

9/10

E-924

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

12,95/2-73

6370



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.В.Ефремов, В.С.Морозов

РЕЗОНАНСНОЕ РЕЗАНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

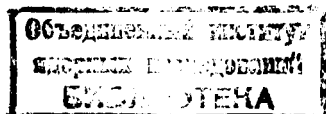
(Об одном интересном проявлении
нелинейного резонанса)

1972

А.В.Ефремов, В.С.Морозов*

РЕЗОНАНСНОЕ РЕЗАНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД
(Об одном интересном проявлении
нелинейного резонанса)

Направлено в ЖТФ



* Воркута, филиал ЛГИ им. Г.Плеханова.

1. Введение

Намечаемое Директивами XXIV съезда КПСС повышение производительности труда в горнодобывающей промышленности требует роста мощности горнопроходческих и добывающих машин с одновременным увеличением их надежности /1/. Обычным, статическим методам становится все труднее одновременно удовлетворять этим требованиям, ибо первое из них ведет к укрупнению и усложнению машины, что, в свою очередь, снижает ее надежность.

Один из наиболее перспективных методов угледобычи, например, струговой метод наряду с неоспоримыми достоинствами (простота конструкции, высокая сортность угля, малое пылеобразование и др.) обладает и существенными недостатками. Как и большинство горных пород, уголь представляет собой материал с практически полным отсутствием области пластичности. Поэтому процесс резания носит неравномерный, скачкообразный характер. Вслед за почти полной остановкой струга при врезании его в массив угля натяжение тянущей цепи возрастает, давление струга на массив увеличивается, затем происходит скол угля и скачок струга. Подобные скачки приводят зачастую к большим нарушениям технологического процесса и простоям, особенно при резании углей средней и повышенной крепости. (Такие простои достигают 40% рабочего времени струга!)

Разрешение противоречия мощности и надежности ищется на пути развития новых физико-механических методов резания, в особенности импульсных и ударных методов /2,3/, которые позволяют полнее использовать хрупкость угля, а также его слоистость и трещиноватость. К ним, в частности, относится резание вибростругами со встроенными в корпус дебалансами и предложенный одним из авторов /4/ импульсный метод с генерацией силовых импульсов самим же электродвигателем привода, который свободен от многих недостатков вибростругов (сложность конструкции и повышенные требования к прочности).

Импульсные методы характеризуются значительно большими чем статические, но кратковременными усилиями на исполнительном органе, что расширяет их возможности при разработке пород средней и повышенной твердости и позволяет за счет большей равномерности процесса резания значительно уменьшить количество скачков, приводящих к нарушениям процесса, и увеличить его эффективность.

Перспективность импульсных методов подтверждена и исследованиями поведения горных пород при импульсных нагрузках /5/.

Опыт показывает, что импульсное резание дает наибольший эффект при определенном режиме работы. В первую очередь, это относится к частоте задаваемых силовых импульсов, которая подбирается эмпирически и составляет обычно десятки герц. Разумный выбор такого режима невозможен без, хотя бы грубого, понимания механизма импульсного резания, причины его эффективности.

По поводу причины повышения эффективности импульсных методов часто бытуют мнения, совершенно не выдерживающие критики. Говорят, например, будто импульсное усилие расшатывает кристаллическую, или зернистую, структуру породы и, таким образом, облегчает ее разрушение. Несостоятельность подобного взгляда очевидна, ибо такое расшатывание требует, чтобы длина упругой волны в породе была бы сравни-

ма с размерами зерна, т.е. составляла 10^{-4} - 10^{-2} метра. Такие длины волн в среде со скоростью звука порядка 10^3 м/сек соответствуют частотам 10^5 - 10^7 герц! По этой причине неоднородность массива не может служить основной причиной эффективности импульсных методов (но имеет большее значение для ударных методов с очень коротким фронтом нарастания нагрузки). Об этом же говорит и некоторая выделенная частота (или полоса частот).

Как правило, выделенная частота свидетельствует о каком-то резонансном явлении в системе, и в настоящее время имеется немало успешных попыток использовать это явление для интенсификации процесса разрушения ^{/6-8/}. Однако до сих пор, насколько нам известно, дело сводилось к созданию резонанса в самой машине с целью увеличения амплитуды колебаний режущего органа. Импульсный же метод оказывается эффективным во многих случаях, где подобный резонанс, по-видимому, отсутствует (например, в вибростругах).

Предлагаемая здесь гипотеза объяснения этой эффективности состоит в том, что при определенных условиях в нелинейной колебательной системе "порода-режущий орган" возникает своеобразный "нелинейный резонанс" (если термин "резонанс" вообще применим к нелинейным системам) одной или группы гармоник подаваемой импульсной нагрузки, который приводит к резкому увеличению амплитуды деформаций породы и к ее разрушению.

Горная порода, несмотря на большую хрупкость, обладает упругой податливостью, характеризуемой модулями упругости (или связанной с ними скоростью звука c и плотностью ρ), и способна при деформации запасать потенциальную энергию с последующей отдачей ее массе реза m . Ясно при этом, что чем больше область контакта реза с породой, характеризуемая неким линейным размером L и формой, тем большую энергию способна она запасти. Из перечисленных выше

параметров можно составить только одну комбинацию с размерностью силы, зависящую от величины деформации x и ее скорости \dot{x} :

$$F_c(x, \dot{x}) = -\rho c^2 L^2 \phi\left(\frac{x}{L}, \frac{\dot{x}}{c}\right), \quad (1)$$

где ϕ - безразмерная функция безразмерных параметров, которая определяется геометрией области контакта и свойствами породы, причем ее разложение в ряд начинается с первых степеней: $\phi(x/L, \dot{x}/c) = \frac{x}{L} + y \frac{\dot{x}}{c} + \dots$. Отсюда возникает собственная частота

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho c^2 L}{m}} \quad (2)$$

и возможность резонанса.

Однако для породы в условиях, близких к разрушению, становятся существенными отклонения от линейного закона Гука, которые не позволяют создать простой резонанс на этой частоте, но приводят к характерным для нелинейных колебаний "явлениям срыва" (резким увеличениям и уменьшениям амплитуды) на частотах, близких (при малой нелинейности) к собственной.

Эта гипотеза нелинейного резонанса возникла как единственное, на наш взгляд, объяснение результатов экспериментального исследования импульсного метода, проведенного одним из авторов /4/ на модели струговой установки в Воркутинском филиале Ленинградского горного института в 1964-69 г.г. и изложенного в разделе 2. Детальное теоретическое рассмотрение этого явления, проведенное в разделе 3, позволило объяснить обнаруженные зависимости эффективности резания от частоты подаваемого усилия и его скважности. Наконец, раздел 4 посвящен обсуждению полученных результатов и перспективам практического применения изложенного метода.

2. Описание эксперимента и результаты

Исследования импульсного режима, первые результаты которых были опубликованы в работе /4/, проводились на макете струговой установки (рис. 1а) с однофазовым электродвигателем D мощностью $W = 66$ ватт (масса ротора 1,14 кг, диаметр - 56 мм), редуктором P (1+50) с числом оборотов на выходе 16,75. В качестве тянувшегося органа была взята цепь C с жесткостью $k_1 = 3,5 \cdot 10^3$ кг/м и массой около 0,2 кг. Один ее конец соединялся со стальной лентой (жесткость $k_2 = 5,9 \cdot 10^4$ кг/м) с наклеенным на нее тензодатчиком, которая при работе наматывалась на выходной вал редуктора ($\phi = 44$ мм). Второй конец цепи был прикреплен к суппорту C с резцом, длина лезвия которого равнялась 1 см. Их общая масса составляла $m = 8,9$ кг. Объектом резания O служили кирпичи гипса с модулем Юнга $E \approx 44 \cdot 10^3$ кг/см², коэффициентом Пуассона $\mu \approx 0,22$ и пределом прочности на разрыв $\bar{\sigma} \approx 21$ кг/см². Чистая сила резания (величина максимумов за вычетом трения) составляла приблизительно 38 кг.

Силовые импульсы генерировались разрывом цепи питания электродвигателя с помощью прерывателя P . Резание велось на частотах $f = 0,5, 8, 10, 15$ и 20 гц со скважностью импульсов $a = 1/8, 1/4, 1/3$ и $1/2$. Усилия на тянущей цепи в каждом случае регистрировались тензомером и записывались на шлейфовом осциллографе Н-700 с полосой пропускания $0 - 700$ гц.

Опыты показали, что несмотря на некоторое снижение скорости резания в импульсном режиме по сравнению со статическим (связанное, очевидно, с уменьшением средней мощности двигателя из-за перерыва в питании) плавность процесса в определенной (зависящей от скважности) полосе частот значительно возрастала, т.е. количество резких скачков значительно снижалось.

Самое замечательное, что увеличение плавности сопровождается "раздроблением" подаваемого силового импульса на высокочастотные колебания (порядка 200 гц) с большой амплитудой, достигающей примерно половины максимального усиления в статическом режиме (без импульсов). Поэтому осциллограмма такого процесса имеет вид "частотокола", либо сплошного, либо с перерывами. Примеры такого "частотокола" даны на рис. 2,3. Чем реже "частотокол", тем больше характер резания приближается к статическому (см. рис. 4,5). Поэтому плавность, или "эффективность", резания можно, по-видимому, характеризовать средней долей пиков высокочастотного колебания, величина которых сравнима с величиной среднего усиления, т.е. величиной $\bar{r} = \frac{n}{200}$, где n - число таких пиков в секунду, а 200 - максимальное их число. Экспериментальные данные по средней доле пиков в зависимости от подаваемой частоты (точнее, от безразмерного параметра $p = \frac{200}{f}$) при разных значениях скважности представлены на рис. 6. Экспериментальные ошибки на этих графиках - статистические.

Из этих графиков видно, что

а) "эффективность" резания имеет максимум при некоторой средней частоте и приближается к статической как с увеличением, так и с уменьшением частоты;

б) величина максимума эффективности зависит от скважности a , достигая наибольшего значения в районе $a \approx 1/4 + 1/3$;

в) положение максимума эффективности перемещается в зависимости от a , причем в районе $a \approx 1/4 + 1/3$ максимум оказывается в области наименьших p (наибольших частот).

Какова же причина высокочастотных импульсов и указанных выше закономерностей? Характер высокочастотных колебаний (особенно на рис. 7) весьма напоминает колебания линейной диссипирующей системы под влиянием импульсной нагрузки, передний фронт которой значитель-

но короче периода собственных колебаний системы. Даже пиковая амплитуда их близка к удвоенной статической. Однако этот механизм не объясняет наблюдаемого пропадаания "частотокола" с увеличением и особенно с уменьшением колебаний, а также зависимости от скважности. Ведь передний фронт при этом не может претерпевать столь резких изменений.

Подобная зависимость и столь большая амплитуда высокочастотных колебаний может быть связана с резонансом на подходящей собственной частоте системы. Однако явная зависимость максимума кривых на рис. 6 от скважности и довольно большая ширина пика отвергают в качестве объяснения простой резонанс высших гармоник силового импульса на какой-либо из высших собственных частот привода. Действительно, амплитуды высших гармоник силового импульса (который приближенно можно считать прямоугольным) падают как $1/p$, где p - номер гармоники. Для того, чтобы эта гармоника, попав в резонанс с некой собственной частотой, была бы сравнима с главной гармоникой, необходимо, чтобы

$$\left\{ p \left[1 - \left(\frac{p\nu}{\omega} \right)^2 \right] \right\} \approx 1,$$

где ω - циклическая частота "частотокола", а ν - подаваемого импульса. Отсюда сразу следует, что даже небольшое изменение частоты $\Delta\nu \approx \frac{1}{2p} \nu$ должно выводить гармонику из резонанса. Как видно из рис. 6, речь идет о резонансе 12-ой-20-ой гармоник, т.е. $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 2+5\%$, так что такой резонанс неспособен объяснить довольно широкой области частот появления "частотокола". Уже минимальная неоднородность в жесткости гипса расстроила бы его. (На самом деле, требование к расстройке $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ оказывается еще жестче из-за ослабления высших гармоник мягкими и массивными элементами привода, в особенности мягкой цепью и большой приведенной массой ротора двигателя (около

2300 кг). Это приводит к дополнительному коэффициенту $(\frac{\omega'}{\nu})^2$ для главной и $(\frac{\omega'}{p\nu})^2$ для p -той гармоник и требованию $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx \frac{1}{2p^3}$. Зависимость положения максимумов на рис. 6 от скважности исключает также связь "частотокола" с резонансом на низших частотах привода. Действительно, все упругие элементы привода работают в области деформаций, далеких от разрушения, т.е. на прямолинейном участке гуконской кривой, поэтому собственные частоты для них не могут зависеть от формы импульсов вынуждающей силы.

Столь своеобразная картина указывает на присутствие в нашей системе какой-то "нелинейной пружины". Такой "пружиной" может быть только сам объект резания, т.е. в нашем случае кирпич гипса. Только здесь деформации близки или равны разрушающим, и поэтому отклонения от линейного закона Гука становятся весьма существенными. Вторая возможная причина нелинейности - это стохастическая сила сопротивления породы при резании (см., например, /7/), которая имеет характер пилообразной кривой. Характерный пример такого рода силы дает снятая на нашей модели осциллограмма резания в статическом режиме (рис. 8). Эксперименты, однако, показывают, что такая стохастическая сила сама по себе также не может быть причиной образования "частотокола", ибо последний появляется даже тогда, когда резание отсутствует. (В качестве примера см. осциллограмму на рис. 7). Таким образом, остается единственная гипотеза для объяснения этого необычного явления: резонанс высших гармоник вынуждающей силы на нелинейной пружине, каковой является горная порода (гипс) в условиях, близких к разрушению.

В пользу этой гипотезы говорит и частота частотокола, равная примерно 200 гц. Действительно, согласно формуле (2) собственная частота системы "гипс-резец" составляет примерно 360 гц (если в качестве c взять скорость распространения продольных волн, а в ка-

честве L -длину резца), что соответствует жесткости гипса

$$k = \rho c^2 L = E \frac{(1-\mu)L}{(1+\mu)(1-2\mu)} \approx 50 \cdot 10^3, \quad (3)$$

Конечно, классическая теория упругости позволяет точнее определить величину L , однако это уточнение бессмысленно, ибо гораздо большие изменения, как мы увидим ниже, вносятся отклонением от закона Гука которое, во-первых, приводит эффективно к "размыванию" резонансной частоты в целую полосу частот шириной Δ' , пропорциональной квадрату амплитуды резонирующей высшей гармоники, т.е. $\approx \nu^2$ (для чисто прямоугольных импульсов); во-вторых, - к сдвигу этой полосы в сторону меньших частот и, в-третьих, - к осцилляциям этой полосы с частотой ν и с амплитудой A , пропорциональной амплитуде первой гармоники, т.е. $\frac{1}{\nu^2}$, причем выход на резонансный режим происходит только в случае, когда высшая гармоника пересекает правую границу полосы.

Наша гипотеза состоит в том, что эффективность импульсного метода связана с возможностью попадания высших гармоник в резонансную полосу. Ясно, что при больших ν , когда $A \ll \Delta'$, вероятность какой-либо высшей гармоники оказаться у правой границы полосы на расстоянии, меньшем чем A (и, таким образом, попасть в резонансную полосу), пропорциональна A и обратно пропорциональна расстоянию между гармониками ν , т.е. $A/\nu \approx 1/\nu^3$. При малых же частотах, когда $\Delta' \ll A$, эта вероятность будет пропорциональна $\Delta'/\nu \approx \nu$. Таким образом, вероятность, а следовательно, и эффективность растет при малых импульсах и падает при больших. Более точному рассмотрению этого механизма посвящен следующий раздел.

3. Модель нелинейного резонанса

Заменим нашу модель простой кинематической схемой (рис. 16), которая описывается системой

$$M \ddot{x}_1 = -k_1 (x_1 - x) + F(t), \quad (4)$$

$$m \ddot{x} = k_1 (x_1 - x) - F_c(x, \dot{x}),$$

где M - приведенная к тянущему шкиву масса ротора электродвигателя (≈ 2300 кг), m - масса "струга", k_1 - жесткость цепи, $F(t)$ - вынуждающая сила, а F_c - сопротивление гипса.

Представление о характере нелинейности силы $F_c(x, \dot{x})$ можно получить из анализа последнего пика графика резания на рис. 8, где по оси ординат отложены силы, а по оси абсцисс - время, которое мы будем считать пропорциональным величине деформации. Для этого перепишем формулу (1) в виде

$$F_c(x, \dot{x}) = -k x \phi\left(\frac{x}{\bar{x}}, \frac{\dot{x}}{c}\right),$$

где \bar{x} - деформация разрушения. Тогда простая обработка этого пика дает (см. рис. 9)

$$\frac{kx - F_c}{k\bar{x}} = 0,3 \left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^5.$$

Что же касается оценки величины коэффициента перед членом с первой производной в разложении $F_c(x, \dot{x})$, который мы будем вводить для эффективного учета поглощения энергии, то из соображений размерности он равен kL/c . Более точных сведений об этом члене у нас нет. Таким образом, получается следующее выражение для силы:

$$F_c(x, \dot{x}) = kx \left[\left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^5 - e \left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^5 + \frac{\Gamma}{\omega} \left(\frac{\dot{x}}{\bar{x}}\right) \right]; \quad (5)$$

$$e = 0,3; \quad \Gamma \approx \omega L/c.$$

Исследование системы (4) упрощается тем, что $k \gg k_1$. Это позволяет приближенно расщепить ее на два уравнения: колебание массы M на закрепленной пружине k_1 под действием силы $F(t)$,

$$M \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + F(t), \quad (6)$$

и колебание массы m на "нелинейной пружине" k под действием силы $k_1 x_1(t)$,

$$m \ddot{x} = -F_e(x, x) + k_1 x_1. \quad (7)$$

Из всех гармоник $F(t)$ мы будем учитывать только нулевую, первую и те из высших гармоник p , частоты которых $p\nu$ близки к частоте "чостокола" (200 гц). Следует заметить, что хотя сила $F(t)$ и создается чисто прямоугольными импульсами напряжения на зажимах электродвигателя, с частотой ν и скважностью a , форма их искажается сначала электромагнитными характеристиками мотора (индуктивностью, емкостью и т.п.), а затем редуктором. Эти искажения, по-видимому, мало повлияют на амплитуду и первой гармоники, но могут изменить высшие. Таким образом, будем считать, что

$$F(t) = F \left(\beta + \frac{2\phi_1}{\pi} \sin \beta\pi \cos \nu t + \dots + \frac{2\phi_p}{\pi} \frac{\sin \pi\beta p}{p} \cos p\nu t + \dots \right),$$

где $\beta = 1 - a$, а ϕ_1 и ϕ_p учитывают искажение прямоугольной формы импульсов.

Решение уравнения (6) с такой вынужденной силой дает при $\nu \gg \omega'$ (для нашей модели $\omega'/2\pi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{M}} \approx 0,7$, а $f = \nu/2\pi \approx 5 + 20$ гц)

$$k x_1 = F \left[\beta - \frac{2\phi_1}{\pi} \left(\frac{\omega'}{p\nu} \right)^2 p^2 \sin \beta \pi \cos \nu t \right] - F \frac{2}{\pi} \left(\frac{\omega'}{p\nu} \right)^2 \times$$

$$\times \left[\frac{\phi_p \sin \pi \beta p}{p} \cos p \nu t \right] - \dots = F (\chi_{\text{нер}} + \chi_{\text{рез}}). \quad (8)$$

Переходя к исследованию решения уравнения (7) с нелинейным сопротивлением (5) и вынуждающей силой (8), введем безразмерную деформацию $\xi = \frac{x}{\bar{x}} = y + C$, которую мы подразделяем на нерезонансную часть C , определяемую уравнением

$$\ddot{C} + \omega^2 C = -\Gamma \omega \dot{C} + \omega^2 \kappa \chi_{\text{нер}}(t), \quad (9)$$

и резонансную часть y , определяемую уравнением

$$\ddot{y} + \omega^2 y + \Gamma \omega \dot{y} = e \omega (y + C)^5 + \omega^2 \kappa \chi_{\text{рез}},$$

где

$$\kappa = F/k\bar{x}.$$

Не вдаваясь в подробности приближенного решения этого уравнения, которое достаточно хорошо известно (см., например, прекрасную монографию /11/), заметим, что первое приближение приводит к установившимся колебаниям гармонического вида,

$$y = a \cos(p\nu t + \theta),$$

с амплитудно-частотной характеристикой

$$a^2 = E^2 \left\{ \left[1 - e \left(\frac{5}{16} a^4 + \frac{15}{4} a^2 C(t) + \frac{5}{2} C^4(t) \right) - \left(\frac{p\nu}{\omega} \right)^2 \right]^2 + \Gamma^2 \right\}^{-1}, \quad (10)$$

$$E = \frac{2\phi_p \kappa}{\pi} \left(\frac{\omega'}{p\nu} \right) \frac{\sin \pi \beta p}{p} = \frac{D\phi_p}{p}, \quad (11)$$

а $C(t)$ – медленно меняющаяся на протяжении периода $\frac{2\pi}{p\nu}$ функция, определяемая уравнением (9). В приближении $\omega \gg \nu$ можно считать, что

$$C(t) \approx \kappa \chi_{\text{нер}}(t) \approx \kappa \beta - b \phi_1 p^2 \cos \nu t, \quad (12)$$

$$b = \frac{2\kappa}{\pi} \left(\frac{\omega'}{p\nu}\right)^2 \sin \pi \beta.$$

В дальнейшем мы будем пренебрегать слагаемым $\frac{5}{16} a^4$ по сравнению с остальными ввиду малости коэффициента и того, что $a < 1$. (Напомним, $|y + C| = 1$ означает разрушение породы).

На рис. 10 изображен примерный вид зависимости a от $z = 1 - (\frac{p\nu}{\omega})^2$. В чем состоят ее основные отличия от линейной резонансной характеристики (пунктирная кривая $e = 0$)?

Во-первых, постоянная часть нерезонансной силы смещает ее влево (уменьшение жесткости), но поскольку, кроме постоянного члена, $C(t)$ содержит и медленно осциллирующую часть, то наряду с постоянным сдвигом вся кривая САВ медленно перемещается то вправо, то влево.

Во-вторых, нелинейность приводит к наклону осевой линии резонансной кривой и связанным с ним явлениям срыва в точке В при движении САВ вправо и в точке А – при движении ее влево. При этом происходит либо резкое возрастание, либо резкое уменьшение амплитуды вынужденных колебаний. Малость Γ позволяет из уравнения (10) найти без труда, что координаты точек А, В, С равны:

$$a_1^2 = \left(\frac{2D\phi_p}{15eC^2p}\right)^{2/3}; \quad a_1'^2 = 4a_1; \quad a_2^2 = \left(\frac{D\phi_p}{\Gamma p}\right)^2; \quad (13)$$

$$z_1 = \frac{5}{2} e C^4 + \frac{3}{2} \left(\frac{15}{2} e C^2 \frac{D^2 \phi_p^2}{p^2}\right)^{1/3}; \quad z_2 = \frac{5}{2} e C^4 + \frac{15}{4} e C^2 \frac{D^2 \phi_p^2}{\Gamma^2 p^2}. \quad (14)$$

Следовательно, "ширина" резонанса в главном приближении

$$\Delta' = z_2 - z_1 = \frac{15}{4} e C^2 \frac{\bar{D}^2 \phi_p^2}{\Gamma^2 p^2} . \quad (15)$$

При каких же условиях какая-либо из высших гармоник может попасть на резонансный участок СА? Ясно, что если она (т.е. соответствующее z) оказалась правее и ближе к z_1 , чем размах осцилляций резонансной кривой (т.е. $20e C^3 b \phi_1 p^2$, так как осцилляции точки В из-за второго слагаемого формулы (14) малы по сравнению с движением всей кривой как целого, из-за осцилляций члена $5/2e C^4(t)$), то при движении вправо произойдет срыв с точки В, а при возврате амплитуда этой гармоники попадает на резонансный участок СА.

Рассмотрим теперь, какую долю времени полного цикла осцилляций кривой САВ какая-либо из высших гармоник будет находиться в резонансной области. (Эта доля времени, очевидно, равна средней доле пиков высокочастотного колебания.) Будем считать, что ближайшая гармоника может с равной вероятностью оказаться на любом расстоянии от точки срыва z_1 (рис. 10), от -1 до $-1 + \delta$, где δ - расстояние между высшими гармониками, $2/p$, нормированное на амплитуду осцилляций резонансной кривой, т.е.

$$\delta = \frac{g_a}{5e C^3 b \phi_1 p^2} . \quad (16)$$

(Некоторые из высших гармоник оказываются подавлены малым $\sin \pi \beta p$, так что, даже находясь в резонансе, не могут дать большой амплитуды. Учет только "сильных" гармоник, с $\sin \pi \beta p \approx 1$, означает увеличение эффективного расстояния δ , которое призван учесть множитель g_a). Таким образом, вероятность того, что высшая гармоника окажется

в интервале dz , на расстоянии z будет $\frac{dz}{\delta}$. Если $|z| > 1$ (при $\delta > 2$) то гармоника не попадает в резонансную область (время пребывания в резонансной области равно нулю). Если же $|z| \leq 1$, то при движении кривой влево она обязательно попадает в резонансную область в момент когда $\cos \nu t_1 = z$, и "срывается" в точке А в момент, когда $\cos \nu t_2 = z + \Delta$, если $z + \Delta < 1$, либо просто выходит из резонансной области в моменты $\cos \nu t = z$ при обратном движении, если $z + \Delta > 1$, где Δ — нормированная на амплитуду осцилляций ширина резонансной области (15), т.е.

$$\Delta = \frac{3 D^2 \phi_p^2}{8 C b \Gamma^2 \phi_p^4} \quad (17)$$

Относительное время пребывания в резонансной области в этом случае будет

$$\tau(z) = \nu \frac{t_2 - t_1}{2\pi} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} (\arccos z - \arccos(z + \Delta)) & \text{при } z + \Delta < 1, \\ \frac{1}{\pi} \arccos z & \text{при } z + \Delta > 1. \end{cases}$$

Усредняя теперь по всем возможным значениям z от -1 до $-1 + \delta$, получим, что при $\delta \geq 2$ среднее относительное время будет

$$\bar{\tau} = \int_{-1}^{-1+\delta} \tau(z) \frac{dz}{\delta} = \begin{cases} \frac{1}{\pi \delta} \int_{-1}^1 \arccos z \, dz = \frac{1}{\delta} & \text{при } \Delta > 2, \delta \geq 2, \\ \frac{1}{2\pi \delta} \left(\int_{-1}^{1-\Delta} + 2 \int_{-1+\Delta}^1 \right) \arccos z \, dz = \frac{\Delta}{2\delta} & \text{при } \Delta < 2, \delta \geq 2. \end{cases}$$

При $\delta < 2$ в резонансную область за один период осцилляций могут попасть несколько высших гармоник, однако если в каждый момент в резонансной области находится только одна гармоника, т.е. если $\Delta < \delta$, то их общее среднее эффективное время останется прежним. Действительно, например,

$$\bar{\tau} = \frac{1}{2\pi\delta} \left[\left(\int_{-1}^{-1+\delta} - \int_{-1+\delta}^{-1+\delta+\Delta} \right) + \left(\int_{-1+\delta}^{-1+\delta+\Delta} - \int_{-1+\delta+\Delta}^{-1+2\delta} \right) + \dots + \left(\int_{-1+(\pi-1)\delta}^{-1+\Delta+(\pi-1)\delta} - \int_{-1+\Delta+(\pi-1)\delta}^{-1+\Delta} \right) \right] \times \quad (19)$$

$$\times \arccos z \, dz = \frac{1}{2\pi\delta} \left(\int_{-1}^{-1+\delta} - \int_{-1+\delta}^{-1+\Delta} + \int_{-1+\Delta}^{-1-\Delta} \right) \arccos z \, dz = \frac{\Delta}{2\delta}$$

Наиболее сложен случай, когда в резонансной области какое-то время могут одновременно находиться две или более гармоник, т.е. когда $\delta < 2$ и $\Delta > \delta$. Здесь необходимо специально позаботиться, чтобы не учесть этот период "перекрытия" дважды, ибо интерференция двух соседних высших гармоник дает колебания с их усредненной частотой, но с переменной амплитудой ("биение").

Пусть какая-то гармоника с равной вероятностью находится где-то на расстоянии от 1 до $1 + \delta$ левее центра осцилляций правой границы резонансной области z_2 . Тогда она, во-первых, не сможет срываться в точке А и, во-вторых, будет входить в резонансную область раньше других гармоник с большими номерами (меньшие z) и выходить раньше их. Поэтому именно она будет определять среднее эффективное время всех этих гармоник:

$$\bar{\tau}' = \frac{1}{\pi\delta} \int_{1-\Delta}^{1-\Delta+\delta} \arccos z \, dz$$

Остальные попадающие в резонансную область гармоники (с большими z) будут срываться в точке А при каждом цикле осцилляций, причем перекрытие их фактически уменьшает ширину резонансной области до величины δ . Среднее эффективное время их равно

$$\bar{\tau}'' = \frac{1}{2\pi\delta} \left(\int_{-1}^{-1+\delta} - \int_{1-\Delta}^{1-\Delta+\delta} \right) \arccos z \, dz$$

Таким образом, при $2 > \Delta > \delta$

$$\bar{r} = \bar{r}' + \bar{r}'' = \frac{1}{2\pi\delta} \left[\pi\delta + 2(1-\delta) \arcsin \sqrt{\frac{\delta}{2}} + 2(1-\Delta + \delta) \arcsin \sqrt{\frac{\Delta - \delta}{2}} - \right. \\ \left. - 2(1-\Delta) \arcsin \sqrt{\frac{\Delta}{2}} + \sqrt{\Delta(2-\Delta)} - \sqrt{(\Delta-\delta)(2-\Delta+\delta)} - \sqrt{\delta(2-\delta)} \right] \quad (20)$$

Наконец, при $\Delta > 2 > \delta$ не будет срываться ни одна из гармоник и

$$\bar{r} = \frac{1}{\pi\delta} \int_{-1}^{-1+\delta} \arccos z \, dz = \frac{1}{\pi\delta} \left[\pi\delta + 2(1-\delta) \arcsin \sqrt{\frac{\delta}{2}} - \sqrt{\delta(2-\delta)} \right] \quad (21)$$

Общий характер поведения $\bar{r}(p)$ таков: при достаточно малых p , когда $\delta > 2$ и $\Delta > 2$ (см. (18)),

$$\bar{r}(p) = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{2} \left(\frac{p}{p_1} \right)^3; \quad p_1 = \sqrt[3]{\frac{g_a}{10 e C^3 \phi_1 b}}, \quad (22)$$

т.е. растет пропорционально третьей степени. При достаточно больших p , когда $\Delta < \min(\delta, 2)$,

$$\bar{r}(p) = \frac{\Delta}{2\delta} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_2}{p} \right); \quad p_2 = \frac{15}{8} \frac{e D^2 C^2 \phi_p}{g_a \Gamma^2}, \quad (23)$$

т.е. для импульсов, близких к прямоугольным (ϕ_p слабо зависит от p), падает как первая степень. При средних значениях p обе кривые встречаются либо при $\bar{r} < 1/2$, и тогда точка встречи определяет максимальное значение \bar{r}_{\max} , либо встреча происходит при $\bar{r} > 1/2$, и тогда после пересечения линии $\bar{r} = 1/2$ кривые (22), (23) переходят соответственно в кривые (21), (20).

Рассмотрим теперь характер зависимости максимума от скважности (точнее, от $\beta = 1 - \alpha$). Встреча кривых (22) и (23) (а следовательно, и максимальное значение $\bar{r}(p)$ при $\bar{r} < 1/2$) происходит в точке

$p_3 = \sqrt[4]{p_1^3 p_2}$ при $\bar{\tau}_{max} = p_2 / p_3$. Пренебрегая множителем g_a (22), (23), мы видим, что $p_1 = (\beta^3 \sin \pi \beta)^{-1/3}$, а $p_2 = \beta^2$, т.е.

$$p_3 = (\beta \sin \pi \beta)^{-1/4}, \quad \bar{\tau}_{max} = (\beta^9 \sin \pi \beta)^{1/4}.$$

Таким образом, при слишком малых ($\beta \approx 1$) и слишком больших ($\beta \approx 0$) скважностях $\bar{\tau}_{max}$ стремится к нулю и уходит в область больших p . Своего наибольшего значения $\bar{\tau}_{max}$ достигает в районе $\alpha \approx 1/6$. (Чтобы указать это значение более точно, необходимо знание g_a).

4. Сравнение с опытом и обсуждение

Прежде всего заметим, что описанный вначале эксперимент вообще не предназначался для проверки резонансной модели, поэтому о многих параметрах, необходимых для вычислений, приходилось либо догадываться, либо брать их из самого эксперимента.

Как видно из рис. 6, характерная для импульсного метода зависимость эффективности от частоты и скважности подаваемого усилия (ее уменьшение с возрастанием и убыванием частоты и скважности) качественно правильно описывается изложенной в предыдущем разделе гипотезой нелинейного резонанса. Более того, подходящим подбором параметров p_1 и p_2 ($p_1 = 17; 12,5; 16; 16,5$, а $p_2 = 8; 19; 22; 16$ для скважностей $\alpha = 1/2; 1/3; 1/4; 1/8$ соответственно) можно добиться даже неплохого количественного описания экспериментальных данных, особенно в области больших скважностей ($1/2$ и $1/3$). Для малых скважностей наблюдается некоторое отклонение от теоретических кривых. Однако если при малых p отклонение, по-видимому, можно объяснить статистической флуктуацией (оно не превышает тройной статической ошибки и несистематично), то в области больших p (за пиком) оно явно носит систематический характер и систематически уменьшается с ростом скважности. Причина этих отклонений связана, по всей веро-

ятности, с искажением прямоугольной формы подаваемых силовых импульсов, т.е. с зависимостью ϕ_p от p и a .

Приведенные выше значения $p_1(a)$ и $p_2(a)$ (кроме $p_1(1/4)$, которое оказывается в 1,3 - 1,5 раз больше теоретического) согласуются с формулами (22) и (23), причем входящие в них b и D определяются формулами (11), (12), $C \approx \kappa \beta$, $\frac{1}{2\pi} \omega' \approx 0,7$, для резонирующей гармоники $\frac{1}{2\pi} p \nu \approx 200$ (эту частоту мы видим на осциллограммах, но порядок ее дают расчеты в начале раздела 3), $\kappa \approx 3,3$, $\Gamma/\phi \approx 10^{-5}$, а $\beta_a = 2; 3/2; 4/2,5; 8/2,8$ для скважностей 1/2, 1/3, 1/4 и 1/8 соответственно. Максимальная амплитуда при этом оказывается равной: $\sqrt{a_2} \approx 3/p$, т.е. размах $2a_2 \approx 0,6$ при $p \approx 10$, что также согласуется с приведенными осциллограммами.

Впрочем, количественной стороне дела не следует придавать слишком большого значения. Согласие просто показывает, что нелинейный резонанс вполне способен объяснить как сущность эффективности импульсного метода резания, так и его закономерности. Расхождения же призывают к дальнейшей теоретической разработке и, главное, к более детальной экспериментальной проверке этого механизма. Он может послужить основой нового метода резания горных пород, а развитая в предыдущем разделе теория - основой проектирования и разумного выбора параметров новых горнодобывающих и проходческих машин, буровых установок и экскаваторов и других устройств, работающих в контакте с хрупкой горной породой. (Например, в устройствах, основанных на этом принципе, могут оказаться весьма полезными собственные частоты, близкие к резонансной, которые вызывают увеличение амплитуды высших гармоник, ибо от них существенно зависит величина максимума эффективности ($\approx \phi_p^{3/2}$)).

В заключение отметим, что основой проекта "шахты будущего" является импульсный струг. Использование резонансного режима в таких стругах могло бы повысить их эффективность и возможности, особенно при разработке углей повышенной крепости. В этой связи особого внимания заслуживает предложенный одним из авторов метод генерации импульсов разрывом цепи основного двигателя ^{14/}. Опыты, проведенные на двигателях средней мощности (5-8 квт) разных типов, показали, что возникающие при этом силовые импульсы оказываются достаточно большими, чтобы создать интенсивный резонанс, а вызывавшее опасение перегревание двигателя при работе в таком режиме для скважностей порядка 1/4-1/8 оказалось весьма незначительным. Проверка этого метода в условиях, более близких к естественным, позволила бы, например, почти без переоборудования перевести на резонансный режим уже существующие струговые установки, что значительно ускорило бы и удешевило создание подобных "шахт будущего".

Литература

1. А.В.Докукин. Качество, надежность и долговечность угольного оборудования при эксплуатации. Изд. ИГД им. А.А. Скорчинского, М., 1965.
2. Л.И. Барон, Ю.Г. Коняшин. Научные основы рациональных режимов. Изд. ИГД им. А.А. Скорчинского, М., 1966.
3. А.В. Докукин. Научные основы создания проходческих комбайнов. Изд. ИГД им. А.А. Скорчинского, М., 1967.
4. В.С. Морозов. Использование механических вибраций для повышения режущих качеств угольных стругов. Комиздат, 1969.
5. Исследование прочности горных пород. Изд. ИГД им. А.А. Скорчинского, М., 1970.
6. В. Брукс, Л. Рендерсон, Ф. Шелл. Новые методы бурения, IV Международный нефтяной конгресс, т. III, М., Гостоптехиздат, 1956.

7. В.О. Мальченко, И.А. Уткин. Звуковые вибраторы для бурения, Л., Изд-во "Недра", 1969.
8. Н.А.Киклевич, А.А. Краснопольский, К.Н. Харлаткин, А.П. Манакин. Интенсификация шарошечного бурения наложением колебаний на усилие подачи. Изд. "Донбасс", Донецк, 1970.
9. А.В. Докукин, Ю.Д. Красников, З.Я. Хургин. Аналитические основы динамики выемочных машин. Изд. "Наука", Москва, 1966.
10. В.Д. Купрадзе. Методы потенциала в теории упругости. Физматгиз, Москва, 1963.
11. Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, Москва, 1958.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 апреля 1972 года.

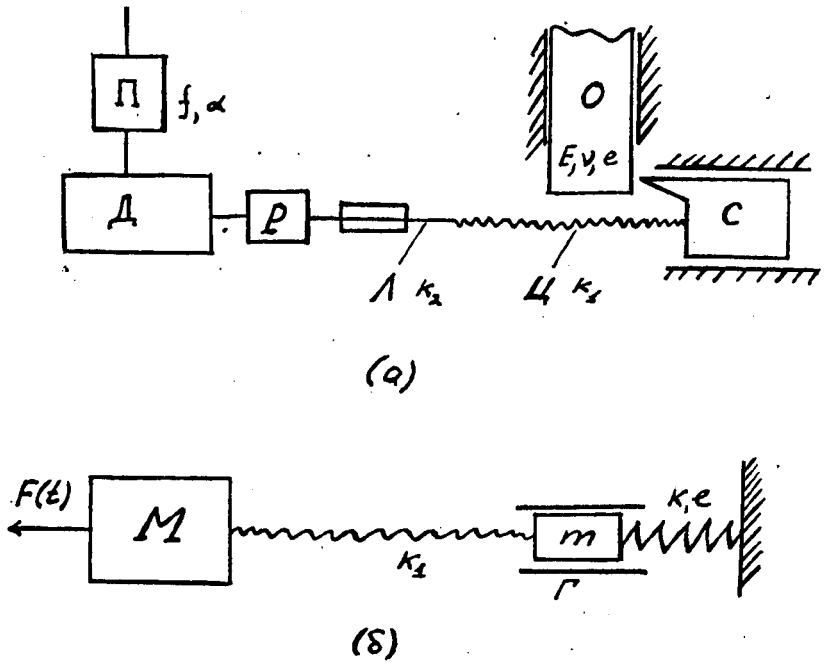
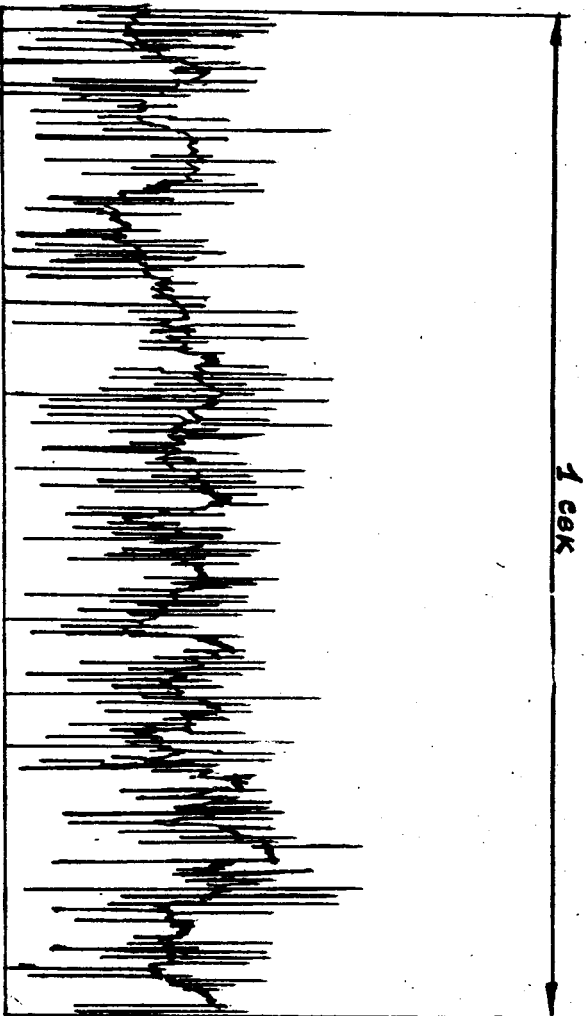
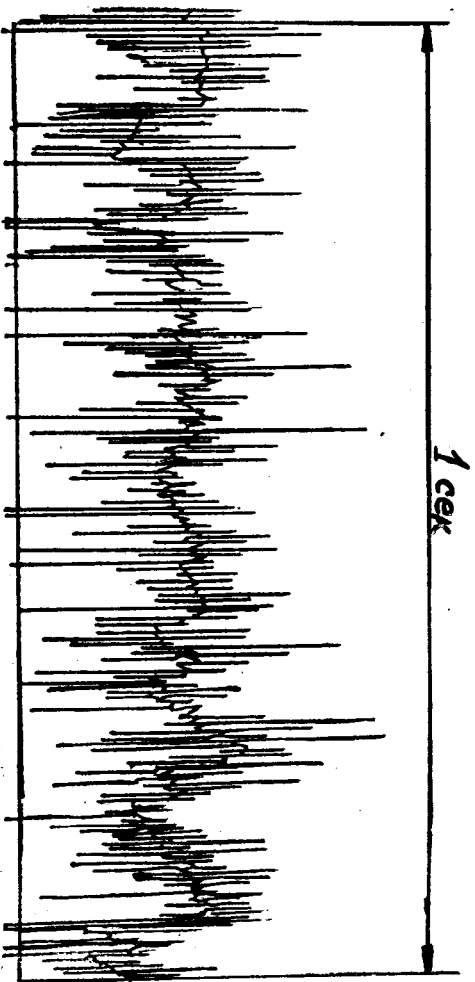


Рис. 1



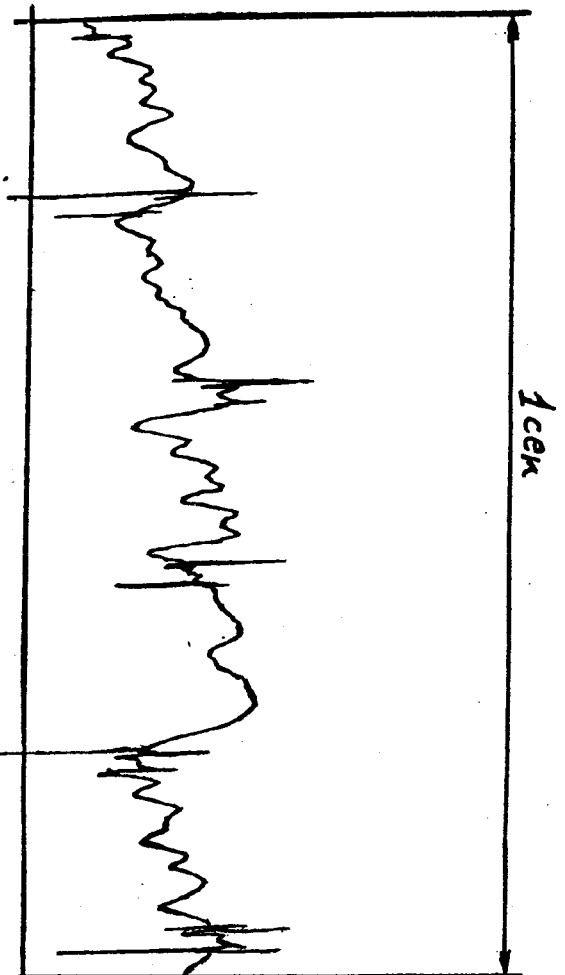
$$(f = 5, \alpha = 1/3)$$

Рис. 2



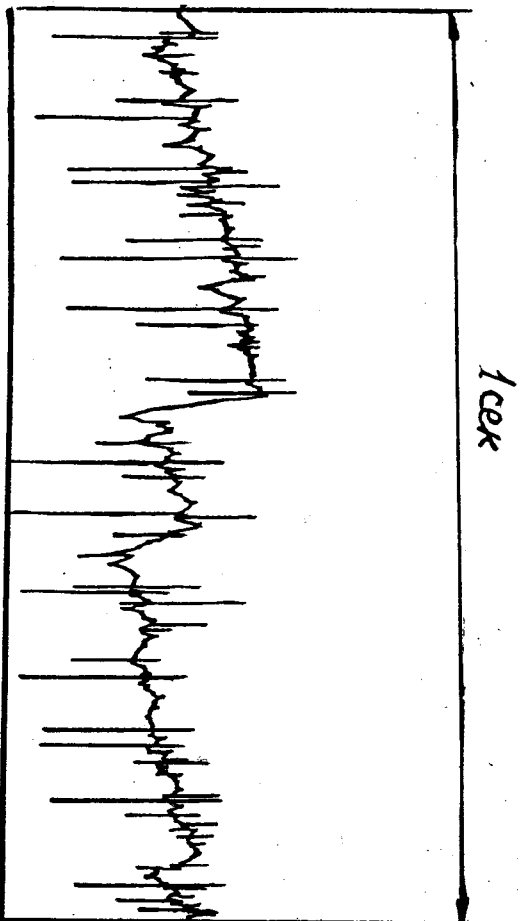
$$(f = 10, \alpha = 1/4)$$

Рис. 3



$$(f = 5, \alpha = 1/8)$$

Рис. 4



$$(f = 10, \alpha = 1/3)$$

Рис. 5

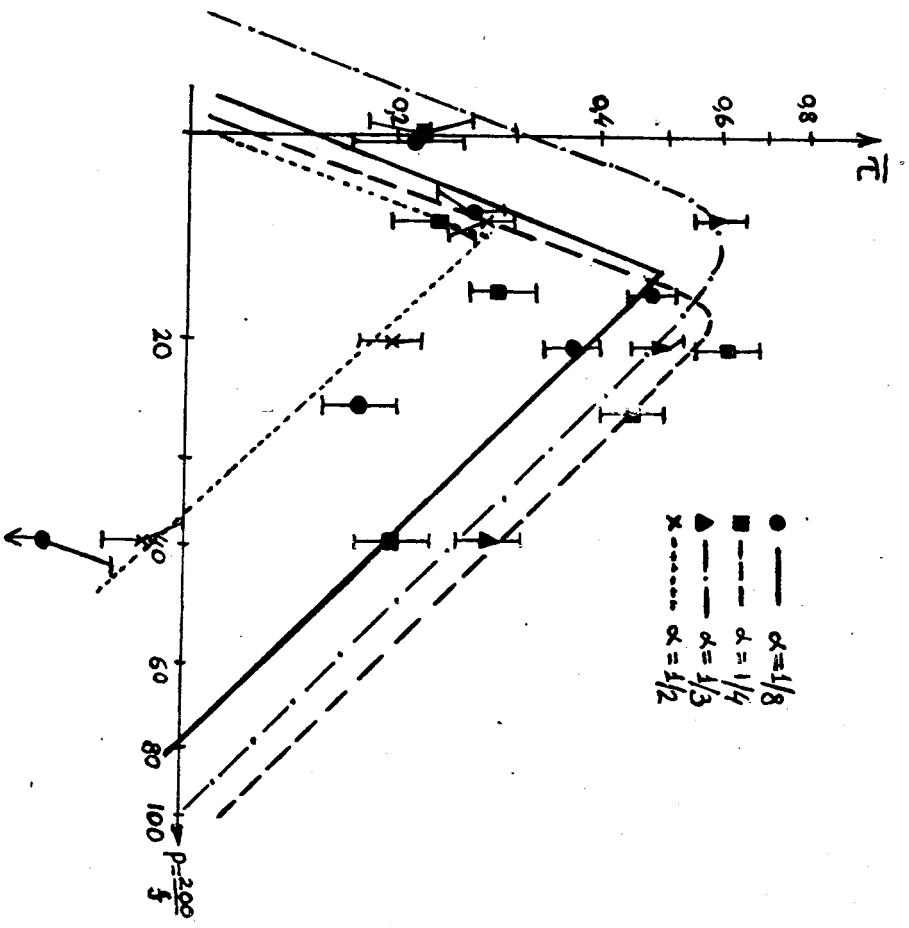
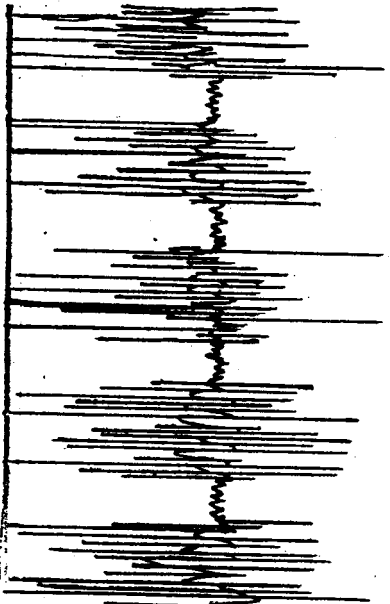


FIG. 6



$$(f = 10, \alpha = \frac{1}{3})$$

Рис. 7

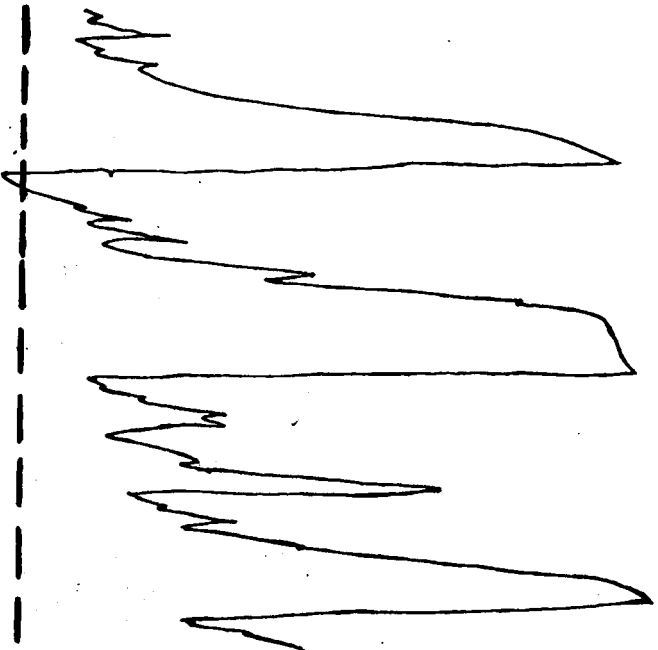


Рис. 8

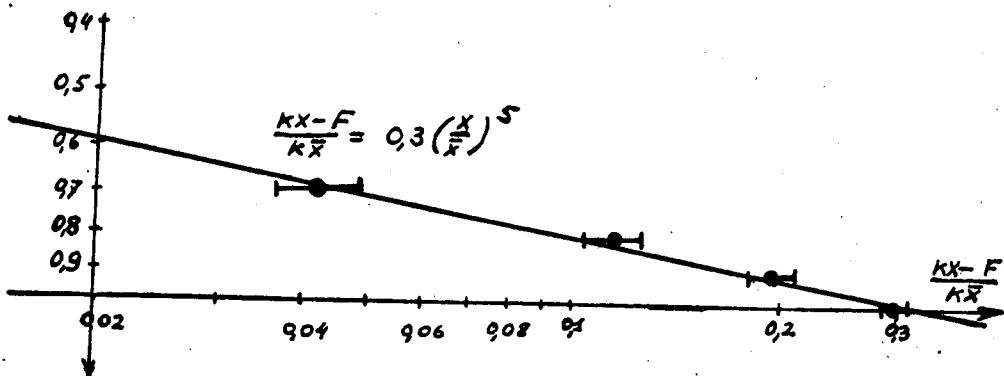


Рис. 9.

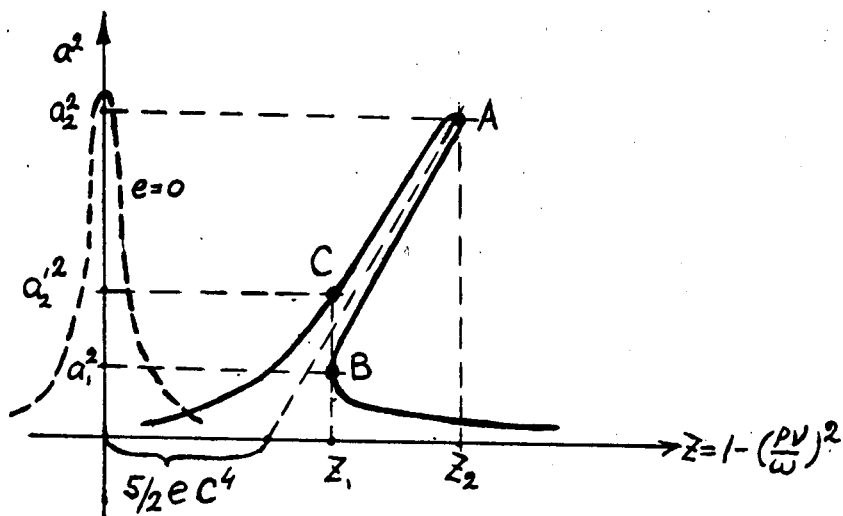


Рис. 10