возмущений. Используется метод Ландау /1/. Согласно этому методу местоположение особенности произвольной диаграммы теории возмущений определяется уравнениями:

$$\sum_{(C)} a_i q_i = 0 \quad (A.1)$$

$$q_i^2 = m_i^2, \quad (A.2)$$

где q_i, m_i, a_i - 4 импульс, масса и фэйнмановский параметр i -ой виртуальной частицы. В уравнениях (A.1) суммирование производится по всем независимым контурам диаграммы. Эти уравнения являются условиями приведения знаменателя фэйнмановского интеграла к главным осям относительно независимых 4-х импульсов виртуальных частиц. Условие (A.2) указывает на то, что в месте особенности все виртуальные частицы находятся на энергетических поверхностях.

Наряду с уравнениями (A.1) и (A.2) надо учитывать законы сохранения 4-х импульсов в каждой из вершин диаграммы:

$$\sum_{(k)} q = p_k, \quad (A.3)$$

где p_k - суммарный 4-х импульс внешних частиц, подходящих к вершине $'k'$ (если вершина внутренняя, то $p_k = 0$). Кроме того, на параметры a_i наложены тривиальные условия нормировки:

$$\sum a_i = 1, \quad (A.4)$$

где суммирование производится по всем линиям диаграммы, соответствующим виртуальным частицам.

Согласно Ландау, характер особенности данной диаграммы определяется общим количеством вершин диаграммы ν и общим количеством внутренних линий ℓ . Если ввести параметр $\kappa = 3/2(\ell+1) - 2\nu$, то характер особенности следующим образом связан с κ :

если κ есть ноль или целое положительное число, то особенность имеет вид: $(p^2/p_0^2 - 1)^\kappa \ell!$ (Б)

при всех прочих значениях κ : $(p^2/p_0^2 - 1)^\kappa$,

где p^2 - некий внешний инвариант, p_0^2 - значение этого инварианта, при котором диаграмма имеет способность.

Величина p_0^2 определяется сложной системой уравнений (А). Ландау показал, что общий анализ системы уравнений (А) удобно проводить, используя графические представления уравнений (А.2) и (А.3). Такое графическое представление уравнений (А.2) и (А.3) для данной диаграммы было названо Ландау "схемой", соответствующей данной диаграмме.

Диссертация состоит из "Введения", трех глав и "Заключения".

Во "Введении" обосновывается интерес к изучению особых точек квантовых амплитуд, излагаются основы метода Ландау^{1/} и формулируются вопросы, рассмотренные в диссертации. В "Заключении" приводятся основные результаты, полученные в диссертации.

В диссертации рассмотрены следующие вопросы:

1. Общие условия разрешимости системы уравнений (А).
2. Специфические случаи, возникающие при решении системы уравнений (А).
3. Ограничения на характер особенностей произвольных квантовых амплитуд в теории возмущений.
4. Ближайшие особенности барионных форм-факторов.
5. Нахождение особенностей сложных диаграмм.
6. Ближайшие особенности амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния.

7. Аналитический метод решения системы уравнений (А).

8. Определение типа особых кривых для амплитуды рассеяния при больших энергиях.

9. Степень роста матричных элементов в теории возмущений при больших энергиях.

В первой главе рассматриваются общие условия разрешимости системы уравнений (А). Ищутся такие решения, для которых все $\alpha_i \neq 0$. Определяемая такими решениями особенность называется "собственной особенностью" диаграммы. В случае, когда решение системы уравнений (А) содержит какое-нибудь $\alpha_i = 0$, особенность относится не к данной диаграмме, а к редуцируемой диаграмме, получаемой из данной стягиванием до нулевой длины линии i' .

Установлено, что:

(1). В особой точке произвольной диаграммы система уравнений (А) всегда допускает существование $(N-1)$ произвольных величин, где N - число независимых внешних инвариантов процесса (инварианты предполагаются действительными)^{х)}. Но в качестве этих произвольных величин, вообще говоря, могут фигурировать как инварианты процесса, так и фейнмановские параметры α .

Структура системы уравнений (А) такова, что неизвестные величины-параметры α , внешние и внутренние инварианты входят в эти уравнения неравноправно. Для определения параметров α могут быть использованы только уравнения (А.1) и (А.4), а для определения инвариантов - все уравнения, кроме (А.4). Анализ уравнений (А.1) и (А.4) приводит к выводу о том, что необходимым условием того, чтобы в особой точке для диаграммы с n внешними вершинами все параметры α были бы определены, является условие:

$$\Delta(n) = \ell - 1 - (\ell - \nu + 1)\sigma(n) \leq 0, \quad (1)$$

где ℓ - число внутренних линий в диаграмме, ν - общее число вершин в диаграмме.

^{х)} Число независимых внешних инвариантов N однозначно связано с числом внешних вершин n в диаграмме и размерностью пространства внешних 4-х векторов $\sigma(n)$:

$$N(n) = n\sigma(n) - \frac{\sigma(n)[\sigma(n)+1]}{2},$$

где $\sigma(n)$ в свою очередь зависит от n : $\sigma(n) = n-1$ при $2 \leq n \leq 5$ и $\sigma(n > 5) = 4$.

Величина $\Delta(n)$ дает число параметров α , не определяемых из системы уравнений (A). При $\Delta(n) > 0$ из системы уравнений (A) не определяются некоторые из α , которые в силу этого, в частности, могут быть положены равными нулю. При этом особенность, даваемая решением системы уравнений (A), уже не будет собственной особенностью данной диаграммы, а будет особенностью соответствующих редуцированных диаграмм.

Для диаграмм с двумя внешними вершинами из условия (1) следует, что собственные особенности возникают только в том случае, когда у диаграммы нет внутренних вершин. Для диаграмм с $n \geq 3$ могут существовать собственные особенности и при наличии внутренних вершин, если соотношение между числом линий и вершин в диаграмме таково, что условие (1) выполняется.

Условие (1), определяемое общим числом вершин и внутренних линий диаграммы, носит глобальный характер и не учитывает возможности существования специфических решений системы уравнений (A). Эти специфические решения возникают тогда, когда уравнения (A.1) таковы, что число $\Delta_1(n)$ параметров α переопределено уравнениями (A.1), а число $\Delta_2(n)$ параметров α оказывается не определенным из этих уравнений, причем $\Delta_2(n) - \Delta_1(n) = \Delta(n)$. Для определения возможности существования специфических решений системы уравнений (A) у конкретных диаграмм удобно пользоваться схемами.

(3). Схемы являются графическим отображением уравнений (A.2) и (A.3). Схема без линий, соответствующих инвариантам процесса, является "шарнирной решеткой" в пространстве $\sigma(n)$, глобальное число степеней которой определяется по формуле:

$$S(n) = -l + (l - \nu + 1) \sigma(n) + N(n). \quad (2)$$

Величина $S(n)$ есть общее число инвариантов, не определяемых уравнениями (A.2) и (A.3). Так же как и величина $\Delta(n)$, величина $S(n)$ зависит только от общего числа линий и вершин в диаграмме и не учитывает возможность возникновения специфических решений системы уравнений (A). Так, например, некоторое число $S_1(n)$ инвариантов может быть переопределено системой уравнений (A.2) и (A.3) и в то же время некоторое число $S_2(n)$ инвариантов оказывается непреодолимым из уравнений (A.2) и (A.3) так, что $S_2(n) - S_1(n) = S(n)$.

Возможность возникновения специфических решений системы уравнений (A) определяется локальными свойствами диаграммы. Локальные свойства диаграммы проявляются в топологической структуре схемы. Возможны два случая возникновения специфических решений системы уравнений (A): (а) не все α могут быть определены - это приводит к необходимости редукции диаграммы; (б) некоторое количество α переопределено уравнениями (A.1) и (A.4) - это приводит к необходимости натяжения схемы.

(4). Диаграмму необходимо редуцировать в том случае, если не все α могут быть определены из системы уравнений (A). На схеме это проявляется как существование некоторой жесткой части схемы, требующей либо однозначной связи только между массами виртуальных частиц ("внутренняя переопределенность схемы"), либо - только между массами виртуальных частиц и одним из внешних инвариантов ("внешняя переопределенность схемы"). В терминах диаграмм это эквивалентно тому, что нуждающаяся в редукции диаграмма совпадает с диаграммой, у которой в одной из вершин (внутренней - при внутренней переопределенности схемы, внешней - при внешней) стоит не константа, а функция, имеющая особенность при тех же значениях инвариантов, при которых имеет особенность диаграмма в целом. В случае необходимости редукции, местоположение особенности исследуемой диаграммы совпадает с местоположением особенности редуцируемой диаграммы.

Натяжение схемы возникает тогда, когда $\Delta(n) < 0$, и часть уравнений (A.1) должна быть использована для определения инвариантов. Это приводит к тому, что число степеней свободы схемы уменьшается на величину $\Delta(n)$. На схеме необходимость в натяжении в простейших случаях проявляется в том, что величина $S(n)$, определяемая выражением (2), оказывается удовлетворяющей неравенству $S(n) > N(n) - 1$.

В достаточно сложной диаграмме может возникнуть как необходимость в редукции, так и необходимость в натяжении схемы.

Методы, изложенные в пунктах (2) - (4), позволяют для любой диаграммы определять имеет ли она собственные особенности при условии, что фейнмановские параметры α отличны от нуля.

(5). На основании формул (Б) Ландау, определяющих характер особых кривых диаграмм теории возмущений, и условия (1) получены ограничения на

возможный характер собственных особенностей произвольных квантовых амплитуд. Показано, что для диаграмм с двумя внешними вершинами $\kappa(2) \geq \frac{1}{2}$, для диаграмм с тремя внешними вершинами $\kappa(3) \geq 0$, для диаграмм с четырьмя внешними вершинами $\kappa(4) \geq -\frac{1}{2}$ и для диаграмм с пятью и большим количеством внешних вершин $\kappa(n \geq 5) \geq -1$. Таким образом, в теории возмущений ни для каких сколь угодно сложных процессов амплитуды не могут иметь более сильную собственную особенность, чем простой полюс.

Во второй главе рассматривается применение общего метода нахождения особенностей в теории возмущений к конкретным задачам.

(1). На примере простейших диаграмм типа "петель" демонстрируется, что при решении конкретных задач подчас очень удобным является применение искусственных приемов для решения системы уравнений (А). Для диаграмм типа "петель" удается установить рекуррентные соотношения, с помощью которых легко получить решение для "петли" с $\nu+1$ внешними вершинами, если известно решение для петли с ν внешними вершинами.

(2). На примерах диаграмм амплитуды рассеяния показано, что схемы удобно использовать не только для выявления специфики системы уравнений (А), но и для получения явного вида особых кривых диаграмм. Схемы лежат в пространстве внешних 4-х векторов. Поскольку особенности соответствуют нефизическим значениям инвариантов, то это может привести к тому, что пространство внешних 4-х векторов в месте особенности диаграммы из псевдоэвклидового превращается в эвклидово. В том случае, когда схема лежит в эвклидовом пространстве, для определения местоположения особой кривой достаточно построить схему в масштабе. В том случае, когда схема лежит в псевдоэвклидовом пространстве она служит путеводной нитью для тригонометрического метода решения системы уравнений (А).

Установлено, что схемы диаграмм с тремя внешними вершинами лежат в эвклидовом пространстве, если в диаграмме есть хотя бы одна вершина, к которой подходят только три линии.

(3). Показано, что наряду со схемами для топологически сложных диаграмм удобно использовать детерминантный способ решения системы уравнений (А). При

этом обычно решение получается в параметрическом виде. В качестве параметров удобно выбирать величины α .

(4). Найдены ближайшие особенности форм-факторов барионов $(N, \Lambda, \Sigma, \Xi)$. Соответствующие ближайшим особенностям диаграммы имеют схемы, лежащие в эвклидовом пространстве, что позволяет чисто графически находить особенности. Удобно схемы этих диаграмм "собирать" из набора стандартных треугольников.

(5). Определены ближайшие особенности амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния. Найдены четыре диаграммы, которые имеют особые кривые с асимптотами $16\mu^2 \times 16\mu^2$. Особые кривые этих диаграмм получены в явном виде.

В третьей главе система уравнений (А) решается аналитически и исследуется тип особых кривых и поведение матричных элементов рассеяния при больших энергиях.

(1). Предложен аналитический метод решения системы уравнений (А). Систему уравнений (А.1) и (А.3) для произвольной диаграммы с ν - вершинами можно всегда свести к системе уравнений, имеющих форму (А.1) и (А.3), для диаграммы с $\nu-1$ вершинами, у которой все вершины соединены друг с другом, а величины $\beta_{ik}^{(\nu-1)}$ и $p_i^{(\nu-1)}$ следующим образом связаны с величинами $\beta_{ik}^{(\nu)}$ и $p_i^{(\nu)}$ исходной диаграммы:

$$\omega \beta_{ik}^{(\nu-1)} = \beta_{ik}^{(\nu)} + \frac{\beta_{1\nu}^{(\nu)} \beta_{\nu\nu}^{(\nu)}}{\sum_{(\nu-1)} \beta_{ik}^{(\nu)}} \quad (3)$$

$$\beta_i^{(\nu-1)} = \beta_i^{(\nu)} + \frac{\beta_{1\nu}^{(\nu)} p_\nu^{(\nu)}}{\sum_{(\nu-1)} \beta_{ik}^{(\nu)}}$$

Преобразования (3), основанные на уравнениях (А.1) и (А.3), не связанных с условиями появления особенностей, позволяет легко привести знаменатель

^{x)} Линии в диаграмме, соединяющие вершины 'i' и 'k', характеризуются индексами 'ik'.

файнмановского интеграла, соответствующего любой диаграмме теории возмущений, к главным осям относительно независимых четырех-импульсов виртуальных частиц.

Применяя последовательно к внутренним вершинам диаграммы преобразования (3) и учитывая уравнения (A.2) можно свести задачу о нахождении особенностей произвольной диаграммы к задаче о диаграмме только с внешними вершинами, которые все, вообще говоря, соединены виртуальными линиями друг с другом ^{х)}, а соответствующие этим линиям виртуальные частицы имеют эффективные массы, сложным образом зависящие от инвариантов процесса.

(2). Рассмотрена диаграмма "распечатанный конверт" (простейшая диаграмма с четырьмя внешними вершинами, у которой нет внутренних вершин, а все внешние вершины соединены линиями друг с другом ^{хх)} в асимптотическом случае $Q^2 = (p_1 + p_3)^2 \rightarrow \infty$. Получено, что для того, чтобы при этом особые кривые имели аномальный тип, необходимо выполнение условий

$$\frac{m_{12}^2 + (m_{13} + m_{14})(m_{23} + m_{24})}{m_{13} + m_{14} + m_{23} + m_{24}} < \frac{M_1^2(m_{23} + m_{24}) + M_2^2(m_{13} + m_{14})}{m_{13} + m_{14} + m_{23} + m_{24}} \quad (4)$$

$$\frac{m_{34}^2 + (m_{13} + m_{23})(m_{14} + m_{24})}{m_{13} + m_{14} + m_{23} + m_{24}} < \frac{M_3^2(m_{14} + m_{24}) + M_4^2(m_{13} + m_{23})}{m_{13} + m_{14} + m_{23} + m_{24}}$$

Здесь масса m_{ik} соответствует виртуальной частице, соединяющей вершины i' и k' ; масса M_i - эффективная масса внешних частиц, подходящих к вершине i' .

Если выполняются два неравенства, обратные (3), то распечатанный конверт имеет особые кривые нормального типа. Если одно из неравенств (3) выполняется, а другое нарушается, то асимптотически распечатанный конверт не имеет особенностей.

(3). Для распечатанного конверта получено, что при $Q^2 \rightarrow \infty$ при некоторых соотношениях между массами виртуальных частиц может возникать асимптота

^{х)} Для некоторых классов исходных диаграмм в полученных путем преобразования (3) диаграммах только с внешними вершинами, некоторые из этих вершин могут оказаться не связанными друг с другом виртуальными линиями.

^{хх)} К этой диаграмме с эффективными массами виртуальных частиц сводится задача о нахождении особенностей любой диаграммы амплитуды рассеяния.

$w^2 > w_0^2 = (m_{13} + m_{14} + m_{23} + m_{24})^2$. Это первый известный пример, когда асимптота не совпадает с квадратом суммы масс виртуальных частиц.

(4). Установлены миноранты на эффективные массы, возникающие при сведении произвольной диаграммы к диаграмме только с внешними вершинами. Из особых кривых распечатанного конверта с помощью этих минорант получены общие условия возникновения особых кривых аномального типа для амплитуды рассеяния в теории возмущений при одном из инвариантов, стремящихся к бесконечности. Показано, что при рассеянии одинаковых частиц, являющихся наилегчайшими из элементарных частиц, имеющих данную квантовую характеристику (способность сильно взаимодействовать, странность, барионный заряд и т.п.), ни в каком приближении теории возмущений не возникает особенностей аномального типа, если переданный импульс стремится к бесконечности.

(5). Развитый метод аналитического решения уравнений (A.1) и (A.3) позволяет легко выделить в знаменателе файнмановского интеграла, соответствующего любой диаграмме теории возмущений, функцию, зависящую только от инвариантов процесса, масс виртуальных частиц и файнмановских параметров. Анализ этой функции показывает, что для амплитуды рассеяния при больших энергиях для рассеяния скалярных частиц со скалярной связью сходящиеся матричные элементы не могут возрасти быстрее, чем $1/S$ (S - квадрат полной энергии в системе центра энергии рассеивающихся частиц). Для случая рассеяния частиц со спином $1/2$ получены условия, ограничивающие топологию диаграмм, которые могут падать при больших энергиях медленнее, чем $1/S$. Необходимым условием того, чтобы диаграмма рассеяния частиц со спином $1/2$, имеющая λ внутренних вершин, падала бы медленнее, чем $1/S$ при $S \rightarrow \infty$, является возможность удовлетворения равенства

$$\beta_{12}^{(\lambda)} \beta_{34}^{(\lambda)} - \beta_{23}^{(\lambda)} \beta_{14}^{(\lambda)} = 0, \quad (5)$$

где $\beta_{ik}^{(\lambda)}$ получены из β_{ik} исходной диаграммы последовательным применением преобразований (3) для исключения всех λ внутренних вершин, а β_{ik} заключены в пределах $1 \leq \beta_{ik} \leq \infty$.

Основные результаты, включенные в диссертацию, опубликованы в работах /2-7/. Работы /2,3/ были представлены на IX Международную конференцию по физике высоких энергий (Киев, 1959 г.). Работы /4,5/ были доложены на X Между-

народной конференции по физике высоких энергий (Рочестер, 1960 г.). Кроме того, работы /2,5/ докладывались на конференциях по теории дисперсионных соотношений в Объединенном институте ядерных исследований в 1959 и 1960 годах.

Л и т е р а т у р а

1. Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 37, 82 (1959).
2. Л.Б.Окунь, А.П.Рудик. Nuclear Physics . 14, 281 (1960).
3. В.А.Колкунов, Л.Б.Окунь, А.П.Рудик. ЖЭТФ, 38, 877 (1960).
4. В.А.Колкунов, Л.Б.Окунь, А.П.Рудик, В.В.Судаков, ЖЭТФ, 39, 340 (1960).
Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, p. 297
5. А.З.Паташинский, А.П.Рудик, В.В.Судаков, ЖЭТФ, 40, 289 (1961).
Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, p. 296
6. А.П.Рудик. ЖЭТФ, 40, 1473 (1961).
7. А.П.Рудик. ЖЭТФ.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 января 1962 года.