

СЗ(04)

С. 563

853



X ~~XX~~

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

853

**НЕКОТОРЫЕ МАТЕРИАЛЫ
РАБОЧЕГО СОВЕЩАНИЯ
ПО СЛАБЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ
9-11 мая 1961 года**

Дубна 1961

С 3(04)

С-563

853

НЕКОТОРЫЕ МАТЕРИАЛЫ
РАБОЧЕГО СОВЕЩАНИЯ
ПО СЛАБЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ
9-11 мая 1961 года

1961-11
1961-11
1961-11

СО Д Е Р Ж А Н И Е

<u>А.А.Комар</u>	Образование пар векторных мезонов в электронно-позитронных столкновениях	5
<u>Б.Н.Байер, И.Б.Хриплович</u>	Нейтринная радиосактивность и ее роль в астрофизических процессах	7
<u>А.А.Соколов</u>	Несохранение четности как проявление поляризованных свойств . .	10
<u>Э.М.Липманов</u>	О классификации двухкомпонентных фермионов в слабых взаимодействиях	106

ОБРАЗОВАНИЕ ПАР ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ
В ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

А.А.Комар

Осуществление в недалеком будущем столкновений электронных и позитронных пучков откроет в принципе еще одну возможность для генерации векторных мезонов - передатчиков слабых взаимодействий, именно в процессе



Заметим попутно, что если существуют два сорта нейтральных мезонов /1/, возможен также процесс $e^+ + e^- \rightarrow W^0 + \bar{W}^0$ /. Хотя обсуждаемые в настоящий момент /2/ энергии сталкивающихся пучков сравнительно невелики /250 МэВ/, надо полагать, что вскоре последует увеличение энергий до одного бэВ и выше и упомянутая возможность станет более реальной.

Используя стандартные методы расчета, имеем в первом приближении теории возмущений для дифференциального сечения процесса /1/ в системе центра масс тяжести сталкивающихся пучков:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{32\pi^2} \frac{(1 - \mu^2/\epsilon^2)^{3/2}}{(1 - m_e^2/\epsilon^2)^{1/2}} \left[2(2 + m_e^2/\epsilon^2) - \right. \quad /2/ \\ \left. - (2 - 3\mu^2/\epsilon^2)(1 - (1 - m_e^2/\epsilon^2) \cos^2 \theta) \right]$$

Здесь положено $\frac{1}{\hbar} = c = 1$

μ - масса векторной частицы

m_e - масса электрона

ϵ - энергия сталкивающейся частицы

θ - угол вылета векторного мезона

Поскольку скорее всего $\mu \geq m_N$ /массы нуклона/, в очень хорошем приближении имеем для /2/

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{32\pi^2} (1 - \mu^2/\epsilon^2)^{3/2} [4 - (2 - 3\mu^2/\epsilon^2) \sin^2 \theta] \quad /3/$$

Отметим, что сечение очень быстро нарастает с энергией от порога, стремясь к предельному выражению, не зависящему от энергии

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{rel}} = \frac{\alpha^2}{16\pi^2} (1 + \cos^2 \theta) \quad /4/$$

Выражение /4/ практически справедливо уже для $\epsilon \approx 3\mu$ x/. Конкурирующие процессы рождения пар частиц спина 0 /3/ и 1/2 /4/ от сталкивающихся пучков выглядят следующим образом / как и выше в пренебрежении членами m_e^2/ϵ^2 /:

для спина 0

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{32\pi^2} (1 - \mu^2/\epsilon^2)^{3/2} \sin^2 \theta \quad /5/$$

для спина 1/2

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{16\pi^2} (1 - \mu^2/\epsilon^2)^{3/2} [1 + \mu^2/\epsilon^2 + (1 - \mu^2/\epsilon^2) \cos^2 \theta] \quad /6/$$

Здесь μ - масса образующейся частицы.

x/ На основании общей теории S-матрицы сечение не должно превосходить $4\pi\lambda^2$, $4\pi/\epsilon^2$. Это значит, что формула /4/ применима для энергий $\epsilon \leq \sqrt{4\pi} M/\alpha < \sqrt{4\pi} 137/\mu$. Сечение же достигает своего предельного значения при существенно меньших энергиях.

Оба приведенных сечения падают в релятивистском пределе ($\epsilon \gg \mu$) с энергией ϵ , следовательно, начиная с некоторой области, будут меньше /4/.

Практически поскольку в /5/ и /6/ для всех известных частиц $\mu \leq m_N$ и принимая, что $M_W \approx m_N$, сечение /4/ в районе 3-4 Бэв будет на порядок больше любого сечения рождения новых заряженных частиц^{X/}. В этой же области энергий рассматриваемое сечение будет на порядок больше сечений двухфотонной аннигиляции и процесса рассеяния электрона на позитроне, если в последних исключить область очень малых углов.

Таким образом, в области энергий порядка нескольких Бэв образование векторных частиц будет /со сделанными оговорками/ преобладающим процессом при электронно-позитронных столкновениях. Абсолютная величина сечения в этой области при $M_W \approx m_N$ равна $2 \cdot 10^{-52}$ см². Это существенно больше, чем величина сечения в обычно обсуждаемом эксперименте генерации векторных мезонов от нейтрино. В случае фоторождения векторных мезонов, которое для ядер со средним $Z \sim 30$ имеет величину сечения, сравнимую с таковой для рассматриваемого процесса необходимо выделить векторные мезоны на фоне пар электронов J^+ , μ , K -мезонов, образовавшихся во много раз более интенсивно. Аналогичные трудности отделения значительно более вероятных конкурирующих процессов присущи недавно обсуждавшемуся /5/ методу генерации векторных мезонов пучком J^+ -мезонов.

Это делает процесс /1/ одним из наиболее благоприятных для наблюдения рождения векторных частиц.

Литература

1. T.D.Lee and C.N.Yang. Phys.Rev. 119, 1410 (1960).
2. S.Bernardini, G.Sorazza et al. Nuovo Cimento 18, 1293 (1960).
3. В.Алексин. Труды физико-математического факультета ХГУ. т.7, стр.97 /1956/.
4. В.Б.Берестецкий и И.Я.Померанчук. ЭТФ, т.29, стр.864 /1955/.
5. R.Dombey. Phys.Rev.Lett. 6, 66 (1961).

Физический институт им.П.Н.Лебедева АН СССР

X/

Мы отвлечемся от возможности сильных взаимодействий резонансного типа родившихся частиц в этой области энергий.

НЕЙТРИННАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ
И ЕЕ РОЛЬ В АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

В.Н.Байер, И.Б.Хриплович

В своей работе /1/ авторы рассмотрели ряд следствий, вытекающих из схемы слабых взаимодействий с нейтральными токами. Используемый в статье /1/ лагранжиан слабых взаимодействий содержит, в частности, слагаемое

$$\frac{g}{\sqrt{2}} [(\bar{p} p) - (\bar{n} n)] (\bar{\nu} \nu) = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{N}_{13} N) (\bar{\nu} \nu) \quad /1/$$

которое, очевидно, должно приводить к ядерным переходам с испусканием ν и $\bar{\nu}$. Хотя эти переходы вызваны взаимодействием, аналогичным β -распаду, они не меняют заряда и атомного веса ядра и в этом смысле напоминают электромагнитные переходы.

Так же, как и для β -распада, гамильтониан разрешенных нейтринных переходов записывается в виде

$$H = \frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_5 (1 + \gamma_5) \nu \langle 1 \rangle + \nu \bar{\nu} (1 + \gamma_5) \langle \sigma \rangle] \quad /2/$$

$$\langle 1 \rangle = \int dx \varphi_f^+ (\bar{x}) \sum_n \tau_{3n} \varphi_i (x)$$

$$\langle \sigma \rangle = \int dx \varphi_f^+ (x) \sum_n \tau_{3n} \varphi_i (x) \quad /3/$$

φ_f и φ_i - волновые функции ядра в конечном и начальном состояниях, суммирование ведется по всем нуклонам ядра, которые считаются нерелятивистскими.

Так же, как и для β -распада, при $\langle 1 \rangle \neq 0$ получаем правила отбора Ферми: "нет"; при $\Delta j = 0$ - правила отбора Гамова-Теллера: $\langle \sigma \rangle \neq 0, \pm 1$, "нет" /0 - 0 переход в последнем случае запрещен/.

Для полной вероятности разрешенного перехода с энергией ϵ легко находим из /2/ выражение

$$\omega = \frac{g^2 \epsilon^5}{60 \pi^3} [\langle 1 \rangle^2 + \langle \sigma \rangle^2] \quad /4/$$

Для оценок можно принять $\langle 1 \rangle$ равным арности чисел протонов и нейтронов ядра, а $\langle \sigma \rangle$ - удвоенной разности суммарных спинов протонов и нейтронов, считая, что полный спин четного числа нуклонов одного сорта равен 0 /2/. При этом для $\epsilon \sim 1$ Мэв $\omega \sim 10^{-4}$.

С 0 - 0 нейтринными Ферми-переходами конкурируют электромагнитные переходы с внутренней конверсией. Их вероятность равна по порядку величины $\frac{\epsilon^5}{m} \cdot 10^4$ /2/, где m - масса электрона. Если $\epsilon \sim 1$ Мэв, то даже при $\frac{\epsilon}{m} \sim 10$ внутренняя конверсия в 10^{11} раз более вероятна, чем соответствующий нейтринный переход. Что же касается магнитных дипольных переходов, они обладают, конечно, еще большим преимуществом по сравнению с остальными разрешенными нейтринными переходами, которые могли бы конкурировать с ними. Таким образом, непосредственное наблюдение нейтринной радиоактивности едва ли возможно.

Нейтринные переходы могли бы однако играть существенную роль в астрофизике. Как известно, процессы с испусканием нейтрино могут существенно влиять на свойства больших масс вещества при высоких температурах, а, следовательно, и на процессы эволюции звезд ^{/3-7/}. Хотя вероятности процессов, сопровождающихся электромагнитным излучением, гораздо выше, зато длина свободного пробега фотона в звезде ничтожна по сравнению с ее размерами, в то время, как нейтринное излучение уходит из звезды практически беспрепятственно.

Оценим мощность, теряемую звездой с массой 10^{34} г за счет разрешенных нейтринных переходов при разных температурах. Мощность, теряемая ядром, равна $\epsilon W \sim \epsilon^6$. Считая, что ядра данного элемента равномерно распределены по уровням, находим, что мощность, излучаемая всеми N ядрами этого изотопа, находящимися в звезде, равна

$$P = N \epsilon W \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT}\right) \sim \epsilon^6 \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT}\right) \quad /5/$$

Максимум этого выражения приходится на $\epsilon_0 = 6$ кТ. Основной вклад будут давать изотопы, в которых возможны переходы с энергиями, близкими к ϵ_0 . Мы используем данные о распространенности изотопов, приведенные в обзоре ^{/8/}. Схемы уровней ядер взяты из ^{/9/}. Несложный расчет приводит к следующей таблице, в которой указаны для каждой температуры концентрация существенных при ней изотопов, энергия / в кэВ/, спин и четность начального и конечного состояний и результат расчета - полная светимость звезды \mathcal{L} , вызванная нейтринными переходами.

T 10^8 град. Mn_{25}^{55} , $n \sim 2 \cdot 10^{-7}$ (130, 7/2-) \rightarrow (0, 5/2 -),
 Fe_{26}^{57} , $n \sim 2 \cdot 10^{-7}$ (136, 5/2-) \rightarrow (14, 3/2 -),
 $\mathcal{L} \sim 10^{30}$ эрг.сек⁻¹

T $2 \cdot 10^8$ град. Те же переходы.

$$\mathcal{L} \sim 10^{33}$$
 эрг.сек⁻¹

T $5 \cdot 10^8$ град. Тот же переход в Fe_{26}^{57}
 Ne_{10}^{27} , $n \sim 0,6 \cdot 10^{-6}$, (350, 5/2+) \rightarrow (0, 3/2+),
 $\mathcal{L} \sim 10^{36}$ эрг.сек⁻¹

T $7 \cdot 10^8$ град. Тот же переход в Ne_{10}^{27}
 Na_{11}^{23} , $n \sim 10^{-6}$, (440, 5/2+) \rightarrow (0, 3/2+),
 $\mathcal{L} \sim 10^{37}$ эрг.сек⁻¹

T 10^9 град. Те же переходы.

$$\mathcal{L} \sim 10^{38}$$
 эрг.сек⁻¹

T $2 \cdot 10^9$ град. N_7^{14} , $n \sim 0,6 \cdot 10^{-4}$, (2310, 0+) \rightarrow (0, 1+),
 $\mathcal{L} \sim 10^{41}$ эрг.сек⁻¹

T $5 \cdot 10^9$ град. Тот же переход.

$$\mathcal{L} \sim 10^{44}$$
 эрг.сек⁻¹

Если содержание перечисленных изотопов в звезде окажется выше, то соответственно возрастет и ее нейтринная светимость.

За 10^7 сек., что соответствует наблюдаемой длительности вспышки Новой или Сверхновой звезды, излучение нейтринных переходов унесет от 10^{45} эрг при $T = 10^9$ до 10^{51} эрг при $T = 5 \cdot 10^9$. Эти величины равны соответственно полным потерям энергии при вспышках Новых и Сверхновых /10/.

В заключение мы благодарим Б.М.Понтекерво, обратившего наше внимание на желательность рассмотрения этого вопроса, и В.И.Ритуса, ознакомившего нас со своей работой до ее опубликования.

Литература

1. В.Н.Баер, И.Б.Хрилович. ЖЭТФ, 39, 1674 /1960/.
2. Дж.Блатт, В.Вайскопф. "Теоретическая ядерная физика", ИИЛ, 1954.
3. G.Gamov, M.Schoenberg. Phys.Rev. 29, 539 (1941).
4. Б.М.Понтекерво. ЖЭТФ, 36, 1615 /1959/.
5. Г.М.Гандельман, В.С.Пинаев. ЖЭТФ, 37, 1072 /1959/.
6. H.Y.Chiu, P.Morrison. Phys.Rev.Lett. 5, 973 (1960).
7. В.И.Ритус. ЖЭТФ / в печати/.
8. K.M.Burbidge, G.K.Burbidge, W.A.Fowler, F.Noyle. Rev.Mod.Phys. 29, 547 (1957).
9. Б.С.Джелепов, Л.К.Пеккер. "Схемы распада радиоактивных ядер", изд.АН СССР, 1958.
10. Л.Х.Алтер. "Астрофизика", 2, ИИЛ /1957/.

"НЕСОХРАНЕНИЕ ЧЕТНОСТИ КАК ПРОЯВЛЕНИЕ
ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СВОЙСТВ"

А.А.Соколов

Аннотация

В работе исследуются поляризационные свойства фермионов и бозонов. Для этого вводится трехмерный единичный псевдовектор спина (трехмерная длина которого во всех инерциальных системах равняется единице), который коммутирует с гамильтонианом.

Показывается, что направление обычного псевдовектора спина носит условный характер, зависящий от выбора правой или левой системы координат и фактически описывает реальное вращение, соответствующее круговой поляризации в плоскости, расположенной перпендикулярно к этому направлению. Благодаря этому при лоренцовых преобразованиях сокращаются не продольные (как для обычного вектора), а поперечные составляющие псевдовектора спина. Явления, известные под названием несохранения четности, связываются с поляризационными свойствами фермионов.

§ I. Лагранжиан и РТС-преобразования в квантовой электродинамике

а) Случай вторично некантованных уравнений.

Как известно, волновые уравнения квантовой электродинамики имеют вид:

$$\left(-\frac{\hbar}{i} \nabla_t - e\Phi - c(\vec{\alpha} \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}\right)) - \right. \quad (I.1)$$

$$\left. - \beta_3 m_0 c^2\right) \psi = \left(-\frac{\hbar c}{i} \alpha_\mu \nabla_\mu + e \alpha_\mu A_\mu - \beta_3 m_0 c^2\right) \psi = 0$$

$$\psi^+ \left(-\frac{\hbar}{i} \nabla_t - e\Phi - c(\vec{\alpha} \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}\right)) - \right. \quad (I.2)$$

$$\left. - \beta_3 m_0 c^2\right) = \psi^+ \left(-\frac{\hbar c}{i} \alpha_\mu \nabla_\mu + e \alpha_\mu A_\mu - \beta_3 m_0 c^2\right) = 0,$$

$$\square \vec{A} = \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \nabla_t^2\right) \vec{A} = -4\pi e \psi^+ \vec{\alpha} \psi, \quad (I.3)$$

$$\square \Phi = -4\pi e \psi^+ \psi \quad (I.4)$$

Здесь $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial t}$, $\vec{\sigma} = \beta_1 \vec{\alpha}$ и β_n являются обычными матрицами Дирака, связанными с матрицами Паули:

$$\sigma_1' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2' = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\sigma'_4 = I' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad o' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (I.5)$$

соотношениями:

$$\sigma_n = \begin{pmatrix} \sigma'_n & o' \\ o' & \sigma'_n \end{pmatrix}, \quad \beta_1^0 = \begin{pmatrix} o' & I' \\ I' & o' \end{pmatrix}, \quad \beta_2 = \begin{pmatrix} o' & -iI' \\ iI' & o' \end{pmatrix}, \quad \beta_3 = \begin{pmatrix} I' & o' \\ o' & -I' \end{pmatrix}. \quad (I.6)$$

Далее $A_\mu = \vec{A}, i'\Phi$ являются компонентами четырехмерного потенциала; ψ^+ и ψ - четырехрядные матрицы волновой функции, соответственно с одной строкой и одним столбцом, а действие оператора, стоящего слева, определяется известным соотношением ($\nabla_4 = -i'c^{-1}\nabla_t$):

$$\psi^+ \nabla_\mu = - \nabla_\mu \psi^+ \quad (I.7)$$

При этом следует учесть, что нами введены следующие обозначения:

$$\alpha_4 = i'I, \quad x_4 = i'ct, \quad A_4 = i'\Phi = i'A_t, \quad (I.8)$$

где i' - вторая мнимая единица, подчиняющаяся условию $i'^2 = i^2 = -I$, но $i'^* = i'$, в то время как $i^* = -i$.

Эта единица введена для того, чтобы отождествить в четырехмерном пространстве ковариантные составляющие с контрвариантными не только для вещественных, но и для комплекс-

ных векторов $B_4 = i' B_t$, $B_4^* = i' B_t^*$, когда квадрат модуля четырехмерного вектора равен:

$$B^2 = B_\mu^* B_\mu = B_n^* B_n - B_t^* B_t. \quad (I.9)$$

В последней формуле и в дальнейшем греческие индексы изменяются от единицы до четырех, а латинские — от единицы до трех, т.е. $B_n^* B_n = (\vec{B}^* \vec{B})$. Мы здесь предпочли явно отделить пространственные составляющие от временных (т.е. решили нарушить симметричную четырехмерную запись волновых уравнений), так как хотим по отдельности исследовать как ρ , так и T -преобразования. Поэтому мы не стали вводить, как это теперь делается, четырехмерные симметричные матрицы γ_μ (обозначения Паули), которые связаны с матрицами Дирака при помощи соотношения:

$$\gamma_{1,2,3} = -i' \rho_3 \alpha_{1,2,3}, \quad \gamma_4 = \rho_3. \quad (I.10)$$

Под матрицей γ мы будем понимать одну из шестнадцати матриц Дирака, которые будем представлять в виде:

$$\gamma = \rho_\mu \sigma_\nu,$$

где

$$\rho_4 = \sigma_4 = 1.$$

Мы предпочли оставить в явном виде матрицы ρ_μ , так как при исследовании поляризационных (или спиновых) эффектов, многие свойства в первую очередь определяются наличием матриц ρ_μ в энергии взаимодействия.

Будем вначале рассматривать ψ , ψ^+ , \vec{A} и Φ как C -числа (вторично некантованные), тогда волновые уравнения квантовой электродинамики / (I.I)-(I.4) / могут

быть получены из вариационного принципа:

$$\delta \int \mathcal{L} d^4x = 0, \quad (\text{I.II})$$

где

$$d^4x = d^3x dt = dx dy dz dt \quad (\text{I.I2})$$

четырёхмерный объем, а \mathcal{L} является плотностью функции Лагранжа (или лагранжиан), состоящей из трех частей:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^M + \mathcal{L}^D + \mathcal{L}^I. \quad (\text{I.I3})$$

Здесь \mathcal{L}^M и \mathcal{L}^D - лагранжианы свободных полей максвелловского и дираковского, а \mathcal{L}^I - лагранжиан, характеризующий взаимодействие между этими полями, причем:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{8\pi} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}, \quad (\text{I.I4a})$$

$$\mathcal{L}^D = \psi^+ \left(-\frac{\hbar}{i} \nabla_t - \frac{c\hbar}{i} (\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}) - \beta m_0 c^2 \right) \psi, \quad (\text{I.I4b})$$

$$\mathcal{L}^I = e \psi^+ \left((\vec{\alpha} \cdot \vec{A}) - \Phi \right) \psi. \quad (\text{I.I4c})$$

х)

Обычно в качестве лагранжиана уравнений Максвелла выбирается выражение:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\nu} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu}, \quad (\text{I.I4a})$$

Уравнения квантовой электродинамики инвариантны как относительно преобразований Лоренца:

$$\begin{aligned} A_z' &= A_z \operatorname{ch} \gamma - \Phi \operatorname{sh} \gamma; \\ \Phi' &= \Phi \operatorname{ch} \gamma - A_z \operatorname{sh} \gamma; \\ \psi' &= e^{-\alpha_3 \frac{\gamma}{2}} \psi; \quad \psi'^{\dagger} = \psi^{\dagger} e^{-\alpha_3 \frac{\gamma}{2}}, \end{aligned} \quad (I.15)$$

так и пространственных вращений:

$$\begin{aligned} A_x' &= A_x \cos \varphi + A_y \sin \varphi, \\ A_y' &= A_y \cos \varphi - A_x \sin \varphi, \\ \psi' &= e^{i/2 \sigma_3 \varphi} \psi, \quad \psi'^{\dagger} = e^{-i/2 \sigma_3 \varphi} \psi^{\dagger}, \end{aligned} \quad (I.16)$$

х)

где $F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}$,
 которое при наличии условия Лоренца $\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu} = 0$ переходит в обычное выражение для $\mathcal{L}^M = \frac{1}{8\pi} (E^2 - H^2)$.
 Выражение (I.14а) может быть представлено в виде:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{8\pi} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(A_\mu \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - A_\nu \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \right).$$

Отбрасывая в последнем выражении четырехмерную дивергенцию, мы получим выражение (I.14а).

где

$$\operatorname{ch} \mathcal{Y} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \operatorname{sh} \mathcal{Y} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$v = c\beta$ - скорость движения штрихованной системы координат относительно нештрихованной, направленная по оси Z (при преобразованиях Лоренца), а \mathcal{Y} - угол поворота вокруг оси Z (при пространственном вращении).

Рассмотрим теперь инвариантность уравнений относительно инверсии пространства (P -преобразование: $\vec{z} \rightarrow -\vec{z}$, $t \rightarrow t$, $e \rightarrow e$), геометрического обращения времени (T -преобразование: $\vec{z} \rightarrow \vec{z}$, $t \rightarrow -t$, $e \rightarrow e$) и зарядового сопряжения (C -преобразование: $\vec{z} \rightarrow \vec{z}$, $t \rightarrow t$, $e \rightarrow -e$). Таким образом мы определяем зарядовое сопряжение как операцию, сводящуюся к замене знака заряда частиц. При наличии же нуклонов и лептонов при зарядовом сопряжении необходимо изменить также барионные и лептонные заряды (например, нейтрон заменить антинейтроном, а нейтрино - антинейтрино и т.д.).

Для того, чтобы исследовать инвариантность волновых уравнений, нам достаточно исследовать инвариантность лагранжиана, из которого эти волновые уравнения следуют совершенно автоматически.

При P -преобразовании

$$\vec{\nabla} \rightarrow -\vec{\nabla}, \quad \nabla_t \rightarrow \nabla_t, \quad \vec{A} \rightarrow -\vec{A}, \quad \Phi \rightarrow \Phi \quad (I.I7)$$

Мы сможем сохранить для лагранжиана инвариантность, если в нем сделаем замену:

$$\psi^+ \rightarrow \psi^+ \rho_3, \quad \psi \rightarrow \rho_3 \psi \quad \text{х)} \quad (1.18)$$

При T -преобразовании:

$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{\nabla}, \quad \nabla_t \rightarrow -\nabla_t, \quad \vec{A} \rightarrow \vec{A}, \quad \Phi \rightarrow -\Phi. \quad (1.19)$$

С помощью замены:

$$\psi^+ \rightarrow \psi^+ \rho_2, \quad \psi \rightarrow \rho_2 \psi \quad (1.19a)$$

мы сможем сохранить инвариантность лишь для уравнений Дирака (1.1) и (1.2). В правых же частях уравнений Максвелла (1.3) и (1.4) знаки перед токами при этом изменятся на обратные. Это связано с тем обстоятельством, что при обращении времени закон преобразования лагранжиана будет следующим:

$$\mathcal{L}^T \rightarrow \mathcal{L}^M - \mathcal{L}^D - \mathcal{L}^I \quad (1.20)$$

Таким образом, при наличии взаимодействия вторично некантованные уравнения квантовой электродинамики не инвариантны относительно T -преобразования:

$$T \neq \text{const}. \quad (1.21)$$

х) Вообще говоря, перед матрицей ρ_3 может стоять любой коэффициент, квадрат модуля которого равняется единице. Этот коэффициент будет найден в § 6 (см. формулу (6.11)).

Наконец, при C -преобразовании $e \rightarrow -e$ ^{х)} лагранжиан (I.13) становится равным:

$$\mathcal{L}^c \rightarrow \mathcal{L}^m + \mathcal{L}^D - \mathcal{L}^I, \quad (\text{I.22})$$

что приводит к замене знака у e в уравнениях (I.1)–(I.4) квантовой электродинамики. Теперь попытаемся проделать такое преобразование с волновыми функциями, чтобы знак заряда электрона в уравнениях (I.1), (I.2) возвратить к первоначальному значению.

Для этого прежде всего сделаем переход к транспонированным матрицам, т.е. к матрицам $\tilde{\Psi}$, у которых по сравнению с Ψ строки заменяются столбцами и наоборот:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Psi} = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$$

$$\Psi^+ = (\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*, \psi_4^*) = \tilde{\Psi}^*$$

$$\tilde{\Psi}^+ = \begin{pmatrix} \psi_1^* \\ \psi_2^* \\ \psi_3^* \\ \psi_4^* \end{pmatrix}, \quad \tilde{\alpha}_{1,3} = \alpha_{1,3}, \quad \tilde{\alpha}_2 = -\alpha_2, \quad (\text{I.23})$$

$$\tilde{\rho}_3 = \rho_3.$$

х) Обычно при C -преобразовании изменяют знак у четырехмерного потенциала, оставляя заряд e без изменения. В квантовой электродинамике оба способа являются совершенно эквивалентными.

Если волновые функции вторично некантованы, то их можно переставлять друг относительно друга, т.е.

$\psi_n^+ \psi_{n'} = \psi_{n'} \psi_n^+$. В этом случае при переходе к транспонированным матричным элементам легко доказать соотношения:

$$\psi_{\alpha\mu}^+ \psi = \tilde{\psi} \tilde{\alpha}_\mu \tilde{\psi}^+, \quad \psi^+ \nabla_\mu \psi = -\tilde{\psi} \nabla_\mu \tilde{\psi}^+ \quad (\text{I.24})$$

Используя последние соотношения, лагранжиан (I.22) мы можем представить в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^c = \mathcal{L}^M - \tilde{\psi} \left(-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{c\hbar}{i} (\tilde{\alpha} \vec{\nabla}) + \beta_3 m_0 c^2 \right) \tilde{\psi}^+ \\ - e \tilde{\psi} ((\tilde{\alpha} \vec{A}) - \Phi) \tilde{\psi}^+ \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

Совершив в последнем уравнении замену

$$\tilde{\psi} \rightarrow \psi^+ \beta_3 \alpha_2, \quad \tilde{\psi}^+ \rightarrow \alpha_2 \beta_3 \psi \quad (\text{I.26})$$

и принимая во внимание, что

$$\beta_3 \alpha_2 \tilde{\alpha}_\mu \alpha_2 \beta_3 = \alpha_\mu, \quad (\text{I.27})$$

$$\beta_3 \alpha_2 \beta_3 \alpha_2 \beta_3 = -\beta_3,$$

мы приведем лагранжиан (I.20) в результате C -преобразования к виду:

$$\mathcal{L}^c = \mathcal{L}^M - \mathcal{L}^D - \mathcal{L}^I \quad (\text{I.28})$$

Следует заметить, что этот вид лагранжиана совпадает с

лагранжианом, который получается при обращении времени (см. (I.20)).

Отсюда мы заключаем, что для вторично некантованного лагранжиана (I.13) квантовой электродинамики, T и C -преобразования по отдельности изменяют знак у второй и третьей его частей, т.е. делают их неинвариантными. Однако совместное их применение дважды изменяет знак, а вместе с тем оставляет все уравнения квантовой электродинамики инвариантными. Символически этот результат может быть представлен следующей записью:

$$P = const, T \neq const, C \neq const, TC = const \quad \text{x)} \quad (I.29)$$

x) Кстати заметим, что в классическом случае лагранжиан

$$\mathcal{L} = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \beta^2} + \frac{e}{c} (\vec{A} \vec{v}) - e \Phi \quad (I.30)$$

остается инвариантным только при P -преобразовании ($\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$, $\vec{v} \rightarrow -\vec{v}$). Он, очевидно, будет не инвариантен по отдельности относительно T -преобразования ($\vec{v} = \frac{d\vec{z}}{dt} \rightarrow -\vec{v}$, $\Phi \rightarrow -\Phi$) и C -преобразования ($e \rightarrow -e$), сохраняя относительно совместного TC -преобразования свою инвариантность.

Для того, чтобы не вводить в классическую теорию C -преобразование ($e \rightarrow -e$), следует использовать (для того, чтобы оставить лагранжиан инвариантным) так называемое слабое отражение пространства и времени, когда при одно-

Тогда выражение (I.29) может быть представлено в виде:

$$T P C = const. \quad (I.31)$$

Последнее выражение можно рассматривать как обобщение теоремы Людерса-Паули на вторично некантованные уравнения. Оказывается, что вторично кантованные амплитуды имеют два решения: бозевское и фермиевское, причем, в зависимости от того, сохраняет ли вторично некантованный лагранжиан при T -преобразовании свой знак (например, \mathcal{L}^M) или изменяет его на противоположный (например, \mathcal{L}^D), имеет место бозевское или фермиевское решение.

б) Случай вторично кантованных уравнений.

Как известно, рождение электронно-позитронных пар, а также их аннигиляцию можно описать с помощью вторично некантованных уравнений кантовой электродинамики, рассматривая (следуя Дираку) позитроны как "дырки" на фоне отрицательных состояний электронов. Однако, теория "дырок" является несимметричной относительно замены электрического заряда (вторично некантованный лагранжиан неинвариантен относительно C -преобразования).

При переходе же ко вторичному кантованию, необходи-

временном T и P -преобразованиях потенциалы не должны изменять свои знаки. Очевидно, что слабое отражение формально эквивалентно не явному введению еще C -преобразования.

мо прежде всего (в обычной теории) симметризовать лагранжиан относительно знака заряда.

Учитывая преобразования вторично некантованного лагранжиана при C -преобразовании (см. (I.28)), мы можем для симметризованного лагранжиана написать:

$$\mathcal{L}_{sym} = \mathcal{L}_{sym}^M + \mathcal{L}_{sym}^D + \mathcal{L}_{sym}^I, \quad (I.32)$$

где

$$\mathcal{L}_{sym}^M = -\frac{1}{8\pi} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu}, \quad (I.33)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sym}^D = & \frac{1}{2} \psi^+ \left(-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{c\hbar}{i} (\vec{\alpha} \vec{\nabla}) - \right. \\ & \left. - \rho_3 m_0 c^2 \right) \psi - \frac{1}{2} \tilde{\psi} \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{c\hbar}{i} (\vec{\alpha} \vec{\nabla}) - \right. \\ & \left. - \rho_3 m_0 c^2 \right) \tilde{\psi}^+, \end{aligned} \quad (I.34)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sym}^I = & \frac{1}{2} e \psi^+ ((\vec{\alpha} \vec{A}) - \Phi) \psi - \\ & - \frac{1}{2} e \tilde{\psi} ((\vec{\alpha} \vec{A}) - \Phi) \tilde{\psi}^+. \end{aligned} \quad (I.35)$$

Легко показать, что последние уравнения симметричны относительно C -преобразования.

В самом деле, сделав замену $e \rightarrow -e$, мы сохраним для лагранжиана инвариантность, если волновые функции преобразуем по закону (I.26), т.е. положим: $\tilde{\psi} \rightarrow \psi \rho_3 \alpha_2$, $\tilde{\psi}^+ \rightarrow \alpha_2 \rho_3 \psi^+$, $\psi \rightarrow \tilde{\psi} \alpha_2 \rho_3$, $\psi^+ \rightarrow \rho_3 \alpha_2 \tilde{\psi}^+$ и примем во внимание соотношения (I.27).

Тогда:

$$\mathcal{L}_{sym}^c = \mathcal{L}_{sym} \quad (I.35)$$

В симметричной теории мы для волновых функций ψ и ψ^+ вновь получаем уравнения (I.1) и (I.2). Откуда автоматически следуют уравнения и для транспонированных функций:

$$\tilde{\psi} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla_t - e \Phi + c \left(\vec{\mathcal{L}} \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} + \frac{e}{c} \vec{A} \right) - \rho_0 m_0 c^2 \right) \right) = 0. \quad (I.36)$$

Если расписать уравнения (I.1) и (I.36) в виде системы четырех уравнений, то тогда, принимая во внимание (I.7) и (I.23), легко убедиться в полной их тождественности.

Точно также несимметричные уравнения Даламбера (I.3) и (I.4) в этой теории становятся симметричными относительно замены знака заряда:

$$\begin{aligned} \square \vec{A} &= -2\pi e (\psi^+ \vec{\mathcal{L}} \psi - \tilde{\psi} \vec{\mathcal{L}} \tilde{\psi}^+), \\ \square \Phi &= -2\pi e (\psi^+ \psi - \tilde{\psi} \tilde{\psi}^+). \end{aligned} \quad (I.37)$$

Для того, чтобы произвести вторичное квантование, мы должны из лагранжиана (I.33) по общему правилу найти тензор энергии и импульса $T_{\mu\nu}$, а вместе с тем и гамильтониан:

$$H = \int T_{44} d^3x, \text{ где } T_{44} = T_{44}^M + T_{44}^D + T_{44}^I;$$

где

$$T_{44}^M = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial A_\mu}{\partial t} \frac{\partial A_\mu}{\partial t} + (\nabla_n A_\mu)(\nabla_n A_\mu) \right),$$

$$T_{44}^D = \frac{1}{2} \psi^+ \left(\frac{\hbar c}{i} (\vec{\alpha} \vec{\nabla}) + \beta_3 m_0 c^2 \right) \psi - \\ - \frac{1}{2} \tilde{\psi} \left(-\frac{\hbar c}{i} (\vec{\alpha} \vec{\nabla}) + \beta_3 m_0 c^2 \right) \tilde{\psi}^+,$$

$$T_{44}^I = \frac{1}{2} e \psi^+ (\Phi - (\vec{\alpha} \vec{A})) \psi - \frac{1}{2} e \tilde{\psi} (\Phi - (\vec{\alpha} \vec{A})) \tilde{\psi}^+ \quad (I.38)$$

Откуда с помощью квантового уравнения движения:

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} (H\mathcal{F} - \mathcal{F}H), \quad (I.39)$$

являющегося основой вторичного квантования, получаем для потенциалов A_μ поля фотонов бозевские перестановочные соотношения (соответствующая часть вторично неквантованного гамильтониана симметрична относительно обращения времени):

$$[A_{\mu'}(\vec{z}', t), A_\mu(\vec{z}, t)]_- = 0, \quad (I.40)$$

$$[A_{\mu'}(\vec{z}', t), \nabla_t A_\mu(\vec{z}, t)]_- = 4\pi c^2 \hbar i \delta(\vec{z} - \vec{z}'),$$

а для волновых функций Дирака - фермиевские (соответствующая часть вторично неквантованного гамильтониана антисим-

метрична относительно обращения времени):

$$[\psi_{\mu}(\vec{z}, t), \psi_{\mu'}(\vec{z}', t)]_+ = 0,$$

$$[\psi_{\mu}(\vec{z}, t), \psi_{\mu'}^+(\vec{z}', t)]_+ = \delta_{\mu\mu'} \delta(\vec{z} - \vec{z}'). \quad (\text{I.41})$$

Здесь:

$$[ab]_- = ab - ba, \quad [ab]_+ = ab + ba.$$

Следует заметить, что симметризованный лагранжиан и гамильтониан, а также уравнение (I.39) инвариантны относительно S и P -преобразований. При T -преобразовании же составляющие T_{44}^D и T_{44}^I изменяют свой знак на обратный. Точно также при T -преобразовании неинвариантным становится и основное уравнение (I.39), определяющее правила вторичного квантования.

В связи с этим появился ряд новых предложений для обобщения обычного (или геометрического) обращения времени ($t \rightarrow -t$, $A_4 \rightarrow -A_4$) с тем, чтобы сохранить инвариантность квантового уравнения движения (I.39).

В этом отношении наиболее интересным оказалось так называемое швингеровское обращение времени, когда наряду с T -преобразованием производится также переход к транспонированным величинам по схеме:

$$(ab) \rightarrow (\widetilde{ab}) = \widetilde{b} \widetilde{a} \quad (\text{I.42})$$

В случае швингеровского обращения времени (T^S -пре-

образование) основное уравнение (I.39), определяющее вторичное квантование, сохраняет свою инвариантность, так как будет преобразовываться по закону:

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{F}}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \widetilde{(H\mathcal{F} - \mathcal{F}H)} = \frac{i}{\hbar} (\tilde{H}\tilde{\mathcal{F}} - \tilde{\mathcal{F}}\tilde{H}) \quad (\text{I.42a})$$

Легко показать, что при швингеровском обращении времени путем выбора соответствующей статистики мы можем сделать лагранжиан, гамильтониан (а вместе с тем и волновые уравнения) квантовой электродинамики инвариантными относительно T^S -преобразования, поскольку, например:

$$\begin{aligned} (T_{44}^D)^{T^S} &= \frac{1}{2} \tilde{\psi} \rho_2 \left(-\frac{\hbar c}{i} (\vec{\alpha} \vec{\nabla}) + \rho_3 m_0 c^2 \right) \rho_2 \tilde{\psi}^+ - \\ &- \frac{1}{2} \psi^+ \rho_2 \left(\frac{\hbar c}{i} (\vec{\alpha} \vec{\nabla}) + \rho_3 m_0 c^2 \right) \rho_2 \psi = T_{44}^D \end{aligned}$$

и т.д.

Таким образом, вторично квантованные уравнения квантовой электродинамики остаются инвариантными по отдельности относительно C , P и T^S -преобразований.

§ 2. Тензор энергии импульса и псевдовектора
спина свободных частиц

Как известно, оператор тензора энергии импульса свободных дираковских частиц имеет вид:

$$\hat{T}_{\mu\nu} = -\frac{c}{2} (\hat{p}_\mu \alpha_\nu + \alpha_\nu \hat{p}_\mu), \quad \hat{p}_\mu = \frac{\hbar}{i} \nabla_\mu, \quad (2.1)$$

где матрицы

$$\alpha_\mu = \vec{\alpha}, \quad i' I.$$

Составляющие (2.1) мы записали в симметричной относительно функций ψ и ψ^+ форме. Это означает, что оператор \hat{p}_μ , стоящий перед матрицей α_ν , должен действовать на волновую функцию ψ^+ по закону (1.7). Поэтому выражение (2.1) означает^{x)}:

$$T_{\mu\nu} = \psi^+ \hat{T}_{\mu\nu} \psi = \frac{c\hbar}{2i} [(\nabla_\mu \psi^+) \alpha_\nu \psi - \psi^+ \alpha_\nu \nabla_\mu \psi]. \quad (2.2)$$

Нетрудно проверить, что тензор $\hat{T}_{\mu\nu}$ удовлетворяет закону сохранения:

x) Выражение (2.2) написано для вторично неквантованного поля. В случае вторично квантованного поля мы должны симметризовать его еще относительно знака заряда с помощью соотношения:

$$(\nabla_\mu \psi^+) \alpha_\nu \psi \rightarrow \frac{1}{2} [(\nabla_\mu \psi)^+ \alpha_\nu \psi - \tilde{\psi} \vec{\alpha}_\nu (\nabla_\mu \tilde{\psi}^+)]. \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} (\Psi^\dagger \hat{T}_{\mu\nu} \Psi) = 0, \quad (2.3)$$

что может быть записано как сохранение четырехмерного импульса поля:

$$P_\mu = \frac{i'}{c} \int \Psi^\dagger \hat{P}_\mu \Psi d^3x = \text{const}, \quad (2.4)$$

где

$$\hat{P}_\mu = \frac{i'}{c} \hat{T}_{\mu 4}. \quad (2.5)$$

Временная составляющая ($\mu=4$) дает выражение для гамильтониана свободных дираковских частиц:

$$H = -i' c P_4 = c P_t = \int \Psi^\dagger \hat{H} \Psi d^3x, \quad (2.6)$$

где оператор функции Гамильтониана:

$$\hat{H} = \hat{T}_{44} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} = c (\vec{\alpha} \hat{P}) + m_0 c^2 \beta_3. \quad (2.7)$$

Введем далее понятие четырехмерной плотности момента количества движения поля, представляющий собой тензор третьего ранга, антисимметричный относительно двух значков, которые мы заключим в квадратные скобки:

$$\hat{M}_{[\mu\nu]\lambda} = -\hat{M}_{[\nu\mu]\lambda} = \frac{i'}{c} (x_\mu \hat{T}_{\nu\lambda} - x_\nu \hat{T}_{\mu\lambda}). \quad (2.8)$$

Легко показать, что расходимость последнего тензора момента количества движения не равняется нулю.

$$\frac{\partial \psi^\dagger \hat{M}_{[\mu\nu]\lambda} \psi}{\partial x_\lambda} = \frac{i}{c} \psi^\dagger (\hat{T}_{\nu\mu} - \hat{T}_{\mu\nu}) \psi. \quad (2.9)$$

В самом деле, тензор энергии и импульса не является симметричным относительно индексов μ и ν , т.е. $\hat{T}_{\nu\mu} \neq \hat{T}_{\mu\nu}$, что говорит о наличии спина дираковских частиц. В этом случае будет сохраняться полный момент количества движения:

$$\hat{J}_{[\mu\nu]\lambda} = \hat{M}_{[\mu\nu]\lambda} + \frac{\hbar}{2} \alpha_{\mu\nu\lambda}, \quad (2.10)$$

где $\alpha_{\mu\nu\lambda}$ - антисимметричный тензор матрицы спина, определяемый соотношением:

$$\alpha_{\mu\nu\lambda} = \begin{cases} -i i' \alpha_\mu \beta_\nu \alpha_\lambda, & \text{когда все индексы различные} \\ 0 & \text{, когда хотя бы два индекса одинаковы.} \end{cases} \quad (2.11)$$

Отсюда находим:

$$\alpha_{234} = \sigma_1 = \sigma^1; \quad \alpha_{314} = \sigma_2 = \sigma^2; \quad \alpha_{124} = \sigma_3 = \sigma^3; \\ \alpha_{321} = i \rho_1 = \sigma^4, \quad (2.12)$$

т.е. компоненты спина образуют четырехмерный псевдовектор спина, так как их можно связать с антисимметричным тензором третьего ранга при помощи соотношения:

$$\varepsilon_{\rho\mu\nu\lambda} \sigma^\rho = \alpha_{\mu\nu\lambda} \quad (2.13)$$

где $\varepsilon_{\rho\mu\nu\lambda}$ — абсолютно антисимметричный тензор четвертого ранга Леви-Чевита ($\varepsilon_{1234} = -\varepsilon_{2134} = 1$, $\varepsilon_{1134} = 0$ и т.д.). В частности, для пространственных составляющих оператора псевдовектора спина, коммутирующих с гамильтонианом, мы будем иметь выражение:

$$\hat{\vec{J}} = [\hat{\vec{r}} \hat{\vec{p}}] + \frac{1}{2} \hbar \vec{\sigma} \quad (2.14)$$

Отсюда видно, что закон сохранения имеет место только для суммы "орбитального" и "спинового" моментов. Лишь для продольной составляющей $[\hat{\vec{r}} \hat{\vec{p}}]_\rho$ "орбитальный" момент обращается в нуль. Однако, мы можем обобщить понятие спина таким образом, что закон сохранения будет иметь место без введения "орбитального" момента не только для продольных, но и для поперечных составляющих.

Для этого введем по аналогии с оператором момента

х) Здесь и в дальнейшем у псевдовектора индексы мы будем ставить вверху.

хх) В самом деле, из формулы (2.10) следует, что

$$\hat{J}_1 = \hat{J}_{[23]4} + \frac{1}{2} \hbar \alpha_{234}$$

Отсюда, учитывая, что согласно (2.8)

$\hat{J}_{[23]4} = \frac{i}{c} (x_2 \hat{T}_{34} - x_3 \hat{T}_{24}) = (x_2 \hat{p}_3 - x_3 \hat{p}_2)$
и принимая во внимание еще (2.12), получаем соотношение (2.14).

(см. (2.8)) также оператор обобщенного спина, представляющий собой псевдотензор второго ранга:

$$\begin{aligned}\hat{F}^{\mu\nu} &= \frac{1}{4} \varepsilon_{\lambda\alpha\beta\mu} (\hat{P}_\lambda \alpha_{\nu\alpha\beta} + \alpha_{\nu\alpha\beta} \hat{P}_\lambda) = \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_{\lambda\alpha\beta\mu} \varepsilon_{\rho\nu\alpha\beta} (\hat{P}_\lambda \sigma^\rho + \sigma^\rho \hat{P}_\lambda),\end{aligned}\quad (2.15)$$

который, как нетрудно показать, удовлетворяет закону сохранения:

$$\frac{\partial \psi + \hat{F}^{\mu\nu} \psi}{\partial x_\nu} = 0. \quad (2.16)$$

Этот закон сохранения для четвертой составляющей псевдовектора спина принимает вид:

$$S^M = \frac{i'}{c} \int \psi + \hat{F}^{\mu 4} \psi d^3x = const. \quad (2.17)$$

Из равенства (2.15) находим:

$$\hat{S}^M = \frac{i'}{c} \hat{F}^{\mu 4} = \frac{1}{2c} (\hat{H} \sigma^M + \sigma^M \hat{H}), \quad (2.16)$$

где \hat{H} - гамильтониан свободных частиц.

Последние составляющие могут быть представлены в виде:

$$\vec{S} = m_0 c \rho_3 \vec{\sigma} + \rho_1 \vec{p}, \quad S_t = (\vec{p} \vec{\sigma}), \quad (2.17)$$

которые, как нетрудно проверить, коммутируют с гамильтонианом и образуют операторы четырехмерного псевдовектора спина. В отличие от спина $\frac{1}{2} \hbar \vec{\sigma}$ (2.17) будем называть обобщенным

спином. Из этого четырехмерного обобщенного спина можно составить трехмерный вектор^{/4/}:

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}^0 &= \frac{\hat{\vec{p}} \hat{S}_t}{\rho^2} + \frac{[\hat{\vec{p}} [\hat{\vec{S}} \hat{\vec{p}}]]}{m_0 c \rho^2} = \\ &= \frac{\hat{\vec{p}} (\vec{\sigma} \hat{\vec{p}})}{\rho^2} + \beta_3 \frac{\vec{\sigma} \hat{\rho}^2 - \hat{\vec{p}} (\vec{\sigma} \hat{\vec{p}})}{\rho^2},\end{aligned}\quad (2.18)$$

который, очевидно, будет также интегралом движения и квадрат модуля которого равняется единице (закон преобразования собственного значения этого вектора будет найден ниже). Матрицу $\vec{\sigma}^0$ мы будем в дальнейшем называть матрицей единичного трехмерного вектора спина.

С первого взгляда может показаться странным, почему мы можем определить не только продольную составляющую псевдовектора спина, но и поперечные, которые без введения "орбитального момента" не должны коммутировать с гамильтонианом. С целью выяснения этого вопроса, найдем в явном виде продольные и поперечные составляющие единичного вектора спина.

Для этого введем "естественную" систему координат (ось z направлена по импульсу \vec{p} , оси x и y перпендикулярно к нему).

Тогда для продольной, т.е. z - ой составляющей будем иметь:

$$\sigma_3^0 = \sigma_3 \quad (2.19)$$

Для поперечных же составляющих найдем:

$$\sigma_1^{\circ} = \beta_3 \sigma_1, \quad \sigma_2^{\circ} = \beta_3 \sigma_2. \quad (2.20)$$

Нетрудно проверить, что все они коммутируют с гамильтонианом (если учесть, что в естественной системе $\hat{p}_y = \hat{p}_z = 0$). Отсюда видно, что если составляющая σ_3° равна продольной пространственной составляющей псевдовектора спина, т.е. матрице σ_3 , то поперечные составляющие (см. (2.20)) являются пространственными компонентами тензора собственного магнитного момента частицы.

$$\alpha_{\mu\nu} = \begin{cases} i\alpha_{\mu}\beta_3\alpha_{\nu} & \text{при } \mu \neq \nu \\ 0 & \text{при } \mu = \nu. \end{cases} \quad (2.21)$$

Отсюда следует, что

$$\alpha_{23} = \beta_3 \sigma_1, \quad \alpha_{31} = \beta_3 \sigma_2, \quad \alpha_{14} = i\beta_2 \sigma_1 \quad (2.22)$$

и т.д.

Таким образом, единичный вектор спина (2.18) представляет собой такую комбинацию из продольной составляющей спина и поперечных составляющих собственного магнитного момента, которые коммутируют с гамильтонианом.

С помощью равенства (2.17) нетрудно показать, что обобщенный спин является пространственно-подобным четырехмерным псевдовектором, так как, учитывая свойства матриц Дирака, легко показать, что:

$$\vec{S}^2 - S_t^2 = m_0^2 c^2. \quad (2.23)$$

В то время как четырехмерный вектор импульса является времени-подобным:

$$\hat{p}^2 - \hat{p}_t^2 = -m_0^2 c^2 \quad (2.24)$$

и ортогональным к компонентам обобщенного спина:

$$(\hat{p} \hat{S}) - \hat{p}_t \hat{S}_t = -(\vec{\sigma} \hat{p})(\hat{p}_t - \beta_1 (\vec{\sigma} \hat{p}) - \beta_3 m_0 c) = 0 \quad (2.25)$$

Наконец, рассмотрим преобразование спиновых компонент при лоренцевых поворотах.

Допустим, что пространственная составляющая четырехмерного вектора лежит в плоскости x , образуя с осью z угол θ , т.е.

$$A_z = |\vec{A}| \cos \theta, \quad A_x = |\vec{A}| \sin \theta, \quad A_y = 0.$$

Тогда при переходе к другой инерциальной системе координат (штрихованной), движущейся относительно первоначальной (нештрихованной) вдоль оси z со скоростью $c\beta$ (при $\beta = 0$ мы не нарушая общности, можем предположить, что обе системы должны совпадать друг с другом), эти составляющие будут преобразовываться по закону:

$$|\vec{A}'| \cos \theta' = \frac{|\vec{A}| \cos \theta - \beta A_t}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$A'_t = \frac{A_t - \beta |\vec{A}| \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

(2-26)

$$|\vec{A}'| \sin \theta' = |\vec{A}| \sin \theta,$$

Отсюда для угла θ' , который будет составлять вектор \vec{A}' с осью ξ , находим выражение:

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\frac{|\vec{A}|}{A_t} \sin \theta \sqrt{1-\beta^2}}{\frac{|\vec{A}|}{A_t} \cos \theta - \beta} \quad (2.27)$$

Формулы (2.26) и (2.27) мы можем использовать для исследования поведения четырехмерного вектора импульса и четырехмерного псевдовектора обобщенного спина при лоренцевых поворотах. При этом следует учесть следующие соотношения между составляющими вектора импульса (см. также (2.23) и (2.24)^x):

$$P_t^2 = |\vec{P}|^2 + m_0^2 c^2 \quad (2.28)$$

и псевдовектора спина:

$$|\vec{S}|^2 = S_t^2 + m_0^2 c^2 \quad (2.29)$$

Покажем, что обе пространственные составляющие при $m_0 \neq 0$ поворачиваются на различные углы.

Для этого допустим, что в нештрихованной системе координат оба эти вектора были параллельны друг другу ($\theta_p = \theta_s = \theta$). Не нарушая общности рассуждения, мы можем всегда выбрать масштаб таким образом, чтобы выпол-

^x) Мы не будем писать здесь значков операторов, так как всегда можем взять их собственные значения.

нялось соотношение $|\vec{S}| = P_t$. Тогда, учитывая, что $\beta_1 P_t = |\vec{p}|$, где $c\beta_1$ - скорость движения частиц в первоначальной системе координат, мы, учитывая (2.28) и (2.29), найдем:

$$\beta_1 |\vec{S}| = S_t.$$

Отсюда с помощью (2.27) для тангенсов угла поворота вектора импульса и псевдовектора спина находим различные выражения, представленные соответственно равенствами:

$$\operatorname{tg} \theta'_p = \frac{\beta_1 \sin \theta \sqrt{1-\beta^2}}{\beta_1 \cos \theta - \beta}, \quad (2.30)$$

$$\operatorname{tg} \theta'_s = \frac{\sin \theta \sqrt{1-\beta^2}}{\cos \theta - \beta \beta_1}. \quad (2.31)$$

Зная закон преобразования для составляющих импульса и обобщенного спина, мы, принимая во внимание (2.18), можем легко найти закон преобразования для собственного значения единичного трехмерного оператора вектора спина \vec{S}^0 . Они оказываются следующими^{/3,4,5/}:

$$S_3^{10} = S_3^0 \cos \gamma'_1 + S_1^0 \sin \gamma'_1, \quad S_1^{10} = S_1^0 \cos \gamma'_1 - S_3^0 \sin \gamma'_1, \quad (2.32)$$

где

$$\cos \gamma'_1 = \frac{\beta_1 - \beta \cos \theta}{\sqrt{(\beta_1 - \beta \cos \theta)^2 + \beta^2 (1 - \beta_1^2) \sin^2 \theta}},$$

$$\sin \gamma'_1 = \frac{\beta \sqrt{1 - \beta_1^2} \sin \theta}{\sqrt{(\beta_1 - \beta \cos \theta)^2 + \beta^2 (1 - \beta_1^2) \sin^2 \theta}}. \quad (2.33)$$

Полагая в равенстве (2.32) $S_3^0 = 1$, $S_1^0 = S_2^0 = 0$, найдем:

$$S_3'^0 = \cos \gamma_1 < 1, \quad S_1'^0 = -S_3^0 \sin \gamma_1 \quad (2.34)$$

т.е. если в первоначальной системе координат векторы спина и импульса были параллельны, то в результате лоренцевских преобразований между ними появляется некоторый угол. В частности, при $\theta = 0$, находим:

$$\cos \gamma_1 = \frac{\beta_1 - \beta}{|\beta_1 - \beta|} \quad (2.35)$$

Отсюда видно, что если скорость движения новой системы координат не только параллельна скорости движения частицы, но и будет превышать ($\beta > \beta_1$) ее, то $\cos \gamma_1 = -1$ и поэтому в результате такого преобразования параллельные векторы импульса и спина сделаются антипараллельными.

Только в том случае, когда масса покоя частицы оказывается равной нулю ($m_0 = 0$) величина $\beta_1 = 1$ поэтому в преобразованиях (2.32) следует положить $\gamma_1 = 0$. В этом случае $S_3'^0 = S_3^0$ и $S_1'^0 = S_1^0$, т.е. если в одной системе координат спин и импульс были параллельны, то и в других инерциальных системах они останутся вновь параллельными ($S_3^0 = 1$). Этот вывод можно было бы сделать также и на основе уравнений (2.30) и (2.31), положив в последних $\beta_1 = 1$.

§ 3. Решение уравнения Дирака с учетом направления спина

Как известно, уравнение Дирака для свободной частицы имеет вид:

$$(\hat{E} - \hat{H}) \psi = 0, \quad (3.1)$$

где оператор энергии $\hat{E} = -\frac{\hbar}{i} \nabla_t$, а оператор функции Гамильтона:

$$\hat{H} = c (\vec{\alpha} \vec{P}) + \beta_3 m_0 c^2. \quad (3.2)$$

Уравнение Дирака имеет четыре решения. Физически это связано с тем обстоятельством, что каждое состояние (в случае свободного движения оно характеризуется импульсом частицы) может иметь два значения энергии и два направления спина.

Если мы хотим ограничить наши решения определенным знаком энергии, то должны наложить на волновую функцию ψ дополнительное условие:

$$(\hat{E} - \varepsilon |E|) \psi = 0.$$

в зависимости от того, имеем ли мы состояния с положительной или отрицательной энергией, мы должны положить соответственно знаковую функцию $\varepsilon = \pm 1$.

Точно также, если с помощью единичного трехмерного вектора $\vec{\sigma}^0$ будет задано направление спина, тогда, учитывая коммутацию $\vec{\sigma}^0$ с гамильтонианом, на волновую функцию ψ мы можем наложить еще одно дополнительное условие:

$$(\hat{p}^2 - (\vec{s}^0 \hat{p})(\hat{\sigma} \vec{p})(1-\beta_3) - \beta_3(\vec{s}^0 \hat{\sigma}) \hat{p}^2) \psi = 0, \quad (3.3)$$

которое будет релятивистски инвариантным, если учесть, что при переходе от одной инерциальной системы координат к другой единичный вектор \vec{s}^0 будет преобразовываться по закону (2.32).

Если мы вектор \vec{s}^0 направим не по вектору спина, а по какому-то другому направлению (например, по импульсу \vec{p} , который в данной задаче является единственным выделенным направлением), то тогда мы должны взять два решения. Одно из этих решений должно соответствовать случаю, когда спин направлен по импульсу ($\vec{s}_1^0 = \vec{p}^0$), а другое - против ($\vec{s}_2^0 = -\vec{p}^0$), а затем взять такую комбинацию этих решений, чтобы общее решение соответствовало бы направлению спина по \vec{s}^0 .

Полагая в (3.3) $\vec{s}^0 = s \hat{p}^0$, мы приведем его к виду /1/:

$$\left(s - \frac{(\hat{\sigma} \vec{p})}{|\rho|} \right) \psi = 0 \quad (3.4)$$

Это дополнительное условие может быть наложено на волновую функцию, так как оператор $\frac{(\hat{\sigma} \vec{p})}{|\rho|}$, характеризующий продольную составляющую спина, коммутирует с гамильтонианом.

Решение уравнения Дирака (3.1), подчиняющееся дополнительному условию (3.2) и (3.4), имеет вид:

$$\psi(\vec{k}, s, \varepsilon) = L^{-3/2} C(\vec{k}, s, \varepsilon) b(\vec{k}, s, \varepsilon) e^{-i\varepsilon \mathcal{K}t + i\vec{k} \cdot \vec{z}}, \quad (3.5)$$

где L^3 - объем основного параллелепипеда, $\varepsilon c \hbar \mathcal{K} = E$ - собственные значения оператора энергии, $\varepsilon \hbar \vec{k}$ - импульс частицы, а $S = \pm 1$ соответствует решениям, спин которых направлен по или против импульса. Амплитуда $C(\vec{k}, s, \varepsilon)$ характеризует вероятность пребывания электрона в состоянии \vec{k} , s , ε и, наконец, для спинорной матрицы мы будем иметь выражение ^{/1,2/}:

$$b(\vec{k}, s, \varepsilon) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_1 B_1 \\ A_1 B_2 \\ A_2 B_1 \\ A_2 B_2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Здесь

$$A_1 = \sqrt{1 + \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}}}, \quad A_2 = \varepsilon s \sqrt{1 - \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}}}, \quad (3.7)$$

$$B_1 = s e^{-\frac{1}{2}i\varphi} \sqrt{1 + s \cos\theta}, \quad B_2 = e^{\frac{1}{2}i\varphi} \sqrt{1 - s \cos\theta}$$

$\mathcal{K} = \sqrt{k^2 + K_0^2}$, $K_0 = \frac{m_0 c}{\hbar}$, а θ и φ являются сферическими углами вектора \vec{k} .

Для исследования простейших поляризационных свойств дираковских волновых функций ограничимся положительными состояниями энергии ($\varepsilon = 1$). Не нарушая общности, мы можем выбрать естественную систему координат (ось \tilde{z} направлена по импульсу \vec{p}). Тогда решение для волновой функции принимает вид:

$$\psi(\vec{K}, s, \varepsilon=1) = \frac{1}{L^{3/2} 2^{1/2}} \left[C_1 \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \\ 0 \\ \sqrt{1 - \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \\ 0 \end{pmatrix} + C_{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{1 + \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \\ 0 \\ -\sqrt{1 - \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \end{pmatrix} \right] e^{-ic\mathcal{K}t + i\mathcal{K}z}, \quad (3.8)$$

где

$$C_1 = C(\vec{K}, s=1, \varepsilon=1)$$

$$C_{-1} = C(\vec{K}, s=-1, \varepsilon=1).$$

Из условия нормирования:

$$\int \psi^+ \psi d^3x = 1, \quad (3.9)$$

находим:

$$C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1} = 1. \quad (3.10)$$

Подставляя (3.8) в (2.4), имеем:

$$P_1 = P_2 = 0, \quad P_3 = \hbar \mathcal{K} (C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1}) = \hbar \mathcal{K}, \quad (3.11)$$

$$c P_t = E = c \hbar \mathcal{K} (C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1}) = c \hbar \mathcal{K}.$$

Точно так же с помощью формул (2.19) и (2.20) получаем выражение для составляющих единичного вектора трехмерного спина: Для продольной составляющей (совпадающей с соответствующей составляющей четырехмерного спина (2.19):

$$S_3^0 = \int \psi^+ \sigma_3 \psi d^3x = C_1^+ C_1 - C_{-1}^+ C_{-1}, \quad (3.12)$$

а для поперечных составляющих (совпадающих с составляющими

собственного момента электрона)^{х)}:

$$S_1^0 = \int \psi^\dagger \rho_3 \sigma_1 \psi d^3x = C_{-1}^+ C_1 + C_1^+ C_{-1}, \quad (3.13)$$

$$S_2^0 = \int \psi^\dagger \rho_3 \sigma_2 \psi d^3x = i(C_{-1}^+ C_1 - C_1^+ C_{-1}).$$

С помощью последних равенств нетрудно проверить, что квадрат единичного трехмерного спина равен единице:

х) Необходимо заметить, что хотя все три составляющие единичного вектора \vec{S}^0 не зависят от времени (точнее они коммутируют с гамильтонианом и поэтому члены, соответствующие "дрожанию" Шредингера, обращаются в нуль). Однако, если известно соотношение между коэффициентами C_1 и C_{-1} , все три составляющие не могут обладать собственными значениями в противоположность импульсам поля (см. (3.11)), составляющие которого имеют собственные значения при любом соотношении между амплитудами, так как все они пропорциональны квадратичной комбинации вида $C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1}$, всегда равной единице. Неопределенность в определении соотношения между компонентами связана с тем обстоятельством, что соответствующие операторы в противоположность составляющим импульса не коммутируют друг с другом. В самом уравнении Дирака не задает направление единичного вектора спина. Если наряду с (3.10) будет задано еще соотношение между амплитудами, то тем самым можно определить направление единичного вектора спина. Например, полагая $C_1 = 1, C_{-1} = 0$, мы найдем, что

$$S_1^{o2} + S_2^{o2} + S_3^{o2} = (C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1})^2 = 1. \quad (3.14)$$

Мы можем определить также средние значения для четырехмерного вектора спина по формуле:

$$\vec{S} = \int \Psi^+ \vec{\sigma} \Psi d^3x, \quad S_t = \int \Psi^+ \beta_1 \Psi d^3x \quad (3.15)$$

Для них мы будем иметь:

$$S_3 = S_3^o, \quad S_1 = \frac{K_o}{\mathcal{K}} S_1^o = \sqrt{1 - \beta_1^2} S_1^o, \quad S_2 = \frac{K_o}{\mathcal{K}} S_2^o \quad (3.16)$$

и

$$S_t = \frac{K}{\mathcal{K}} S_3^o = \beta_1 S_3^o.$$

Эти соотношения будут связаны с составляющими обобщенного спина S_M (см. (2.17)) соотношением:

$$S_M = \frac{S_M}{\hbar \mathcal{K}} \quad (3.18)$$

Из формул (3.16) видно, что составляющие единичного вектора \vec{S}^o можно рассматривать как составляющие псевдовектора спина в системе координат движущейся вместе с частицей ($\beta_1 = 0$). В системе же наблюдателя продольная составляющая псевдовектора спина остается без изменения ($S_3 = S_3^o$), поперечные же составляющие претерпевают

$S_3^o = 1, S_1^o = S_2^o = 0$, т.е. вектор единичного спина будет направлен по импульсу. При $C_1 = 0$ и $C_{-1} = 1$ наоборот, против импульса ($S_3^o = -1, S_1^o = S_2^o = 0$). При $C_1 = C_{-1} = 1/\sqrt{2}$ найдем, что $S_1^o = 1, S_3^o = S_2^o = 0$ и т.д.

лоренцово сокращение, поскольку $S_1 = \sqrt{1-\beta_1^2} S_1^0$ и т.д., где $C\beta$ - скорость частицы относительно наблюдателя, движущегося по оси Z естественной системы координат^{x)}. Лоренцово сокращение поперечных, а не продольной составляющих, связано с псевдовекторным характером его преобразования. В самом деле, псевдовектор характеризует площадь, ограниченную контуром и расположенную перпендикулярно к его направлению.

x) Заметим, что при вычислении средних значений компонент собственного магнитного электрического момента $\vec{\mu} = \int \psi \vec{\beta}_3 \vec{\sigma} \psi d^3x$ и $\vec{\epsilon} = \int \psi \vec{\beta}_2 \vec{\sigma} \psi d^3x$ образующих в совокупности тензор второго ранга (см. (2.21)), мы будем иметь:

$$\mu_1 = S_1^0, \quad \mu_2 = S_2^0, \quad \mu_3 = \sqrt{1-\beta_1^2} S_3^0, \quad (3.19)$$

$$\epsilon_1 = \beta_1 S_2^0, \quad \epsilon_2 = -\beta_1 S_1^0$$

т.е. для собственного магнитного момента наоборот, поперечные составляющие остаются неизменным, а продольная претерпевает лоренцово сокращение. Из формул (3.16) и (3.19) следует, что для частиц с массой покоя равной нулю $\beta_1 = 1$, продольную поляризацию следует характеризовать вектором спина ($S_3 = S_3^0$), а поперечные - тензором собственного магнитного момента электрона ($\mu_1 = S_1^0$ и $\mu_2 = S_2^0$). Это связано с тем обстоятельством, что только операторы, соответствующие этим составляющим, коммутируют с гамильтонианом, т.е. являются интегралами движения.

В данном случае псевдовектор спина описывает фактически круговую поляризацию (см. ниже), которая и образует контур, замыкающий некоторую площадь.

Для продольной составляющей спина эта плоскость расположена перпендикулярно к направлению движения и поэтому соответствующая составляющая остается неизменной. Для поперечных же составляющих спина в плоскости поляризации будет расположен вектор скорости частицы и поэтому при переходе от системы координат, где покоится частица, к системе координат наблюдателя эти поперечные составляющие будут претерпевать лоренцово сокращение.

Кстати заметим, что само направление псевдовектора спина как и вообще направление любого аксиального вектора носит условный характер.

§ 4. Учет направления спина при упругом рассеянии фермионов

Для того, чтобы исследовать влияние спина на различные эффекты, необходимо прежде всего вычислить матричные элементы, характеризующие спиновые взаимодействия.

Как известно, мы имеем всего шестнадцать независимых матриц Дирака, которые можно выразить через матрицы:

$$\rho_{\mu} = \rho_{1,2,3} , \quad \rho_4 = I \quad (4.1)$$

$$\sigma_{\mu} = \sigma_{1,2,3} , \quad \sigma_4 = I \quad (4.2)$$

Из матриц Дирака можно образовать следующие виды взаимодействий:

а) векторное:

$$V_n = \rho_1 \sigma_n, \quad V_t = \rho_4 \sigma_4, \quad (4.3)$$

где $n = 1, 2, 3$, V_n - пространственная, а V_t - временная составляющая векторного взаимодействия;

б) псевдовекторное:

$$A_n = \rho_4 \sigma_n, \quad A_t = \rho_1 \sigma_4; \quad (4.4)$$

в) скалярное и псевдоскалярное:

$$S = \rho_3 \sigma_4, \quad P = \rho_2 \sigma_4; \quad (4.5)$$

г) тензорное взаимодействие:

$$T_{n'n''} = \rho_3 \sigma_n, \quad T_{tn} = \rho_2 \sigma_n, \quad (4.6)$$

где $T_{n'n''}$ - пространственная часть ($T_{23} = \rho_3 \sigma_1$), а T_{tn} - пространственно-временная часть тензорного взаимодействия.

Для конкретности рассмотрим упругое рассеяние фермионов под действием энергии взаимодействия \mathcal{U} , которую мы представим как произведение спиновой и координатной части^{16/}:

$$\mathcal{U} = \rho_\mu \sigma_\nu \chi(\vec{r}). \quad (4.7)$$

Вообще этот метод может быть легко обобщен и на исследование других эффектов. Для эффективного сечения упругого рассеяния с учетом спиновых эффектов, когда электрон из состояния $(\vec{k}, s, \mathcal{K})$ переходит в состояние $(\vec{k}', s',$

$\mathcal{K}' = \mathcal{K}$) мы будем иметь выражение:

$$d\sigma_{s'_1, s'_1} = C_{s'_1}^+(\vec{k}') C_{s'_1}(\vec{k}') \frac{\mathcal{K}^2}{4\pi^2 c^2 \hbar^2} |u_{\vec{k}'\vec{k}}|^2 d\Omega, \quad (4.8)$$

где

$$u_{\vec{k}'\vec{k}} = \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{x}} u(\vec{x}) d^3x -$$

матричный элемент, не зависящий от спиновых свойств. Для определения же коэффициентов C_s , мы будем иметь следующее уравнение:

$$C_{s'}(\vec{k}') = \sum_s b_{s'}^+(\vec{k}') \rho_\mu \sigma_\nu b_s(\vec{k}) C_s(\vec{k}), \quad (4.9)$$

причем, с помощью (3.6) легко показать, что спиновый матричный элемент четырехрядной матрицы Дирака можно разбить на произведение двух независимых матричных элементов от двухрядных матриц Паули:

$$b_{s'}^+(\vec{k}') \rho_\mu \sigma_\nu b_s(\vec{k}) = \frac{1}{4} \bar{\rho}'_\mu(s', s) \bar{\sigma}'_\nu(s', s). \quad (4.10)$$

Здесь:

$$\bar{\rho}'_\mu(s', s) = (A_1^{i+} A_2^{i+}) \sigma'_\mu \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

$$\bar{\sigma}'_\nu(s', s) = (B_1^{i+} B_2^{i+}) \sigma'_\nu \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix},$$

а σ'_μ - являются двухрядными матрицами Паули $\sigma'_{1,2,3}$,

$$\sigma'_4 = \Gamma' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Направляя в случае упругого рассеяния вектор \vec{k} по

оси \vec{z}' , а вектор \vec{K}' , располагая в плоскости xz , будем иметь:

$$\begin{Bmatrix} \bar{\rho}_4(s', s) \\ \bar{\rho}_3(s', s) \\ \bar{\rho}_2(s', s) \\ \bar{\rho}_1(s', s) \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mathcal{K}}(1+ss') \begin{Bmatrix} \mathcal{K} \\ K_0 \\ 0 \\ Ks \end{Bmatrix} + \frac{1}{\mathcal{K}}(1-ss') \begin{Bmatrix} K_0 \\ \mathcal{K} \\ -iKs \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_4(s', s) \\ \bar{\sigma}_3(s', s) \\ \bar{\sigma}_2(s', s) \\ \bar{\sigma}_1(s', s) \end{Bmatrix} = (1+ss') \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ S \cos \frac{\theta}{2} \\ i \sin \frac{\theta}{2} \\ S \sin \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} + (1-ss') \begin{Bmatrix} -S \sin \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} \\ iS \cos \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix}, \quad (4.13)$$

где θ - угол рассеяния, т.е. $\cos \theta = \frac{(\vec{K}\vec{K}')}{K^2}$.

На основании последних формул мы можем сделать некоторые выводы о поведении спина при рассеянии в зависимости от характера взаимодействия.

Прежде всего из формул (4.12) мы видим, что в нерелятивистском приближении $\frac{K}{\mathcal{K}} \rightarrow 0$, $\frac{K_0}{\mathcal{K}} \rightarrow 1$ мы получим отличное от нуля значение для эффективных сечений лишь для взаимодействий, пропорциональных матрицам ρ_4 и ρ_3 .

Для них:

$$\bar{\rho}_4(s', s) = \bar{\rho}_3(s', s) = 1.$$

Рассмотрим для конкретности случай скалярного $S =$
 $= \beta_3 \sigma_4$ и векторного $V_t = \beta_4 \sigma_4$ (нерелятивистская
 часть) взаимодействий, предполагая, что начальный спин
 направлен по начальному импульсу, т.е. $C_1(\vec{K})=1$, $C_{-1}(\vec{K})=0$.

В этом случае с помощью формулы (4.9) найдем:

$$C_1' = C_{s'=1}(\vec{K}') = \cos \frac{\theta}{2}; \quad C_{s'=-1}(\vec{K}') = -\sin \frac{\theta}{2}, \quad (4.14)$$

т.е.

$$S_3'^0 = C_1'^+ C_1' - C_{-1}'^+ C_{-1}' = \cos \theta$$

$$S_2'^0 = 0, \quad S_1'^0 = -\sin \theta. \quad (4.15)$$

Отсюда видно, что в нерелятивистском приближении при S
 и V_t -взаимодействиях вектор спина должен сохранять свое
 первоначальное направление, т.е. направление начального
 импульса и поэтому относительно конечного импульса \vec{K}' бу-
 дет повернут на угол рассеяния θ .

Наибольший интерес представляет исследование другого
 крайнего случая, а именно, ультрарелятивистского, когда
 следует положить $\frac{K}{\mathcal{K}} \rightarrow 1$, $\frac{K_0}{\mathcal{K}} \rightarrow 0$.

В этом ультрарелятивистском приближении мы будем
 иметь:

$$\bar{\rho}_1(s', s) = \bar{\rho}_4(s', s) = (1 + ss'), \quad (4.16)$$

$$\bar{\rho}_3(s', s) = \bar{\rho}_2(s', s) = (1 - ss').$$

Отсюда видно, что только при V и A - взаимодействиях, пропорциональных матрицам β_1 или β_4 , спин будет устойчиво связан с импульсом. Поэтому, если до рассеяния спин был параллелен начальному импульсу, то после рассеяния он также остается параллельным конечному импульсу. В случае же S , T и P -взаимодействий спин относительно соответствующего конечного импульса перебрасывается^{х)}.

Для примера рассмотрим рассеяние электронов кулоновским центром заряда e' ($\Phi = \frac{ze'}{r}$, $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$), когда энергия взаимодействия равна:

$$\mathcal{U} = e\Phi - \mu\beta_2(\vec{\sigma}\vec{E}) = e\beta_4\sigma_4\Phi - \mu\beta_2(\vec{\sigma}\vec{E}). \quad (4.17)$$

х) Возможно, с этим связан тот факт, что в современной теории нейтрино с ориентированным спином осуществляется лишь V и A варианты взаимодействий, которые обеспечивают устойчивую связь спина с импульсом, поскольку переброс спина относительно импульса означал бы переход антинейтрино в несуществующее состояние, т.е. в состояние с противоположным направлением спина. Это является весьма сильным аргументом в пользу V , A -варианта и находится в согласии с соответствующими аргументами, сделанными на базе универсального четырехфермионного взаимодействия^{/16/}.

Здесь e - электрический заряд электрона, а μ - его аномальный магнитный момент, связанный с магнетоном Бора μ_0 соотношением $\mu = \mu_0 \frac{\alpha}{2\pi}$. Если мы предположим, что в начальный момент спин электрона был параллелен своему импульсу ($S = I$), то при нерелятивистских энергиях E падающего электрона ($E \ll m_0 c^2$) спин должен сохранить свое первоначальное направление, т.е. относительно конечного импульса он должен быть повернут на угол рассеяния θ .

Затем в ультрарелятивистском случае, но в области не очень больших энергий (точнее, когда кулоновская часть рассеяния будет больше, чем рассеяние, обязанное аномальному магнитному моменту, т.е. $m_0 c^2 \ll E \ll \frac{e\hbar c}{\mu} \approx 137 m_0 c^2$) основную роль будет продолжать играть кулоновское взаимодействие, пропорциональное матрице ρ_4 . Последнее взаимодействие согласно (4.12) в ультрарелятивистской области должно привести к тому, что спин электрона должен быть повернут в сторону рассеянного импульса. Наконец, в области очень больших энергий $E \gg 137 m_0 c^2$ основной вклад будет давать взаимодействие, связанное с аномальным магнитным моментом электрона, которое пропорционально матрице ρ_2 . В этом случае спин электрона должен стать повернутым против движения. Таким образом, экспериментальное исследование поведения спина при рассеянии поляризационных фермионов может помочь определить характер взаимодействия.

§ 5. Спин частиц и поляризационные свойства
сопоставленных с частицами волн

Мы хотим исследовать движение частиц, когда их спин параллелен или антипараллелен направлению импульса (продольная поляризация). Поскольку спин является аксиальным вектором, то он лишь условно характеризует какое-то реальное явление, которым, как мы покажем, является круговая поляризация.

Прежде всего рассмотрим круговую поляризацию фотонов, хорошо известную еще из классической оптики. Поле фотонов является поперечным и поэтому скалярный потенциал мы можем положить равным нулю, а векторный подчинить условию поперечности:

$$\Phi = 0, \quad \operatorname{div} \vec{A} = 0. \quad (5.1)$$

Вектора электрического и магнитного полей, образующие в своей совокупности антисимметричный четырехмерный тензор второго ранга, связаны с вектор-потенциалом \vec{A} при помощи соотношений:

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}, \quad \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (5.2)$$

Для того, чтобы разделить решения по состояниям круговой поляризации, поля \vec{E} и \vec{H} подчиним дополнительному условию:

$$\vec{H} = -is\vec{E}, \quad (5.3)$$

где величина $S = \pm 1$ характеризует проекцию спина на направление импульса, а появление мнимой единицы i в правой части связано с тем обстоятельством, что векторы \vec{E} и \vec{H} являются взаимно перпендикулярными. Условие (5.3) для бозонов так же как и условие (3.4) для фермионов позволяет в решении отобрать частицы с определенным направлением спина.

Решение для вектор-потенциала, удовлетворяющее как условию поперечности (5.1), так и условию (5.3) может быть представлено в виде:

$$\vec{A} = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}} \sqrt{\frac{2\pi c \hbar}{k}} \left(\vec{b}(\vec{k}, s) q(\vec{k}, s) e^{-ickt + i\vec{k}\vec{z}} + \vec{b}^{\dagger}(\vec{k}, s) q^{\dagger}(\vec{k}, s) e^{ickt - i\vec{k}\vec{z}} \right). \quad (5.4)$$

Здесь $q = q(\vec{k}, s)$ представляет собой квантовые амплитуды. Для вектора \vec{b} находим выражение:

$$\vec{b}(\vec{k}, s) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{\beta}^{\circ} + i s [\vec{k}^{\circ} \vec{\beta}^{\circ}]), \quad (5.5)$$

где $\vec{\beta}^{\circ}$ - единичный вектор, перпендикулярный к единичному вектору импульса поля \vec{k}° , т.е.

$$(\vec{\beta}^{\circ} \vec{k}^{\circ}) = 0. \quad (5.6)$$

Нормировочный коэффициент, импульс и спин могут быть найдены при вычислении следующих интегральных величин: функции Гамильтона, т.е. интегральной энергии поля:

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{8\pi} \int d^3x (E^2 + H^2) = \\
 &= \sum_{\vec{k}, s} \frac{c\hbar k}{2} [q^+(\vec{k}, s)q(\vec{k}, s) + q(\vec{k}, s)q^+(\vec{k}, s)] \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

интегрального импульса:

$$\begin{aligned}
 \vec{G} &= \frac{1}{4\pi c} \int d^3x [\vec{E}\vec{H}] = \\
 &= \sum_{\vec{k}, s} \frac{\hbar\vec{k}}{2} [q^+(\vec{k}, s)q(\vec{k}, s) + q(\vec{k}, s)q^+(\vec{k}, s)], \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

и интегрального спина:

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{4\pi c} \int d^3x [\vec{E}\vec{A}] = \\
 &= \sum_{\vec{k}, s} \frac{\hbar\vec{k} \circ s}{2} [q^+(\vec{k}, s)q(\vec{k}, s) + q(\vec{k}, s)q^+(\vec{k}, s)]. \quad (5.9)
 \end{aligned}$$

Из (5.7) с помощью уравнения движения можно показать, что амплитуда $q(\vec{k}, s)$ удовлетворяет статистике Бозе:

$$\begin{aligned}
 q(\vec{k}, s)q^+(\vec{k}', s') - q^+(\vec{k}', s')q(\vec{k}, s) &= \\
 &= \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{ss'}, \quad (5.10)
 \end{aligned}$$

т.е. $q^+q = N(\vec{k}, s)$, а $qq^+ = 1 - N$, где $N(\vec{k}, s)$ - число частиц в состоянии \vec{k}, s .

Как видно из (5.8), амплитуда $q(\vec{k}, s)$ описывает частицы с импульсом \vec{k} , спин которых согласно (5.9) направлен или по импульсу ($S = I$), или против импульса ($S = -I$). Таким образом, в скобках амплитуд $q(\vec{k}, s)$

указаны те значения импульса \vec{K} и проекции спина S , которые следуют из соответствующих интегральных значений.

Исследуем теперь более подробно вопрос о связи значения продольной составляющей спина фотонов $S = \pm 1$ с круговой поляризацией световых волн.

Для этого выберем естественную систему координат, направив ось Z по импульсу. Не нарушая общности рассуждения, мы можем единичный вектор $\vec{\beta}^0$ направить по оси x (как было уже указано, этот вектор должен быть направлен перпендикулярно к импульсу). Тогда вектор $S[\vec{K}^0 \vec{\beta}^0]$ будет направлен либо по оси y , как в правой, так и в левой системах координат, если $S = 1$, либо по оси $-y$, если $S = -1$. Учитывая, что согласно (5.2)

$$b_x \sim e^{-ickt} \sim \cos ckt, \quad b_y = is e^{-ickt} \sim s \sin ckt, \quad (5.II)$$

т.е. $b_y = is b_x$, мы видим, что:

а) в правой системе координат случай $S^z = 1$ соответствует правовинтовой поляризации или спиральности.

Правовинтовая спиральность означает, что ввинчивая винт по направлению импульса, его вращение будет совпадать с вращением поляризации, когда нарезка у него будет правая (см. рис. 1а). Случай же $S^z = -1$ соответствует левовинтовой поляризации (см. рис. 1б);

б) точно также с помощью формулы (5.II) легко показать, что в левой системе координат мы будем иметь наоборот.

В случае $S^e = 1$ левовинтовую поляризацию (см. рис. 1в), а в случае $S^e = -1$ - правовинтовую (см. рис. 1г). Таким образом, величина

$$S = (\vec{\kappa}^0 \vec{S}^0) \quad (5.12)$$

не может однозначно характеризовать состояние поляризации сопоставленным частицам волн. Это связано с тем обстоятельством, что вектор спина \vec{S}^0 является псевдовектором (аксиальный вектор), а величина S - пространственным псевдоскаляром. Поэтому отличающиеся по знаку значения псевдоскаляра S в правой ($S^z = 1$) и левой ($S^e = -1$) системах координат будут характеризовать одну и ту же, а именно, правовинтовую поляризацию (см. рис. 2).

Покажем теперь, что при инверсии пространства (P - преобразование) правовинтовая поляризация остается правовинтовой, только изменяется способ ее описания.

Для этого в выражении (5.4) сделаем замену $\vec{z} \rightarrow -\vec{z}'$, $t \rightarrow t'$, $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}'$. Тогда оно принимает вид:

$$\vec{A}' = -\frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{\kappa}} \sqrt{\frac{2\pi c \hbar}{\kappa}} (\vec{b}(\vec{\kappa}, s) q(\vec{\kappa}, s) e^{-i\kappa t - i\vec{\kappa} \cdot \vec{z}} + \text{к.с.}), \quad (5.13)$$

где комплексный вектор $\vec{b}(\vec{\kappa}, s)$ определяется равенством (5.3). Для того, чтобы привести выражение (5.13) вновь к виду (5.4) со значением (5.5) для вектора \vec{b}' , мы должны в (5.13) и в (5.5) сделать дополнительную замену:

$$\vec{\kappa} \rightarrow -\vec{\kappa}', \quad s^z \rightarrow -s'^z, \quad \vec{\beta}^0 \rightarrow -\vec{\beta}'^0. \quad (5.14)$$

Тогда будет иметь:

$$\vec{A}' = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}'} \sqrt{\frac{2\pi c \hbar}{\kappa}} (\vec{b}'(\vec{k}', s') q'(\vec{k}', s') e^{-i\kappa c t' + i\vec{k}' \cdot \vec{z}'} + \text{к.с.}),$$

где

$$\begin{aligned} \vec{b}'(\vec{k}', s') &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{\beta}'^{10} + i s' [\vec{k}'^{10} \vec{\beta}'^{10}]) \\ q'(\vec{k}', s') &= q(-\vec{k}', -s'). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Из (5.15) следует, что при P -преобразовании

$$\vec{k} \rightarrow -\vec{k}', \quad s^z \rightarrow s'^z, \quad s^z \rightarrow -s'^z. \quad (5.16)$$

Поскольку правовинтовая поляризация описывается различными значениями S в правой ($S^z = I$) и левой ($S^z = -I$) системе координат (см. рис. 2), то, как видно из (5.16), при P -преобразовании ($S^z \rightarrow -S'^z$) правовинтовые частицы остаются правовинтовыми, только изменяется математический способ описания круговой поляризации.

Обобщим аналогичный анализ связи спина и поляризации ψ волн в случае дираковских частиц. Для этого рассмотрим состояния с положительной энергией в естественной системе (ось Z направлена по импульсу). Тогда, согласно (3.8) для спинорных амплитуд мы будем иметь следующие выражения.

В случае $S = I$ (спин направлен по импульсу) или $S = -I$ (спин направлен против импульса) будем соот-

ветственно иметь:

$$b(1) = \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{k_0}{\mathcal{K}}} \\ 0 \\ \sqrt{1 - \frac{k_0}{\mathcal{K}}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b(-1) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{1 + \frac{k_0}{\mathcal{K}}} \\ 0 \\ -\sqrt{1 - \frac{k_0}{\mathcal{K}}} \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

В качестве вектора вращения, характеризующего круговую поляризацию (в теории фотонов этим вектором является вектор-потенциал \vec{A}), мы выберем вектор:

$$\vec{b} = \vec{\sigma}^0 b(s) \quad (5.18)$$

Учитывая далее значения для матриц $\vec{\sigma}^0$ (см. (2.19) и (2.20)), а также значение для матрицы $b(s)$ (см. (5.18)) легко показать, что:

$$b_y = i s b_x. \quad (5.19)$$

Поэтому в соответствии с анализом аналогичного выражения в теории фотонов (см. (5,II)) мы будем иметь, что правовинтовая спиральность будет соответствовать $S^z = I$ (в правой системе координат) и $S^e = -I$ (в левой) и наоборот, левовинтовая спиральность описывается значением: $S^z = -I$ (в правой системе) и $S^e = I$ (в левой).

§ 6. Теория нейтрино с ориентированным спином
и CPT - теорема /10-14/

Согласно теории Ли и Янга нейтрино от антинейтрино отличается спиральностью, что приводит к объяснению явлений, известных под названием явления несохранения четности.

Как было показано в предыдущих параграфах, спиральность будет инвариантна относительно преобразований Лоренца только в том случае, когда масса фермиона, т.е. в данном случае масса-нейтрино точно равняется нулю.

Для описания нейтрино мы используем четырехкомпонентное уравнение Дирака (3.1), которое в случае нулевой массы покоя принимает вид:

$$(\hat{E} - c\rho_2 (\vec{\sigma} \vec{p}))\psi = 0. \quad (6.1)$$

Дополнительное условие (3.4) мы представим в виде:

$$\left(1 - s_\varepsilon \frac{(\vec{\sigma} \vec{p})}{|\rho|}\right)\psi = 0, \quad (6.2)$$

т.е. мы предположим, что величина s_ε зависит от знака энергии.

Учитывая, что частицы с положительной энергией ($\varepsilon = 1$), т.е. нейтрино обладают левовинтовой спиральностью, мы должны положить

$$S_{\varepsilon=1}^{z,\ell} = \mp 1, \quad (6.3)$$

причем, индекс z , а также знак минус у единицы относится к правой системе координат, а индекс ℓ со знаком минус - к левой.

Точно также для правовинтовых антинейтрино, т.е. для частиц с отрицательной энергией ($\varepsilon = -1$) мы будем иметь:

$$S_{\varepsilon=-1}^{z,\ell} = \pm 1. \quad (6.4)$$

Из равенства (6.3) и (6.4) видно, что величина S_{ε} является псевдоскаляром в четырехмерном пространстве, так как она меняет свой знак не только при инверсии пространства, т.е. при переходе от правой системы координат к левой ($S_{\varepsilon}^z = -S_{\varepsilon}^{\ell}$), но и при обращении времени ($S_{\varepsilon=1}^{z,\ell} = -S_{\varepsilon=-1}^{z,\ell}$).

Учитывая, что для частиц с массой покоя, равной нулю $E = \varepsilon c |p|$, мы можем дополнительно условие (6.2) представить в виде:

$$(1 - \varepsilon S_{\varepsilon} \rho_1) \psi = 0, \quad (6.5)$$

которое в правой (верхний знак в скобках) и левой (нижний знак) системах координат принимает вид:

$$(1 \pm \rho_1) \psi = 0 \quad (6.6)$$

Исследуем, наконец, инвариантность уравнений (6.1) и (6.2) относительно P, T^S, C - преобразований.

Эту инвариантность мы можем проанализировать, преобразуя соответствующим образом уравнение Дирака, а также

дополнительное условие (6.2).

Однако, мы используем для этого анализа непосредственно решение для волновой функции ψ , которое согласно (3.5) и (3.6) может быть представлено в виде:

$$\psi = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}} (C_1(\vec{k}, s_1) b_1(\vec{k}, s_1) e^{-ic\mathcal{K}t + i\vec{k}\vec{z}} + C_{-1}^*(\vec{k}, s_{-1}) b_{-1}(-\vec{k}, s_{-1}) e^{ic\mathcal{K}t - i\vec{k}\vec{z}}) \quad (6.7)$$

$$\psi^* = \tilde{\psi}^* = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\vec{k}} (C_1^*(\vec{k}, s_1) b_1^*(\vec{k}, s_1) e^{ic\mathcal{K}t - i\vec{k}\vec{z}} + C_{-1}(\vec{k}, s_{-1}) b_{-1}^*(-\vec{k}, s_{-1}) e^{-ic\mathcal{K}t + i\vec{k}\vec{z}}), \quad (6.8)$$

где

$$C_1(\vec{k}, s_1) = C(\vec{k}, s_1, \varepsilon = 1),$$

$$C_{-1}^*(\vec{k}, s_{-1}) = C(-\vec{k}, s_{-1}, \varepsilon = -1) \quad \text{и т.д.,}$$

а для матрицы $b_\varepsilon(\vec{k}, s_\varepsilon)$ мы можем написать:

х) Фазовый множитель, модуль которого равняется единице, мы при этом опускаем.

$$b_s(\pm \vec{K}, S_\varepsilon) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \pm S_\varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \sqrt{1 \pm S_\varepsilon \cos \theta} e^{-\frac{1}{2} i \varphi} \\ \sqrt{1 + \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \sqrt{1 \mp S_\varepsilon \cos \theta} e^{\frac{1}{2} i \varphi} \\ \pm \varepsilon \sqrt{1 - \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \sqrt{1 \pm S_\varepsilon \cos \theta} e^{-\frac{1}{2} i \varphi} \\ \varepsilon S_\varepsilon \sqrt{1 - \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}}} \sqrt{1 \mp S_\varepsilon \cos \theta} e^{\frac{1}{2} i \varphi} \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Кроме того, мы должны учесть, что $S_\varepsilon = -S_{-\varepsilon}$, т.е. величина S_ε представляет собой четырехмерный псевдоскаляр. Здесь индексом у амплитуд C мы поставили знак энергии, определяющий собой по-существу знак заряда. В скобках же этих амплитуд стоят значение импульса \vec{K} и значение для проекции спина, которые могут быть найдены из соответствующих интегральных выражений:

$$\begin{aligned} H &= \int \psi^\dagger (\beta_1 (\vec{\sigma} \vec{p}) + \beta_3 m_0 c^2) \psi d^3x, \\ \vec{G} &= \int \psi^\dagger \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \psi d^3x; \\ S_p &= \int \psi^\dagger \frac{\hbar}{2} \frac{(\vec{\sigma} \vec{p})}{p} \psi d^3x. \end{aligned} \quad (6.10)$$

В формулах (6.7) и (6.8) величины \mathcal{K} и \vec{K} , стоящие в показателе, выбраны таким образом, чтобы применение операторов $-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t}$ и $\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$ давало бы значение для энергии импульса, совпадающие с этими интегральными выражениями. При этом следует учесть, что действие этих операторов на

функции, пропорциональные $C_{\pm 1}^*$, следует брать с обратным знаком (см. также (I.7)).

Рассмотрим прежде всего инвариантность этих решений относительно P -преобразования ($\vec{z}' = -\vec{z}$), т.е. при переходе от правой системы координат к левой.

Учитывая соотношение:

$$b_{\varepsilon}(\pm \vec{k}, s_{\varepsilon}) = \beta_{\varepsilon} b_{\varepsilon}(\mp \vec{k}, -s_{\varepsilon}), \quad (6.II)$$

мы сможем сохранить инвариантным вид уравнений в штрихованной системе координат, если сделаем следующую замену:

$$\varepsilon' = \varepsilon, \quad \vec{k}' = -\vec{k}, \quad \vec{s}'_{\varepsilon'} = \vec{s}_{\varepsilon},$$

$$C_1'(\vec{k}', s_1') = C_1(-\vec{k}, -s_1). \quad (6.I2)$$

Последнее выражение представляет собой преобразования энергии импульса и вторично-квантованных амплитуд при инверсии пространства. С формальной стороны решения как будто бы благодаря изменению знака у S остаются неизменяемыми относительно P -преобразования. Однако, спиральность при этом преобразовании сохраняется, поскольку, как было показано и в § 5, одна и та же спиральность описывается в правой и левой системах координат различными по знаку значениями S ($S^r = -S^l$).

Рассмотрим далее преобразование при швингеровском обращении времени, когда наряду с геометрическим обращением времени ($t' = -t$) мы должны операторы появления

заменить на операторы поглощения C^+ и наоборот. Тогда, воспользовавшись соотношениями:

$$b_{\varepsilon}(\pm \vec{k}, s_{\varepsilon}) = -i \varepsilon S_{\varepsilon} \rho_{\varepsilon} b_{-\varepsilon}(\pm \vec{k}, s_{\varepsilon}), \quad (6.13)$$

мы можем сохранить тот же вид решения (6.7) и (6.8) в штрихованной системе координат (т.е. после швингеровского обращения времени) как в нештрихованной (т.е. в первоначальной), если положим:

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= -\varepsilon, & \vec{k}' &= -\vec{k}, & \vec{s}'^2 &= -\vec{s}_{\varepsilon=-\varepsilon'}^2, \\ s_{\varepsilon'}^2 &= s_{\varepsilon=-\varepsilon'}^2. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Из формул (6.14) видно, что в результате \mathcal{T}^S -преобразования вектора импульса и спина, заданного конкретного состояния изменяются на противоположный. Кроме того, соотношение $\varepsilon' = -\varepsilon$ указывает на то, что изменяется также и знак заряда^{xx)}.

x) В нашем случае $\varepsilon S_{\varepsilon} = -1$.

xx) Вообще говоря, разделение частиц на состояния с положительной ($\varepsilon = 1$) и отрицательной ($\varepsilon = -1$) энергией носит условный характер. Однако мы всегда можем выбрать волновые функции (даже в симметричной теории) таким образом, что состояния с $\varepsilon = 1$ будут соответствовать нейтрину (т.е. частицы, вылетающей при β^+ -распаде), а состояния с $\varepsilon = -1$ - антинейтрину (т.е. частицы, вы-

Иными словами, оператор появления нейтрино должен переходить в оператор поглощения антинейтрино и наоборот. Поскольку амплитуда нейтрино, переходящая в амплитуду антинейтрино, сохраняет свою спиральность, то в результате T^S -преобразования новое нейтрино, т.е. частица с новой положительной энергией будет обладать правой спиральностью (а не левой, как первоначальные) и в этом смысле мы будем усматривать инвариантность волнового уравнения в целом относительно T^S -преобразования, т.е. швингеровского обращения времени.

Наконец, рассмотрим изменение этих величин при C -преобразовании, т.е. в данном случае при замене знака лептонного заряда. В этом случае амплитуды с $\varepsilon = -I$ следует относить уже не к антинейтрино (как первоначально), а к нейтрино.

Для того, чтобы волновые функции (6.7) и (6.8) после C -преобразования привести к первоначальной форме, т.е. сделать вновь таким образом, чтобы состояния с $\varepsilon' = I$ относились бы к нейтрино, мы воспользуемся соотношением:

$$v_{\varepsilon}(\pm \vec{k}, s_{\varepsilon}) = \pm \varepsilon \sigma_2 \rho_2 v_{-\varepsilon}^*(\mp \vec{k}, s_{\varepsilon}) \quad (6.15)$$

Тогда мы сохраним тот же вид решений (6.7) и (6.8) после C -преобразования, если положим:

летающей при β^- -распаде). P , T^S и C -преобразования (смысл которых был определен нами выше) не могут изменить этого разделения, заданного первоначально.

$$\varepsilon' = -\varepsilon, \quad \vec{K}' = \vec{K}, \quad \vec{S}'_{\varepsilon'} = \vec{S}_{\varepsilon = -\varepsilon'} \quad (6.16)$$

Отсюда видно, что при зарядово-сопряженном преобразовании, так же как и при T^S -преобразовании, зависимость спиральности от знака энергии (т.е. от знака лептонного заряда) изменяется, так как $S'_{\varepsilon'} = S_{\varepsilon = -\varepsilon'}$.

Этот факт мы интерпретируем как инвариантность волнового уравнения в целом относительно C -преобразования. Из формул (6.14) и (6.16) видно, что совместное применение $T^S C$ -преобразований приведет к результату:

$$\begin{aligned} \varepsilon' = \varepsilon, \quad \vec{K}' = -\vec{K}, \quad \vec{S}'_{\varepsilon'} = -\vec{S}_{\varepsilon = \varepsilon'} \\ C'_{\varepsilon'}(\vec{K}', s'_{\varepsilon'}) = C^*_{\varepsilon = \varepsilon'}(-\vec{K}, s_{\varepsilon}), \end{aligned} \quad (6.17)$$

который может быть интерпретирован как инвариантность уравнений нейтрино с ориентированным спином относительно совместного $T^S C$ -преобразования^{х)}. В самом деле, при этом двойном преобразовании, несмотря на то, что оператор появления нейтрино переходит в оператор поглощения того же нейтрино, и вектора импульса и спина изменяют свои знаки на противоположные, зависимость спиральности от знака энергии, т.е. от знака лептонного заряда сохраняется.

х) Выражение $T^W = T^S C$ получило название вигнеровского или слабого отражения времени в отличие от T^S -преобразования, называемого швингеровским или сильным отражением времени. Таким образом, формулы (6.17) определяют преобразования слабого отражения времени.

Символически обобщенные теоремы Людерса-Паули в применении к волновому уравнению нейтрино с ориентированным спином можно записать следующим образом:

$$P = \text{const}, \quad T^S C = \text{const} \quad (6.18)$$

Следует заметить, что после появления теории несохранения четности, созданной Ли-Янгом, сами Ли и Янг, а также Ландау считали, что проявление несохранения четности якобы связано с неинвариантностью волновых уравнений нейтрино относительно инверсии пространства ($P \neq \text{const}$). Физически это, по их мнению, должно проявляться в том, что при инверсии пространства левовинтовые нейтрино якобы должны переходить в правовинтовые.

Для описания комбинированной инверсии они предложили вместо (6.18) следующее выражение:

$$PC = \text{const}, \quad T = \text{const}. \quad (6.19)$$

Однако, последний вывод не учитывает, что аксиальный вектор может характеризовать реальный процесс лишь условно.

В самом деле, если воспользоваться для нейтрино с массой покоя, равной нулю двухкомпонентным волновым уравнением:

$$(E + c(\vec{\sigma} \vec{p})) \psi = 0 \quad (6.20)$$

то с внешней стороны оно действительно является неинвариантным относительно инверсии пространства ($\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$).

Однако, при этом необходимо учесть, что это уравнение содержит аксиальный вектор $\vec{\sigma}$, физический смысл которого в правой и левой системе координат различен.

Для того, чтобы получить двухкомпонентное уравнение из нашей теории, мы должны воспользоваться (6.1) и (6.5). Из этих уравнений легко получить следующее уравнение для нейтрино (вместо (6.20)):

$$(E - \varepsilon S_{\varepsilon} (\vec{\sigma} \vec{p})) \psi = 0 \quad (6.21)$$

В частности, если мы предположим, что частицы с положительной энергией обладают левой спиральностью ($S_{\varepsilon=1}^{z,e} = \mp 1$), а с отрицательной - правой ($S_{\varepsilon=-1}^{z,e} = \pm 1$), то для величины $\varepsilon S_{\varepsilon}$ находим в правой и левой системах различные по знаку значения:

$$\varepsilon S_{\varepsilon}^{z,e} = \mp 1 \quad (6.22)$$

несмотря на то, что эти различные знаки описывают совершенно тождественные состояния системы.

Если учесть соотношение (6.22), то легко усмотреть, что двухкомпонентное уравнение (6.21) инвариантно относительно инверсии пространства, в том смысле, что зависимость спиральности от знака энергии (т.е. от лептонного заряда) при этом не изменяется, хотя волновые уравнения описания этой спиральности несколько отличаются друг от друга по внешней форме.

Этот вывод можно сделать, если исходить из простых

методологических соображений. Выбор правой или левой системы координат зависит исключительно от наблюдателя. Поэтому нельзя искать изменений каких либо физических свойств при P -преобразовании.

В самом деле, выбор наблюдателем той или иной системы координат может сказаться лишь на форме описания свойств частиц, но не на самих свойствах.

Для иллюстрации нашей мысли приведем следующий пример. Допустим, что наблюдатели летят на винтовом самолете, пропеллер которого относительно скорости самолета описывает правый винт. В этом случае наблюдатели, которые изберут правую систему координат, будут утверждать, что угловая скорость (аксиальный вектор) будет параллелен скорости движения самолета. Другие же наблюдатели, которые изберут левую систему координат (т.е. с точки зрения первых проделают P -преобразование) будут утверждать, что угловая скорость антипараллельна этой скорости движения.

Однако, физически реальный процесс, который те и другие наблюдатели различным математическим способом описывают, будет представлять собою одно и то же, а именно, правовинтовое движение пропеллера.

Наконец, дадим геометрическую интерпретацию с помощью зеркальных отражений результата изменения основных характеристик нейтрино с ориентированным спином при T^S и C и P -преобразованиях.

Прежде всего необходимо подчеркнуть, что как видно

из формул (6.14) и (6.16), амплитуды нейтрино ($\varepsilon = 1$) и антинейтрино ($\varepsilon = -1$) при T^S и C -преобразованиях меняются местами ($\varepsilon' = -\varepsilon$). Поэтому мы выберем первоначально два таких состояния, которые описывают нейтрино ($\varepsilon = 1$) и антинейтрино ($\varepsilon = -1$) с одинаковыми импульсами, но противоположными спинами.

Тогда законы преобразования этих состояний будут следующие^{х)}: при T^S -преобразовании (см. 6.14)):

$$\begin{array}{l} \vec{K}, S_1^z = -1 \\ \vec{K}, S_{-1}^z = 1 \end{array} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} \vec{K}' = -\vec{K}, S_1^{\prime z} = S_1^z = 1, \\ \vec{K}' = -\vec{K}, S_{-1}^{\prime z} = S_{-1}^z = -1; \end{array} \quad (6.23)$$

при C -преобразовании (см. (6.16)):

$$\begin{array}{l} \vec{K}, S_1^z = -1 \\ \vec{K}, S_{-1}^z = 1 \end{array} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} \vec{K}' = \vec{K}, S_1^{\prime z} = S_1^z = 1, \\ \vec{K}' = \vec{K}, S_{-1}^{\prime z} = S_{-1}^z = -1; \end{array} \quad (6.24)$$

при P -преобразовании (см. (6.12)):

$$\begin{array}{l} \vec{K}, S_1^z = -1 \\ \vec{K}, S_{-1}^z = 1 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} \vec{K}' = -\vec{K}, S_1^{\prime e} = S_1^z = 1, \\ \vec{K}' = -\vec{K}, S_{-1}^{\prime e} = -S_{-1}^z = -1 \end{array} \quad (6.25)$$

Для определения реальной спиральности необходимо обращать

х) В формулах (6.23)-(6.25) верхние состояния будем относить к положительным энергиям (нейтрино), а нижнее - к отрицательным (антинейтрино).

внимание на взаимную ориентацию вектора импульса и направления вращения, характеризующего круговую поляризацию. Направлению же вектора спина нельзя придавать реального смысла, так как он описывает одну и ту же спиральность в правой системе координат одним направлением, а в левой — противоположным.

Как видно из последних формул, при T^S -преобразовании (см. (6.23)) зеркало следует поставить перпендикулярно к импульсу, а при C -преобразовании (см. (6.24)) параллельно импульсу. P -преобразование (см. (6.25)) можно описать с помощью двойного отражения.

На рис. 3 с помощью зеркал изображены преобразования только частицы с положительной энергией, т.е. нейтрино. Очевидно, что антинейтрино будет обладать тем же импульсом, но противоположной поляризацией.

§ 7. Явление несохранения четности. Распад нейтрона

Явления несохранения четности могут проявляться в следующих случаях:

а) При распаде нейтрона: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ или другой частицы с ориентированным спином, когда число электронов, вылетающих по направлению спина нейтрона и в противоположном, будет различным, т.е. мы должны наблюдать полярную асимметрию для числа образовавшихся электронов N . При этом число

N будет описываться формулой вида:

$$N(\theta) = 1 - \alpha \beta \cos \theta, \quad (7.1)$$

где β - средняя скорость вылетевших электронов, α - некая постоянная величина, а θ - угол вылета электронов, причем угол $\theta = 0$ должен соответствовать случаю, когда импульс электрона и вращение, соответствующее поляризации нейтрона, образуют в совокупности правый винт.

Сами Ли и Янг совершенно правильно связали это проявление несохранения четности со спиральностью антинейтрино^{/7,8/}. Однако, как было уже отмечено, мы не можем согласиться с Ли и Янгом, а также Ландау^{/9/} в том, что нарушение зеркальной симметрии в явлениях несохранения четности является следствием асимметрии пространственных свойств, благодаря чему якобы при P - преобразовании правовинтовые частицы должны переходить в левовинтовые.

Согласно развиваемой здесь теории P - преобразование может изменить лишь форму описания спиральности, оставляя при этом правовинтовые частицы правовинтовыми.

Поэтому пространственная асимметрия должна найти свое объяснение вне зависимости от выбора правой или левой системы координат. В самом деле, если спин изображать не аксиальным вектором \vec{S} , а реальным вращением поляризации, то тогда пространственная асимметрия при распаде нейтрона с ориентированным спином будет задана двумя вращениями. Одно вращение описывает поляризацию нейтрона, а второе -

соответствует спиральности вылетевшего антинейтрино.

Из рис. 4 видно, что вверх будут испускаться антинейтрино с круговой поляризацией, параллельной круговой поляризации нейтрона, а вниз — с антипараллельной. Если бы антинейтрино обладало бы двумя спиральностями (как электрон), то тогда при суммировании по спиновым состояниям эта асимметрия исчезла бы.

При распаде же антинейтрона, когда вместо антинейтрино вылетает нейтрино с противоположной спиральностью, асимметрия также должна соответственно измениться, благодаря чему в правой части формулы (7.1) вместо знака минус должен появиться знак плюс.

Таким образом, проявление несохранения четности как азимутальной асимметрии связана с тем обстоятельством, что спиральность нейтрино зависит от знака лептонного заряда, т.е. является следствием неинвариантности уравнения нейтрино относительно C -преобразования. Следует заметить, что в дальнейшем под зарядово-сопряженным преобразованием мы будем понимать замену не только знака электрического заряда (когда электроны переходят в позитроны), но и замену знака барионного заряда (нуклоны переходят в антинуклоны) и лептонного заряда. Сохранение лептонного заряда имеет место вообще при любых слабых взаимодействиях. Положительный лептонный заряд приписывается μ^- -мезонам, электронам и нейтрино. Отрицательный — μ^+ -мезонам, позитронам и антинейтрино. Сохранение лептонного заряда

приводит к тому, что электроны всегда должны рождаться одновременно с антинейтрино, а позитроны - с нейтрино.

б) При распаде бесспиновой частицы ($\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$) или частицы с неориентированным спином (например, распад неполяризованного нейтрона $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$) также может проявляться явление несохранения четности (второй случай). Оно будет сводиться к тому, что μ^- -мезон или электрон бета-распада будут поляризованными.

Это явление также может быть объяснено с помощью спиральности нейтрино, причем если спиновые свойства описывать вращением, а не аксиальным вектором, то как в правой, так и левой системах координат будет одно и то же графическое изображение этой поляризации (см., например, рис. 5, где дана графическая интерпретация возникновения поляризации μ^- -мезонов, в результате распада бесспинового покоящегося π^- -мезона).

в) Наконец, в третьем случае несохранение четности может проявляться и без учета поляризации нейтрино. Соответствующая вероятность равна скалярному произведению аксиального вектора спина нейтрона \vec{S}_n на векторное произведение импульсов электрона и антинейтрино, представляющих собой также аксиальный вектор, т.е.

$$w \sim (\vec{S}_n [\vec{k}_\nu \vec{k}_e]) \quad (7.2)$$

При этом круговая поляризация антинейтрино фактически заменяется контуром, ограничивающим векторное произведение

$[\vec{K}_p, \vec{K}_e]$. Член (7.2), характеризующий несохранение четности, приводит, как мы увидим, к азимутальной асимметрии, которую в частности можно наблюдать в плоскости, перпендикулярной к спину нейтрона, где асимметрия, связанная со спином антинейтрино, должна исчезнуть.

Перейдем теперь к математическому анализу несохранения четности на примере распада нейтрона. Энергию взаимодействия нуклонов с электронно-нейтринным полем (четырёхфермионное взаимодействие) мы можем в общем случае представить в виде:

$$U = \sum_j G_j (\psi_p^\dagger \gamma_j \psi_n) (\psi_e^\dagger \gamma_j \psi_\nu (s_e)) + \quad (7.3)$$

$$+ \sum_j G_j^+ (\psi_n^\dagger \gamma_j \psi_p) (\psi_\nu^\dagger (s_e) \gamma_j \psi_e),$$

где γ_j - матрицы Дирака, определяющие характер взаимодействия, а G_j - соответствующие константы взаимодействия, которые в общем случае могут быть комплексными величинами.

Член, пропорциональный G_j , описывает превращение нейтрона в протон, электрон и антинейтрино ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$), а также антипротона в антинейтрон, электрон и антинейтрино ($\bar{p} \rightarrow \bar{n} + e^- + \bar{\nu}$). Член, пропорциональный G_j^+ , описывает превращение антинейтрона в антипротон, позитрон и нейтрино ($\bar{n} \rightarrow \bar{p} + e^+ + \nu$) или протона в нейтрон, позитрон и нейтрино ($p \rightarrow n + e^+ + \nu$).

Волновые функции ψ_p, ψ_e, ψ_n , входящие в энергию взаимодействия (7.1), могут обладать как в случае положи-

тельных ($\mathcal{E} = 1$), так и в случае отрицательных состояний ($\mathcal{E} = -1$) обоими состояниями спина. Нейтринная же волновая функция для положительных состояний энергий ($\mathcal{E} = 1$) является левовинтовой ($S_{\mathcal{E}=1}^{z,e} = \mp 1$), а для отрицательных ($\mathcal{E} = -1$) - правовинтовой ($S_{\mathcal{E}=-1}^{z,e} = \pm 1$).

Энергия взаимодействия (7.3) инвариантна относительно P -преобразования, когда $\psi \rightarrow \rho_3 \psi$, $S_{\mathcal{E}}^z \rightarrow -S_{\mathcal{E}}^z$. При T^S -преобразовании $\mathcal{E} \rightarrow -\mathcal{E}$ и $\psi \rightarrow \rho_2 \psi$ волновые функции ψ_p, ψ_n, ψ_e , содержащие обе спиральности, остаются инвариантными кроме нейтринной волновой функции, которая меняет зависимость спиральности от знака энергии $S_{\mathcal{E}}^z \rightarrow \underline{S}_{\mathcal{E}}^z \rightarrow -S_{\mathcal{E}}^z$. Поэтому, если до этого преобразования при электронном бета-распаде вместе с электроном должно вылетать правовинтовое антинейтрино, то после T^S -преобразования вместе с электроном должно было бы вылетать несуществующее левовинтовое антинейтрино.

Благодаря этому, в теории нейтрино с ориентированным спином энергия взаимодействия (7.3) так же как и сама теория свободного нейтрино является неинвариантной относительно T^S -преобразования (символически $T^S \neq const$).

Рассмотрим теперь C -преобразование, когда следует изменять заряды всех частиц, т.е. вместо протонов взять антипротоны, вместо электронов - позитроны и т.д.

Тогда, совершив замену $G_i \rightarrow G_i^+$, $\psi_p \rightarrow \psi_p^+$ и т.д., получаем:

$$\mathcal{U} = \sum_j G_j^+ (\psi_{\bar{p}}^+ \gamma_j \psi_{\bar{n}}) (\psi_{\bar{e}}^+ \gamma_j \psi_{\bar{\nu}} (s_\varepsilon)) + \text{к.с.} =$$

$$= \sum_j G_j^+ (\tilde{\psi}_{\bar{n}} \tilde{\gamma}_j \tilde{\psi}_{\bar{p}}^+) (\tilde{\psi}_{\bar{\nu}} (s_\varepsilon) \tilde{\gamma}_j \psi_{\bar{e}}^+) + \text{к.с.}$$

Для того, чтобы сделать переход от волновых функций античастиц к волновым функциям частиц, мы должны еще учесть преобразования:

$$\varepsilon \rightarrow -\varepsilon, \quad s_\varepsilon^z = s_{-\varepsilon}^z = -s_\varepsilon^z, \quad \tilde{\psi}_{\bar{n}} = \psi_n^+ \rho_3 \alpha_2$$

и т.д. Тогда энергия взаимодействия будет равна:

$$\mathcal{U} = \sum_j G_j^+ (\psi_n^+ \gamma_j \psi_p) (\psi_\nu^+ (-s_\varepsilon) \gamma_j \psi_e) +$$

$$+ \sum_j G_j (\psi_p^+ \gamma_j \psi_n) (\psi_e^+ \gamma_j \psi_\nu (-s_\varepsilon)).$$

Отсюда следует, что при C -преобразовании так же, как и при T^S -преобразовании зависимость спиральности нейтринно от знака энергии изменяется ($C \neq \text{const}$). Только слабое обращение времени T^W (эквивалентное совместному CT^S -преобразованию), когда константа взаимодействия, а также заряды (т.е. величина G_j) импульсы и спины у всех частиц изменяются по закону:

$$\varepsilon \rightarrow \varepsilon, \quad \vec{K} \rightarrow -\vec{K}, \quad \vec{S} \rightarrow -\vec{S}, \quad G_j \rightarrow G_j^+, \quad G_j^+ \rightarrow G_j \quad (7.4)$$

должно оставить энергию взаимодействия (7.3) инвариантной ($CT^S = \text{const}$). Рассмотрим теперь вопрос о спонтанном распаде нейтрона с учетом поляризационных эффектов. Вероятность распада свободного нейтрона может быть вычислена по формуле:

$$dW_{s's} = \frac{\partial}{\partial t} \sum_{\vec{k}_p, \vec{k}_v, s_p} C_{s'}^{*} C_s', \quad (7.5)$$

где

$$C_s' = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt \int_j G_j (\Psi_p^+(s_p, \vec{k}_p, \varepsilon_p=1) \delta_j \Psi_n(s_n, \vec{k}_n, \varepsilon_n=1) \cdot (\Psi_e^+(s, \vec{k}_e, \varepsilon_e=1) \delta_j \Psi_v(s_v=1, \vec{k}_v, \varepsilon_v=-1))) d^3x.$$

а для волновых функций мы будем иметь выражения:

$$\Psi_n = \frac{1}{L^{3/2}} b_n e^{-ic \mathcal{K}_n t}, \quad \Psi_p^+ = \frac{1}{L^{3/2}} b_p^+ e^{ic \mathcal{K}_p t - i \vec{k}_p \vec{z}}$$

$$\Psi_e^+ = \frac{1}{L^{3/2}} b_e^+ e^{ic \mathcal{K}_e t - i \vec{k}_e \vec{z}}, \quad \Psi_v (\varepsilon_v = -1) = \frac{1}{L^{3/2}} b_v e^{ic \mathcal{K}_v t - i \vec{k}_v \vec{z}}$$

Здесь спинорные амплитуды будут определяться матрицами (3.6), в которых импульс частицы \vec{k}_v для антинейтрино ($\varepsilon_v = -1$) следует изменить на обратный $\vec{k}_v = -\vec{k}_v$.

Отсюда, учитывая соотношение:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int e^{ict (\Delta \mathcal{K} - \mathcal{K}_e - \mathcal{K}_v)} dt = \frac{2\pi}{c} \delta(\Delta \mathcal{K} - \mathcal{K}_e - \mathcal{K}_v),$$

$$\frac{1}{L^3} \int e^{-i(\vec{k}_p + \vec{k}_e + \vec{k}_v) \vec{z}} d^3x = \delta_{\vec{k}_p + \vec{k}_e + \vec{k}_v, 0}$$

и принимая величину $\Delta \mathcal{K} = (\mathcal{K}_n - \mathcal{K}_p)$ в нерелятивистском

приближении (относительно нуклона) равной просто разности покоящихся масс нейтрона и протона, будем иметь:

$$d\omega_{s's} = \frac{\kappa_e \mathcal{K}_e (\Delta \mathcal{K} - \mathcal{K}_e)^2}{c \hbar^2 (2\pi)^5} d\mathcal{K}_e d\Omega_e \sum_{s_p, \vec{k}_p, \vec{k}_\nu} C_{s'}^+ C_s, \quad (7.6)$$

где

$$C_s = \sum_j G_j (b_p^+ (\varepsilon_p = 1) \delta_j b_n (\varepsilon = 1)) (b_e^+ (\varepsilon_e = 1) \delta_j b_\nu (\varepsilon_\nu = 1)). \quad (7.7)$$

В этих формулах величина S означает проекцию спина электрона на направление импульса. Мы оставили для электрона два значения \vec{S} и S' с тем, чтобы с помощью формулы (3.12)–(3.14) можно было исследовать не только продольную, но и поперечную поляризацию образовавшихся электронов. Как было уже отмечено (см. § 4) спиновую устойчивость при различного рода взаимодействиях может обеспечить только V или A варианты. Поскольку все вычисления проводятся в системе координат покоящегося нейтрона, то в этих взаимодействиях мы должны оставить только нерелятивистские члены, т.е. временную часть векторного взаимодействия (см. (4.3)):

$$V_t = \int_4 \sigma_4 \quad (7.8)$$

и пространственную часть псевдовекторного взаимодействия (см. (4.4)):

$$A_n = \int_4 \sigma_n \quad (7.9)$$

Матричный элемент (7.7) может быть вычислен с помощью формулы (4.10). Тогда:

$$C_s = \frac{1}{16} A (G_V B_4 + G_A (B_1 + B_2 + B_3)), \quad (7.10)$$

где

$$A = (A_{p1}^+ A_{p2}^+) \begin{pmatrix} A_{n1} \\ A_{n2} \end{pmatrix} (A_{e1}^+ A_{e2}^+) \begin{pmatrix} A_{v1} \\ A_{v2} \end{pmatrix} = \\ = 2 \left(\sqrt{1 + \frac{\kappa_0}{\mathcal{K}}} - s \sqrt{1 - \frac{\kappa_0}{\mathcal{K}}} \right);$$

$$B_{4,3} = (B_{p1}^+ B_{p2}^+) \sigma'_{4,3} \begin{pmatrix} B_{n1} \\ B_{n2} \end{pmatrix} (B_{e1}^+ B_{e2}^+) \sigma'_{4,3} \begin{pmatrix} B_{v1} \\ B_{v2} \end{pmatrix} = \\ = \sqrt{2} s_p e^{\frac{1}{2} \varphi_p} \sqrt{1 + s_p \cos \theta_p} \left[s e^{\frac{1}{2} i (\varphi_e - \varphi_v)} \right] \quad (7.11)$$

$$\times \sqrt{(1 + s \cos \theta_e)(1 + \cos \theta_v)} \pm e^{-\frac{1}{2} i (\varphi_e - \varphi_v)} \sqrt{(1 + s \cos \theta_e)(1 - s \cos \theta_v)}$$

$$B_{1,2} = \sqrt{2} e^{-\frac{1}{2} i \varphi_p} \sqrt{1 - s_p \cos \theta_p} \left(s e^{\frac{1}{2} i (\varphi_e + \varphi_v)} \right) \times$$

$$\times \sqrt{(1 + s \cos \theta_e)(1 - \cos \theta_v)} \pm e^{-\frac{1}{2} i (\varphi_e + \varphi_v)} \sqrt{(1 - s \cos \theta_e)(1 + \cos \theta_v)}.$$

При выводе последних выражений мы учли, что ^{круговая} поляризация нейтрона и ось z образуют в совокупности правый винт, т.е. $\cos \theta_n = 1$, $\varphi_n = 0$, а θ_v и φ_v являются сферическими углами, которые делает вектор \vec{K}_v , направленный против

импульса правовинтового антинейтрино ($\vec{K}_\nu = -\vec{K}_{\bar{\nu}}$) с осью Z . Сферические же углы импульса антинейтрино будут соответственно равны: $\theta_{\bar{\nu}} = \pi - \theta_\nu$, $\varphi_{\bar{\nu}} = \pi + \varphi_\nu$. В связи с этим для проекций спина мы имеем: $S_n^{z,e} = S_{\bar{\nu}}^{z,e} = S_\nu^{z,e} = 1$.

Для того, чтобы исследовать поляризационные свойства вылетевших электронов, мы должны теперь определить квадратичную комбинацию из коэффициентов, просуммировав при этом по состояниям спина протона, а также проинтегрировав по углам вылета протона (θ_p , φ_p) и антинейтрино $\theta_{\bar{\nu}}$ и $\varphi_{\bar{\nu}}$. Тогда будем иметь (в правой системе координат):

$$C_{s'}^+ C_s = \frac{1}{256} A_{s's} B_{s's}$$

В последнем выражении

$$A_{s's} = A_{s'} A_s = 4((1 + ss')(1 - s\beta) - \sqrt{1 - \beta^2}(1 - ss')),$$

$$B_{s's} = 64\pi^2 |G_V|^2 [ss' \sqrt{(1 + s \cos \theta)(1 + s' \cos \theta)} \alpha^2 + \sqrt{(1 - s \cos \theta)(1 - s' \cos \theta)} \beta^2],$$

(7.12)

где

$$\alpha^2 = \frac{|G_V + G_A|^2 + 4|G_A|^2}{|G_V|^2}; \quad \beta^2 = \frac{|G_V - G_A|^2}{|G_V|^2},$$

а $c\beta = \frac{cK}{\mathcal{K}}$ - скорость вылетевших электронов.

Из (7.12) находим выражения, характеризующие полярную асимметрию:

$$\bar{s}_0 = \overline{C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1}} = \mathcal{N}((a^2 + b^2) - \beta(a^2 - b^2)\cos\theta), \quad (7.13)$$

$$\bar{s}_0 \bar{s}_3^0 = \overline{C_1^+ C_1 - C_{-1}^+ C_{-1}} = \mathcal{N}(-(a^2 + b^2)\beta + (a^2 - b^2)\cos\theta), \quad (7.14)$$

$$\bar{s}_0 \bar{s}_1^0 = \overline{(C_1^+ C_{-1} + C_{-1}^+ C_1)} = \mathcal{N}(a^2 - b^2)\sqrt{1 - \beta^2}\sin\theta, \quad (7.15)$$

где нормировочный коэффициент:

$$\mathcal{N} = 4\pi^2 |G_v|^2.$$

Из формулы (7.13) следует зеркальная асимметрия числа вылетевших электронов при распаде нейтрона с ориентированным спином, поскольку число вылетевших электронов зависит от угла вылета θ :

$$w(\theta) = \text{const} \left(1 - \beta \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cos\theta \right) \quad (7.16)$$

Отсюда мы получим формулу (7.1), характеризующую несохранение четности, если положим $\alpha = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ и $S_{\bar{\nu}}^z = I$. Для того, чтобы получить согласие с экспериментом, следует положить $\alpha \cong 0,11$.

Отсюда следует, что

$$G_A \cong -1,2 G_V, \quad \text{x)}$$

т.е. должны выбрать так называемый векторный минус псевдовекторный вариант четырехфермионного взаимодействия Ферми. Для величины же G_V в настоящее время установлено следующее выражение:

$$G_V = (1,420 \pm 0,03) 10^{-49} \text{ эрг. см}^3. \quad (7.17)$$

Таким образом, векторный минус псевдовекторный вариант связи слабого взаимодействия с правовинтовым антинейтрино находится в хорошем согласии с экспериментальными данными^{/16}.

Как видно из формул (7.13)-(7.15), если спин нейтрона строго ориентирован наряду с асимметрией (7.16) электроны распада будут еще поляризованными.

Для определения степени поляризации представим (7.13)-(7.15) в виде:

$$\bar{S}_0 = 2\beta^2 N + (a^2 - \beta^2)(1 - \beta \cos \theta) N, \quad (7.18)$$

$$\bar{S}_0 \bar{S}_3 = -2\beta^2 \beta N + (a^2 - \beta^2)(-\beta + \cos \theta) N, \quad (7.19)$$

$$\bar{S}_0 \bar{S}_1 = 2\beta^2 N \cdot 0 + (a^2 - \beta^2) \sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta N \quad (7.20)$$

x) Вопрос о вещественности коэффициентов G будет рассмотрен ниже.

Из этих формул следует, что члены, пропорциональные $(a^2 - b^2)$, представляют собой ту часть электронов распада, которая будет полностью поляризована, поскольку для этой части имеет место соотношение:

$$\overline{S_0}^2 \overline{S_1^0}^2 + \overline{S_0}^2 \overline{S_3^0}^2 = \overline{S_0}^2 \quad (7.21)$$

Тангенс угла, который составляет вектор спина с импульсом частицы, будет при этом равным:

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{\sqrt{1-\beta^2} \sin \theta}{\beta - \cos \theta} \quad (7.22)$$

При $\cos \theta = \beta$ продольная составляющая вектора спина этой части исчезает. Спин будет лежать в плоскости импульса электрона и спина нейтрона и будет направлен перпендикулярно к импульсу электрона в сторону увеличения угла θ . Для углов $\cos \theta < \beta$ спин будет направлен против движения, а для углов $\cos \theta > \beta$ по движению.

Вторая часть поляризации, пропорциональная $2b^2$, будет описывать бета-частицы, продольная составляющая которых строго поляризована, а поперечная - не поляризована. Вектор спина будет направлен против движения, образуя круговой конус с углом раствора, косинус которого равен β .

Полностью поляризованные бета-частицы по отношению частично поляризованных будут составлять сравнительно небольшую часть, равную в среднем:

$$\gamma \sim \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \sim 0,1. \quad (7.23)$$

Таким образом, электроны распада будут в целом частично поляризованными. Если спин нейтрона не ориентирован, то тогда выражения (7.18)–(7.20) должны быть усреднены еще по углу θ , который принимает всевозможные значения:

Тогда мы находим:

$$\begin{aligned} \bar{S}_0 &= \mathcal{N}(a^2 + b^2) \\ \bar{S}_0 \bar{S}_3^0 &= -\beta \mathcal{N}(a^2 + b^2), \\ \bar{S}_0 \bar{S}_1^0 &= 0. \end{aligned} \quad (7.24)$$

Отсюда видно, что в этом случае и эта небольшая часть поперечной поляризации исчезает, однако продольная часть поляризации (к тому же весьма большая) сохраняется.

Степень продольной поляризации будет характеризоваться величиной, равной отношению:

$$P_{||} = \frac{\bar{S}_0 \bar{S}_3^0}{\bar{S}_0} = \frac{C_1^+ C_1 - C_{-1}^+ C_{-1}}{C_1^+ C_1 + C_{-1}^+ C_{-1}} \quad (7.25)$$

т.е. в ультрарелятивистском случае ($\beta \rightarrow 1$) наряду с правовинтовым антинейтрино будут образовываться только левовинтовые электроны, так что мы будем иметь в среднем сохранение спина.

Как видно из формулы (7.23), поперечная поляризация

составляет очень небольшую часть относительно продольной. Поэтому во многих исследованиях явлений несохранения четности можно ограничиться лишь анализом продольной поляризации. Тогда при вычислении матричных элементов мы можем воспользоваться более простым методом вычисления квадратичного значения матричных элементов. Как известно, в методе Казимира производится разделение состояний лишь по знаку энергии \mathcal{E} и производится усреднение по спиновым состояниям частиц.

Эта формула имеет вид:

$$V^+ \gamma_j V' V'^+ \gamma_j V = \frac{1}{16} \text{sp} \gamma_j \cdot \left(1 + \varepsilon' \frac{(\vec{\alpha} \vec{K}') + \beta_3 K'_0}{\mathcal{K}'} \right) \times \\ \times \gamma_j \cdot \left(1 + \varepsilon \frac{(\vec{\alpha} \vec{K}) + \beta_3 K_0}{\mathcal{K}} \right),$$

где амплитуда V' характеризует частицу в состоянии \mathcal{E}' , \vec{K}' , K'_0 , а амплитуда V - в состоянии \mathcal{E} , \vec{K} , K_0 .

Если мы хотим разделить состояния не только по энергиям, но и по продольным поляризациям, то тогда формулу Казимира (7.26) мы должны заменить следующей^{/18/}:

$$V^+ \gamma_j V' V'^+ \gamma_j V = \frac{1}{16} \text{sp} \gamma_j \cdot \left(1 + \rho_1 \varepsilon' s' \frac{K'}{\mathcal{K}'} + \rho_3 \varepsilon' \frac{K'_0}{\mathcal{K}'} \right) \times \\ \times \left(1 + s' \frac{(\vec{\sigma} \vec{K}')}{K'} \right) \gamma_j \cdot \left(1 + \rho_1 \varepsilon s \frac{K}{\mathcal{K}} + \rho_3 \varepsilon \frac{K_0}{\mathcal{K}} \right) \times \\ \times \left(1 + s \frac{(\vec{\sigma} \vec{K})}{K} \right). \quad (7.26)$$

Если последнюю формулу усреднить по спиновым состояниям S и S' , то мы получим формулу Казимира. Формулу (7.26) мы можем несколько упростить, если представим матрицы γ_j как произведение матриц ρ_μ ($\rho_n, \rho_4 = I$) и σ_ν ($\sigma_n, \sigma_4 = I$):

$$\gamma_j = \rho_\mu \sigma_\nu, \quad \gamma_{j'} = \rho_{\mu'} \sigma_{\nu'} \quad (7.27)$$

Тогда $S\rho\nu z$ в формуле (7.26) мы можем разбить на произведение двух $S\rho\nu z$ 'ов:

$$v^+ \gamma_{j'} v v'^+ \gamma_j v = \frac{1}{64} S\rho\nu z \rho_{\mu'} (1 + \rho_1 \varepsilon' s' \frac{\kappa'}{\kappa'} + \rho_3 \varepsilon' \frac{\kappa_0'}{\kappa'}) \times \quad (7.27a)$$

$$\times \rho_\mu (1 + \rho_2 \varepsilon s \frac{\kappa}{\kappa} + \rho_3 \varepsilon \frac{\kappa_0}{\kappa}) S\rho\nu z \sigma_{\nu'} (1 + s' \frac{(\vec{\sigma} \vec{\kappa}')}{\kappa'}) \times \\ \times \sigma_\nu (1 + s \frac{(\vec{\sigma} \vec{\kappa})}{\kappa}).$$

В случае распада свободного нейтрона квадрат матричного элемента может быть вычислен по формуле:

$$R = \sum_{j'j} G_{j'}^+ G_j M_{j'}^+ M_j v_\nu^+ \gamma_{j'} v_e v_e^+ \gamma_j v_\nu, \quad (7.28)$$

где $M_j = v_p^+ \gamma_j v_n$ - матричный элемент, характеризующий переход нейтрона в состояние протона.

В случае векторного минус псевдовекторного варианта взаимодействия мы должны матрицы γ_j положить равными матрицам (7.8) и (7.9). Круговую поляризацию покоящегося нейтрона мы зададим не аксиальным вектором \vec{S}_n , направление которого, как мы уже не раз отмечали, носит условный характер, а направлением оси \vec{x} , по которому мы направили

единичный вектор \vec{K}_n° исчезающего импульса нейтрона, образующего вместе с его круговой поляризацией правый винт. Очевидно, что при переходе от правой к левой системе координат эта правовинтовая спиральность поляризации нейтрона относительно импульса \vec{K}_n° должна сохраняться. Тогда, просуммировав выражение (7.28) по двум возможным значениям спина протона и проинтегрировав по углам его вылета, мы найдем для матричного элемента значение:

$$\begin{aligned} \sum_{S_p} \int \mathcal{R} d\Omega_p = & \pi(1 - S_e S_{\bar{\nu}} \beta) \left\{ |G_V|^2 (1 + S_e S_{\bar{\nu}} (\vec{K}_e^{\circ} \vec{K}_{\bar{\nu}}^{\circ})) + \right. \\ & + |G_A|^2 [3 - S_e S_{\bar{\nu}} (\vec{K}_e^{\circ} \vec{K}_{\bar{\nu}}^{\circ}) + 2S_n S_e (\vec{K}_n^{\circ} \vec{K}_e^{\circ}) - \\ & - 2S_n S_{\bar{\nu}} (\vec{K}_n^{\circ} \vec{K}_{\bar{\nu}}^{\circ})] + (G_V^+ G_A + G_A^+ G_V) \times \\ & \times (S_n S_e (\vec{K}_n^{\circ} \vec{K}_e^{\circ}) + S_n S_{\bar{\nu}} (\vec{K}_n^{\circ} \vec{K}_{\bar{\nu}}^{\circ})) + \\ & \left. + i S_e S_{\bar{\nu}} S_n (G_V^* G_A - G_A^* G_V) (\vec{K}_n^{\circ} [\vec{K}_{\bar{\nu}}^{\circ} \vec{K}_e^{\circ}]) \right\}. \end{aligned} \quad (7.29)$$

В этих формулах, учитывая, что только антинейтрино сопоставляются частицами с отрицательной энергией ($\mathcal{E}_{\bar{\nu}} = -1$), мы положим:

$$S_{\bar{\nu}} = S_{\nu} \quad , \quad \vec{K}_{\bar{\nu}}^{\circ} = -\vec{K}_{\nu}^{\circ} .$$

Интегрируя (7.29) по углам вылета антинейтрино, а также суммируя по спиновым состояниям электрона, получаем формулу, характеризующую угловую асимметрию вылетевших электронов (см. несохранение четности, пункт а) § 7/17/, а также формулу (7.1)):

$$\sum_{s_p s_e} \oint R d\Omega_p d\Omega_{\bar{\nu}} = N((a^2 + b^2) - s_n s_{\bar{\nu}} \beta (a^2 - b^2) \cos \theta), \quad (7.30)$$

В правой системе координат ($s_n = s_{\bar{\nu}} = 1$) последнее выражение точно совпадает с формулой (7.13). В то же самое время выражение (7.30) инвариантно относительно P -преобразования ($s_n \rightarrow -s_n, s_{\bar{\nu}} \rightarrow -s_{\bar{\nu}}$) и неинвариантно относительно зарядового сопряженного преобразования, а также T^S -преобразования, когда вместо антинейтрино будет вылетать нейтрино с противоположной спиральностью ($s_n \rightarrow s_n, s_{\bar{\nu}} \rightarrow -s_{\bar{\nu}}$).

Если спин нейтрона будет неориентирован, то мы должны наблюдать продольную поляризацию вылетевших электронов (второе проявление несохранения четности, см. пункт б) § 7). Усредняя выражение (7.29) по спинам нейтрона, а также интегрируя по углу вылета антинейтрино, мы найдем^{/15/}:

$$R_{se} = \frac{1}{2} \sum_{s_p s_n} \oint R d\Omega_p d\Omega_{\bar{\nu}} = \frac{1}{2} N(a^2 + b^2) (1 - s_e s_{\bar{\nu}} \beta). \quad (7.31)$$

Отсюда степень продольной поляризации электронов может быть найдена по формуле:

$$P_{11} = \frac{R_{se} - R_{-se}}{R_{se} + R_{-se}} = -s_e s_{\bar{\nu}} \beta. \quad (7.32)$$

Эта формула также совпадает с (7.25), если положить $s_e = s_{\bar{\nu}} = 1$. Выражение (7.31), (7.32) также инвариантно относительно P -преобразования, но неинвариантно относительно C -преобразования, так как при распаде антинейтрона мы должны в (7.32) $s_{\bar{\nu}}$ положить равной спиральности нейтрино, т.е. в правой системе координат сделать замену $s_{\bar{\nu}} \rightarrow -s_{\nu}$.

Вычисляя непосредственно квадратичные комбинации с помощью формулы (7.29), мы можем судить лишь о величине поперечной поляризации, которая связана с продольной соотношением:

$$P_{\perp} = \sqrt{1 - P_{11}^2} \quad (7.33)$$

Направление же поперечной поляризации можно определить например помощью анализа линейного матричного элемента (7.II). Наконец, рассмотрим случай, когда возможно третье проявление несохранения четности в виде азимутальной асимметрии (см. пункт в) § 7, а также формулу (7.2I)).

Рассмотрим случай, когда импульс электрона и нейтрино направлены перпендикулярно к импульсу нейтрона. Тогда с помощью формулы (7.29) после суммирования по спиновым состояниям электрона найдем следующее выражение:

$$\sum_{S_p, S_e} \oint R d\Omega_p = 2\pi [|G_V|^2 + 3 |G_A|^2 - \beta (|G_V|^2 - 3 |G_A|^2) (\vec{k}_e^0 \vec{k}_\nu^0) - i\beta (G_V^* G_A - G_A^* G_V) (\vec{S}_n [\vec{k}_\nu^0 \vec{k}_e^0])], \quad (7.34)$$

где $\vec{S}_n = S_n \vec{k}_n^0$.

Последний член, пропорциональный $(\vec{S}_n [\vec{k}_\nu^0 \vec{k}_e^0])$ как раз и представляет собой третье проявление несохранения четности, о чем мы указали в начале § 7 (см. пункт в)). В частности, заметим, что этот член будет отличным от нуля только при комплексных значениях констант связи G , хотя будет при этом действительной величиной.

Для того, чтобы экспериментально наблюдать наличие этого члена, можно поступить следующим образом:

В плоскости, перпендикулярной к спину нейтрона, следует поставить два счетчика для фиксирования импульсов одновременно появившихся электрона и антинейтрино (или протона). Исследуем поведение последнего члена, т.е. выражения

$$\Delta R = -2\pi\beta i (G_V^+ G_A - G_A^+ G_V) (\vec{S}_n [\vec{k}_\nu^0 \vec{k}_e^0]), \quad (7.35)$$

при P, C и T - преобразовании.

Он, очевидно, инвариантен относительно P - преобразования, так как равен скалярному произведению двух аксиальных векторов. При C - преобразовании (т.е. при распаде антинейтрона на антипротон, позитрон и нейтрино) мы должны поменять местами константы связи G и G^* , благода-

ря чему знак у $\Delta \mathcal{R}$ изменится на противоположный. Поэтому в случае распада антинейтрона этот член должен дать другую азимутальную асимметрию, чем при распаде нейтрона. Точно так же с помощью соотношения (7.4) легко показать инвариантность этого члена относительно совместно CT^S - преобразования, т.е. относительно слабого обращения времени $T^W = CT^S$ (см. (7.4)).

Геометрически появление азимутальной асимметрии связано так же, как и появление полярной асимметрии с различной возможной взаимной ориентацией обоих контуров. Азимутальная асимметрия обусловлена, во-первых, контуром, характеризующим продольную поляризацию нейтрона \vec{S}_n , и, во-вторых, контуром, характеризующим векторное произведение импульсов электрона и антинейтрино $[\vec{K}_\nu \vec{K}_e]$. Направление последнего контура определяется первым вектором, т.е. импульсом \vec{K}_ν и не зависит от выбора правой или левой системы координат (напомним, что от выбора правой или левой системы зависит лишь направление аксиального вектора, условно характеризующего направление, изображающее векторное произведение). Если перевернуть спин нейтрона на 180° , то взаимная ориентация контуров, характеризующих поляризацию нейтрона и векторное произведение, построенная на импульсах нейтрино и электрона, должна измениться (см. рис.6) и поэтому величина $\Delta \mathcal{R}$ (см. (7.35)) изменит свой знак на противоположный.

Оба эти контура могут быть параллельными и антипараллельными, когда угол $\theta = \frac{\pi}{2}$. При этом угле, с одной стороны, исчезает полярная асимметрия, а с другой - азимутальная достигает своего максимального значения.

С физической точки зрения полярная асимметрия обусловлена неинвариантностью спиральности, а азимутальная - неинвариантностью константы связи G (если последняя является комплексной) при C -преобразовании (т.е. при замене знака лептонного заряда). Наконец, мы хотим остановиться на анализе некоторых не совпадающих выводов, которые следуют из рассматриваемой здесь теории и теории Ли и Янга. Согласно теории Ли и Янга двухкомпонентная теория нейтрино дает: $P \neq const, C \neq const, PC = const$ и $T^W = const$. Комплексность же коэффициентов G приводит к несколько другой инвариантности: $P = const, T^W \neq const$.

Поэтому наличие нейтрино с ориентированным спином и комплексность коэффициента G по теории Ли и Янга должно, по видимому исключаться. По нашей же теории, одновременное наличие обеих нечетностей вполне допустимо, поскольку в том и другом случаях мы будем иметь не только схожие природы проявления несохранения четности (наличие двух контуров вращения), но и одну и ту же неинвариантность относительно C, P и T -преобразований: $T^S \neq const, C \neq const, P = const, T^S C = T^W = const$. Таким образом, по нашей теории коэффициенты G могут

быть не только вещественными (как по двухкомпонентной теории Ли и Янга), но и комплексными. Возможно, что в дальнейшем будут открыты такие явления несохранения четности, которые будут обусловлены не спиральностью нейтрино, а комплексностью коэффициентов связи.

Мы не собираемся детально рассматривать эксперименты, поставленные для обнаружения этой асимметрии. Здесь же мы ограничимся только замечанием, что проведенные эксперименты говорят о том, что эта асимметрия или совсем отсутствует или, в лучшем случае, является сравнительно малой величиной.

Аналогичным методом может быть исследовано также несохранение четности при распаде π и μ -мезонов. Здесь же мы хотим ограничиться лишь небольшим замечанием о том, что вопрос об исследовании поперечной поляризации при спонтанном распаде при участии нейтрино может помочь более детально выяснить многие вопросы, связанные с характером взаимодействия. Например, при распаде μ^- -мезона на электрон, нейтрино и антинейтрино ($\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$) помимо V , A взаимодействия, важно установить порядок комбинации волновых функций.

В варианте Ли и Янга этот порядок должен иметь следующий вид:

$$U^{\lambda_e - \lambda_\mu} = \sum_j G_j (\psi_e^\dagger O_i \psi_\mu) (\psi_\nu^\dagger O_i \psi_\nu)$$

В варианте же Фейнмана-Гелл-Манна мы должны иметь:

$$U^{\text{Фейн.}} = \sum_j G_j (\psi_e^\dagger O_i \psi_\nu) (\psi_\nu^\dagger O_i \psi_\mu)$$

Вариант Ли и Янга при $G_A \neq -G_V$ дает отличную от нуля поперечную составляющую поляризации электрона; соответствующая составляющая вектора $\vec{\sigma}^0$ будет перпендикулярна к плоскости $\vec{k}_e \vec{k}_\mu$, поскольку член, пропорциональный матрице ρ_μ , будет содержать множитель $\frac{K_{0e} K_{0\mu}}{K_e K_\mu}$, который в варианте Фейнмана будет отсутствовать. Поэтому в варианте Фейнмана-Гелл-Манна образовавшиеся в результате распада покоящегося μ^- -мезона электроны должны обладать только продольной поляризацией.

§ 8. Поляризационные эффекты при электромагнитных взаимодействиях

Согласно развиваемой здесь точки зрения явление несохранения четности не связано с какими-то асимметричными свойствами пространства, переводящими якобы при P -преобразовании левовинтовые нейтрино в правовинтовые, а всецело обязано поляризованным свойствам сопоставленных частицам волн.

С учетом продольной поляризации для амплитуд вектор-потен-

циала (поперечные составляющие) имеем выражение (см. (5.5)):

$$\vec{a}_s = (\vec{\beta}^{\circ} + i s [\vec{k}^{\circ} \vec{\beta}^{\circ}]) q(\vec{k}, s), \quad (8.1)$$

где величина $s = \pm 1$ характеризует продольную поляризацию фотонов, q_s - вторично квантованные амплитуды:

$$\begin{aligned} q(\vec{k}, s) q^+(\vec{k}', s') - q^+(\vec{k}', s') q(\vec{k}, s) = \\ = \delta_{ss'} \delta_{\vec{k}\vec{k}'}, \end{aligned} \quad (8.2)$$

а $\vec{\beta}^{\circ}$ является единичным вектором, перпендикулярным к направлению импульса электрона. Амплитуду \vec{a} мы можем представить или как сумму двух поляризованных по кругу амплитуд:

$$\vec{a} = \vec{a}_{s=1} + \vec{a}_{s=-1}, \quad (8.3)$$

или как сумму двух поперечно-поляризованных амплитуд:

$$\vec{a} = \vec{a}_2 + \vec{a}_3.$$

Здесь

$$\vec{a}_2 = \vec{\beta}^{\circ} q_2, \quad \vec{a}_3 = [\vec{k}^{\circ} \vec{\beta}^{\circ}] q_3, \quad (8.4)$$

$$q_{\lambda} q_{\lambda'}^+ - q_{\lambda'}^+ q_{\lambda} = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad \lambda, \lambda' = 2, 3, \text{ а } q_{\lambda} = q.$$

Для обозначения поперечной поляризации мы избрали индексы $\lambda = 2, 3$ с тем, чтобы не спутать их с индексами для продольной поляризации $s = 1, -1$.

Допустим, что в начальный момент фотоны у нас отсут-

ствуют $(q_{\lambda}^+, q_{\lambda} = q_s^+, q_s = 0)$.

Тогда вероятность излучения продольно-поляризованных фотонов будет пропорциональна ^[19]:

$$W_{S=\pm 1} = (\vec{\alpha} a_s)(\vec{\alpha}^+ a_s^+) = \frac{1}{2}(\vec{\alpha} \vec{\alpha}^+) - \frac{1}{2}(\vec{\alpha} \vec{k}^0)(\vec{\alpha}^+ \vec{k}^0) + \frac{i}{2} s (\vec{k}^0 [\vec{\alpha} \vec{\alpha}^+]), \quad (8.5)$$

где $\vec{\alpha}$ - векторные значения матричных элементов, определяющих характер взаимодействия.

Для описания же излучения поперечно-поляризованных волн мы будем иметь выражение:

$$w_{\lambda=2,3} = (\vec{\alpha} \vec{a}_{\lambda})(\vec{\alpha}^+ \vec{a}_{\lambda}^+). \quad (8.6)$$

Заметим, что четыре величины $W_{\pm 1}, W_{2,3}$ не являются независимыми, а связаны между собой линейным соотношением:

$$W_1 + W_{-1} = W_2 + W_3 = (\vec{\alpha} \vec{\alpha}^+) - (\vec{\alpha} \vec{k}^0)(\vec{\alpha}^+ \vec{k}^0) \quad (8.7)$$

Следует заметить, что выбор направления для вектора $\vec{\beta}^0$ совершенно не сказывается на значениях W_1 и W_{-1} (см. (8.5)). Однако, от выбора этого направления будут зависеть значения для поперечных составляющих W_2 и W_3 . Не нарушая общности исследования, мы всегда можем выбрать

такое направление для β° , чтобы величина W_2 соответствовала бы минимуму интенсивности излучения, а W_3 ее максимуму.

Тогда для описания поляризации введем величины, характеризующие степень круговой P_S и линейной P_λ поляризации, определяемые соотношениями:

$$P_S = \frac{W_1 - W_{-1}}{W}; \quad P_\lambda = \frac{W_3 - W_2}{W} \quad (8.8)$$

Если излучение полностью поляризовано, то $P_S^2 + P_\lambda^2 = 1$, причем для полной линейной поляризации $P_S^2 = 0$, для полной круговой поляризации наоборот - $P_\lambda^2 = 0$ и для полной эллиптической поляризации $P_\lambda^2 < 1$, а вместе с тем и $P_S^2 = 1 - P_\lambda^2 < 1$. В последнем случае сдвиг фазы между двумя поперечными колебаниями (классический аналог) будет определяться соотношением:

$$\sin \vartheta = \frac{W_{-1} - W_1}{2\sqrt{W_2 W_3}} \quad (8.9)$$

Для неполяризованного излучения мы будем иметь наоборот:

$$P_\lambda^2 + P_S^2 = 0.$$

Наконец, для частично поляризованного излучения

$$0 < P_\lambda^2 + P_S^2 < 1. \quad (8.10)$$

причем при $P_S^2 = 0$ мы будем иметь частично линейную по-

ляризацию, а при $P_\lambda^2 = 0$ частично круговую и, наконец, при $P_\lambda^2 \neq 0$ и $P_s^2 \neq 0$ частично эллиптическую поляризацию. Степень неполяризованной части будет определяться из соотношения:

$$P_{\text{непол}} = \frac{W_{\text{непол}}}{W} = 1 - \sqrt{P_\lambda^2 + P_s^2}. \quad (8.11)$$

Поскольку в квантовой электродинамике фотоны могут обладать круговой поляризацией, то в электромагнитных процессах могут в какой-то степени также проявляться явления, похожие на явления несохранения четности, причем правополяризованный фотон должен напоминать собой антинейтрино, а левополяризованный - нейтрино.

В качестве одного из примеров проявления явлений, похожих на несохранение четности, можно привести поляризационные свойства синхротронного излучения.

Роль нейтрино в данном случае играет круговое вращение электронов в магнитном поле (например, однородном и постоянном), которое будет зависеть от направления магнитного поля. В случае, когда вращающиеся электроны неполяризованы, это явление будет напоминать собой β -распад неполяризованного нейтрона. Только при этом будут испускаться поляризованные фотоны, а не электроны, как в β -распаде.

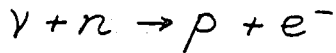
Зависимость круговой поляризации фотонов от угла излучения будет определяться следующей формулой^{/19/}:

$$w(\theta, s_y) = \text{const} [\beta^2 J_\nu'^2(\nu\beta \sin\theta) + \text{ctg}^2\theta J_\nu^2(\nu\beta \sin\theta) - 2s_e s_y \beta \text{ctg}\theta J_\nu'(\nu\beta \sin\theta) J_\nu(\nu\beta \sin\theta)], \quad (8.12)$$

где θ - угол излучения фотонов относительно оси Z , ν - номер излучаемой гармоники, $c\beta$ - скорость движения электронов, J_ν - функция Бесселя, а s_e - проекция момента количества движения электрона на ось Z . Таким образом, первые два члена в формуле (8.12) представляют собой известную формулу Шотта, являющуюся основой теории синхротронного излучения. Последний член правой части (8.12) был получен в работе^{/19/} (см. также^{/20/}), где исследовались поляризационные свойства синхротронного излучения. Отсюда видно, что если ось Z определяет направление магнитного поля (в правой системе координат), то тогда эта ось Z и вращение электронов в этом магнитном поле будет образовывать правый винт ($s_e^{z,e} = \pm 1$). В этом случае под острыми углами относительно оси Z ($\theta < \frac{\pi}{2}$, $\text{ctg}\theta > 1$) будут излучаться преимущественно левовинтовые фотоны ($s_y^{z,e} = \mp 1$), а под тупыми углами ($\theta > \frac{\pi}{2}$) - правовинтовые. Интересно отметить, что это явление обладает своеобразной инвариантностью относительно зарядово-сопряженного преобразования.

В самом деле, если в это же магнитное поле поместить движущиеся с той же скоростью позитроны, то они будут вращаться по сравнению с электронами в противоположную сторону ($s_e^{z,e} = \mp 1$).

Благодаря этому изменится также и круговая поляризация излучаемых фотонов, а именно, под острыми углами относительно оси z ($\theta < \frac{\pi}{2}$) будут излучаться преимущественно правовинтовые фотоны. Далее, в процессе поглощения антинейтрино:



должен наблюдаться преимущественно вылет правовинтовых электронов. В теории фотонов аналогом подобного явления может служить прежде всего тормозное испускание поляризованного по кругу тормозного излучения продольно поляризованными электронами [21, 22, 23].

В ультррелятивистском случае зависимость сечений $d\sigma_{s_\gamma s_e}$ и степени круговой поляризации (P_γ) тормозного излучения, производимого продольно поляризованным электроном, определяется следующими формулами:

$$d\sigma_{s_\gamma s_e}(E, E_\gamma) = \bar{\mathcal{G}} \frac{E' dE_\gamma}{EE_\gamma} \left(2en \frac{2EE'}{E_\gamma m_0 c^2} - 1 \right)^* \quad (8.13)$$

$$* \left\{ \left(\frac{E^2 + E'^2}{EE'} - \frac{2}{3} \right) + s_\gamma s_e \frac{E_\gamma (3E + E')}{3EE'} \right\},$$

$$P_\gamma(E, E_\gamma) = s_e \frac{E_\gamma \left(4 - \frac{E_\gamma}{E} \right)}{E \left(4 - 4 \frac{E_\gamma}{E} + 3 \frac{E_\gamma^2}{E^2} \right)}, \quad (8.14)$$

где $\bar{\mathcal{G}} = \frac{Z^2 z_0^2}{137}$, $z_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2}$, а $E = cp$ и $E' = cp'$ -

кинетическая энергия электрона до и после тормозного излучения, E_γ - энергия излучаемого γ -кванта. Как видно из (8.14), в верхнем конце спектра при $E_\gamma = E$ круговая поляризация фотонов тормозного излучения максимальна и является полной $P_\gamma(E_\gamma, E) = S_e = \pm 1$, т.е. фотоны тормозного излучения будут обладать той же спиральностью, которой обладают падающие электроны. Круговая поляризация тормозного излучения, испускаемого продольно поляризованными электронами от β -распада Y^{90} измерена в экспериментах Голдхабера и др.^{/24/}.

Точно также при рассеянии продольно поляризованных фотонов неполяризованными электронами рассеянные фотоны должны быть поляризованными.

В этом случае формулу Клейна-Нишины мы должны дополнить членом, пропорциональным $S_\gamma S'_\gamma$. Тогда соответствующее выражение эффективного сечения принимает вид:

$$d\sigma = \frac{d\Omega}{4\xi^2} z_0^2 \left[\xi + \frac{1}{\xi} - \sin^2\theta + S_\gamma S'_\gamma \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) \cos\theta \right] \quad (8.15)$$

где $\xi = 1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 - \cos\theta)$, E_γ - энергия падающего фотона. Отсюда видно, что в ультрарелятивистском случае рассеянные фотоны будут обладать преимущественно той же круговой поляризацией, как и первоначальные^{/25/}.

Если просуммируем выражение (8.15) по спиновым состояниям конечного фотона S'_γ , то для любого угла общее число рассеянных фотонов будет определяться формулой Клейна-Нишины.

Однако, мы можем получить даже отклонения от формулы Клейна-Нишины для числа рассеянных фотонов (т.е. получить аналог зеркальной асимметрии в явлениях несохранения четности), если будем рассматривать рассеяние продольно - поляризованных фотонов поляризованными электронами.

Тогда эффективное сечение Клейна-Нишины следует добавить членом, пропорциональным $S_\gamma S_e$ / 25,26/

$$d\sigma = \frac{d\Omega}{2\pi^2} z_0^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \sin^2 \theta - S_\gamma S_e \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \cos \theta \right]$$

В последней формуле мы должны положить в случае, когда спин электрона и падающего фотона параллельны $S_\gamma S_e = 1$, а когда антипараллельны: $S_\gamma S_e = -1$.

Таким образом, как нам кажется, несохранение четности, открытое на базе теоретических исследований Ли и Янга, является прямым следствием поляризационных свойств частиц и их проявление не должно зависеть от выбора правой или левой системы координат.

Литература

- I. A.A.Соколов, Journ.of Phys. 9, 363, 1945.
2. A.A.Соколов. " Введение в квантовую электродинамику", Физматгиз, 1958, Москва.
3. A.A.Соколов, И.М.Тернов, Ю.М.Лоскутов. ЖЭТФ, 36, 930, 1959, см.также Ann.d.Phys.5, 241, 1960.
4. A.A.Соколов, М.М.Колесникова. ЖЭТФ, 38, 1778, 1960.
5. G.Askoli, Zs.Phys. 150, 407, 1958.
6. A.A.Соколов, М.М.Колесникова. ЖЭТФ, 38, 165, 1960.
7. Т.Lee, С.Yang. Phys.Rev.104, 254, 1956; Phys.Rev.105, 1671, 1957.
8. Т.Д.Lee. Нобелевская лекция, 1957 /см.УФН,66, 79,1958/.
9. L.D.Landau. Nucl.Phys. 3, 127, 1957.
10. A.A.Соколов. ЖЭТФ, 33, 794, 1957; см.также "Атомная энергия" 4, 385, 1958.
- II. A.A.Sokolov. Max-Planck-Festschrift, 1958, s.309.
12. A.A.Sokolov. Nucl.Phys. 9, 420, 1959.
13. A.A.Sokolov, Yu.M.Loskutov. Ann.d.Phys. 5, 42, 1959.
14. A.A.Соколов. "Вопросы философии", № 10, 76, 1959.
15. A.A.Sokolov, В.К.Керимов. Ann.d.Phys. 2, 46, 1958.
16. R.Feynman, M.Gell-Mann. Phys.Rev.109, 193, 1958.
17. Б.Керимов. Известия Академии Наук СССР, серия физическая, 23, 924, 1948.
18. Д.Д.Иваненко, А.А.Соколов. ДАН СССР, 61, 51, 1948.
19. A.A.Соколов, И.М.Тернов. ЖЭТФ, 31, 473, 1956.
20. W.H.McMaster. Rev.of Mod.Phys. 33, 8, 1961.
21. Б.К.Керимов, И.М.Наджафов. "Тормозное излучение продольно-поляризованного электрона".
Доклад на УШ Всесоюзном совещании по ядерной спектроскопии.
Ленинград, январь 1958 г., см. также Известия АН СССР, серия
физ. 22, 886, 1958.
22. Б.К.Керимов. ДАН СССР, 135, IIII, 1960.
23. K.W.McVoy. Phys.Rev.110, 1484, 1958; 106, 828, 1957;
K.W.McVoy, F.Dyson. Phys.Rev.106, 1360, 1957.
24. M.Goldhaber, L.Grodzins, A.W.Sunyar. Phys.Rev.106, 826, 1957.
25. A.A.Соколов, Б.А.Лысов. ЖЭТФ, 34, 1351, 1956.
26. S.V.Gunst, L.A.Page. Phys.Rev.92, 970, 1953.

Рис. I а

Правая система координат, случай $S = I$ соответствует праввинтовой поляризации.

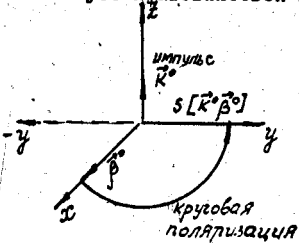


Рис. I б

Правая система координат, случай $S = -I$ соответствует леввинтовой поляризации

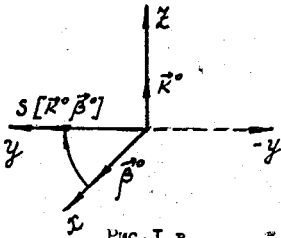
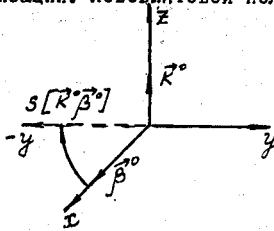


Рис. I в

Левая система координат, случай $S = I$ соответствует леввинтовой поляризации.

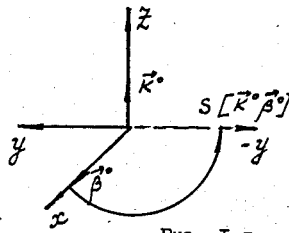


Рис. I г

Левая система координат, случай $S = -I$ соответствует праввинтовой поляризации.

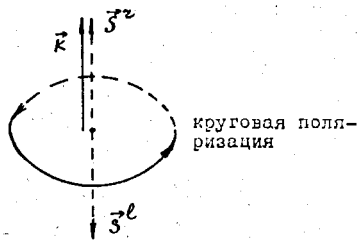


Рис. 2

Изображение праввинтовой поляризации в правой (r) и левой (l) системах координат: $S^r = 1$, $S^l = -1$

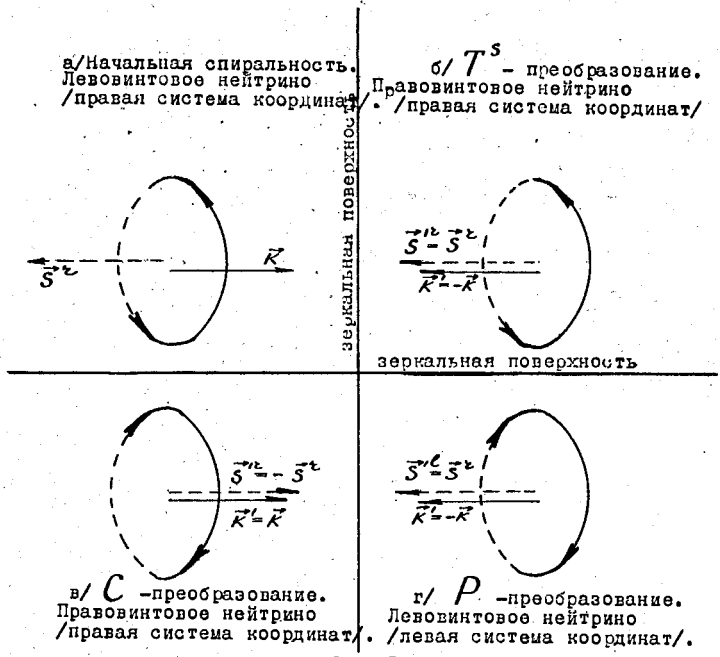


Рис. 3.
Изображение с помощью зеркал изменения спиральности нейтрино / частицы с положительной энергией / при T^S , C и P -преобразованиях.

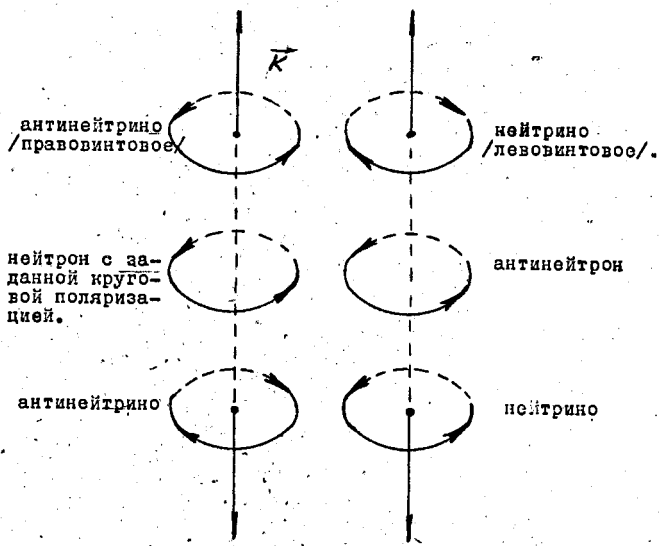


Рис. 4

Возникновение пространственной асимметрии при распаде нейтрона и антинейтрона.

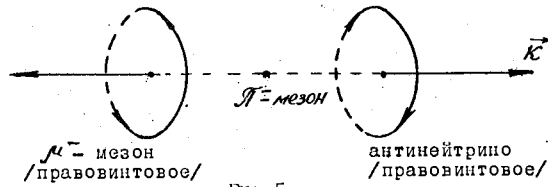
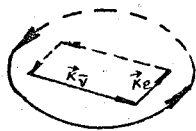
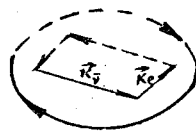


Рис. 5.

Распад покоящегося π^- - мезона.



Круговая поляризация нейтрона до пере-
ворачивания спина.



Круговая поляризация нейтрона после пере-
ворачивания спина.

Рис. 6.

Изменение азимутальной асимметрии
при переворачивании спина нейтрона.

О КЛАССИФИКАЦИИ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ФЕРМИОНОВ В СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Э.М.Липманов

Фейнман и Гелл-Манн /1/ впервые предположили, что фермионы входят в слабые взаимодействия только двумя компонентами и в этом отношении они не отличаются от безмассовых фермионов, например, нейтрино. При этом предполагалось, что двухкомпонентность всех фермионов в слабых взаимодействиях определяется только множителем $(1 + \gamma_5)$ он привязан с одной стороны к барионному заряду, а с другой стороны - к лептонному заряду /2/. Гипотеза о двух нейтрино 3,4,5,6 впервые внушила сомнение в целесообразности такого предположения. Действительно, в токах:

$$(\bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e), (\bar{\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu)$$

/ $1 + \gamma_5$ / связан с частицами, обладающими разными лептонными зарядами, а если их переписать для частиц с одинаковыми лептонными зарядами:

$$(\bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e), (\bar{\nu}_e \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) e^+),$$

то войдут симметрично как / $1 + \gamma_5$ /, так и / $1 - \gamma_5$ /.

В связи с этим представляется интересным исследовать, к каким следствиям приведет предположение о том, что свойства всех ферми-частиц в слабых взаимодействиях могут быть определены из классификации безмассовых фермионных дублетов по возможным значениям барионного или лептонного зарядов, электрического заряда и собственных значений γ_5 / киральности / /7/. Мы рассматриваем это основное предположение как обобщение первоначальной идеи Фейнмана и Гелл-Манна /1/.

Сделанное предположение совместимо только с глобальной симметрией слабых взаимодействий. При этом классификация барионных дублетов получается в следующем виде

	\mathcal{N}	$\bar{\Xi}$	\bar{Y}	\bar{Z}	\bar{N}	\bar{E}	Y	Z
n	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
e	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
γ_5	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1

Возникает ровно 8 возможных барионных дублетов. Для определения токов воспользуемся аналогией с электродинамикой как в отношении изотопически векторной, так и в отношении изотопически скалярной частей тока. Ток без изменения странности / аналог изотопически векторной части электрического тока / получается в виде:

$$\begin{aligned} J_M^{\nu(-)} &= i [(\bar{N} O_M \tau - \mathcal{N}) + (\bar{Y} O_M \tau - \bar{Y}) + (\bar{Z} O_M \tau - \bar{Z}) + (\bar{E} O_M \tau - \bar{E})] = \\ &= i [(\bar{n} O_M \rho) + (\bar{y}^0 O_M' \Sigma^+) + (\Sigma^- O_M \bar{z}^0) + (\bar{E}^- O_M' \bar{E}^0)], \end{aligned} \quad /1/$$

$$O_M \equiv \gamma_M (1 + \gamma_5), \quad O_M' \equiv \gamma_M (1 - \gamma_5), \quad y^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Lambda^0 - \Sigma^0), \quad z^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Lambda^0 + \Sigma^0) \quad /2/$$

А ток с изменением странности /аналог изотопически скалярной части электрического тока/ имеет вид:

$$j_{\mu}^{s(-)} = i [(\bar{\Sigma}^0 O_{\mu} \mathcal{N}) + (\bar{Y}^0 O_{\mu} \tilde{I})] = \\ = i [(\bar{\Sigma}^0 O_{\mu} \rho) + (\bar{\Sigma}^- O_{\mu} \nu) + (\bar{I}^- O'_{\mu} \gamma^0) + (\bar{I}^0 O'_{\mu} \Sigma^+)] \quad /3/$$

Полученное выражение для тока с изменением странности обладает рядом замечательных особенностей. В то время как при глобальных изотопических спинах он является скаляром, при обычных изотопических спинах гиперонов - он является спинором, T = 1/2, аналогично случаю в модели Сагаты. Он также автоматически удовлетворяет известному эмпирическому правилу $\Delta S / \Delta Q = +1$. Различие в знаках при γ_5 доступно экспериментальной проверке /см.ниже/. Отметим возникающие здесь правила отбора по изотопическому спину. Векторная / в обычном пространстве/ часть тока без изменения странности является изотопическим вектором как при глобальных, так и при обычных изотопических спинах гиперонов. А псевдовекторная / в обычном пространстве/ часть тока без изменения странности является суммой изотопических векторов /T=1/ и тензора /T=2/. Получающиеся правила отбора $\Delta T = 1/2, 3/2, 5/2$ отличаются от соответствующих правил, следующих из модели Сагаты, небольшой примесью $\Delta T = 5/2$ / меньше 10%/. При лептонных распадах гиперонов с изменением странности выполняется строгое правило $\Delta T = 1/2$.

Заменяя в предыдущей таблице барионный заряд n на лептонный заряд ℓ получим таблицу возможных лептонных дублетов

	ℓ'_1	ℓ'_2	ℓ_1	ℓ_2	ℓ'_1	ℓ'_2	$\bar{\ell}_1$	$\bar{\ell}_2$
ℓ	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
e	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
γ_5	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1

$\ell_1 = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ e^- \end{pmatrix}, \ell_2 = \begin{pmatrix} \nu_2 \\ \mu^- \end{pmatrix}$
 $\ell'_1 = \begin{pmatrix} e^+ \\ \nu_1' \end{pmatrix}, \ell'_2 = \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \nu_2' \end{pmatrix}$

Появляется 8 лептонных дублетов со своими заряженными и нейтральными лептонами. Однако, легко заметить, что если не вводить новых зарядов, кроме электрического и лептонного, то $\nu_1' \equiv \nu_1$ и $\nu_2' \equiv \nu_2$, т.е. имеется только два существенно различных нейтрино. Но и заряженные штрихованные лептоны до сих пор не наблюдались. Мы предполагали /7/, что отсутствие штрихованных лептонных дублетов представляет собой особенность, связанную с равенством нулю масс физических нейтрино. Однако, это не является однозначным выводом. Может быть имеет смысл поискать на опыте новые заряженные лептоны, которые, следуя примеру M -мезона, могут иметь большую массу /больше m_K /. Их следует искать в электромагнитных взаимодействиях, а также в опытах с нейтрино высоких энергий, так как в схеме имеется только два различных нейтрино. Ввиду отсутствия в настоящее время теоретического обоснования, мы рассматривает приведенную схему, основанную на классификации безмассовых фермионов, глобальной симметрии слабых взаимодействий и аналогии с электродинамикой как в отношении изотопически векторной, так и в отношении изотопически скалярной частей тока, как формальный метод для получения гамильтониана распадных взаимодействий

"толх" частиц. Этот метод позволяет предсказать большое количество разнообразных эффектов, которые могут быть проверены экспериментально независимо друг от друга.

Основной вывод, который следует из нашей классификации в отношении барионов - это различие киральностей нуклона $/\gamma_5 = +1/$ и Ξ -гиперона $/\gamma_5 = -1/$, которое нашло отражение, в частности, в различии знаков в двух членах тока с изменением странности $/3/$, которые содержат O_M и O'_M , соответственно. Ввиду различия "загавок" следует ожидать /независимо от характера перенормировок/, что знак продольной поляризации Λ -гиперона от распада Ξ -гиперона,

$$\Xi \rightarrow \Lambda + \pi^-$$

будет противоположен знаку продольной поляризации протона от распада Λ -гиперона,

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$$

Как нам недавно стало известно, этот вывод нашел непосредственное экспериментальное подтверждение в работе $/8/$, в которой наблюдалось 18 случаев Ξ -распада и установлена большая асимметрия в распаде.

Из других результатов отметим следующие. Для распадов:

$$\Lambda \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_1, \quad \Sigma^- \rightarrow n + e^- + \tilde{\nu}_1, \quad \Sigma^- \rightarrow \Lambda + e^- + \tilde{\nu}_1$$

следует ожидать положительную асимметрию вылета нуклона /гиперона/ и отрицательную продольную поляризацию его, как в теории Фейнмана-Гелл-Манна, а для распадов:

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda + e^- + \tilde{\nu}_1, \quad \Sigma^+ \rightarrow \Lambda + e^+ + \tilde{\nu}_1$$

ожидается отрицательная асимметрия вылета Λ и положительная продольная поляризация его, в противоположность обычному выводу. В отношении приведенных распадов $\Sigma \rightarrow \Lambda$ следует указать, что при обычной аналогии между слабыми и электромагнитными взаимодействиями не появляются токи $(\Sigma \Lambda)$ и поэтому не должно возникнуть асимметрии и продольной поляризации Λ при распаде поляризованных /неполяризованных/ Σ $/9/$. У нас - наоборот.

Отметим также, что так как сильные взаимодействия в целом не являются глобально симметричными, то полученный здесь векторный ток не сохраняется. Если, однако, предположить, что для сильных π -взаимодействий имеет место ограниченная глобальная симметрия, $g_{\Lambda \Sigma \pi} = g_{\Sigma \Sigma \pi}$, то несохранение будет малым с хорошей оценкой величины $/10/$.

Литература

1. M. Gell-Mann, R. Feynman. Phys. Rev. 109, 193 (1958). 2. M. Gell-Mann. Rev. Mod. Phys. 31, 834 (1959).
3. J. Schwinger. Ann. Phys. 2, 407 (1957). 4. Э. М. Липманов. ЭТФ, 37, 1054/1959/, доклад Р. Маршака на 9-й международной конференции по физике высоких энергий, Киев. 5. Б. М. Понтекорво. ЭТФ, 37, 1751 /1959/. 6. T. D. Lee, C. N. Yang. Phys. Rev. Lett. 4, 307 (1960). 7. Э. М. Липманов. ЭТФ, 38, 1233 /1960/. 8. W. B. Fowler, R. W. Birge... Phys. Rev. Lett. 6, 134 (1961). 9. В. М. Шехтер. ЭТФ, 36, 581 /1959/. 10. Э. М. Липманов. ЭТФ 40, № 3 /1961/.