ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В.П.Дмитриевский, В.В.Кольга, Фан Шоу-сянь

623

ФАЗОВОЕ ДВИЖЕНИЕ В ИЗОХРОННОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Дубна 1960 год

В.П.Дмитриевский, В.В. Кольга, Фан Шоу-сянь

623

ФАЗОВОЕ ДВИЖЕНИЕ В ИЗОХРОННОМ ЦИКЛОТРОНЕ

1. В в е д е н и е

В циклотроне с пространственной вариацией магнитного поля закон изменения средней напряженности магнитного поля вдоль радиуса выбирается из условия постоянства периода обращения частиц на замкнутых орбитах[1/,2/,3/], т.е.

$$\bar{H}(\mathcal{L}) = \bar{H}(\beta) = \frac{H_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad , \qquad /1/$$

где $\bar{H}(\mathcal{L}) = \frac{1}{\mathcal{L}}\int_0^{\mathcal{L}} H(s)\,ds$, $\mathcal{L}$ – длина замкнутой орбиты, $\beta = \frac{v}{c}$.

Реальное магнитное поле будет отклоняться от заданного закона /1/. Так как период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi E}{ec\,\bar{H}(\mathcal{L})} \quad , \qquad /2/$$

то отклонение магнитного поля будет вызывать смещение фазы ускоряющего поля в момент прохождения частицей ускоряющего промежутка. Так как в изохронном циклотроне отсутствует фазовая устойчивость, допуск на резонансное магнитное поле, а также допуск на непостоянство частоты ускоряющего напряжения при большом числе оборотов частицы оказывается весьма жестким.

В настоящей работе рассматривается влияние этих отклонений на фазовое движение частицы.

2. Основные соотношения

Фаза ускоряющего поля в момент прохождения частицы через ускоряющий промежуток определяется соотношением

$$\varphi_\nu = \frac{2\pi t_\nu}{T_0} - 2\pi\nu , \qquad /3/$$

где T_0 - период ускоряющего поля; t_ν - момент прохождения частицей ускоряющей щели; ν - число оборотов.

Из соотношения /3/ можно найти изменение фазы за оборот,

$$\frac{d\varphi_\nu}{d\nu} = 2\pi \frac{\Delta T}{T_0} . \qquad /4/$$

Связь $\frac{\Delta T}{T_0}$ с приращениями магнитного поля и энергии при условии $T = T_0$ определяется из выражения /2/:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta E(\mathcal{L})}{E(\mathcal{L})} - \frac{\Delta \overline{H}(\mathcal{L})}{\overline{H}(\mathcal{L})} . \qquad /5/$$

Если магнитное поле $\overline{H}(\mathcal{L})$ изменяется точно по закону /1/, то $\frac{\Delta T}{T_0} = 0$. При наличии отклонения магнитного поля $\Delta\overline{H}(\mathcal{L})$ на замкнутой орбите $\mathcal{L}$, частицы, движущиеся по этой орбите $\mathcal{L}$, будут иметь энергию $E(\mathcal{L})+\Delta E(\mathcal{L})$, а не $E(\mathcal{L})$, поэтому период будет отличаться от резонансного на величину

$$\frac{\Delta T}{T_0} = -(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}} \frac{\Delta \overline{H}(\mathcal{L})}{\overline{H}(\mathcal{L})} = -\left(\frac{E_0}{E}\right)^3 \frac{\Delta \overline{H}(E)}{H_0} , \qquad /6/$$

где E - полная энергия частицы.

Из /6/ следует, что в релятивистском случае допустимы большие отклонения $\Delta\overline{H}(\mathcal{L})$ от резонансного магнитного поля. Этот эффект связан с тем, что при неизменных формах замкнутых орбит $\mathcal{L}$ изменение в периоде обращения, обусловленное увеличением энергии, становится соизмеримым с изменением, вызванным магнитным полем. Подстановка /6/ в /4/ приводит к следующему соотношению:

$$\frac{d\varphi}{dE} \cdot \frac{dE}{d\nu} = -2\pi \left(\frac{E_0}{E}\right)^3 \frac{\Delta \overline{H}(E)}{H_0} . \qquad /7/$$

После интегрирования получится выражение

$$eV_0(\sin\varphi_K - \sin\varphi_0) = -\frac{\pi E_0}{H_0}\int_{E_H}^{E_K} \frac{\Delta\overline{H(E)}}{\left(\frac{E}{E_0}\right)^3}\, d\left(\frac{E}{E_0}\right), \qquad /8/$$

где $2eV_0$ - максимальная энергия, получаемая частицей за оборот, φ_0, φ_K - начальная и конечная фазы частицы относительно максимума напряженности электрического поля, E_H, E_K - начальная и конечная полная энергия частицы. Ошибки в законе $\Delta\overline{H(\mathcal{L})}$ распределены по замкнутым орбитам случайно. Необходимо найти допуск на магнитное поле и соответствующее ускоряющее напряжение при наиболее опасном распределении ошибок. Рассмотрим в качестве такого распределения следующее:

$$\Delta\overline{H(\mathcal{L})} = +\Delta\overline{H} \qquad 0 < \beta < \frac{1}{\sqrt{2}}\beta_K,$$

$$\Delta\overline{H(\mathcal{L})} = -\Delta\overline{H} \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\beta_K < \beta < \beta_K,$$

здесь под $\Delta\overline{H}$ можно понимать среднеквадратичное значение случайных отклонений. Интегрируя /8/, получаем следующий результат:

$$eV_0 = \frac{\pi E_0 \cdot \left|\frac{\Delta\overline{H}}{H_0}\right|}{4(\sin\varphi_K - \sin\varphi_0)}\left[1 - \left(\frac{E_0}{E_K}\right)^2\right]. \qquad /9/$$

Полагая $\sin\varphi_0 = -\sin\varphi_K$, можно преобразовать /9/ к виду

$$eV_0 = \frac{\pi E_0 \left|\frac{\Delta\overline{H}}{H_0}\right|}{8\sin\varphi_K}\beta_K^2. \qquad /10/$$

Точность стабилизации во времени магнитного поля легко получить из /8/, если принять, что $\langle\Delta\overline{H}\rangle_{CT}$ постоянна за все время ускорения. Интегрировать в этом случае необходимо от 0 до E_K.

$$eV_0 = \frac{\pi E_0 \left\langle\frac{\Delta\overline{H}}{H_0}\right\rangle_{CT}}{2(\sin\varphi_{K2} - \sin\varphi_{02})}\left[1 - \left(\frac{E_0}{E_K}\right)^2\right]. \qquad /11/$$

Точность стабилизации во времени частоты можно получить из /4/

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{ст} = \frac{eV_0(\sin\varphi_{к1} - \sin\varphi_{01})}{2\pi(E_к - E_0)} . \qquad /12/$$

Из выражений /10/, /11/ и /12/ следует, что для релятивистского циклотрона / $\beta_к \approx 1$ / допуск на точность шиммирования и стабилизации магнитного поля имеет порядок 10^{-4}, а точность стабилизации частоты 10^{-5}.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 октября 1960 года.

Литература

1. Д.П.Василевская, А.А.Глазов, В.И.Данилов и др. "Циклотрон с пространственной вариацией напряженности магнитного поля". Препринт ОИЯИ /1959/.
2. Heyn F.A. and Khoe Kong Tat "Design and Performance of a 12 MeV Isochronous Cyclotron", Proceeding of an Informal Conference Sea Island, Georgia, February 2-4, 1959.
3. Dunn P.D. and others. " Accelerator studies at A.E.R.E. Harwell" CERN Symposium. 1956.