



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

1256/2-81

9/III-81  
8-80-789

Ю.С.Дерендейев, А.Б.Кузнецов

О ТЕЧЕНИИ ПАРОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ ГЕЛИЯ  
В ТРУБЕ С ВНЕШНИМ ТЕПЛОПРИТОКОМ

1980

В последнее время широкое применение находят магнитные системы со сверхпроводящими обмотками. В таких системах оказывается целесообразным осуществлять охлаждение не путем погружения сверхпроводящих обмоток в ванну с кипящим гелием, а в результате его прокачки по каналам, проходящим через охлаждаемый элемент. Так, например, предполагается охлаждать магниты ускорительно-накопительного комплекса <sup>1/</sup>.

Предлагаемая работа посвящена исследованию течения парожидкостной смеси гелия в круговом канале постоянного радиуса, стенки которого равномерно нагреваются. В цилиндрической системе координат, ось  $z$  которой совпадает с осью канала, рассматривается стационарное, азимутально-однородное течение смеси. Скорость потока  $v$  имеет только  $z$ -составляющую. Предполагается, что тепловая энергия, поступающая от стенки трубы, выделяется однородно во всем объеме канала с постоянной мощностью на единицу объема  $Q$  и расходуется только на изменение агрегатного состояния гелия и его кинетической энергии, поэтому температура считается постоянной, равной температуре насыщения. Силой трения и диссиpацией энергии на концах канала пренебрегается, так как радиус канала /трубы/  $R$  много меньше его длины  $L$ .

Тогда основные уравнения /баланса массы, сил и энергии для средних по времени и по сечению канала величин/ могут быть записаны в виде <sup>2/</sup>

$$\rho \dot{v} = G = \dot{M}/\pi R^2 = \text{const}, \quad /1/$$

$$G \frac{dv}{dz} + r \cdot \frac{2}{R} + \frac{dp}{dz} = 0, \quad /2/$$

$$G \frac{dh}{dz} + Gv \frac{dv}{dz} = \dot{Q}. \quad /3/$$

Здесь  $\rho$  - плотность;  $\dot{M}$  - полный массовый расход;  $P$  - давление;  $h$  - энтальпия единицы массы смеси;  $r$  - касательное напряжение у стенки трубы.

Для парожидкостной смеси, фазы которой находятся в термодинамическом равновесии,  $\rho$  и  $h$  связаны с величиной паросодержания смеси  $x$  формулами

$$\rho = \frac{\rho''}{1 + (\bar{\rho} - 1)x}, \quad /4/$$

$$h = h'' + \Delta h x,$$

/5/

где  $\bar{\rho} = \rho''/\rho'$ ;  $\Delta h = h' - h''$ ;  $0 \leq x \leq 1$ . Далее, как и в формулах /4/, /5/, величины, относящиеся к паровой фазе, будем отмечать штрихом, к жидкой фазе - двумя штрихами, к смеси - без штрихов.

Из /4/ и /1/ следует

$$v = \frac{G}{\rho''} [1 + (\bar{\rho} - 1)x]. \quad /6/$$

Интегрируя /3/ и используя /5/ и /6/, получим выражение, описывающее связь между величиной паросодержания и координатой:

$$[1 + \frac{(\bar{\rho}-1)G^2}{\rho''^2 \Delta h}] (x - x_0) + \frac{(\bar{\rho}-1)^2 G^2}{2\rho''^2 \Delta h} (x^2 - x_0^2) = \frac{Q}{\Delta h G} (z - z_0). \quad /7/$$

В случае, когда

$$\frac{(\bar{\rho}-1)G^2}{\rho''^2 \Delta h} \quad \text{и} \quad \frac{(\bar{\rho}-1)^2 G^2}{2\rho''^2 \Delta h} \ll 1,$$

что имеет место при скоростях потока, много меньших скорости звука, получаем линейную связь:

$$x - x_0 = \frac{Q}{\Delta h G} (z - z_0). \quad /8/$$

Напряжение на стенке трубы связано с числом Рейнольдса  $Re$ , плотностью потока массы, протекающего через сечение канала /массовой скоростью/  $G$  и плотностью  $\rho$  формулами /3/

$$\tau = \frac{c}{\mu} \frac{G^2}{R}, \quad Re = \frac{2RG}{\mu}, \quad /9/$$

где  $\mu$  - коэффициент вязкости, а  $c$  и  $n$  - константы, зависящие от области значений  $Re$ , например:

$$c = 0,023; \quad n = 5, \quad \text{если } 3 \cdot 10^4 < Re < 10^6;$$

$$c = 0,038; \quad n = 4, \quad \text{если } 5 \cdot 10^3 < Re < 3 \cdot 10^4.$$

Интегрируя /2/ с учетом /6/ и /9/, получим

$$\Delta P = P_0 - P = \frac{(\bar{\rho}-1)G^2}{\rho''} (x - x_0) + \frac{2cG^2}{\rho'' R \sqrt[2]{2RG}} \int_{x_0}^x \frac{n}{\sqrt[2]{\mu}} [1 + (\bar{\rho}-1)x] dz. \quad /10/$$

Таким образом, зная зависимость  $\mu(x)$ , например, согласно /4.5/ для гомогенной смеси

$$\mu(x) = \mu'' [1 + (\tilde{\mu} - 1)x], \quad \text{где} \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu'}{\mu''},$$

/11/

по формулам /7/, /4/, /6/, /10/ можно вычислить  $x$ ,  $\rho$ ,  $v$  и  $P$  в любой точке канала при известных их начальных значениях.

Согласование экспериментальных данных о потерях давления с вычисленными по формуле /10/ с учетом /11/ не очень хорошее /8/.

Здесь нужно отметить, что представление реального парожидкостного потока с нерасслаивающимися фазами в виде гомогенной смеси достаточно хорошо описывает объемные характеристики  $\rho, v$ , но реальная характеристика  $\mu$  у поверхности может существенно отличаться от /11/. Так, можно считать, что поверхностный слой смеси при малых значениях  $x$  содержит очень мало пузырьков пара, а при больших - очень мало капелек жидкости, то есть

$$0 \leq x_{\text{пов}} < x < x^*,$$

$$x^* < x < x_{\text{пов}} \leq 1,$$

где  $x_{\text{пов}}$  - паросодержание в поверхностном слое;  $x^*$  - некоторое значение паросодержания, разграничающее состояние: пар в жидкости и жидкость в паре.

В этом случае поверхностно-негомогенной смеси для  $\mu$  более подходит формула

$$\mu = \begin{cases} \mu'', & \text{если } 0 < x < x^*, \\ \mu', & \text{если } x^* < x < 1. \end{cases}$$

/12/

Применим полученные формулы для анализа ожидаемых результатов на криогенном стенде ОНМУ /6/ или других подобных системах /1/.

В условиях работы криогенного стенда ОНМУ уравнение /8/ хорошо выполняется, а первый член в правой части уравнения /10/ приблизительно в 20 раз меньше второго.

Рассмотрим на основании /10/ выражение  $\Delta P / \Delta P''$ , где

$$\Delta P'' = \frac{2cG^2}{\rho'' R \sqrt[2]{2RG}} (z - z_0) \quad /13/$$

- перепад давления при течении по каналу чистой жидкости. Тогда при  $\mu$ , определяемом из /11/,

$$\frac{\Delta P}{\Delta P''} = A + \frac{1}{x - x_0} \int_{x_0}^x \frac{n}{\sqrt[2]{\mu}} [1 + (\tilde{\mu} - 1)x] [1 + (\bar{\rho} - 1)x] dx, \quad /14/$$

а при  $\mu$ , определяемом из /12/,

$$\frac{\Delta P}{\Delta P''} = \begin{cases} 1 + 0,5(\bar{\rho}-1)(x+x_0), & \text{если } 0 \leq x < x^*, \\ \frac{x^*-x_0}{x-x_0} [1 + 0,5(\bar{\rho}-1)(x^*+x_0)] + \frac{x-x^*}{x-x_0} \frac{n}{\mu} \sqrt{\mu} [1 + 0,5(\bar{\rho}-1)(x+x^*)], & \text{если } x_0 < x^*, \text{ а } x > x^*, \\ \frac{n}{\mu} \sqrt{\mu} [1 + 0,5(\bar{\rho}-1)(x+x_0)], & \text{если } x^* < x_0, \end{cases} /15/$$

где  $A = (\bar{\rho}-1)R \frac{n}{\mu} \sqrt{\mu} Re^{\frac{n}{2}} Q / 2cG\Delta h$  - малая величина, не зависящая от величины паросодержания на входе  $x_0$ .

В отсутствие теплопритока в канале, когда  $x=x_0$ , имеем

$$\frac{\Delta P}{\Delta P''} = \sqrt{1 + (\bar{\rho}-1)x_0} [1 + (\bar{\rho}-1)x_0], /14'/$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta P''} = \begin{cases} 1 + (\bar{\rho}-1)x_0, & \text{если } x_0 < x^*, \\ \sqrt{\mu} [1 + (\bar{\rho}-1)x_0], & \text{если } x_0 > x^*. \end{cases} /15'/$$

Из формул /14'/ и /15/ видно, что в "поверхностно-негомогенной" модели парожидкостной смеси /модели, когда при малых величинах паросодержания  $x$  определяется жидкой фазой, а при больших - паровой фазой/, если теплоприток в канале настолько мал, что

$$\Delta x = x - x_0 < \frac{(\sqrt{\mu} - 1)(1 + (\bar{\rho}-1)x^*)}{\bar{\rho}-1}, /16/$$

для криогенного стенда ОНМУ  $\Delta x < 0,1$ , в окрестности  $x^*$  возможен большой перепад давления при меньшей величине паросодержания смеси. Реальную зависимость перепада давления от паросодержания, а вместе с тем и вязкости, у поверхности канала можно получить на опыте.

Представляется интересным найти связь между геометрическими характеристиками системы теплосъема /длиной  $L$ , диаметром каналов  $D$ , числом каналов  $m$ / и ее параметрами / $\Delta P$  и мощностью, получаемой системой на единице длины  $\dot{Q}_f = m\pi R^2 Q$ /. Запишем /10/ в приближенном виде /пренебрегая первым членом в правой части /10/ и зависимостью  $\mu$  от  $x$  под интегралом/:

$$\Delta P = \frac{2cG^2 L}{\rho'' R \sqrt{Re}} [1 + 0,5(\bar{\rho}-1)x]. /17/$$

Здесь и далее предполагается, что  $x_0=0$ . Заменяя  $G$  согласно /8/, получим

$$\Delta P = \frac{64c \frac{n}{2} L^3}{\pi^2 \rho'' \Delta h^2 \sqrt{Re} m^2 D^5 x^2} [1 + (\bar{\rho}-1)x]. /18/$$

Полагая допустимым изменение величины паросодержания в системе до 1, получим следующее выражение, определяющее допустимую длину системы:

$$L = \left( \frac{\pi^2}{32} \frac{\rho''}{(\bar{\rho}+1)} \frac{\sqrt{Re}}{c} \frac{\Delta h^2}{Q_f^2} \Delta P \cdot m^2 \cdot D^5 \right)^{1/3}. /19/$$

Эта формула может быть полезной при проектировании системы.

Таблица

$m \setminus D$	0,003	0,005	0,01
10	50	120	380
20	80	190	600
50	150	350	1100

При  $Re=10^5$ ;  $Q_f=4$  Вт/м;  $\Delta P=10^5$  Па численная зависимость  $L$  от  $m$  и  $D$  приведена в таблице, где  $L$  и  $D$  выражены в метрах; подчеркнутые цифры равны  $L$  при соответствующих  $m$  и  $D$ .

Авторы пользуются случаем выразить благодарность за обсуждения и помощь в данной работе А.И.Агееву, В.Ф.Буринову, В.И.Пряничникову и другим сотрудникам криогенной группы ОНМУ.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Балбеков В.И. и др. Ускорительно-накопительный комплекс ИФВЭ. X Международная конференция по ускорителям заряженных частиц высоких энергий. ИФВЭ, Серпухов, 1977, т.1, с.127-141.
- Слеттери Дж. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. "Энергия", М., 1978.
- Кэйс В.М. Конвективный тепло- и массообмен. "Энергия", М., 1972.
- Хьюитт Дж., Холл-Тейлор Н. Кольцевые двухфазные течения. "Энергия", М., 1974.
- Теплопередача при низких температурах /под ред. У. Фроста/. "Мир", М., 1977.
- Агеев А.И. и др. ОИЯИ, 13-12162, Дубна, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 декабря 1980 года.