

С 345  
3-26

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория высоких энергий

Б.И. Замолодчиков

756

О НЕКОТОРЫХ ФАКТОРАХ,  
ОГРАНИЧИВАЮЩИХ ЭНЕРГИЮ  
И ИНТЕНСИВНОСТЬ ПУЧКА В ФАЗОТРОНЕ  
И РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Доклад, представленный на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по совокупности работ

Дубна 1961 год

С 345  
3-26

Б.И. Замолодчиков

758

О НЕКОТОРЫХ ФАКТОРАХ,  
ОГРАНИЧИВАЮЩИХ ЭНЕРГИЮ  
И ИНТЕНСИВНОСТЬ ПУЧКА В ФАЗОТРОНЕ  
И РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЦИКЛОТРОНЕ

1025 69

Доклад, представленный на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по совокупности работ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

## В в е д е н и е

Открытие В.И.Векслером в 1944 году принципа автофазировки при резонансном ускорении заряженных частиц (1,2) создало широкие возможности для разработки новых типов ускорителей, позволяющих получать быстрые частицы в различных диапазонах энергии. В последующие годы в разных лабораториях было сооружено много ускорителей на высокие энергии, причем на самых крупных из них - синхротронах - ускоряются протоны до нескольких миллиардов и даже десятков миллиардов электрон-вольт.

Каждый из новых типов ускорителей (синхротрон, фазотрон, синхрофазотрон и др.) имеет преимущества перед другими типами в определенном диапазоне энергии. В частности, фазотрон оказался весьма удобным для ускорения протонов, дейтронов и  $\alpha$ -частиц до энергии (кинетической) в несколько сотен Мэв и для их использования в разнообразных экспериментах, связанных с изучением взаимодействия нуклонов с нуклонами и ядрами, рождения мезонов и их взаимодействия с ядрами, нуклонами и мезонами и т.д. (3).

Резкое уменьшение интенсивности пучков в фазотронах по сравнению с интенсивностью пучков в циклотронах на первой стадии исследований в области энергии в несколько сотен Мэв не имело принципиального значения. Однако в дальнейшем особую важность приобрели эксперименты, связанные с изучением весьма редких событий, и значительно повысились требования к точности экспериментальных данных. Для решения этих новых задач требуется более высокая интенсивность первичного ускоренного пучка. Поэтому изучение факторов, ограничивающих интенсивность пучка в фазотроне, стало актуальным и явилось предметом ряда теоретических и экспериментальных работ.

Подробные теоретические исследования условий захвата ионов в ускорение с учетом пространственного заряда были выполнены при сооружении фазотрона в ЦЕРН'е на 600 Мэв <sup>4/</sup>. Из этих исследований следует, что для увеличения интенсивности пучка в фазотроне необходимо изменить способ инжекции. Некоторые предложенные способы инжекции были опробованы на ускорителе, но пока существенных результатов не получено <sup>x)</sup>.

---

x) Частное сообщение Р.Каллера.

На действующем шестиметровом фазотроне Лаборатории ядерных проблем проводились исследования с целью выяснения условий получения максимальной интенсивности пучка ускоренных протонов и возможности осуществления вывода протонов из ускорителя через область, где  $\eta = 1$  (5,6). Основные результаты этих исследований излагаются в настоящем докладе.

Кардинальным решением задачи увеличения интенсивности ускоренных протонов с энергией в несколько сотен Мэв является распространение циклотронного метода ускорения на эту область энергии путем использования магнитного поля с пространственной вариацией напряженности (7,8,9,10). При этом постоянство частоты обращения частиц (и, следовательно, возможность непрерывного ускорения) достигается благодаря соответствующему росту среднего значения напряженности поля вдоль радиуса, а пространственная устойчивость движения частиц обеспечивается знакопеременными градиентами магнитного поля на замкнутой орбите. Теоретическими исследованиями, выполненными в Дубне (11,12,13,14) и Харулле (15,16), и экспериментами на циклотроне со спиралевидной вариацией магнитного поля с диаметром полюсов 1200 мм, построенном в Лаборатории ядерных проблем (17,18), показана техническая возможность создания циклотрона на энергию протонов 600-700 Мэв с интенсивностью пучка протонов в несколько сотен микроампер, т.е. примерно в 1000 раз большей, чем достигается на современных фазотронах при такой энергии.

Некоторые ограничения принципиального и технического характера, определяющие энергию и интенсивность в таком циклотроне, рассматриваются во второй части доклада.

В доклад включены основные результаты работ, выполненных и опубликованных в 1955-1961 г.г. (17,18,23,26,33,34) совместно с сотрудниками отдела ускорителей Лаборатории ядерных проблем, которым автор выражает свою глубокую благодарность.

### 1. Фазотрон Лаборатории ядерных проблем на 680 Мэв

Из факторов, ограничивающих в фазотроне предельный радиус ускорения и интенсивность, рассматриваются:

а) Нарушение пространственной устойчивости в зонах резонансов.

В процессе ускорения в фазотроне частота свободных вертикальных колебаний ионов может, вообще говоря, изменяться от  $Q_z = 0$  до  $Q_z = 1$ , а частота радиальных колебаний - от  $Q_r = 1$  до  $Q_r = 0$ ; при этом между частотой обращения иона и частотами свободных колебаний  $Q_z$  и  $Q_r$  на различных радиусах ускорения возможны соотношения, при которых возникает резонансное взаимодействие колебаний или их возбуждение соответствующей гармоникой в структуре магнитного поля. При некоторых условиях тот или иной резонанс может привести к частичной или полной потере пучка из-за возрастания амплитуды свободных колебаний.

б) Дефокусирующее действие пространственного заряда ускоряемых ионов.

Вертикальная составляющая напряженности электрического поля пучка ускоряемых ионов направлена от средней плоскости зазора. В пределе при некоторой плотности заряда в пучке дефокусирующая сила становится равной по величине магнитной фокусирующей силе и вертикальная устойчивость нарушается. Хотя фазотронный принцип ускорения и конструктивные размеры ускорительной камеры допускают относительно большой объем ускоряемого пучка ионов, слабая магнитная фокусировка в начале ускорения приводит к тому, что ограничения пространственным зарядом проявляются при токе в фазотроне в несколько микроампер.

в) Эффективность захвата.

Эффективность захвата, то есть отношение времени, в течение которого из ионного источника извлекаются ионы, ускоряемые в дальнейшем до конечного радиуса, к полной длительности высокочастотного цикла, определяет средний ток ионов в фазотроне. Так как в фазотронах на большие энергии нарушается предположение о шелевом наборе энергии в области первого фазового колебания, оптимальные условия захвата могут существенно отличаться от предсказываемых теорией (19).

### § 1. Резонансные ограничения в фазотроне

В стационарном аксиально симметричном магнитном поле пространственная устойчивость движения заряженной частицы с импульсом  $mv = \frac{e}{c} H(R) \cdot R$  обеспечивается при условии:

$$0 < \eta = -\frac{R}{H} \cdot \frac{dH}{dR} < 1, \quad (1)$$

где  $H = H(r)$  - напряженность магнитного поля в средней плоскости зазора;  
 $m, v, e$  - масса, скорость и заряд частицы. При этом частица совершает  
 около замкнутой орбиты в виде окружности радиуса  $R$  с центром в начале  
 координат  $(r, x, \theta)$  свободные радиальные и вертикальные колебания  
 с частотами  $Q_r = \sqrt{1-n}$  и  $Q_z = \sqrt{n}$  и амплитудами  $b_r$  и  $b_z$ ,  
 соответственно.

Возможность выделения в системе собственных частот и инвариантность величин  $b_r^2 Q_r H$  и  $b_z^2 Q_z H$  позволяет полностью решить вопрос о пространственной устойчивости движения ионов в таком поле, за исключением областей резонансного возбуждения колебаний гармониками в структуре магнитного поля и областей резонансного взаимодействия между вертикальными и радиальными колебаниями.

Значения собственных частот в резонансных областях будут мало отличаться от вычисленных на основании линейной теории, поэтому для нахождения этих областей возможно использовать соотношение:

$$p \sqrt{1-n} \pm s \sqrt{n} = \pm l, \quad (2)$$

$p, s, l$  - целые числа,  $l$  - номер гармоники в азимутальной структуре магнитного поля.

Значения  $n$ , соответствующие возможным резонансным областям в фазотроне, приведены в таблице 1.

Т а б л и ц а 1

$n$	$l=0$			$l=1$			
	1	2	3	0	1	2	3
0				0	3/4	8/9	
1	1/2	4/5	8/10	1	1;0	9/25	
2	1/5	1/2		1/4	16/25		
3	1/10			1/9			

Так как в фазотроне ускорение начинается с  $r=0$ , где  $n=0$ , и на больших радиусах значение  $n$  возрастает, предельный радиус ускорения может быть ограничен первым сильным резонансом.

Как следует из экспериментов [23,24], в фазотронах высоких энергий предельная энергия, до которой реально ускоряются частицы, соответствует радиусам, где показатель спада магнитного поля  $n$  лежит в пределах  $0,25 > n > 0,2$ .

Теоретические исследования [5,20,22] резонансов связи при  $n=0,1; 0,2; 0,5; 0,8; 0,9$ , а также параметрического возбуждения колебаний азимутальной неоднородностью магнитного поля при  $n=0,; 0,25; 0,75$  и  $1,0$  показали, что резонансные области при  $n=0,2$  и  $n=0,25$  являются первыми наиболее опасными областями.

Однако и связанные колебания в зоне  $n=0,2$ , и параметрическое возбуждение вертикальных колебаний в зоне  $n=0,25$  не могут привести в действующих фазотронах к полной потере пучка. Например, ширина зоны резонанса при  $n=0,25$  даже при величине первой гармоники  $\epsilon_1=0,001$  обычно меньше 100 оборотов.

Область  $n=0,25$  оказывается значительно более опасной, особенно для больших фазотронов, если рассматривать связанные колебания, вызываемые искажением замкнутой орбиты азимутальной неоднородностью в структуре магнитного поля [23].

В этом случае уравнение для вертикальных колебаний представляется в виде:

$$z'' + k_z^2 z + \frac{\epsilon_1^2 d^2}{n^2(1-n)} + \epsilon_1 n \left[ 1 + \frac{2(d-n)}{n^2} \right] \cos(\theta + \theta_0) \Big|_{z=0}, \quad (3)$$

где:

$$d = \frac{1}{2} \frac{R^2}{H(R)} \cdot \frac{d^2 H}{dr^2} \Big|_{r=R};$$

$$H = H(r) [1 + \epsilon_1 \cos(\theta + \theta_0)]$$

Для фазотрона ОИЯИ на 680 Мэв (как и для других действующих фазотронов)  $\frac{2(d-n)}{n^2} \gg 1$  в зоне  $n = 0,25$  и, следовательно, потеря пучка в первую очередь вызывается эффектом связи колебаний.

Если средний прирост энергии за оборот в зоне резонанса равен  $eV_{cp}$ , то число оборотов  $\nu$  на ширине полосы этого резонанса составит:

$$\nu = \epsilon_1 \frac{1-n}{n} \cdot \frac{W}{eV_{cp}} \cdot \frac{2E_0 + W}{E_0 + W} \quad (4)$$

где  $E_0$  - энергия покоя, а  $W$  - кинетическая энергия иона.

Из уравнения (3) следует, что амплитуда колебаний увеличивается в 2,7 раза за

$$\nu = \frac{n}{2\pi\epsilon_1/d - n} \text{ оборотов.} \quad (5)$$

На рис. 1 представлена зависимость  $1/n \frac{b_{s \max}}{b_{s0}} = f(\epsilon_1)$  после прохождения через резонанс связи при  $n = 0,25$  для следующих параметров фазотрона ОИЯИ:  $W = 680$  Мэв;  $eV_{cp} = 10$  Кэв;  $d = -10$ ; при этом  $\theta_0$  выбиралось таким, чтобы рост амплитуды получался максимальным. На графике сопоставлены квазистатическое решение (кривая  $a$ ), динамическое решение с использованием метода усреднения<sup>(24)</sup> (кривая  $\delta$ ) и решение с помощью электронной моделирующей установки ЭМУ-8 (пунктирная линия).

Из графика видно, что требования к магнитному полю для прохождения этой резонансной области без существенных потерь оказываются очень жесткими. По этой причине, при современных возможностях шиммирования магнитного поля, реализация предложения о выводе пучка через область, где  $n = 1$ <sup>(5,6)</sup>, в больших фазотронах будет связана с серьезными трудностями.

Рассмотрение резонансов более высокого порядка показывает, что в зеркально-симметричном (относительно средней плоскости зазора) магнитном поле резонанс  $Q_s = 1/3$  не проявляется, а резонансы, начиная с  $Q_s = 1/4$ , не опасны. Не опасно также резонансное возбуждение вертикальных колебаний, вызываемое второй и более высокими гармониками в структуре магнитного поля.

## § 2. Ограничение тока, налагаемое пространственным зарядом пучка

Ускоряемые в фазотроне ионы образуют сгусток, форма и размеры которого в плоскости ускорения на малых радиусах определяются в основном радиально-фазовыми колебаниями:

$$\rho = \frac{c^2}{\omega_s^2 R_s (1-n)} \sqrt{\frac{2eV_0}{\pi K_s E_s}} \sqrt{\cos \phi + \phi \sin \phi_s + g}, \quad (6)$$

где  $\phi$  - фаза высокочастотного напряжения, при которой ион пролетает ускоряющую щель;

$$K = 1 + \frac{n}{1-n} \cdot \frac{c^2}{v^2}; \quad \omega = \frac{e c H}{E};$$

$E$  - полная энергия иона;  $V_0$  - амплитуда ускоряющего напряжения;  $g$  - постоянная интегрирования фазового уравнения.

Индекс "s" означает, что соответствующие величины относятся к равновесному иону.

Максимально-возможные размеры сгустка соответствуют сепаратрисе решения фазового уравнения:

$$\ddot{\phi} + \frac{K_s \omega_s^2 e V_0}{\pi E_s} \sin \phi = -\dot{\omega}_s \quad (7)$$

Максимальный заряд  $\Sigma_{\max}$ , который может удерживаться в сгустке фокусирующей магнитной силой, приближенно оценивается из выражения:

$$\Sigma_{\max} = \frac{n H \Delta z c}{4\pi \omega_s (1-\beta_s^2)(1-n)} \sqrt{\frac{2eV_0}{\pi K_s E_s}} \psi \quad (8)$$

Здесь:  $\Delta z$  - высота пучка  $\beta = \frac{v}{c}$ ;

$$\psi = \phi \sqrt{\cos \phi + \phi \sin \phi_s + g} d \phi$$

(График  $\psi = \psi(\sin \phi_s)$  при  $g = \cos \phi_s + \phi_s \sin \phi_s$  представлен на рис. 2).

Выражение (8) получено при следующих упрощающих предположениях:

- а) принималось равномерное распределение заряда в сгустке;
- б) увеличение радиального размера сгустка за счет свободных радиальных колебаний не учитывалось;
- в) дефокусирующая сила пространственного заряда определялась при максимальном значении вертикальной составляющей напряженности электрического поля на поверхности сгустка высотой  $\Delta z$ .

Из (8) следует, что ограничение тока ускоряемых ионов пространственным зарядом сильнее проявляется на меньших радиусах. При этом, однако, необходимо учитывать, что из приведенного выше рассмотрения необходимо исключить область первого фазового колебания, максимальный радиус которого не превышает 15-20 см. Максимальный ток ускоряемых ионов в фазотроне  $i_{max}$  будет равен ( $\beta^2 \ll 1$ ,  $n \ll 1$ ):

$$i_{max} = \Sigma_{max} F = \frac{n \Delta z E_n \sqrt{2eV_0}}{4\pi e} \cdot \psi \cdot F \quad (9)$$

где  $F$  - частота модуляции.

В фазотроне Лаборатории ядерных проблем на малых радиусах высота пучка  $\Delta z = 4$  см. Из (9) при  $F = 100 \text{ сек}^{-1}$ ,  $\sin \phi_s = 0,13$ ,  $n = 0,008$ ,  $V_0 = 10$  кв,  $K_s = 1,4$ ,  $\psi = 8,2$  ток протонов на радиусе 25 см составляет 3,5 микроампера.

При этих условиях на радиусе 30 см был зарегистрирован ток в  $2,5 \mu\text{A}$  /28/. (При существующих характеристиках высокочастотной системы ускорителя эти условия не являются, однако, оптимальными для ускорения до конечного радиуса).

Как видно из сравнения экспериментальных данных с расчетными, механизмы фокусировки и захвата ионов в области первого фазового колебания обеспечивают инжекцию на радиус 25 см почти предельного тока.

Эта же величина тока будет предельной и в случаях накопления заряда на малых радиусах путем предварительного стохастического или пиклотронного ускорения /27,28, 29/, а также путем многократного захвата /4/ в начале каждого цикла фазотронного ускорения.

### § 3. Об оптимальных условиях захвата

Теоретические расчеты, выполненные в предположении бесконечно узкой ускоряющей щели /19,30/, дают следующее выражение эффективности захвата  $\delta$  в фазотроне:

$$\delta = \frac{2F}{\omega_s} \sqrt{\frac{2eV_0 \omega_0^2 K}{\pi E_0}} L(\sin \phi_s) \quad (10)$$

где:  $\omega_0$  - частота обращения ионов в центре ускорителя;  
 $\omega_s$  - скорость изменения частоты укоряющего высокочастотного напряжения;

$$L(\sin \phi_s) = F(\sin \phi_s) P(\sin \phi_s);$$

$$F(\sin \phi_s) = \sqrt{\cos \phi_s - (\frac{\pi}{2} - \phi_s) \sin \phi_s};$$

$P(\sin \phi_s)$  - функция, учитывающая долю ионов, возвращающихся на первом фазовом колебании в центр ускорителя.

Так как в процессе ускорения фазовые колебания затухают, целесообразно частотную программу  $\omega_s(t)$  выбрать таким образом, чтобы в соответствии с затуханием фазовых колебаний по мере увеличения энергии ионов возрастало значение  $\sin \phi_s$ . Затухание фазовых колебаний можно оценить, используя инвариантность интеграла действия при адиабатических изменениях параметров системы:

$$I = \oint \frac{F_s}{\omega_s^2 K_s} \phi d\phi \quad (11)$$

В этом случае частота модуляции  $F$  определяется начальным значением  $\sin \phi_s$  нач (рис. 3, кривая а, рассчитанная для  $V_0 = 10$  кв и коэффициента использования высокочастотного цикла 0,35), а эффективность захвата очень слабо зависит от  $\sin \phi_s$  нач в диапазоне  $\sin \phi_s$  нач 0,2-0,5 (рис. 3, кривая б).

Однако в реальном ускорителе на высокую энергию (несколько сотен Мэв) эффективная ширина ускоряющей щели соизмерима с максимальным радиусом первого фазового колебания и прирост энергии иона за оборот в начале ускорения значительно меньше, чем в случае бесконечно узкой щели. Так как прирост энергии иона за оборот  $\Delta E$  и изменение частоты его обращения  $\Delta \omega$  связаны между собой соотношениям:



$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = -k \frac{\Delta E}{E}, \quad (12)$$

то можно ожидать, что скорость изменения частоты ускоряющего напряжения  $\dot{\omega}_s$  для оптимальных условий захвата будет тем меньше, чем больше будет эффективная ширина ускоряющей щели:

Экспериментально на шестиметровом фазотроне Лаборатории ядерных проблем выяснялось влияние эффективной ширины ускоряющей щели на эффективность захвата, а также определялось значение  $\dot{\omega}_s$ , соответствующее оптимальным условиям захвата ионов в ускорение при заданной геометрии ускоряющей щели<sup>/28/</sup>.

Анализ зависимости тока протонов от частоты модуляции на малых радиусах и на конечном радиусе в шестиметровом фазотроне показал, что для получения оптимальных условий захвата необходимо увеличить значение  $\dot{\omega}_s$  на захвате. Увеличение частоты модуляции не приводило к повышению тока протонов на конечном радиусе из-за того, что область фазовой устойчивости сужается в процессе ускорения быстрее, чем затухают фазовые колебания. Приближения к оптимальным условиям захвата при прежнем значении  $\dot{\omega}_s$  в данном случае можно достигнуть увеличением эффективной ширины ускоряющей щели, например, за счет удаления противоэдуантной заземленной рамки.

На рис. 4 представлена зависимость интенсивности пучка протонов в фазотроне от частоты модуляции. Интенсивность после удаления противоэдуантной рамки увеличилась примерно на 70%.

Определение оптимального значения  $\dot{\omega}_s$  производилось путем измерения тока протонов на мишень на радиусе 30 см. При этом  $\dot{\omega}_s$  на захвате в широком диапазоне варьировалось изменением напряженности магнитного поля  $H_0$ , частота модуляции  $F$  и амплитуда ускоряющего напряжения  $V_0$  оставались постоянными.

Радиус измерения 30 см выбран, чтобы, во-первых, исключить влияние изменения фазовых условий и условий фокусировки при изменении напряженности магнитного поля в области средних и конечных радиусов; и, во-вторых, чтобы на мишень не попадали ионы, возвращающиеся в первом фазовом колебании в центр ускорителя.

Измерения производились при двух характеристиках высокочастотной системы  $\omega_s = f(\alpha)$  ( $\alpha$  - угол поворота ротора вариатора) без противоэдуантной рамки. Одна из зависимостей тока протонов от  $\omega_s$  на захвате приведена на рис. 5, а соответствующая характеристика  $\omega_s = f(\alpha)$  - на рис. 6. В обоих случаях соответствующее оптимуму значение  $\dot{\omega}_s$  примерно в 1,8 раза меньше, чем получающееся из расчетов в предположении бесконечно узкой ускоряющей щели.

## II. Релятивистский циклотрон

Импульсный режим ускорения в фазотроне ограничивает средний ток ускоряемых частиц. При достигнутых в действующих ускорителях на 400-700 Мэв значениях амплитуд ускоряющего напряжения в 10-15 кв, этот ток обычно не превышает 1 микроампера, что близко к предельному значению тока таких ускорителей. Повышение интенсивности пучка путем увеличения амплитуды ускоряющего напряжения сопряжено со значительными техническими трудностями.

Осуществление режима непрерывного ускорения при постоянной частоте обращения и, соответственно, при более высокой амплитуде ускоряющего напряжения позволило бы существенно повысить интенсивность ускоряемого пучка.

Применяя магнитное поле с азимутальной вариацией<sup>/7/</sup>, можно существенно повысить предельную энергию ускоряемых ионов в циклотроне и получить пучки высокой интенсивности<sup>/31/</sup>, однако перекрыть диапазон энергии современных фазотронов таким способом не возможно.

Предложение использовать в циклических ускорителях магнитные поля, напряженность которых периодически изменяется по радиусу и азимуту  $H = H(r)[1 + \epsilon \cdot I(r, \theta)]$  ( $\epsilon$  - глубина вариаций,  $I(r, \theta)$  - периодическая функция по  $r$  и  $\theta$  со средним значением, равным нулю), открывает возможность реализовать циклотронный режим для ускорения протонов до энергии в несколько сотен Мэв. Теоретические исследования динамики частиц в таких ускорителях показали, что эти поля обладают преимуществами по сравнению с магнитными полями, имеющими периодическую вариацию только по азимуту. Для ускорителя циклотронного типа эти преимущества сводятся к увеличению достижимой энергии ускоренных частиц, а также к значительному уменьшению требуемой глубины вариации напряженности магнитного поля.



Так как при циклотронном ускорении частота обращения ионов остается постоянной, и, следовательно, показатель поля  $n = \frac{R}{H} \cdot \frac{dH}{dr}$  должен изменяться как  $\frac{\beta^2}{1-\beta^2}$ , частота радиальных свободных колебаний  $Q_r$  не может оставаться постоянной при любом типе вариации. Поэтому при выборе типа вариации  $f(r, \theta)$  для циклотрона необходимо руководствоваться соображениями простоты реализации магнитного поля.

С этой точки зрения представляется целесообразным для циклотрона выбрать магнитное поле следующего типа:

$$H = \frac{H_0}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_\infty^2}}} [1 + \epsilon \sin(\frac{r}{\lambda} - N\theta)] \quad (13)$$

где  $2\pi\lambda$  — радиальный шаг и  $N$  — периодичность структуры магнитного поля,  $H_0$  — напряженность магнитного поля в центре;  $r_\infty = \frac{c}{\omega}$ .

Магнитные поля такого типа могут оказаться удобными и для ускорения многозарядных ионов.

### § 1. О предельной энергии

Для магнитного поля типа (13) уравнения свободных колебаний частицы с импульсом  $mv = \frac{e}{c} H(R) R$  относительно замкнутой орбиты в линейном приближении можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \rho'' + (a_r + 2q \cos 2\xi) \rho &= 0 \\ z'' + (a_z - 2q \cos 2\xi) z &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

где:

$$\begin{aligned} a_r &= \frac{4}{N^2} \left\{ 1 + n - \frac{\epsilon^2 R^2}{2\lambda^2 [N^2 (1+n)]} \right\} \\ a_z &= -\frac{4}{N^2} \left\{ n - \frac{\epsilon^2 R^2}{2\lambda^2 [N^2 - (1+n)]} \right\} \end{aligned}$$

$$q = \frac{2\epsilon R}{N^2 \lambda} ;$$

$$2\xi = \frac{R}{\lambda} - N\theta ;$$

$$\rho = r - R$$

При  $R=0$  коэффициенты в уравнениях Матье (14) равны  $a_r = \frac{4}{N^2}$ ,  $a_z = 0$ ;  $q = 0$ , т.е. рабочая точка для циклотрона находится в первой области устойчивости и ширина этой области при  $q < 1$  с точностью до нескольких процентов определяется как:

$$-\frac{1}{2} q^2 \leq a_{r,z} \leq 1 - q - \frac{1}{3} q^2 \quad (15)$$

Для вертикальных колебаний ограничение налагается нижней границей, а для радиальных колебаний — верхней границей области устойчивости.

Этими условиями определяется предельное значение показателя магнитного поля  $n$  пред. для различных  $N$ , и, следовательно, предельная энергия, которая могла бы быть получена в циклотроне (рис. 7, кривая  $a$ ).

Однако для рассматриваемого циклотрона, как и для других ускорителей, в которых собственные частоты колебаний ионов изменяются в процессе ускорения, предельная энергия может ограничиться не областью устойчивости, а резонансными значениями частот свободных колебаний.

С достаточной точностью частоты свободных колебаний определяются выражениями:

$$\begin{aligned} Q_r &= \sqrt{1 + n} + \frac{3}{4} \frac{1}{N^2} \left( \frac{\epsilon R}{\lambda N} \right)^2 ; \\ Q_z &= \sqrt{\left( \frac{\epsilon R}{N\lambda} \right)^2 - n} \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, начальные значения частот свободных колебаний в циклотроне равны  $Q_r = 1$  и  $Q_z = 0$ . В процессе ускорения эти частоты увеличиваются.

Выбором закона роста амплитуды вариации  $\epsilon(r)$  от радиуса можно, начиная с некоторого радиуса, поддерживать частоту вертикальных колебаний  $Q_z$  постоянной и, следовательно, исключить прохождение через области резонансного возбуждения этих колебаний (кроме резонансов связи с радиальными колебаниями).

Линейное резонансное возбуждение радиальных колебаний возможно в зонах  $Q_r = 1$ ,  $Q_r = 1,5$ ,  $Q_r = 2$  и т.д.; при этом условия, необходимые для возбуждения зоны  $Q_r = 2$ , практически неосуществимы.

На рис. 7 (кривая б) показана достижимая в циклотроне энергия протонов, ограниченная линейным резонансом при  $Q_r = 2$ .

Наличие в азимутальной структуре магнитного поля  $N$ -ой гармоники (основная гармоника, обеспечивающая фокусировку) с большой амплитудой ( $\epsilon$ ) приводит к тому, что при соотношении частот, удовлетворяющих условию

$$p Q_r \pm s Q_z = N \quad (p \text{ и } s - \text{целые числа})$$

возможно нелинейное возбуждение радиальных колебаний ( $s = 0$ ), а также резонансное взаимодействие между вертикальными и радиальными колебаниями ( $p \neq 0$ ,  $s \neq 0$ ).

Установлено [32], что в магнитной системе рассматриваемого типа резонансы 4-го порядка и ниже являются непроходимыми и налагают дополнительные ограничения на достижимую в циклотроне энергию (кривая в на рис. 7).

В циклотроне на энергию в несколько сотен Мэв целесообразно варьировать магнитное поле создавая железными шиммами прямоугольного сечения, изогнутыми по спиралям  $r = N \lambda \theta$  и установленными на внутренних поверхностях полюсных наконечников симметрично относительно средней плоскости зазора.

В этом случае амплитуда вариации  $H_N = \epsilon N$  зависит (при достаточно больших значениях  $r$ ) от  $\lambda$ , высота зазора между шиммами  $h$  и среднего значения напряженности поля  $H(r)$ . Уменьшение высоты зазора между шиммами приводит к увеличению амплитуды вариации. По условиям расположения дуанта в зазоре и обеспечения необходимой электрической прочности  $h$  не может быть меньше 15 см. Зависимость амплитуды  $H_N$  от  $H$  в некотором диапазоне  $H$  слабая, зависимость же от  $\lambda$  имеет максимум  $(\frac{H_N}{\lambda})_{\max}$  при  $\lambda = \frac{h}{2}$ . Из выражения для частоты вертикальных колебаний (18) вытекает для конечного радиуса ускорения  $r_k$  определенная связь между  $N$  и  $H_k$ , которая для предельного режима  $Q_z = 0$  имеет вид:

$$H_k = \sqrt{\frac{(\frac{H_N}{\lambda})_{\max} E_0}{e N}} \quad (17)$$

Исходя из этого, для различных значений конечного радиуса  $r_k$  (и, следовательно, различных диаметров полюсов магнита) можно определить достижимую энергию (кривые д на рис. 7). Учитывалось, что  $H_k$  практически не может быть больше 17000 эрстед, а  $(\frac{H_N}{\lambda})_{\max}$  принято равным 500 эрстед/см.

Из других ограничивающих факторов необходимо отметить фазовый сдвиг, обусловленный неточностью выполнения закона изменения средней напряженности на замкнутых орбитах и нестабильностью магнитного поля во времени. В протонном циклотроне на энергию в несколько сотен Мэв требования к точности шиммирования и стабилизации магнитного поля оказываются очень жесткими (допуск меньше  $10^{-4}$ ); и для обеспечения устойчивой работы ускорителя могут требоваться специальные радиотехнические системы, следящие за фазой высокочастотного напряжения в момент пролета пучком ускоряющего промежутка и корректирующие магнитное поле.

## § 2. О предельной интенсивности

В релятивистском циклотроне ускоряемые частицы занимают в ускорительной камере пространство, размеры которого по азимуту ( $r \lambda \theta$ ) и радиусу ( $0 - r_k$ ) значительно больше вертикального размера  $\Delta z$  (исключая центральную область). Если принять, что плотность ускоряемых ионов изменяется только по радиусу, то при токе пучка  $i$  получается следующая зависимость плотности заряда  $\sigma$  от радиуса [25]:

$$\sigma(r) = i \left( \frac{E_0}{e V_{op}} \right) \cdot \left( \frac{E}{E_0} \right)^3 \cdot \frac{2\pi}{\Delta \theta \Delta z r^2 \omega} \quad (18)$$

Относительное изменение плотности заряда на длине, равной апертуре дуанта, не превышает нескольких процентов, поэтому с достаточной точностью вертикальную составляющую электрического поля  $E_z$  можно определить по формуле:

$$E_z = 4\pi \sigma(r) z \quad (19)$$

в диапазоне  $-\frac{\Delta z}{2} \leq z \leq \frac{\Delta z}{2}$ , а силу, действующую на отдельную частицу этого пучка с зарядом  $e$ , по формуле:

$$F_z = 4\pi \sigma(r) z e (1 - \beta^2) \quad (20)$$

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Под действием пространственного заряда частота вертикальных колебаний изменится на величину:

$$\Delta Q_z = Q_z - \sqrt{Q_z^2 - \frac{4\pi e \omega (1 - \beta^2)}{\pi \omega^2}} \quad (21)$$

если  $Q_z$  — частота вертикальных колебаний, обусловленная только магнитной фокусирующей силой.

Предельный ток ускорителя, ограниченный пространственным зарядом пучка, получится при  $\Delta Q_z = Q_z$  и будет равен:

$$i_{max} = \frac{Q_z^2 \Delta \theta \Delta z \omega}{8\pi^2 e} \circ V_{cp} \quad (22)$$

Как следует из формулы (22), предельный ток при  $Q_z = const$  не зависит от радиуса и, следовательно, от энергии.

Например, при  $Q_z = 0,10$ ,  $\Delta \theta = 0,5$  рад,  $\Delta z = 1$  см,  $\omega = 82 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ ,  $eV_{cp} = 200$  Кэв, предельный ток составит  $i_{max} = 1,2 \text{ мА}$ .

Как отмечалось ранее, в релятивистском циклотроне в центре  $Q_z = 0$  и возрастает до принятого постоянного значения только на радиусе в несколько десятков сантиметров. Однако на малых радиусах фокусировка высокочастотным ускоряющим полем обеспечивает, как показывает опыт работы циклотронов, возможность получения тока ускоренных ионов в несколько миллиампер.

Изменение частоты вертикальных колебаний, вызываемое объемным зарядом пучка, необходимо учитывать при рассмотрении резонансных условий.

### § 3. Циклотрон для многозарядных ионов

Для экспериментов по взаимодействию многозарядных ионов с веществом на современном этапе требуются пучки ионов с импульсом до  $2,0 \cdot 10^6$  эрстед.см и интенсивностью до нескольких десятков микроампер. Одним из методов получения таких пучков является ускорение многозарядных ионов в циклотроне. Циклотрон с азимутально-симметричным магнитным полем позволяет получить необходимые токи ускоренных ионов, однако, достижение энергий, соответствующих импульсу  $2 \cdot 10^6$  эрстед.см, связано с большими техническими трудностями из-за необходимости применять чрезмерно высокое ускоряющее напряжение.

Эти трудности в значительной степени можно устранить, применив в циклотроне для многозарядных ионов магнитное поле типа (13). Если рост среднего значения напряженности магнитного поля вдоль радиуса соответствует росту энергии иона с данным отношением заряда к массе  $\xi_i = \frac{z_i}{A_i}$  ( $z_i$  — заряд,  $A_i$  — массовое число иона), то ускоряющее напряжение может быть достаточно малым и минимальная амплитуда определяется точностью выполнения закона изменения поля (если не учитывать эффектов перезарядки и рассеяния на газе). В таком магнитном поле возможно ускорять ионы и с другим отношением  $\frac{z}{A}$ , но в этом случае потребуется более высокое ускоряющее напряжение, чем при ускорении ионов  $\xi_i = \frac{z_i}{A_i}$ .

Минимальная амплитуда ускоряющего напряжения, обеспечивающая ускорение до конечного радиуса всех ионов, отношение заряда к массе для которых находится в интервале  $\xi_{min} \leq \xi \leq \xi_{max}$ , получается при следующих условиях /33/:

а) Закон роста среднего значения напряженности магнитного поля выбран так, что он является резонансным для  $\xi_c = \frac{z_c}{A_c}$ , которое определяется равенством

$$\xi_c = \sqrt{\xi_{max}^2 - \xi_{max} \xi_{min} + \xi_{min}^2} \quad (23)$$

б) Применяется, как и в обычном циклотроне, подстройка магнитного поля  $\eta$  с целью увеличения интервала изменения фазы ионов в процессе ускорения.

Амплитуда ускоряющего напряжения на дуанте  $\mathcal{U}$  при двух дуантах находится из выражения:

$$eV_0 = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\pi (\xi_i^2 - \xi_i^2 \xi_c^2) W_p^2}{E_{op} [(\cos \phi_0 - \cos \phi_r)^2 + (\cos \phi_k - \cos \phi_r)^2]} \right\}, \quad (24)$$

где  $W_p$  — кинетическая энергия протона, соответствующая  $H_{kr}$ ;  $E_{op}$  — энергия покоя протона;  $\phi_0$ ,  $\phi_k$  — начальная и конечная фаза иона;  $\phi_r$  — фаза, соответствующая точке поворота в фазовом движении ионов.

Фокусировка ионов обеспечивается азимутальной вариацией напряженности магнитного поля, которое в медианной плоскости имеет вид:

$$H = T_0 \left( 1 + \frac{W(r)}{E_{op}} \xi_c^2 + \eta \right) \left[ 1 + \epsilon \sin \left( \frac{r}{\lambda} - N\theta \right) \right]. \quad (25)$$

Необходимая глубина вариации составляет:

$$\epsilon = \sqrt{2} \sqrt{1 - \frac{1+\eta}{N^2}} \cdot \frac{eH_c}{E_{op}} \cdot N\lambda \xi_c. \quad (26)$$

Незначительное перемещение рабочей точки по области устойчивости в процессе ускорения позволяет избежать в циклотроне многозарядных ионов резонансные явления. Нелинейное резонансное возбуждение радиальных колебаний в центральной области ускорителя будет также исключено, если  $N$  и  $\lambda$  выбрать такими, чтобы, начиная с радиуса, соответствующего нескольким первым оборотам иона, соблюдалось неравенство

$$\frac{dH(r)}{dr} > \frac{iI_0}{b_0} \left[ I_{N-1} \left( \frac{b_0}{\lambda} \right) - I_{N+1} \left( \frac{b_0}{\lambda} \right) \right], \quad (27)$$

где  $b_0$  — начальная амплитуда радиальных колебаний,  $I_{N-1} \left( \frac{b_0}{\lambda} \right)$ ,  $I_{N+1} \left( \frac{b_0}{\lambda} \right)$  — функция Бесселя индекса  $N-1$  и  $N+1$ , соответственно.

При небольших значениях вариации  $\epsilon$  наиболее целесообразно иметь в центре резонанс выше 4-го порядка, т.е. число спиралей должно быть  $N = 5-6$ .

Кроме того, значение  $\lambda$  не должно быть меньше максимальной амплитуды радиальных колебаний при заданном ускоряющем напряжении на дуантах. Если напряжение составляет 100-200 кв, то  $\lambda$  должна быть не менее 4-6 см.

При таких условиях вариация  $\epsilon$ , обеспечивающая устойчивость движения, будет близкой к 5% и сравнительно легко осуществляется с помощью прямоугольных железных шимм без корректирующих токовых обмоток на внутренних поверхностях полюсных наконечников.

Ориентировочные расчеты показывают, что для ускорения ионов с отношением заряда к массе в интервале  $\frac{1}{7} \leq \xi \leq \frac{1}{3}$  требуемое напряжение на дуанте  $V_0$  составит 80 кв, т.е. значительно ниже, чем в обычном циклотроне.

## П Р И Л О Ж Е Н И Е

### Исправление медианной поверхности магнитного поля шестиметрового фазотрона

При сооружении шестиметрового фазотрона после сборки электромагнита были замечены значительные отклонения медианной поверхности магнитного поля от средней геометрической плоскости зазора, которые имели нерегулярный характер. Это было вызвано тем, что стальные крышки (полюсные наконечники) выполнены сварными, а необходимый спад магнитного поля по радиусу формировался набором кольцевых секторов, прикрепляемых к внутренним поверхностям полюсных наконечников.

Отклонение медианной поверхности поля от средней плоскости зазора ведет к тому, что в вертикальном движении ионов помимо свободных колебаний появляются и вынужденные колебания:

$$z_b = z_M + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p z_{MK} \sin(k\theta + \alpha_k)}{p - k}, \quad (28)$$

где  $Z_M = Z_M(\theta, r)$  — функция, описывающая медианную поверхность;  $Z_M, Z_{MK}$  и  $\alpha_k$  — коэффициенты и фазы разложения функции в ряд Фурье.

Необходимо было скорректировать медианную поверхность таким образом, чтобы максимальное дополнительное отклонение ионов от средней плоскости зазора, было мало по сравнению с апертурой дуанта.

Для исправления медианной поверхности магнитного поля использовались два способа [34, 53]:

- перераспределение токов в верхней и нижней катушках электромагнита;
- перераспределение железа между верхним и нижним полюсными наконечниками. Этот способ позволяет произвести локальное исправление магнитной поверхности.

Положение медианной поверхности магнитного поля в зазоре определялось по положению витка с током в магнитном поле и с помощью прямоугольной рамки с током, подвешенной на гибкой нити так, чтобы плоскость рамки была близка к вертикальной.

Если первый способ позволял определить коэффициент  $z_M$ , то вторым способом, который был выбран из-за возможности быстрой его реализации, определялась  $z$  - координата медианной поверхности на любом радиусе и азимуте с точностью не хуже  $\pm 0,5$  см.

До исправления медианной поверхности магнитного поля значение  $z_M$  достигало 7 см, а амплитуда первой гармоники  $z_{M1} = 10$  см.

После исправления наибольшее значение  $z_M$  составляло 1 см, а амплитуда первой гармоники  $z_{M1}$  не превышала 2 см.

На рис. 10 представлено положение пучка (середины) на различных радиусах, определенное по радиоавтографам облучаемых мишеней.

#### Л и т е р а т у р а

1. В.И.Векслер. ДАН СССР, **49**, 346 (1944).
2. В.И.Векслер. ДАН СССР, **44**, 393 (1944).
3. В.П.Джелепов, Б.М.Понтекорво. Атомная энергия, **3**, 413 (1957).
4. R.Keller, M.Fidecaro, M.Zarlier. CERN 57-45 (1957).
5. D.R.Hamilton and H.J.Lipkin. Rev.Sci.Instr., **22**, 783 (1951).
6. S.Suwa et. al. Nucl.Instr., **5**, 3, 189 (1959).
7. L.Thomas. Phys.Rev., **54**, 580 (1938).
8. А.А.Коломенский, В.А.Петухов, М.С.Рабинович. Новый ускоритель заряженных частиц - кольцевой фазотрон. Отчет ФИАН СССР (1953) и сб. "Некоторые вопросы теории циклических ускорителей", изд. АН СССР, Москва (1955).
9. М.С.Козодаев, А.А.Тяпкин. Отчет ИЯП АН СССР (1953).
10. D.Kerst a.c. Bull.Amer.Phys.Soc., **30**, N1 (1955).
11. В.П.Дмитриевский. О предельной энергии частиц в ускорителях типа циклотрон с пространственной вариацией магнитного поля. Отчет ОИЯИ (1955).

12. В.В.Кольга. Применение в ускорителях периодических магнитных полей специального вида. Отчет ЛЯП ОИЯИ (1956).
13. В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга. Фазовое движение в циклотроне с периодическим магнитным полем. Отчет ЛЯП ОИЯИ (1957).
14. В.И.Данилов, Н.Л.Заплатин, В.С.Рыбалко. Об одном методе расчета магнитных полей для ускорителя с пространственной вариацией магнитного поля. Отчет ЛЯП ОИЯИ (1956).
15. P.Dunn a.c. CERN Symposium, **1**, 9 (1958).
16. N.King and W.Walkinshaw. Nucl.Instr., **2**, 4 (1958).
17. Д.П.Василевская, Б.И.Замолодчиков и др. Атомная энергия, **9**, 657 (1959).
18. Д.П.Василевская, Б.И.Замолодчиков и др. Атомная энергия, **8**, 189 (1960).
19. D.Bohm and L.L.Foldy. Phys.Rev., **72**, 649 (1947).
20. L.R.Henrich a.c. Rev.Sci.Instr., **20**, 887 (1949).
21. М.Г.Мещеряков, Б.И.Замолодчиков и др. Отчет ИЯП АН СССР (1955).
22. Г.И.Будкер. Отчет АН СССР.
23. В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга. Атомная энергия, **9**, 303, 1960.
24. Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Физматгиз (1958).
25. В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга. О минимальной амплитуде ускоряющего напряжения в релятивистских циклотронах. Материалы рабочего совещания по обмену опытом и по науч.исслед. на циклотронах. Краков, 1961 год.
26. Б.И.Замолодчиков, Д.Л.Новиков, Э.А.Полферов. Об оптимальных условиях захвата в шестиметровом синхротронном циклотроне. Препринт ОИЯИ (1961).
27. R.Keller and K.H.Schmitter. CERN 58-13 (1958).
28. R.Keller. Proceedings of the Inter.Conf. on High-Energy Accelerations and Instrumentation. CERN, 187 (1959).
29. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Proceedings of Inter.Conf. on High Energy Accelerators and Instrumentations. CERN.184 (1959).

30. М.С.Рабинович. Journ. of Phys., 10, 530 (1946).
31. Р.А.Мешеров, Е.С.Миронов, Л.М.Неменов, С.Н.Рыбин, Ю.А.Холмовский. Атомная энергия, 8, 201 (1960).
32. В.В.Кольга, Частное сообщение (1960).
33. В.П.Дмитриевский, Б.И.Замолодчиков, В.В.Кольга, Циклотрон с периодическим магнитным полем для многозарядных ионов. Сб. "Ускорители", Атомиздат (1961).
34. В.И.Данилов, Б.И.Замолодчиков и др. ПТЭ, 3, 17 (1956).
35. А.В.Честной, В.С.Катышев, Б.И.Замолодчиков, А.А.Кропин. Отчет ИЯП АН СССР (1951).

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 июня 1961 года.

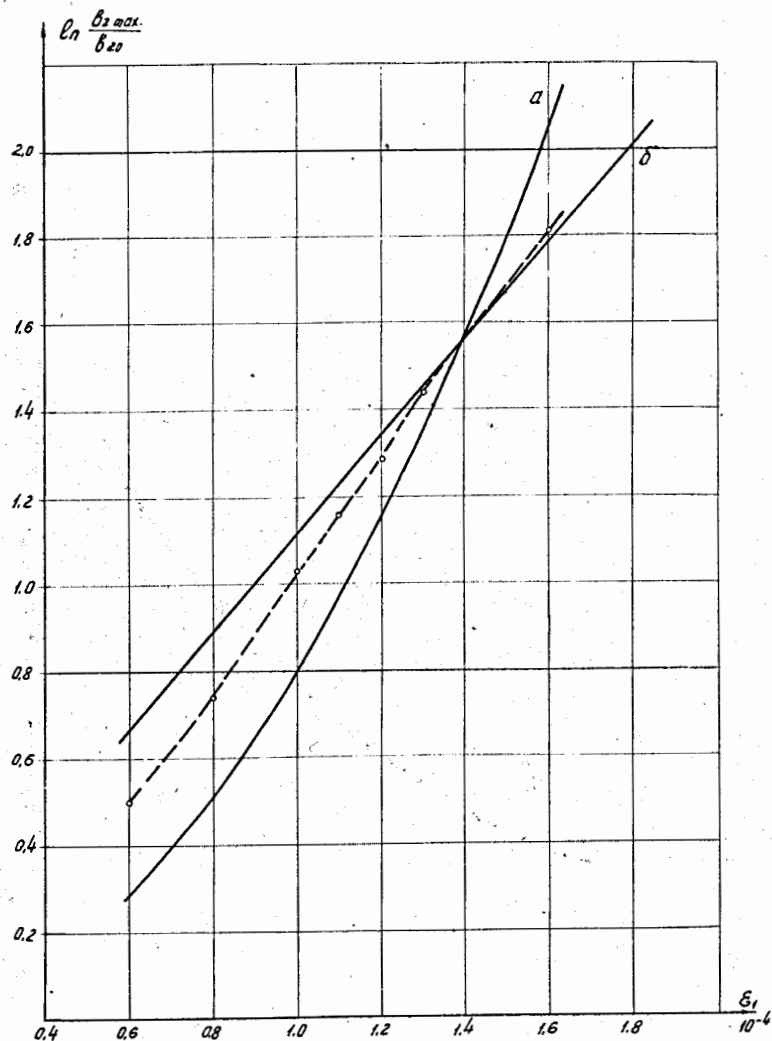


Рис. 1 Зависимость максимальной амплитуды от величины первой гармоники магнитного поля для фазотрона  $\omega = 680 \text{ мВ}$ .

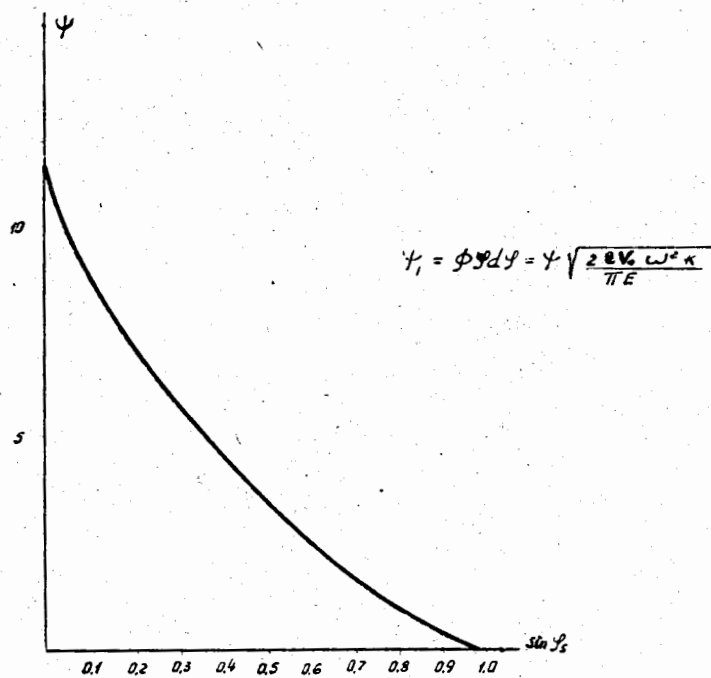


Рис. 2. Зависимость  $\psi = \phi \sqrt{\cos^2 \phi + \cos^2 \phi_s - (\pi - \phi - \phi_s) \sin \phi_s}$  от  $\sin \phi_s$

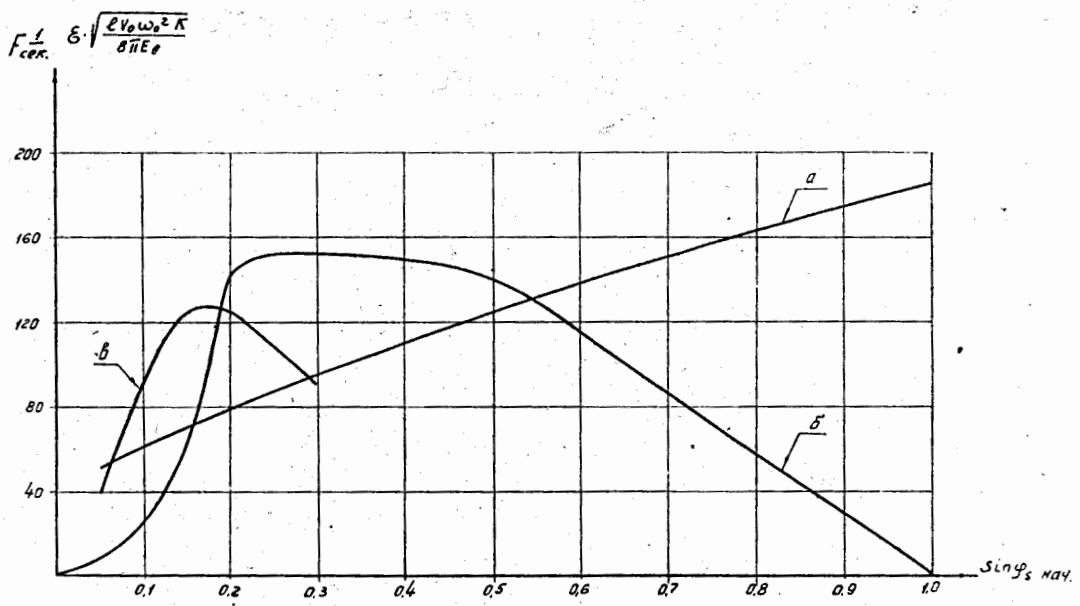


Рис. 3. Зависимость частоты модуляции  $F$  (кривая а) и эффективности захвата  $\epsilon$  (кривые б, б') от  $\sin \phi_s$  нач.



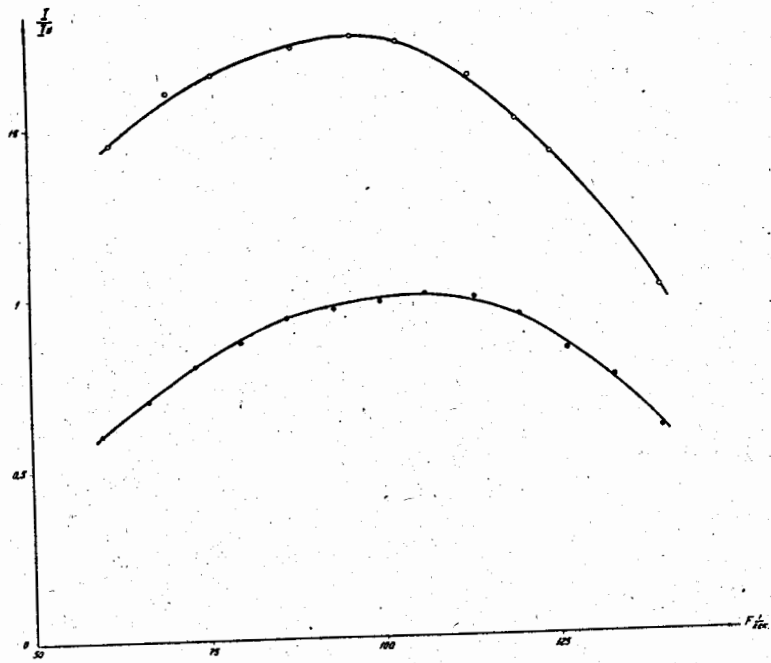


Рис. 4. Зависимость тока искренных ионов на радиусе 274.5 см. от частоты модуляции  $F$ .

- искрение с противвариантной рамкой.
- искрение без рамки.

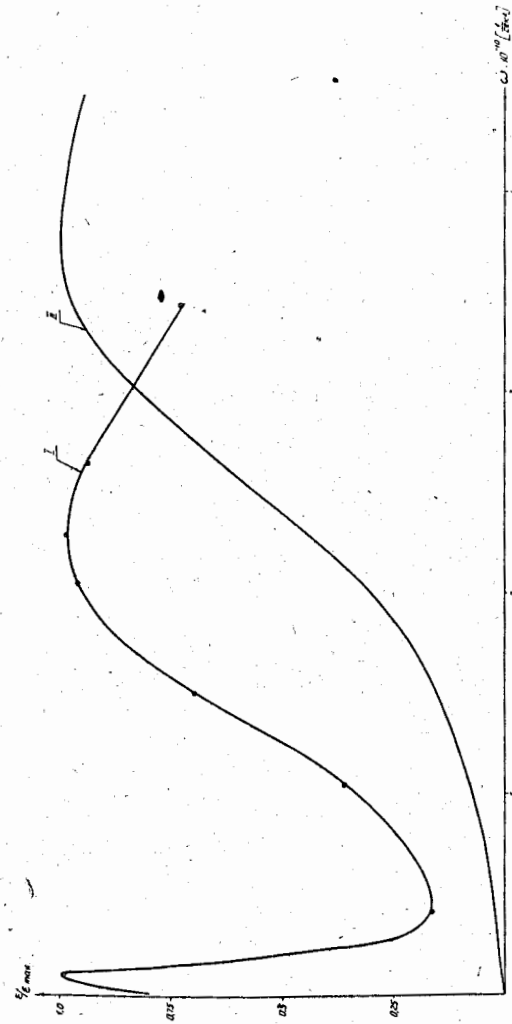


Рис. 5. Зависимость эрмитовости захвата в синхронизаторе от скорости изменения частоты (при постоянной частоте модуляции)

- $I$  - экспериментальная эрмитовость
- $I_0$  - расчетная эрмитовость

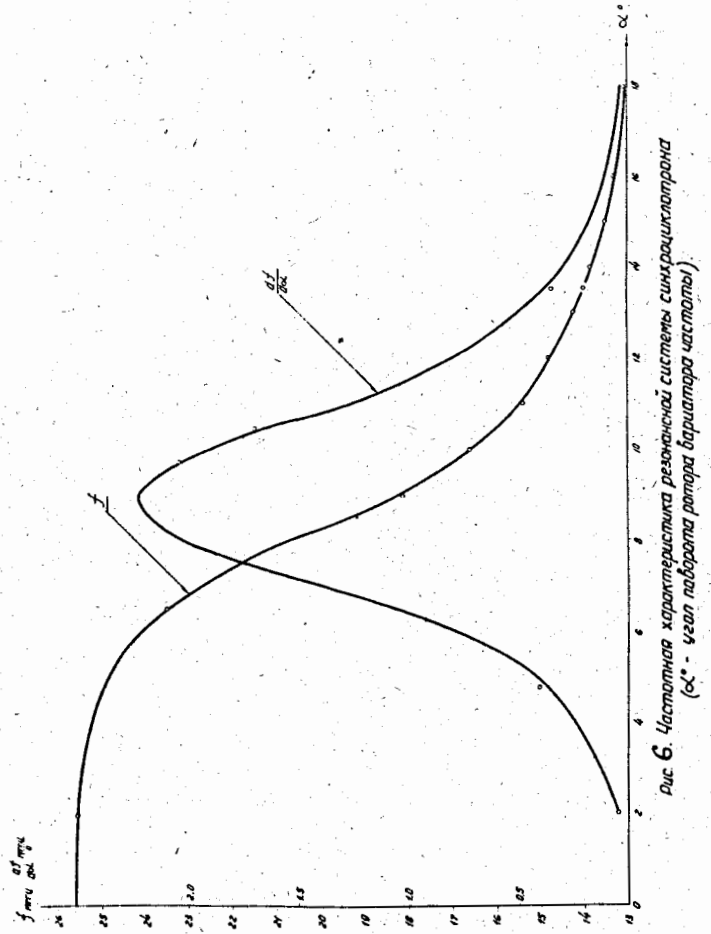


Рис. 6. Частотная характеристика резонансной системы микроциклотрона ( $\alpha^{\circ}$  - угол лаграна ротора вариатора частоты)

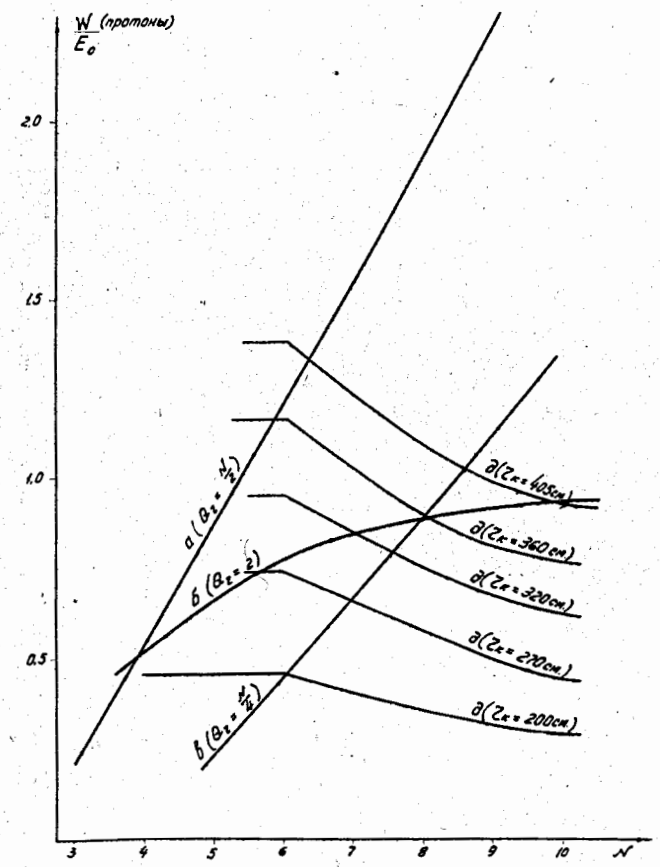


Рис. 7. Ограничения энергии в релятивистских циклотронах.

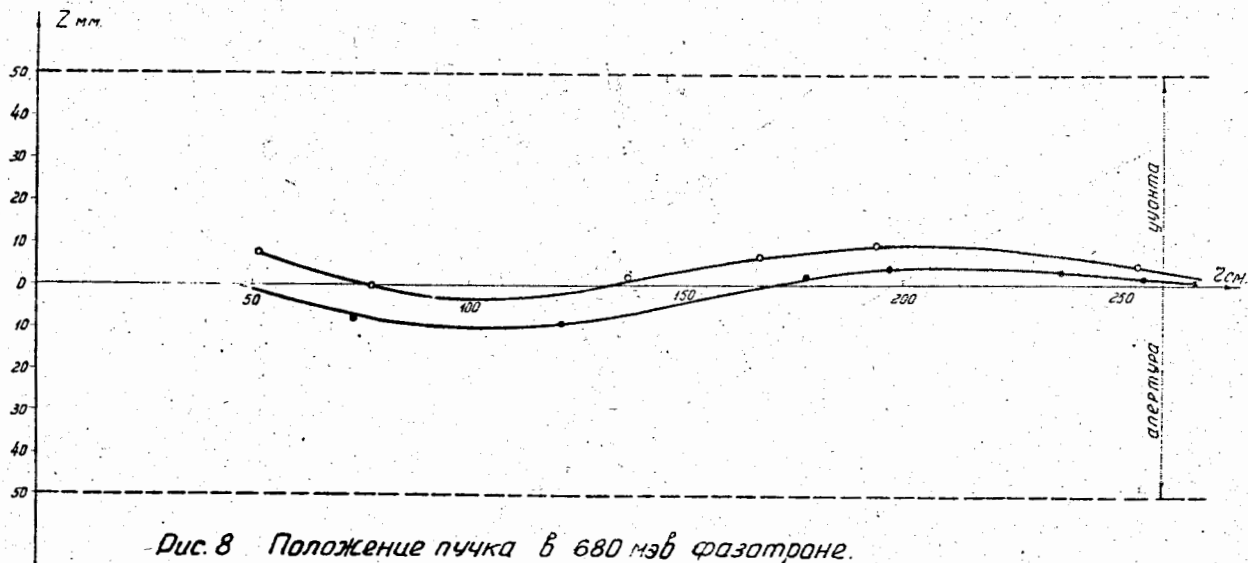


Рис. 8 Положение пучка в 680 мэв фазотроне.

—●—●— измеренное среднее положение медианной поверхности.  
 —○—○— положение пучка, определенное по радиоавтографам.