

18
3-63 2.3
0



Л.П. Зиновьев, А.Б. Кузнецов, Н.Б. Рубин, В.П. Саранцев

519

ФИЗИЧЕСКИЕ ОБОСНОВАНИЯ
ПРОТОННОГО ЛИНЕЙНОГО
УСКОРИТЕЛЯ -ИНЖЕКТОРА
СИНХРОФАЗОТРОНА

Дубна 1960 год

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

519

Л.П. Зиновьев, А.Б. Кузнецов, Н.Б. Рубин, В.П. Саранцев

637/10 мр.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ
ПРОТОННОГО ЛИНЕЙНОГО
УСКОРИТЕЛЯ-ИНЖЕКТОРА
СИНХРОФАЗОТРОНА

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

**L.P. Zinoviev, N.B. Rubin, A.D. Kuznetsov
and V.P. Sarantzev**

О г л а в л е н и е

	Стр.
§ 1. Введение	5
§ 2. Теория движения частиц в линейном ускорителе со стоячей волной	6
§ 3. Измерения и расчет "фактора времени пролета"	20
§ 4. Расчет системы дрейфовых трубок	32
§ 5. Некоторые замечания о радиальном движении частиц	37
§ 6. Энергетический спектр	38
§ 7. О точностях и возможных искажениях	46
§ 8. Эффективность ускорителя	48
Литература	49

§ 1. Введение

Настоящая работа была проделана в целях расчета линейного ускорителя протонов на 8-9 Мэв, который предполагается использовать в качестве второго независимого инжектора синхрофазотрона Объединенного института ядерных исследований. Основные требования, которыми авторы руководствовались при расчете - это создание ускорителя с минимальным разбросом по энергиям ускоренных частиц и достаточно надежного в работе. Эти требования и определяли выбор основных параметров ускорителя.

Одним из таких параметров является частота ускоряющего напряжения, которая определяет габаритные размеры резонатора и, соответственно, материальные затраты. Исходя из имеющихся в наличии мощных генераторных ламп и учитывая необходимость выбора более высокой частоты ускоряющего поля, мы остановились на частоте примерно в 150 Мгц. В связи с тем, что существующий в настоящее время линейный ускоритель-инжектор синхрофазотрона ОИЯИ рассчитан на частоту 143,5 мгц /соответственно длина волны в свободном пространстве $\lambda = 209 \text{ см}$ /, то эта же частота была принята и для нового ускорителя.

Отношение величины ускоряющего зазора к периоду ускоряющей системы взято, как и в большинстве линейных ускорителей, равным $\alpha = \frac{1}{4}$.

Из соображений электрической прочности зазоров между дрейфовыми трубками средняя амплитудная напряженность электрического поля E_0 выбрана в районе 18-19 кв/см. Большая напряженность поля, как показал опыт эксплуатации существующего ускорителя, иногда вызывает пробой между трубками и обуславливает тем самым сокращение времени работы синхрофазотрона. Меньшая напряженность не выгодна из экономических соображений, так как ведет к увеличению размеров установки при одной и той же конечной энергии.

Конструкция дрейфовых трубок была взята в основном той же, что и в существующем линейном ускорителе. Они выполняются в виде цилиндров с диаметром 60 мм и закрыты с торцов флянцами диаметром $2\delta = 76$ мм. Диаметр диафрагм был выбран $2\alpha = 20$ мм. Для обеспечения радиальной фокусировки применены четырехэлементные сетки /см. в дальнейшем рис. 4А. Обоснование параметров дрейфовых трубок дается в § 3.

Энергия инжекции W_0 была взята равной 570 кв, так как в наличии имеется источник соответствующего напряжения.

В § 4 на основании теории, развитой в §2, и экспериментально определенного "фактора времени пролета" u /§ 3/ дается расчет системы дрейфовых трубок. В результате расчета оказалось, что с точки зрения минимального энергетического разброса и требуемой выходной энергии число ускоряющих периодов M должно равняться 32 /на них при определенных условиях укладывается полтора периода малых фазовых колебаний/, полная длина резонатора $L = 583$ см, средняя напряженность поля $E_0 = 18,3$ кв/см и синхронная фаза $\phi_s = -19^\circ$.

В § 6 проведено детальное исследование спектра частиц на выходе из линейного ускорителя и показано, что при расчетных параметрах $\sim 50\%$ ускоренных частиц будут иметь энергетический разброс не более $\pm 0,1\%$.

§ 7 посвящен вопросу допусков и разбору возможных искажений в рассчитанной картине движения частиц.

При выполнении указанных в § 7 допусков уширение спектра в результате неустойчивости, а также за счет радиальных колебаний будет, по-видимому, не более чем в два раза.

§ 2. Теория движения частиц в линейном ускорителе со стоячей волной

Исходная геометрия линейного ускорителя со стоячей волной показана на рис. 1. Как видно из рисунка, границы, разделяющие периоды системы, проходят через середины дрейфовых трубок.

Такая же геометрия принята при расчете линейного ускорителя в работе [1]. Примем, как и в указанной работе, что координата z , направленная вдоль оси линейного ускорителя, отсчитывается в каждом периоде от, так называемого, "электрического центра" соответствующего зазора. Этот центр в каждом зазоре определяется условием:

$$\int_{L_n} E_z(z) \sin \frac{2\pi z}{L_n} dz = 0, \quad (2.1)$$

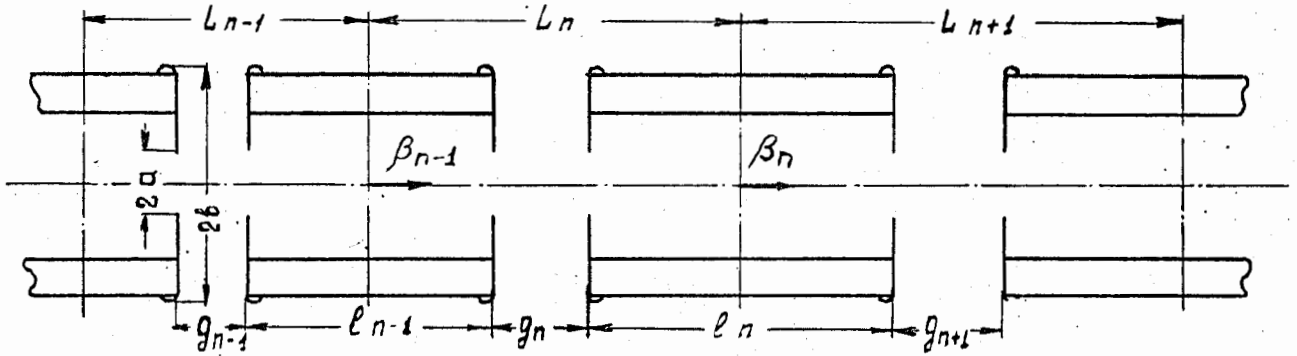


Рис. 1. Основная геометрия линейного ускорителя.

где $\mathcal{E}_z(z)$ - продольная компонента электрического поля в некоторый фиксированный момент времени x' . Для зазора, в котором поле симметрично относительно его середины, "электрический центр" совпадает с геометрическим.

Прирост кинетической энергии равновесной частицы $\Delta W_{n,s}$ при прохождении n -го периода определяется выражением :

$$\Delta W_{n,s} = W_{n,s} - W_{n-1,s} = e \int_{L_n} \mathcal{E}_z^A(z) \cos(\omega \int_0^z \frac{dz}{V_{n,s}(\xi)} + \phi_s) dz \quad /2.2/$$

Здесь $\omega = 2\pi f$, V - текущая скорость частицы, ϕ - фаза электрического поля в момент прохождения частицей "электрического центра" зазора. Индексом "S" отмечаются все параметры равновесной частицы. Индекс "A" при $\mathcal{E}_z(z)$ означает, что берется амплитудное значение напряженности электрического поля. Поскольку при выбранной энергии инжекции скорость частицы в зазорах меняется мало /это мы увидим в дальнейшем из таблицы/ и приблизительно линейно, то при рассмотрении равновесного движения с достаточной степенью точности можно принять, что каждый данный период частицы проходят с постоянной средней скоростью /см. [1] /.

x' Принятое здесь и в дальнейшем обозначение интеграла \int_{L_n} означает, что он берется по периоду L_n в направлении хода пучка.

$$\bar{v}_{n,s} = \frac{v_{n-1,s} + v_{n,s}}{2}, \quad /2.3/$$

где $v_{n,s}$ - скорость частицы на выходе из n -го периода /см.рис. 1/. Тогда, вводя $\beta = \frac{v}{c}$, условие синхронизма можно записать в виде:

$$L_n = \lambda \bar{\beta}_{n,s} = \lambda \frac{\beta_{n-1,s} + \beta_{n,s}}{2}. \quad /2.4/$$

Это условие дает возможность определить периоды системы, но недостаточно для нахождения длин дрейфовых трубок. Очевидно, что в качестве дополнительного условия следует взять:

$$\frac{\ell_{n-1}}{\ell_n} = \frac{\beta_{n-1,s}}{\beta_{n,s}}. \quad /2.5/$$

Принимая во внимание, что

$$g_n = \alpha L_n, \quad /2.6/$$

где для нашего случая $\alpha = \frac{1}{4}$, и

$$\frac{\ell_{n-1}}{2} + g_n + \frac{\ell_n}{2} = L_n, \quad /2.7/$$

из /2,4/ и /2,5/, получаем

$$\ell_n = \lambda \beta_{n,s} (1 - \alpha). \quad /2.8/$$

Вернемся теперь к формуле /2.2/. Имея в виду, что $v_{n,s} = v_{n,s}$, и принимая во внимание соотношение $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ и /2.4/, получаем $\omega \int_0^z \frac{d\xi}{v_{n,s}(\xi)} = \frac{2\pi z}{L_n}$. Подставляя последнее соотношение в /2.2/ и используя /2.1/, получаем:

$$\Delta W_{n,s} = e \xi_0 y_n L_n \cos \phi_s, \quad /2.9/$$

где средняя амплитудная напряженность электрического поля ξ_0 определяется выражением

$$\xi_0 = \frac{1}{L_n} \int_{L_n} \xi_z^A(z) dz \quad /2.10/$$

и считается независимой от номера периода /поэтому индекс "n" при ϵ_0 опущен/. Параметр y_n , входящий в /2.9/ и называемый "фактором времени пролета" [1], определяется следующим образом:

$$y_n = \frac{\int_{L_n} \epsilon_z(z) \cos \frac{2\pi z}{L_n} dz}{\int_{L_n} \epsilon_z(z) dz} \quad /2.11/$$

Следует отметить, что для вычисления y_n по формуле /2.11/ в заданном периоде при заданном распределении поля необходимо знать положение "электрического центра". Для отыскания его положения введем координату x , отсчитываемую в каждом периоде от произвольно заданной точки, например, от центра зазора, и положим

$$z = x - \frac{L_n}{2\pi} \chi_n, \quad /2.12/$$

где χ_n - неизвестная величина, которую надо определить. Подставляя /2.12/ в /2.1/, получаем:

$$S_n \cos \chi_n - C_n \sin \chi_n = 0, \quad /2.13/$$

где

$$S_n = \frac{\int_{L_n} \epsilon_x(x) \sin \frac{2\pi x}{L_n} dx}{\int_{L_n} \epsilon_x(x) dx}, \quad C_n = \frac{\int_{L_n} \epsilon_x(x) \cos \frac{2\pi x}{L_n} dx}{\int_{L_n} \epsilon_x(x) dx} \quad /2.14/$$

Из /2.13/ следует, что

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{S_n}{C_n} \quad /2.15/$$

Поскольку точка отсчета для x задана, то нетрудно найти при известном поле коэффициенты S_n и C_n , затем найти χ_n ; подставить в /2.12/ и найти ту точку в электрическом поле, где $z=0$, а затем вычислить y_n по формуле /2.11/. Однако, практически удобнее выразить y_n непосред-

ственно через координату x . Производя замену переменных /2.12/ в выражении /2.11/ и используя /2.15/ и /2.14/ получаем

$$y = \frac{\sqrt{\left(\int_{L_n} \delta_x(x) \sin \frac{2\pi x}{L_n} dx\right)^2 + \left(\int_{L_n} \delta_x(x) \cos \frac{2\pi x}{L_n} dx\right)^2}}{\int_{L_n} (x) dx} \quad /2.16/$$

Как видно, y_n есть половина отношения первой гармоники поля при разложении его на периоде L_n к среднему значению поля на этом периоде. Естественно поэтому, что ни числитель, ни знаменатель в /2.16/, а, следовательно, и y_n не зависят от выбора начала отсчета координаты x в пределах данного периода. Формулы /2.4/ и /2.9/, описывающие движение равновесных частиц в линейном ускорителе, позволяют в принципе при известной зависимости $y(L)$ и при учете /2.8/ полностью рассчитать ускоряющую систему и параметры равновесной частицы в процессе ее ускорения. Но величина y , как видно из /2.16/, зависит не только от L , но и от распределения поля. Это поле обычно измеряют экспериментально, однако, представляет интерес заменить хотя бы приближенно зависимость y от конфигурации поля в зазоре аналитической зависимостью от определяющей это поле конфигурации самого зазора^{х/}. Для этого, считая поле статическим воспользуемся уравнением Лапласа. Применительно к цилиндрически-симметричному полю оно будет иметь вид:

$$\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0 \quad /2.17/$$

Рассмотрим вначале случай, когда диафрагмы на обоих концах дрейфовых трубок открыты – сеток нет. Будем считать, что плоскость $x=0$ совпадает с началом периода, т.е. с центром левой /по ходу пучка/ дрейфовой трубки. Напряженность электрического поля внутри дрейфовых трубок на границах периода, очевидно, равна нулю, т.е.

^{х/} При этом, имея в виду возможное радиальное движение частиц, мы будем интересоваться распределением электрического поля и величиной y из /2.16/ не только на оси ускорителя, но и при $z \neq 0$.

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad /2.18/$$

а разность потенциалов между дрейфовыми трубками равна $-\bar{U}$, т.е.

$$U \Big|_{\substack{b > z > a \\ x = \frac{L_{n-1}}{2} + g_n}} - U \Big|_{\substack{b > z > a \\ x = \frac{L_{n-1}}{2}}} = -\bar{U}, \quad /2.19/$$

где a - радиус отверстия в диафрагме, b - радиус дрейфовой трубки.

Будем искать решение данной задачи в виде

$$U = X(x)R(z). \quad /2.20/$$

Тогда из уравнения /2.17/ получим два уравнения второго порядка: одно - относительно X и другое - относительно R ,

$$X'' + \lambda_K^2 X = 0, \quad /2.21/$$

$$zR'' + R' - z\lambda_K^2 R = 0. \quad /2.22/$$

Решение уравнения /2.21/ записывается в виде:

$$X = A_K \cos \lambda_K x + B_K \sin \lambda_K x. \quad /2.23/$$

Из граничных условий /2.18/ получаем, что $B_K = 0$ и $\lambda_K = \frac{\pi K}{L}$.

Решение уравнения /2.22/ имеет вид:

$$R = C_K J_0(i\lambda_K z) + D_K Y_0(i\lambda_K z), \quad /2.24/$$

где J_0 и Y_0 , соответственно, бесселевы функции первого и второго рода.

Из условия конечности поля на оси /при $z = 0$ / следует, что $D_K = 0$.

Таким образом U можно записать в виде ряда

$$U = \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k I_0\left(\frac{\pi k}{L} z\right) \cos \frac{\pi k}{L} x, \quad /2.25/$$

где $I_0\left(\frac{\pi k}{L} z\right) = J_0\left(i \frac{\pi k}{L} z\right)$. Очевидно, подбором коэффициентов ρ_k можно удовлетворить /хотя бы приближенно/ и условиям /2.19/. Но нас интересует не поле U , а только "фактор времени пролета" y , расчет которого, как мы увидим, требует знания лишь одного из коэффициентов ρ_k . Действительно, подставляя $\epsilon_x(x) = -\frac{\partial U}{\partial x}$, найденное из /2.25/, в /2.16/ и замечая, что $\int_L \epsilon_x(x) dx = \bar{U}$, после интегрирования получим

$$y = \frac{\pi \rho_2 I_0\left(\frac{2\pi}{L} z\right)}{\bar{U}}, \quad /2.26/$$

где сохраняется только член с $k = 2$, а все остальные члены дают нули.

Для расчета ρ_2 будем исходить не из /2.19/, а из условия, накладываемого на y , которое приближенно соответствует /2.19/. Очевидно, можно считать, во всяком случае при $a \ll b$, что $y|_{z=a}$ такое же, как в случае, когда отверстия закрыты. Для случая закрытых отверстий $y_{\text{закр}}$ легко можно рассчитать при $q < 2b$ и при $q \gg 2b$. При $q < 2b$ мы имеем случай однородного поля и из /2.18/ получаем

$$y_{\text{закр}} = y_{\text{одн.}} = \frac{\sin \frac{\pi q_n}{L_n}}{\frac{\pi q_n}{L_n}} = \frac{\sin \pi \alpha}{\pi \alpha} \quad (\text{при } q < 2b). \quad /2.27/$$

При $q \gg 2b$ поле сильно провисает наружу и имеет вид, показанный на рис. 2. Исходя из этого, из /2.16/ получаем

$$y_{\text{закр.}} = \cos \frac{\pi q_n}{L_n} = \cos \pi \alpha \quad / \text{при } q \gg 2b / \quad /2.28/$$

Теперь, исходя из условия

$$y|_{z=a} = y_{\text{закр.}} \quad /2.29/$$

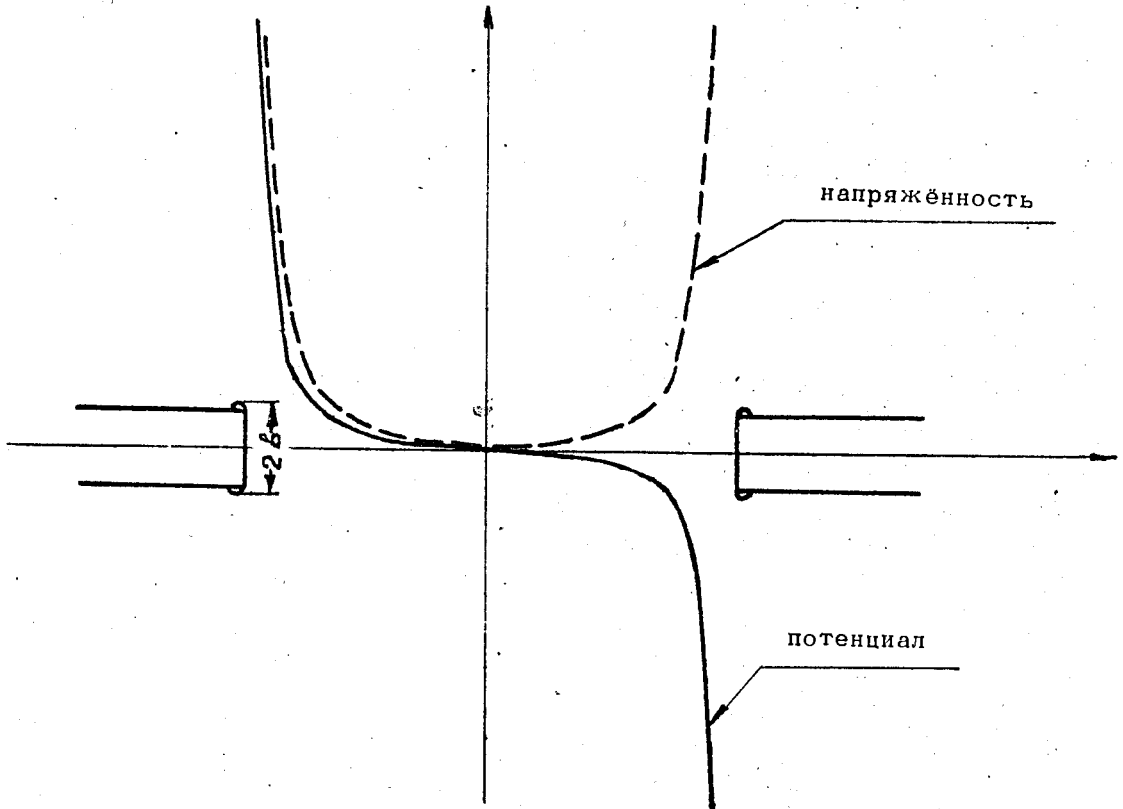


Рис. 2. Распределение поля в зазоре по оси при $g \gg 2b$.

легко можно получить для этих двух случаев и ψ при наличии отверстий. Действительно на основе /2.29/ получаем

$$\frac{\psi \rho_2}{u} = \frac{\sin \psi \alpha}{\psi \alpha} \frac{1}{I_0\left(\frac{2\psi}{L_n} a\right)} \quad \text{при } g < 2b, \quad /2.30/$$

$$\frac{\psi \rho_2}{u} = \frac{\cos \psi \alpha}{I_0\left(\frac{2\psi}{L_n} a\right)} \quad \text{при } g \gg 2b, \quad /2.31/$$

Отсюда

$$y = \frac{\sin \pi \alpha}{\pi \alpha} \frac{I_0\left(\frac{2\pi}{L_n} z\right)}{I_0\left(\frac{2\pi}{L_n} a\right)} \quad [1;2] \quad \text{при } g < 2b, \quad /2.32/$$

$$y = \cos \pi \alpha \frac{I_0\left(\frac{2\pi}{L_n} z\right)}{I_0\left(\frac{2\pi}{L_n} a\right)} \quad \text{при } g \gg 2b, \quad /2.33/$$

Таким образом, мы получили аналитическое выражение для "фактора времени пролета" y в случае открытых отверстий для двух областей зазоров: для области $g < 2b$ /2.32/ и для области $g \gg 2b$ /2.33/. В промежуточной области $g \approx 2b$ аналитическое выражение y получить не удастся, но можно полагать, что характер зависимости y от z , a и L_n будет аналогичным.

Рассмотрим теперь систему дрейфовых трубок с одной закрытой диафрагмой /см. рис. 3/. Очевидно, при $\frac{g}{2} > 2a$ влияние отверстия почти не сказывается в центре зазора, и поле там однородно. Тогда для конфигурации зазора, приведенной на рис. 3, "фактор времени пролета" y_1 можно представить состоящим из двух частей

$$y_1 = \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} y_{\text{закр.}} \quad /2.34/$$

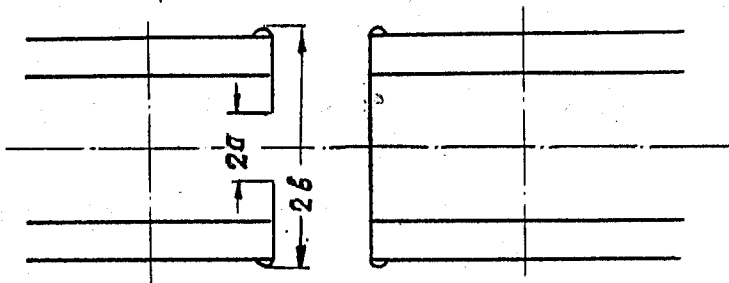


Рис. 3. Геометрия периода с одной закрытой диафрагмой.

и, следовательно,

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{\sin \pi \alpha}{\pi \alpha} \left[1 + \frac{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} z \right)}{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} a \right)} \right] \quad \text{при } 4a < g < 2b, \quad /2.35/$$

$$y_1 = \frac{1}{2} \cos \pi \alpha \left[1 + \frac{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} z \right)}{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} a \right)} \right] \quad \text{при } g \gg 2b. \quad /2.36/$$

При $\frac{g}{2} < 2a$ влияние левого отверстия будет сказываться за центром зазора и, следовательно, y_1 будет меньше указанной величины.

В случае, если отверстие в правой диафрагме закрыто сеткой, конфигурация которой показана на рис. 4, то этой сетке, очевидно, эквивалентно какое-то отверстие радиуса a_1 . Тогда при $4a < g < 2b$ "фактор времени пролета" y_2 можно записать в виде

$$y_2 = \frac{1}{2} y(a) + \frac{1}{2} y(a_1) = \frac{1}{2} \frac{\sin \pi \alpha}{\pi \alpha} \left[\frac{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} z \right)}{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} a \right)} + \frac{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} z \right)}{I_0 \left(\frac{2\pi}{L_n} a_1 \right)} \right]. \quad /2.37/$$

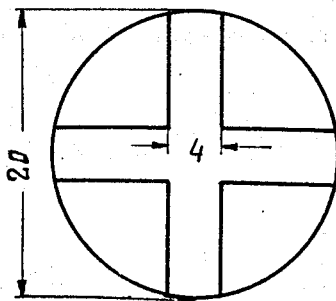


Рис. 4. Конфигурация четырехэлементной сетки /размеры указаны в мм/.

Аналогично записывается y_2 при $g \gg 2b$. Отклонение истинного y_2 от этого закона в области $\frac{g}{2} < 2a$ будет иметь тот же характер, что и в примере, разобранным выше.

К сожалению, при расчете линейных ускорителей необходимо знать φ также и в областях, где полученные выше аналитические формулы не применимы. Поэтому для расчета приходится пользоваться величиной φ , рассчитанной по формуле /2.16/ на основании экспериментальных измерений поля. Но все же полученные выражения для φ оказываются полезными для различного рода оценок.

Перейдем теперь к рассмотрению фазового движения частиц. Прирост кинетической энергии частицы при прохождении n -го периода определяется выражением, совпадающим по форме с /2.2/, но индекс "s" теперь отсутствует, и фаза Φ зависит в общем случае от n . Итак:

$$\Delta W_n = W_n - W_{n-1} = e \int_{L_n} \mathcal{E}_z^A(z) \cos \left(\omega \int_0^z \frac{d\xi}{V_n(\xi)} + \Phi_n \right) dz \quad /2.38/$$

В первом приближении можно положить:

$$\frac{1}{V_n} = \frac{1}{V_{n,s}} \left(1 - \frac{V_n'}{V_{n,s}} \right) = \frac{1}{V_{n,s}} \left(1 - \frac{V_{n-1}'}{V_{n-1,s}} \right), \quad /2.39/$$

где $V_n' = V_n - V_{n,s}$ и $V_{n-1}' = V_{n-1} - V_{n-1,s}$.

Используя /2.39/, /2.4/, /2.11/, на основе /2.38/ получим:

$$\Delta W_n = e \mathcal{E}_0 y_n L_n \cos \Phi_n \left(1 + \mathcal{J}_n \frac{V_{n-1}'}{V_{n-1,s}} \right), \quad /2.40/$$

где

$$\mathcal{J}_n = \frac{\int_{L_n} \mathcal{E}_z^A(z) \frac{2\pi z}{L_n} \sin \frac{2\pi z}{L_n} dz}{\int_{L_n} \mathcal{E}_z^A(z) \cos \frac{2\pi z}{L_n} dz} + \operatorname{tg} \Phi_n \frac{\int_{L_n} \mathcal{E}_z^A(z) \frac{2\pi z}{L_n} \cos \frac{2\pi z}{L_n} dz}{\int_{L_n} \mathcal{E}_z^A(z) \cos \frac{2\pi z}{L_n} dz} \quad /2.41/$$

Следует сказать, что при расчете фазовых колебаний нет необходимости очень точно вычислять \mathcal{J}_n , а достаточно использовать его оценочное значение. Это связано с тем, что член $\mathcal{J}_n \frac{V_{n-1}'}{V_{n-1,s}}$ является достаточно малым в

сравнении с единицей и, как можно показать, практически не влияет на периоды фазовых колебаний, а лишь немного изменяет характер затухания этих колебаний. Примем поэтому для γ_n его значение, в простейшем случае "прямоугольной волны", т.е. однородного поля в зазоре. При этом коэффициент при $\operatorname{tg} \Phi_n$ в /2.41/ обращается в нуль, и в результате получается:

$$\gamma_n = 1 - \mathcal{I} \alpha \operatorname{ctg} \mathcal{I} \alpha .$$

Как видно, в этом случае γ_n не зависит от n и при $\alpha = \frac{1}{4}$
 $\gamma = 0,2$.

Вводя величины:

$$\begin{aligned} W_n' &= W_n - W_{n,s} \\ \beta_n' &= \beta_n - \beta_{n,s} \end{aligned} \quad /2.42/$$

и вычитая из уравнения /2.40/ уравнение /2.9/, найдем /аналогичное уравнение имеется в работе Панофского [2] /:

$$W_n' - W_{n-1}' = e \mathcal{E}_0 y L_n \left[\left(1 + \gamma \frac{\beta_{n-1}'}{\beta_{n-1,s}} \right) \cos \Phi_n - \cos \Phi_s \right] . \quad /2.43/$$

Для дальнейшего удобно перейти от W_n' к β_n' . Чтобы получить необходимую связь между W_n' и β_n' в интересующем нас первом приближении, необходимо продифференцировать соотношение

$$W = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) .$$

В результате получим:

$$W_n' = E_0 (1 - \beta_{n,s}^2)^{-\frac{3}{2}} \beta_{n,s} \beta_n' = E_0 \left(1 + \frac{3}{2} \beta_{n,s}^2 \right) \beta_{n,s} \beta_n' . \quad /2.44/$$

При учете /2.44/ уравнение /2.43/ примет вид:

$$\left(1 + \frac{3}{2} \beta_{n,s}^2 \right) \beta_{n,s} \beta_n' - \left(1 + \frac{3}{2} \beta_{n-1,s}^2 \right) \beta_{n-1,s} \beta_{n-1,s}' = \frac{e \mathcal{E}_0 y L_n}{E_0} \left[\left(1 + \gamma \frac{\beta_{n-1}'}{\beta_{n-1,s}} \right) \cos \Phi_n - \cos \Phi_s \right] . \quad /2.45/$$

Для расчета фазового движения необходимо к /2.45/ добавить еще уравнение, описывающее изменение фазы ускоряющего поля при переходе от электрического центра $n-1$ -го зазора к электрическому центру n -го зазора. Это уравнение с достаточной степенью точности можно записать в виде:

$$\Phi_n - \Phi_{n-1} = -2\pi \frac{\beta'_{n-1}}{\beta_{n-1, s}} \quad /2.46/$$

Если параметры равновесного движения известны, то с помощью уравнений /2.45/ и /2.46/ нетрудно получить параметры частицы в n -ом периоде, зная эти параметры в $n-1$ -ом периоде. Следовательно, задав начальные условия в первом зазоре и последовательно применяя уравнения /2.45/ и /2.46/, можно полностью рассчитать движение неравновесных частиц. Имеется, конечно, и другой, обычный, путь рассмотрения фазовых колебаний, применяемый, например, в работах [1,2]. Именно, используя уравнения /2.45/ и /2.46/, нетрудно перейти к дифференциальному уравнению второго порядка, описывающему фазовые колебания с величиной n в качестве независимой переменной^{x/}. Чтобы избежать неточностей, связанных с приближенной трактовкой разностных уравнений как дифференциальных, мы в дальнейшем при расчете фазового движения использовали непосредственно уравнения /2.45/ и /2.46/.

Рассмотрим теперь радиальное движение протонов в линейном ускорителе. Фокусирующее действие зазоров, которое и определяет радиальное движение, можно характеризовать изменением угла траектории протона γ_2 при пролете зазора. Это изменение угла в предположении, что радиальное смещение протона при пролете зазора остается постоянным, определяется формулой

$$\Delta \gamma_2 = \frac{e}{E_0 \beta^2} \int_L \mathcal{E}_z \cos \left(\frac{2\pi z}{L} + \phi \right) dz, \quad /2.47/$$

где \mathcal{E}_z - радиальная компонента электрического поля.

^{x/} Правда в работах, на которые мы сослались, фазовое уравнение получено не для общего случая, а в предположении, что ψ не зависит от номера n .

Для конфигурации зазора, показанной на рис. 3, при $a \ll g$ /2.47/ принимает очень простой вид

$$\Delta \gamma_z \approx - \frac{e \epsilon_z \max \cos(\Phi - \mathcal{H}\alpha)}{2 E_0 \beta^2} z . \quad /2.48/$$

В общем случае и при реальных сетках для вычисления интеграла в /2.47/ необходимо знать распределение ϵ_z в зазоре, которое может быть найдено экспериментально, например, с помощью электролитической ванны. В этом случае ϵ_z в /2.47/ удобнее выразить через потенциалы [3]

$$\Delta \gamma_z = \frac{e \epsilon_0 \lambda^2}{2 \mathcal{H} E_0} \left[\cos \Phi \frac{\partial C(z, \theta)}{\partial z} - \sin \Phi \frac{\partial S(z, \theta)}{\partial z} \right] , \quad /2.49/$$

где

$$C(z, \theta) = - \frac{2 \mathcal{H}}{L} \int_L \left[\frac{U(z, \theta, z) - U(0, \theta, z)}{\Delta U} \right] \cos \frac{2 \mathcal{H} z}{L} dz , \quad /2.50/$$

$$S(z, \theta) = - \frac{2 \mathcal{H}}{L} \int_L \left[\frac{U(z, \theta, z) - U(0, \theta, z)}{\Delta U} \right] \sin \frac{2 \mathcal{H} z}{L} dz \quad /2.51/$$

и ΔU - полная разность потенциалов между дрейфовыми трубками.

Как и следовало ожидать, $\Delta \gamma_z$ зависит не только от конфигурации зазора, но и от фазы пролета протоном электрического центра этого зазора. В то же время $\Delta \gamma_z$ не зависит явно от скорости частиц или, иными словами, от номера зазора. Как показано в работе [3] на основе измерений, зависимость $\Delta \gamma_z$ от номера зазора имеется через величины S и C и объясняется увеличением отношения $\frac{g}{a}$ с увеличением номера зазора, причем с увеличением величины $\frac{g}{a}$ фокусировка улучшается.

Как следует из /2.49/ радиальное движение зависит от фазового. Поэтому фазу Φ удобно выразить через Φ_s . Полагая в /2.49/ $\Phi = \Phi_s + \Delta \Phi$, получим

$$\Delta \gamma_z = \frac{e \epsilon_0 \lambda^2}{2 \mathcal{H} E_0} \left[\cos \Delta \Phi \left(\cos \Phi_s \frac{\partial C}{\partial z} - \sin \Phi_s \frac{\partial S}{\partial z} \right) - \sin \Delta \Phi \left(\sin \Phi_s \frac{\partial C}{\partial z} + \cos \Phi_s \frac{\partial S}{\partial z} \right) \right] /2.52/$$

Из этой формулы видно, что расчет радиального движения в основном можно проводить для равновесной частицы, считая, что малые фазовые колебания только немного возмущают это движение.

Таким образом, в конкретном ускорителе, зная величины S и C , можно на основании /2.49/ или /2.52/ рассчитать и радиальное движение частиц.

§ 3. Измерения и расчет фактора времени пролета

Как уже отмечалось, полученное в предыдущем параграфе теоретическое выражение для φ /см. /2.35/ и /2.37/ / не может быть использовано для расчета системы дрейфовых трубок, так как оно не вполне соответствует действительности, особенно, в областях $\frac{q}{2} < 2a$ и $q \geq 2b$. В связи с этим были проведены измерения поля в зазоре между дрейфовыми трубками, на основе которых было рассчитано φ , используемое в дальнейших расчетах.

При измерении такого поля был выбран способ, который, по нашему мнению, наиболее правильно отвечает реальным условиям - это измерение поля на высокой частоте в резонансной полости, представляющей отсек резонатора линейного ускорителя. Такой способ был применен при измерении поля в берклиевском протонном линейном ускорителе [1]. Сущность метода состоит в следующем. При внесении в зазор на оси резонатора некоторого малого тела с объемом δV происходит изменение собственной частоты резонатора. Из [1] следует, что это изменение определяется равенством

$$f_1^2 = f_0^2 \left[1 + C \int_{\delta V} (H^2 - E^2) dV \right], \quad /3.1/$$

где f - частота резонатора, а C - константа, зависящая от геометрии предмета. На оси резонатора магнитное поле $H=0$. Учитывая это и считая изменения частоты малым, получаем:

$$\Delta f = KE^2 \delta V. \quad /3.2/$$

Измеряя изменения частоты для двух разных точек зазора, получаем

$$\frac{\Delta f_1}{\Delta f_2} = \frac{E_1^2}{E_2^2}, \quad /3.3/$$

т.е. отношение изменений частоты равно отношению квадратов соответствующих полей. Экспериментальная резонансная полость выполнена в виде 16-тигранной призмы с диаметром вписанной окружности 1,5 метра и длиной 0,3 метра. На рис. 5 виден разрез этого резонатора вместе с трубками дрейфа.

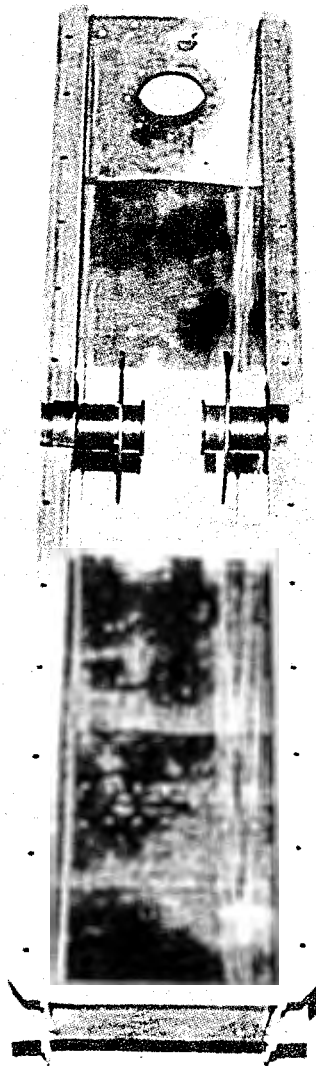


Рис. 5. Фотография разреза резонатора, в котором проводились измерения полей. Видны две половины дрейфовых трубок.

Резонатор возбуждался на волне TM_{010} с помощью генератора, собранного по двухтактной схеме на керамических лампах типа ГИ -7Б. Частота генератора плавно регулировалась от 130 Мгц до 150 Мгц. Собственная частота резонатора была порядка 140 Мгц. Уровень поля в резонаторе и изменение поля по длине контролировались с помощью детектора и микроамперметра. Детектор соединялся с резонатором витком, вносимым внутрь резонатора. Для этого резонатор имел несколько отверстий по длине. Трубки дрейфа, для которых проводились измерения, представляли собой цилиндры, диаметром 60 мм. Концы цилиндров закрывались диафрагмами. Входная диафрагма затягивалась сеткой. Общий вид дрейфовых трубок показан на рис. 6. В зазор

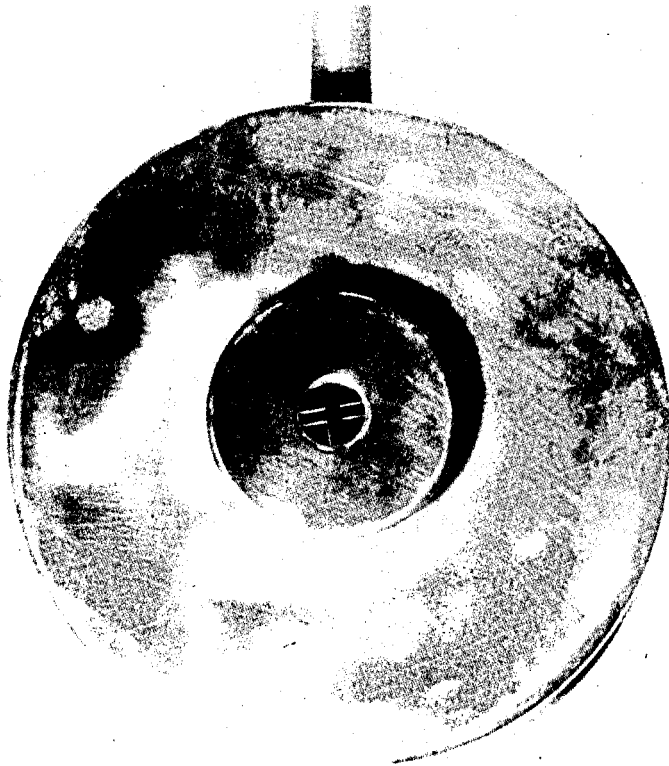


Рис. 6. Фотография дрейфовой трубки. Видна четырехэлементная сетка, принятая в окончательном варианте.

между дрейфовыми трубками на тонкой нити вводился металлический цилиндр. Передвижение нити фиксировалось специально приспособленным для этой цели штанген-циркулем с точностью 0,05 мм. Положение цилиндра на оси фиксировалось специальными диафрагмами, ввернутыми снаружи, с отверстием 0,2 мм. Отсчет частоты велся волномером высокой точности типа ВВД. Этот волномер позволял отсчитывать относительные значения частоты с точностью до $10^{-4}\%$.

В качестве контроля вначале были проведены измерения поля для случая, когда сетка отсутствует, т.е. с обеих сторон зазора были идентичные диафрагмы. Распределение поля в этих условиях, как видно из рис. 7, имеет симметричную относительно центра зазора форму, что говорит в пользу правильности измерений.

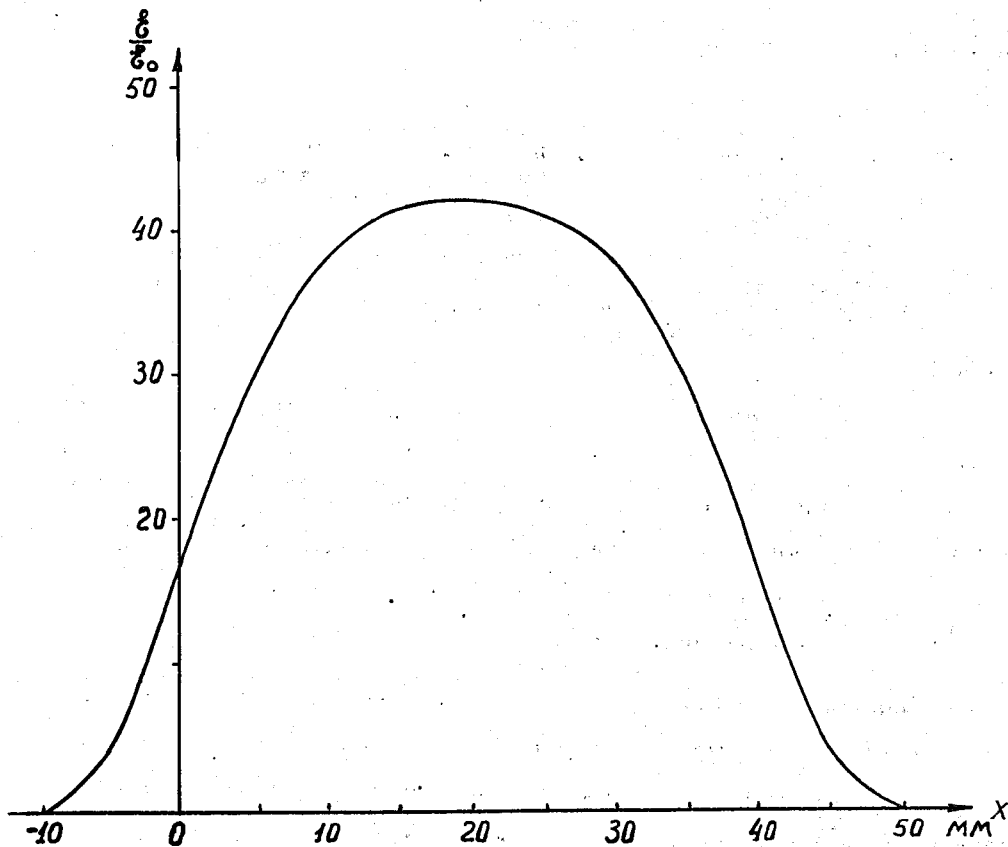


Рис. 7. Распределение поля в зазоре без сетки.

Затем было исследовано влияние конфигурации сеток и их расположения /степень утопления сеток внутрь трубки/ на распределение поля в зазоре. Измерения были проведены для двух разных конфигураций сеток при различном их расположении /расстояние от плоскости сетки до плоскости диафрагмы /утопление/ 1 мм и 5 мм/, а также для различных диаметров диафрагм /2 см и 3,5 см/. Конструкция одной сетки была такой же как и в существующем линейном ускорителе-инжекторе. Она состояла из параллельно натянутых проволочек диаметром 50 μ , расположенных на расстоянии 1,5 мм друг от друга. Другая сетка, так называемая "четырёхэлементная", имела конструкцию, подобную применяемой в инжекторе беватрона /см. рис. 4,б/, и состояла из четырех полос толщиной 50 μ и шириной 2 мм, согнутых под прямым углом. Расстояние между параллельными отрезками полос - 4 мм.

Результаты этих измерений могут быть сформулированы следующим образом.

1. В пределах точности измерений распределение поля в зазоре при прочих равных условиях не зависит от конфигурации сетки.

2. При утоплении сетки на 5 мм поле к сетке спадает значительно /~25%/ и, следовательно, фокусирующее действие зазора ослабляется, а при утоплении сетки на 1 мм спада поле практически не наблюдается.

Эти результаты для зазора между трубками 50 мм, проволочной сетки и диаметра диафрагмы 35 мм приведены на рис. 8. Поле на этом и последующих графиках показано в относительных единицах. За нулевой отсчет координаты вдоль оси трубок принято значение координаты, при которой центр цилиндра совпадает с плоскостью сетки, утопленной на 1 мм, и отсчет ведется по оси резонатора в направлении зазора.

На основании вышеизложенного была выбрана глубина утопления сетки в 1 мм. Конфигурация сетки была выбрана из соображений ее устойчивости к электрическим пробоям, что очень важно для надежности работы ускорителя. Проволочные сетки, как показал опыт эксплуатации существующего ускорителя-инжектора, в этом отношении ненадежны, причем в нашем случае это еще усугубляется уменьшением глубины утопления сеток. Поэтому были выбраны четырехэлементные сетки.

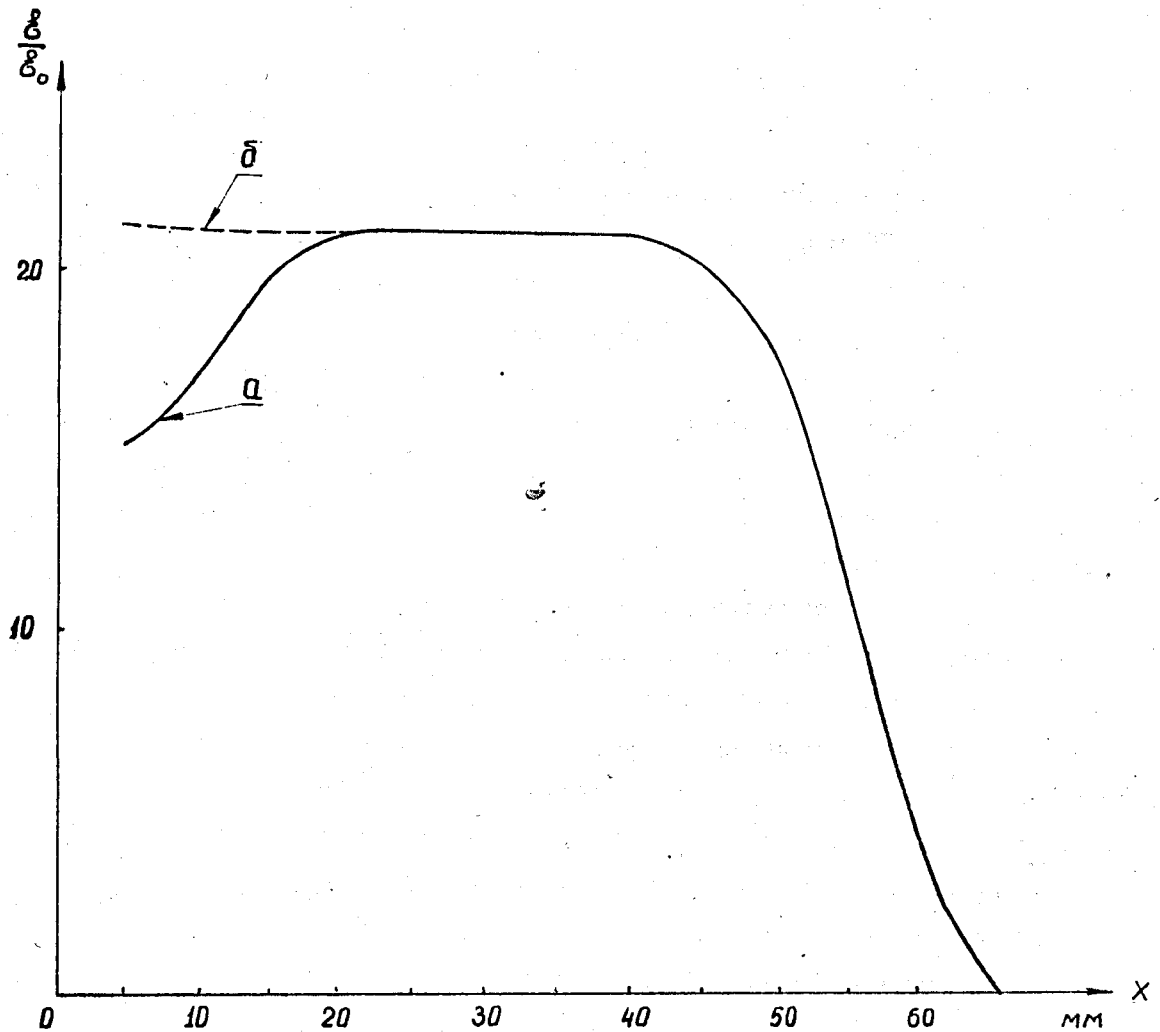


Рис. 8. Распределение поля в зазоре / $g = 50$ мм; $2a = 35$ мм /
 для разных величин утопления сетки:
 а/ утопление 5 мм, б/ утопление 1 мм.

Для выбора диаметра диафрагмы обратимся к аналитической зависимости "фактора времени пролета", например, к формуле /2.35/. Из этой формулы видно, что чем меньше a /радиус диафрагмы/ тем больше β . Это особенно сказывается для малых длин периодов, т.е. для начальной части ускорителя. Очевидно, более выгодно иметь большее g , так как это при той же энергии частиц на выходе ускорителя позволяет иметь меньшую длину резонатора. Исходя из этих соображений, которые были подтверждены

также измерениями, диаметр диафрагмы был выбран равным 20 мм.

Для окончательного варианта дрейфовых трубок /сетка четырехэлементная с утоплением в 1 мм, диаметр отверстия $2a = 20$ мм и наружный диаметр диафрагмы $2b = 76$ мм/ были проведены детальные измерения поля в диапазоне зазоров от 18 мм и до 70 мм. На рис. 9 показаны характерные распределения поля для некоторых зазоров. Кривая / а /-для малого зазора /18 мм/, кривая / б /-для среднего зазора /40 мм/ и кривая / в /-для самого большого зазора /70 мм/. Для малых зазоров распределение поля не имеет плато, так как влияние диафрагмы с одной стороны и сетки - с другой сказывается на всей величине зазора. Для больших зазоров характерен провал поля в центральной части зазора, который, как уже отмечалось в § 2, объясняется тем, что зазор велик по сравнению с диаметром трубок, и провисание поля наружу сказывается значительно. Средний зазор лишен обоих этих факторов, и распределение поля в нем имеет плато. Для выяснения характера спада поля в районе сетки были проведены аналогичные измерения за сеткой. В результате оказалось, что поле уже на расстоянии 2 мм от внутренней плоскости сетки менее 0,5% от максимальной величины поля в зазоре. На основании этого величина поля в этой точке была принята равной 0, а спад от сетки - равномерным. Таким образом получились распределения типа, показанного на рис. 10, на основании которых проводились расчеты ϑ при $\alpha = \frac{9}{L} = \frac{1}{4}$.

Как следует из выражения /2.16/, "фактор времени пролета" ϑ , входящий в выражения для расчета ускоряющей системы, пропорционален амплитуде первой гармоники разложения кривой распределения поля в зазоре $\varphi(x)$ в ряд Фурье на отрезке, равном величине периода L . Исходя из этого, можно найти, зная характер распределения поля, измерения ϑ для всех величин периода L . Кривая зависимости $\vartheta(L)$ показана на рис. 11. Для окончательной проверки полученных данных и правильности принятых допущений /равномерный спад поля вглубь сетки/ было проведено сравнение наших результатов для ϑ с аналогичными данными, полученными при измерении на электролитической ванне [5]. Из рис. 12 видно, что и те и другие данные находятся в хорошем согласии. Было проведено также сравнение измеренных значений ϑ со значениями, рассчитанными теоретически. Допущения, которые делались при расчете ϑ и сам ход расчета описан в § 2.

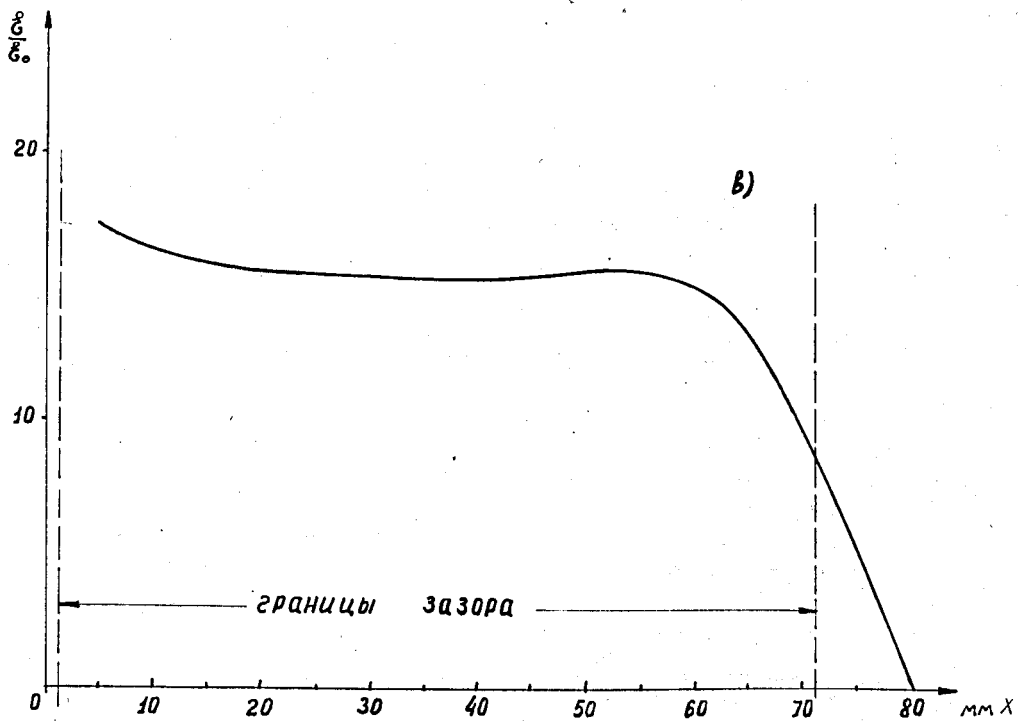
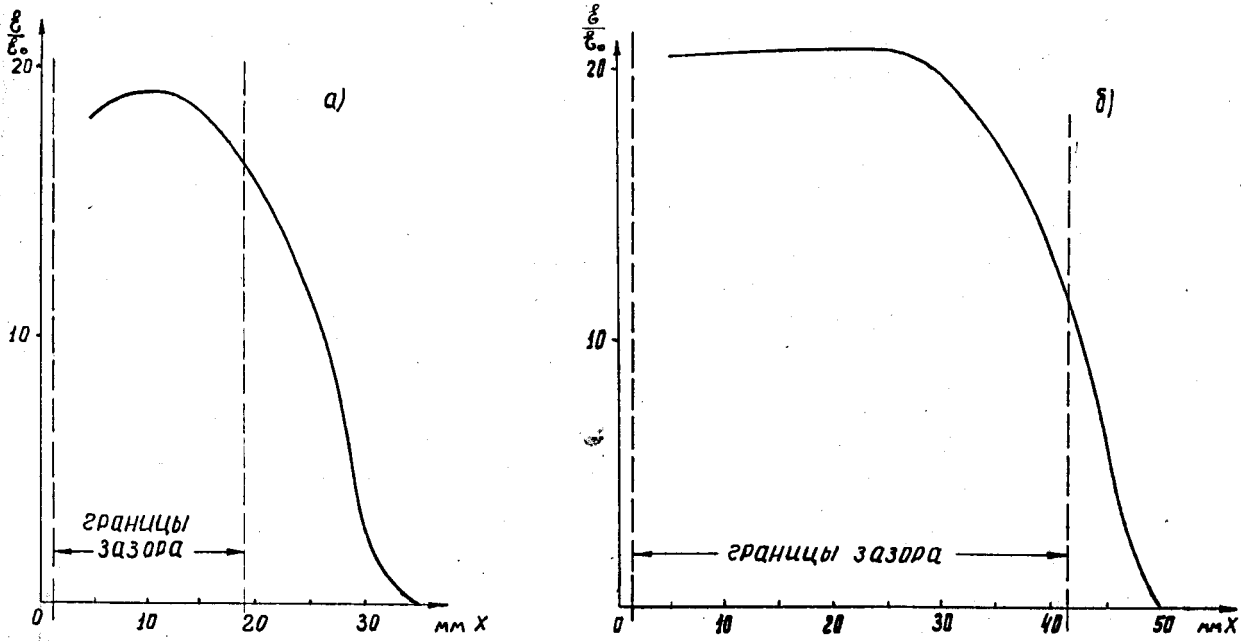


Рис. 8. Характерные распределения поля в зазорах при диаметре диафрагм 20 мм и четырехэлементных сетках, утопленных на 1 мм:

а/ зазор 18 мм; б/ зазор 40 мм; в/ зазор 70 мм.

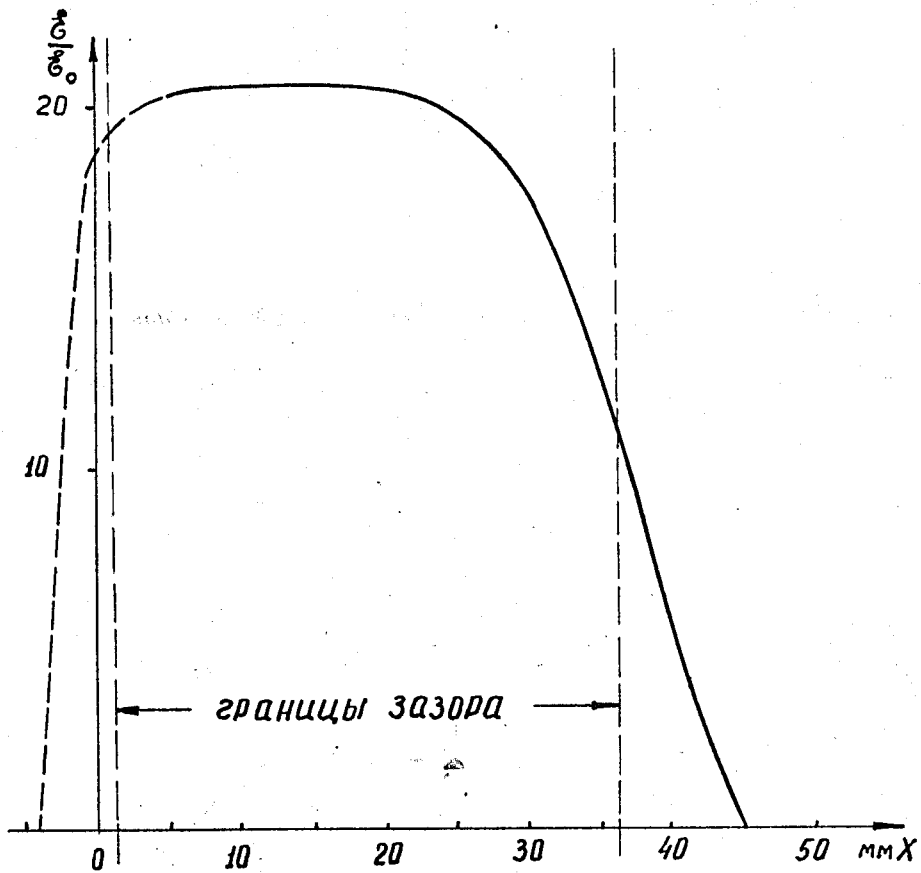


Рис. 10. Пример окончательного распределения поля в зазоре, использованного для расчета ϑ . Часть кривой, показанная пунктиром, получена путем аппроксимации /диаметр диафрагмы 20 мм, сетка - четырехэлементная, утоплена на 1 мм/.

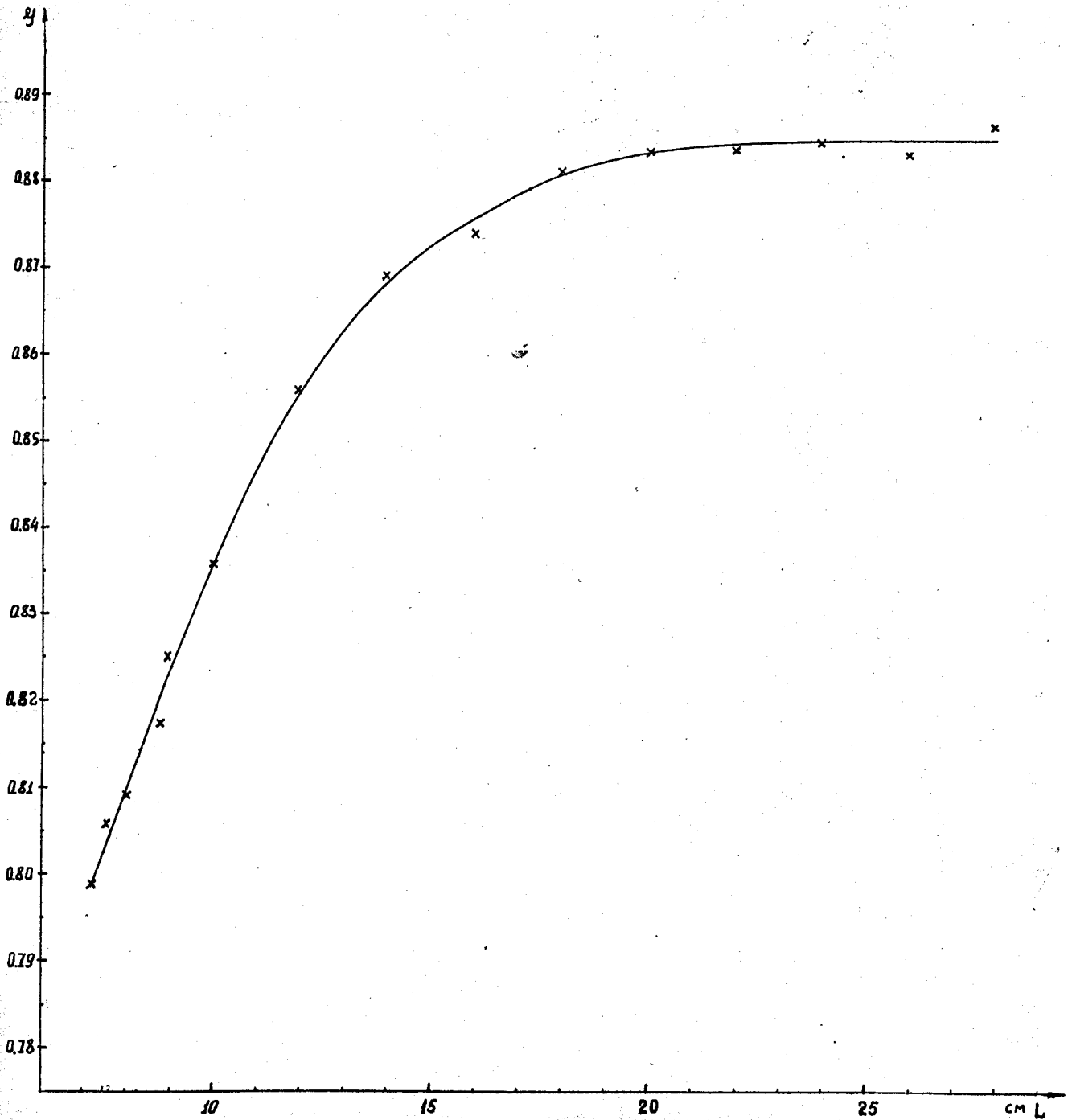


Рис. 11. Зависимость фактора времени пролета y от величины периода.
Кривая рассчитана на основе измерения поля в резонаторе.

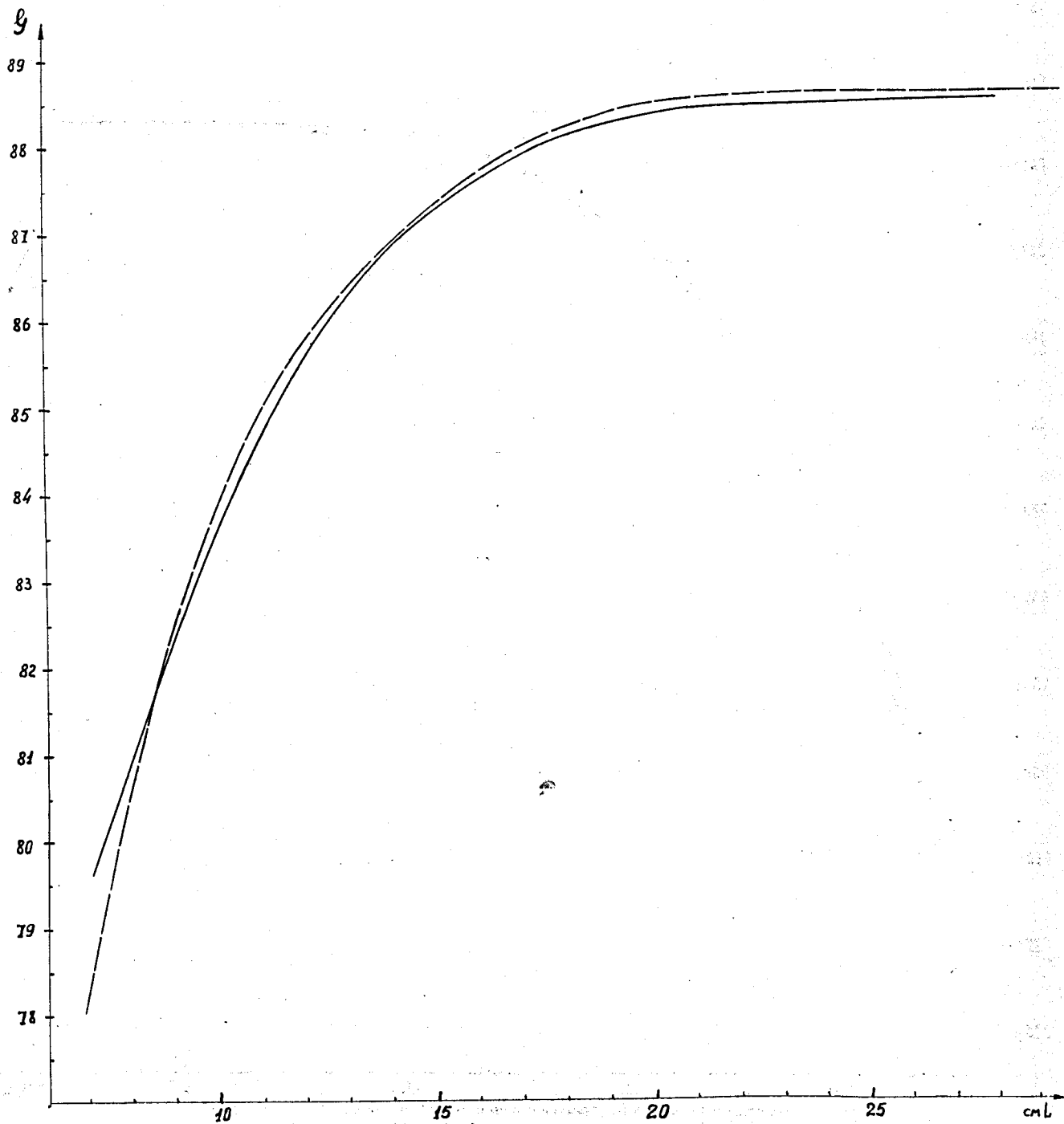


Рис. 12. Фактор времени пролета $q(L)$, рассчитанный на основе измерений поля в зазоре: сплошная кривая - по измерениям поля в резонаторе, пунктирная кривая - по измерениям поля на электролитической ванне [5].

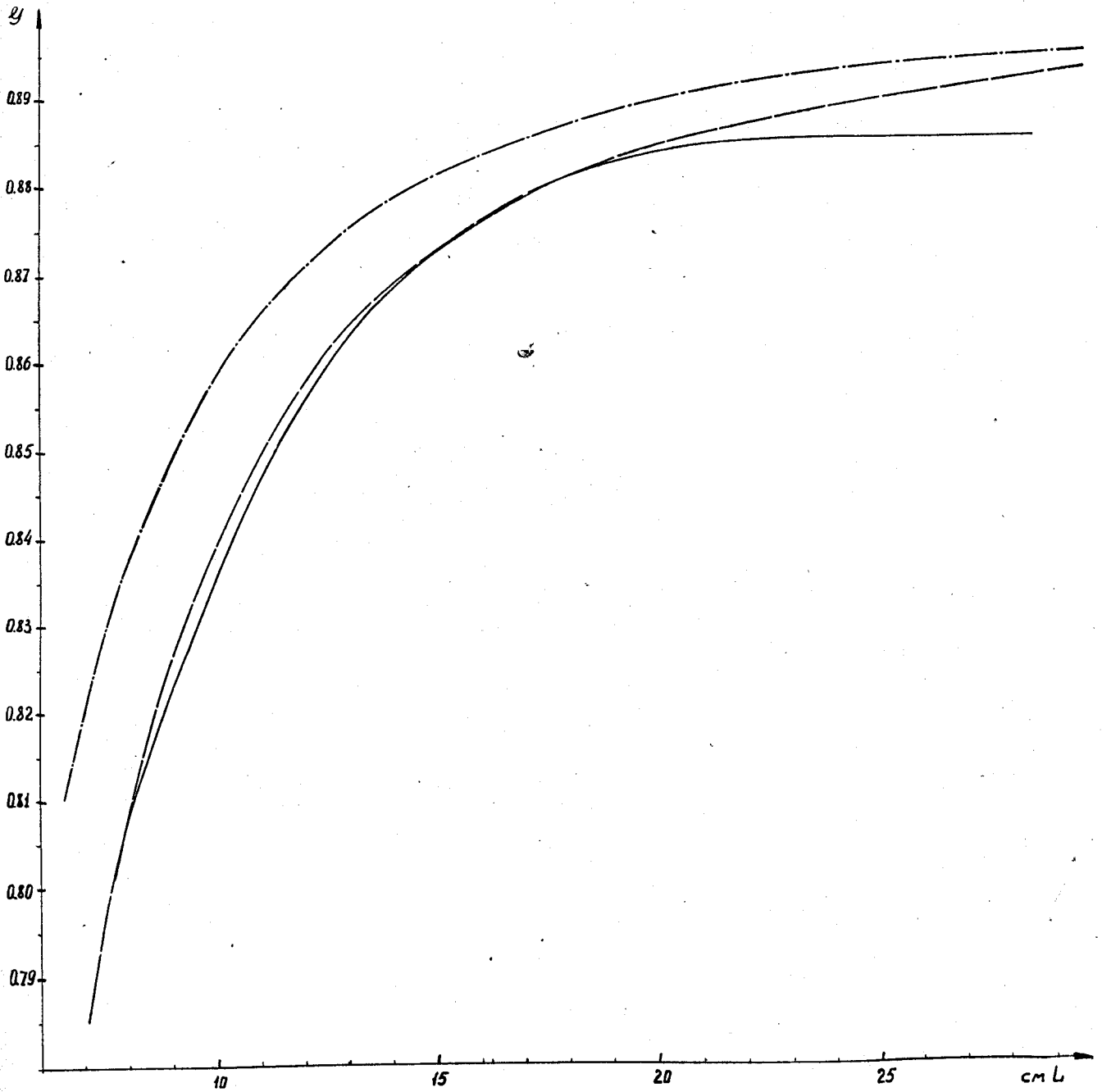


Рис. 13. Сравнение фактора времени пролета $y(L)$, рассчитанного на основе измерений поля в резонаторе /сплошная кривая/, с соответствующими величинами, полученными из теории. / — · — · — по формуле /2.35/, — — — по формуле /2.37/ при $q_1 = 6,5$ мм/.

На рис. 13 кроме экспериментальной зависимости ψ от L приведены еще две теоретические зависимости для ψ . Одна из них рассчитана по формуле /2.35/, а другая - по формуле /2.37/ при радиусе эффективного отверстия, соответствующего четырехэлементной диафрагме, равном $a_1 = 6,5$ мм. Из сравнения характера этих кривых видно, во-первых, что экспериментальная кривая гораздо ближе к кривой, рассчитанной по формуле /2.37/, т.е. реальной сетке соответствует указанное выше эффективное отверстие, и, во-вторых, что измеренные значения ψ , как и следовало ожидать на основе качественных соображений § 2, лежат ниже теоретических для малых и, особенно, больших периодов при совпадении с теоретическими для средних периодов.

§ 4. Расчет системы дрейфовых трубок

Прежде чем приступить к расчету системы дрейфовых трубок, несколько преобразуем формулу /2.9/ к более удобному виду. Для этого, используя соотношение

$$W = E_0 \left[\frac{\beta^2}{2} + \frac{3\beta^4}{8} \right],$$

выражающее связь кинетической энергии со скоростью с учетом релятивистской поправки $\sim \beta^4$ /такая точность нас вполне устраивает/, выразим ΔW через $\Delta \beta$:

$$\Delta W_{n,s} = E_0 \frac{\beta_{n,s} + \beta_{n-1,s}}{2} \Delta \beta_{n,s} \left[1 + \frac{3}{4} (\beta_{n,s}^2 + \beta_{n-1,s}^2) \right]. \quad /4.1/$$

Подставляя это выражение в /2.9/ и заменяя в нем L_n согласно /2.4/, получим

$$\Delta \beta_{n,s} \left[1 + \frac{3}{4} (\beta_{n,s}^2 + \beta_{n-1,s}^2) \right] = \frac{e \delta y_n \lambda}{E_0} \cos \phi_s. \quad /4.2/$$

Здесь при интересующей нас точности можно $\beta_{n,s}^2$ заменить на $\beta_{n-1,s}^2$. Тогда мы будем иметь следующие формулы для расчета периодов ускоряющей системы L_n :

$$\begin{aligned} \Delta\beta_{n,s} &= \frac{e\mathcal{E}_0\lambda \cos\phi_s}{e_0} \frac{y}{1 + \frac{3}{2}\beta_{n-1,s}^2}, & \text{а)} \\ \beta_{n,s} &= \beta_{n-1,s} + \Delta\beta_{n,s}, & \text{б)} \\ L_n &= \lambda \left(\beta_{n-1,s} + \frac{\Delta\beta_{n,s}}{2} \right), & \text{в)} \end{aligned} \quad /4.3/$$

где $y_n = y_n(L)$ /см, кривую, приведенную на рис. 11/, Длины дрейфовых трубок очевидно будут рассчитываться по формуле /2.8/ ($\mathcal{L}_n = \lambda\beta_{n,s}(1-\alpha)$).

К сожалению, ввиду отсутствия аналитической зависимости $y(L_n)$: система уравнений /4.3/ может быть решена лишь методом последовательных приближений. Такой способ расчета является довольно громоздким. Однако, при интересующей нас точности расчета можно несколько упростить задачу. Ввиду того, что $\Delta\beta_n$ меняется от периода к периоду очень мало, так как y_n и $1 + \frac{3}{2}\beta_{n-1,s}^2$ — медленно меняющиеся функции, будем считать, что y_n зависит не от L_n , а от \mathcal{L}_n , где

$$\mathcal{L}_n = \lambda \left(\beta_{n-1,s} + \frac{\Delta\beta_{n-1,s}}{2} \right). \quad /4.4/$$

Такая замена находится в полном соответствии с точностью, даваемой графиком зависимости y_n от L . Тогда система уравнений /4.3а/, /4.3б/ /4.4/ в совокупности с графиком зависимости $y_n(\mathcal{L}_n)$ /см. рис. 11 / позволяет полностью рассчитать закон изменения $\beta_{n,s}$, а затем по формулам /4.3б/ и /2.8/- L_n и \mathcal{L}_n , но для этого необходимо знать начальные $\beta_{0,s}$ и $\Delta\beta_{0,s}$. Однако, из этих двух величин известна только одна, именно $\beta_{0,s}$. Поэтому для первого периода приходится проводить расчет по формулам /4.3/ и графику $y(L_n)$ методом последовательных приближений. Практически в этом случае оказывается достаточным ограничиться вторым приближением. Дальнейший же расчет ведется по предложенной выше довольно простой и достаточно точной схеме.

На основании вышеизложенного был проведен расчет ускоряющей системы линейного ускорителя для выбранного значения $\mathcal{E}_0 \cos \phi_s = 17,30$ кв/см /напрямер $\mathcal{E}_0 = 18$ кв/см и $\phi_s = -16^\circ$ x/. Ниже приводится таблица длин периодов L_n , длин дрейфовых трубок ℓ_n , длин зазоров g_n , а также энергий $W_{n,s}$, относительных скоростей $\beta_{n,s}$, синхронной частицы, которые она имеет на выходе из n -го периода /или, что то же самое - на входе в n -ую дрейфовую трубку/ и относительных приростов скоростей $\Delta \beta_{n,s}$.

Для создания условий, обеспечивающих на выходе из линейного ускорителя малый энергетический разброс основной группы частиц, исследовались малые фазовые колебания. На рис. 14 приведены графики этих колебаний для частиц, входящих в ускоритель с равновесной энергией /начальное отклонение фазы от равновесной для всех кривых составляет 5° /. Все три кривые соответствуют различным значениям ϕ_s и \mathcal{E}_0 , но таким, которые отвечают условию постоянства величины $\mathcal{E}_0 \cos \phi_s$, принятой равной 17,30 кв/см, то есть отвечают одной и той же рассчитанной выше геометрии линейного ускорителя. Для наглядности дискретные значения фазы ϕ_n в электрическом центре соответствующего n -го периода представлены соединенными в плавную кривую. В тех периодах, где фаза имеет максимальное или минимальное значения, энергия частиц совпадает с равновесной /см. 2.46/. Для того, чтобы энергетический разброс ускоренного пучка был минимальным, следует, очевидно, так подобрать ϕ_s , чтобы при приемлемой энергии частиц и не слишком большой длине ускорителя на ней укладывалось целое или полуцелое число фазовых колебаний. Сравнение данных таблицы 1 и графиков рисунка 14 позволяет сделать вывод, что число фазовых колебаний должно быть равным 1,5, $\phi_s = -19^\circ$, $\mathcal{E}_0 = 18,30$ кв/см и, следовательно, число периодов $M = 32$, конечная энергия $W_{\max} = 9,4$ Мэв, полная длина резонатора $\Pi = 583$ см.

x/ Такое значение ϕ_s отвечает, с одной стороны, не слишком малой области фазовой устойчивости, с другой - приемлемой длине ускорителя на заданную энергию при $\mathcal{E}_0 = 18$ кв/см, и, кроме того, сравнительно удовлетворительной радиальной фокусировке /см. § 5/ при выбранной конструкции сеток /четырёхэлементных/.

Т а б л и ц а 1

Параметры линейного ускорителя-инжектора на 9.4 Мэв при $E_0 \cos \varphi_0 = 17,30$ кв/см и энергии инжекции $W_0 = 570$ Кэв. l_0 и l_{32} являются длинами входного и выходного патрубков и составляют половину соответствующих дрейфовых трубок.

n	$\beta_{n,s}$	$\Delta \beta_{n,s}$	$l_n(\text{см})$	$L_n(\text{см})$	$g_n(\text{см})$	$W_{n,s}(\text{Мэв})$
0	0,03483	-	2,730	-	-	0,570
1	0,03792	0,00309	5,944	7,601	1,9002	0,675
2	0,04103	0,00311	6,431	8,251	2,063	0,790
3	0,04419	0,00316	6,927	8,905	2,226	0,917
4	0,04738	0,00319	7,427	9,568	2,392	1,055
5	0,05058	0,00320	7,928	10,237	2,559	1,202
6	0,05382	0,00324	8,436	10,920	2,730	1,362
7	0,05709	0,00327	8,949	11,591	2,898	1,532
8	0,06038	0,00329	9,465	12,275	3,069	1,881
9	0,06368	0,00330	9,982	12,964	3,241	1,907
10	0,06700	0,00332	10,502	13,646	3,412	2,112
11	0,07033	0,00333	11,024	14,350	3,587	2,327
12	0,07367	0,00334	11,548	15,048	3,762	2,556
13	0,07701	0,00334	12,071	15,746	3,936	2,794
14	0,08036	0,00335	12,596	16,446	4,112	3,043
15	0,08371	0,00335	13,122	17,146	4,286	3,303
16	0,08707	0,00336	13,648	17,847	4,462	3,576
17	0,09043	0,00336	14,175	18,549	4,637	3,858
18	0,09379	0,00336	14,702	19,251	4,813	4,153
19	0,09715	0,00336	15,228	19,953	4,988	4,457
20	0,10051	0,00336	15,755	20,655	5,164	4,773
21	0,10386	0,00335	16,280	21,358	5,339	5,101
22	0,10721	0,00335	16,805	22,058	5,514	5,436
23	0,11056	0,00335	17,330	22,758	5,689	5,787
24	0,11391	0,00335	17,855	23,458	5,864	6,145
25	0,11725	0,00334	18,379	24,158	6,039	6,514
26	0,12059	0,00334	18,902	24,854	6,213	6,894
27	0,12392	0,00333	19,424	25,550	6,387	7,285
28	0,12725	0,00333	19,946	26,246	6,561	7,686
29	0,13058	0,00333	20,468	26,942	6,735	8,100
30	0,13390	0,00332	20,989	27,638	6,909	8,521
31	0,13722	0,00332	21,509	28,332	7,083	8,954
32	0,14053	0,00331	21,014	29,026	7,256	9,399

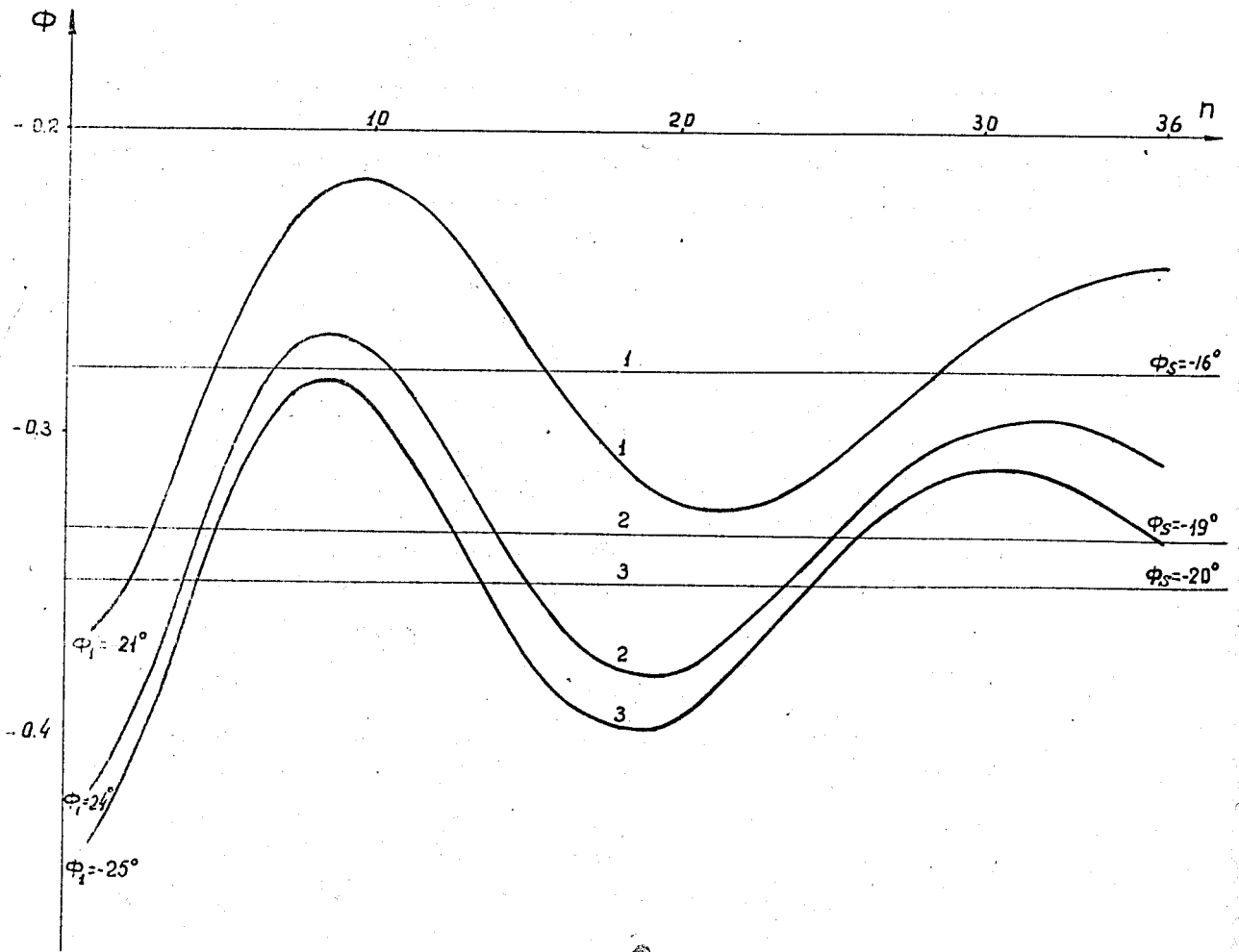


Рис. 14. Малые фазовые колебания в зависимости от номера периода n .
 Кривая 1 - для $E_0 = 18,00$ кВ/см, кривая 2 - для $E_0 = 18,30$ кВ/см
 и кривая 3 - для $E_0 = 18,40$ кВ/см.

Необходимо подчеркнуть, что приведенные здесь результаты основаны на рассмотрении малых фазовых колебаний и получены в предположении, что частицы входят в ускоритель со строго определенной равновесной энергией и не совершают радиальных колебаний. Наличие нелинейных фазовых колебаний начального энергетического спектра, радиальных колебаний и всякого рода искажений приведет к тому, что частицы на выходе из линейного ускорителя не будут уже моноэнергетическими. Анализу влияния этих факторов на спектр частиц, выходящих из линейного ускорителя, посвящен параграф 6.

§ 5. Некоторые замечания о радиальном движении частиц

К сожалению, детально исследовать радиальное движение на основе /2.49/ в данной работе не представляется возможным, так как недавно начатые измерения распределения потенциала в зазоре между дрейфовыми трубками в зависимости от радиуса пока еще не закончены. Поэтому мы вынуждены ограничиться качественным анализом радиального движения, основываясь на материалах, приведенных в работах [3] и [4]. Как отмечается в работе [3] и как следует из § 2 настоящей работы, радиальная устойчивость для каждой фазы Φ зависит от отношения $\frac{g}{a}$. В частности, в работе [3] на основе анализа экспериментально снятой картины распределения потенциала в зазоре указывается, что для четырехэлементных сеток при $\frac{g}{a} = 1,625$ радиальная устойчивость существует вплоть до фаз пролета $\Phi \sim 20^\circ$, а при $\frac{g}{a} = 3,25$ — вплоть до $\Phi \sim 30^\circ$. При $2a = 3,5$ см в начале ускорителя $\frac{g}{a} \approx 1$, что явно не дает хорошей радиальной устойчивости для большинства фаз. При $2a = 2$ см в начале $\frac{g}{a} \approx 1,9$, причем это отношение быстро увеличивается и уже на 7 периоде $\frac{g}{a} \approx 3$. Это обстоятельство еще раз подчеркивает преимущество малых диафрагм.

Следует отметить, что проведенные прикидочные расчеты радиального движения на основе результатов измерений поля, взятых из работы [3], показывают, что утверждения авторов этой работы несколько оптимистичны и что в действительности фокусирующие свойства данных сеток хуже. Последнее согласуется также с опытом работы инжектора беватрона [4], где происходят потери частиц, предположительно из-за плохой радиальной фокусировки, приблизительно в 4 раза.

В нашем случае можно ожидать несколько лучшую радиальную устойчивость, чем в инжекторе беватрона, так как равновесная фаза у нас по модулю меньше / $\Phi_s = -19^\circ$ по сравнению с $\Phi_s = -25^\circ$ для инжектора беватрона/, а величины $\frac{q}{a}$ имеют примерно те же значения, что и в указанном ускорителе.

§ 6. Энергетический спектр

Рассмотрим сначала спектр частиц на выходе из ускорителя, обусловленный нелинейными /большими/ фазовыми колебаниями. Используя опять уравнения /2.45/ и /2.46/, нетрудно получить значения фазы, скорости и энергии частиц в процессе их ускорения при каждой начальной фазе. Результаты проведенных расчетов фазовых колебаний при $W_0 = W_{0,s}$, $\beta_0 = \beta_{0,s}$ и $\beta'_0 = 0$, т.е. при равновесной начальной энергии, применительно к полученным выше значениям ϵ_0 и Φ_s представлены на рис. 15. Как видно, при начальных фазах, занимающих примерно половину $-0,6 < \Phi_i < -0,1$ области фазовой устойчивости /равной приблизительно $3 |\Phi_s| = 1$ /, характер фазовых колебаний несущественно отличается от тех, начальная фаза которых достаточно близка к Φ_s , т.е. от малых колебаний. При остальных начальных фазах происходит уже смещение максимумов с 32-го периода на большие. Как это отражается на энергии частиц показано на рис. 16 /средняя кривая/, где в зависимости от начальных фаз дается величина $\Delta \bar{W}_{32} = \frac{W_{32} - W_{32,s}}{W_{32,s}} = \frac{W'_{32}}{W_{32,s}}$, представляющая относительное отклонение энергии частиц на 32-м периоде от соответствующей равновесной энергии. Из графика видно, что для частиц с начальными фазами вне области $-0,6 < \Phi_i < -0,1$ нелинейность колебаний приводит к сравнительно резкому отклонению энергии. Энергетический же разброс в пределах указанных фаз, то есть для половины частиц, составляет величину, несколько меньшую $\pm 0,1\%$.

Как и следовало ожидать, характер зависимости $\Delta \bar{W}_{32}(\Phi_i)$, отражающей спектр ускоренных частиц, существенно зависит от правильного подбора и точности поддержания ϵ_0 и, соответственно, Φ_s . Это видно из рис. 17, где наряду с $\Delta \bar{W}_{32}(\Phi_i)$ при $\Phi_s = -19^\circ$ и $\epsilon_0 = -18,30$ кв/см. приведены $\Delta \bar{W}_{32}(\Phi_i)$ при несколько отличных Φ_s и ϵ_0 . Эти графики показывают

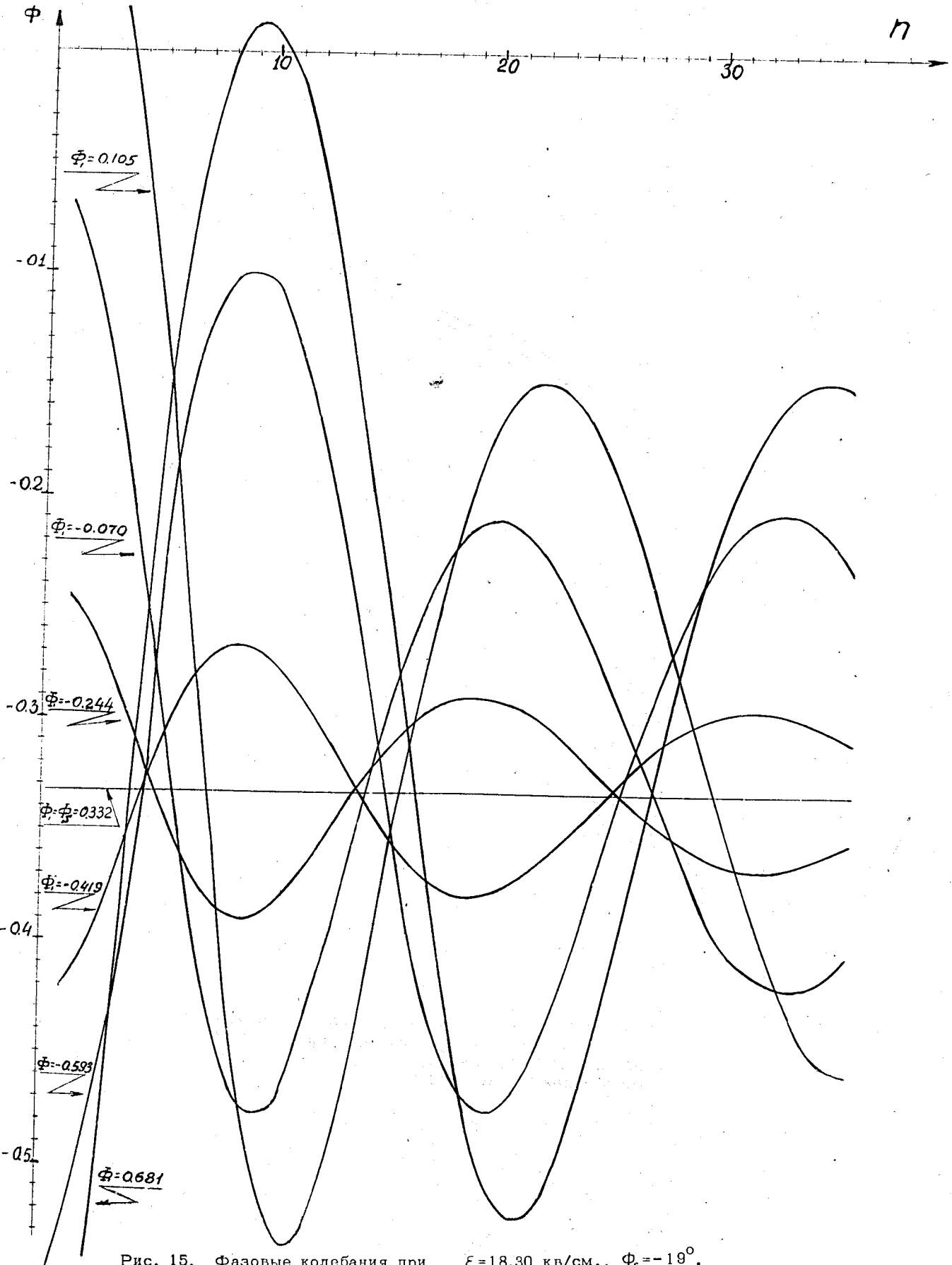


Рис. 15. Фазовые колебания при $\epsilon_0 = 18,30$ кВ/см., $\phi_s = -19^\circ$.

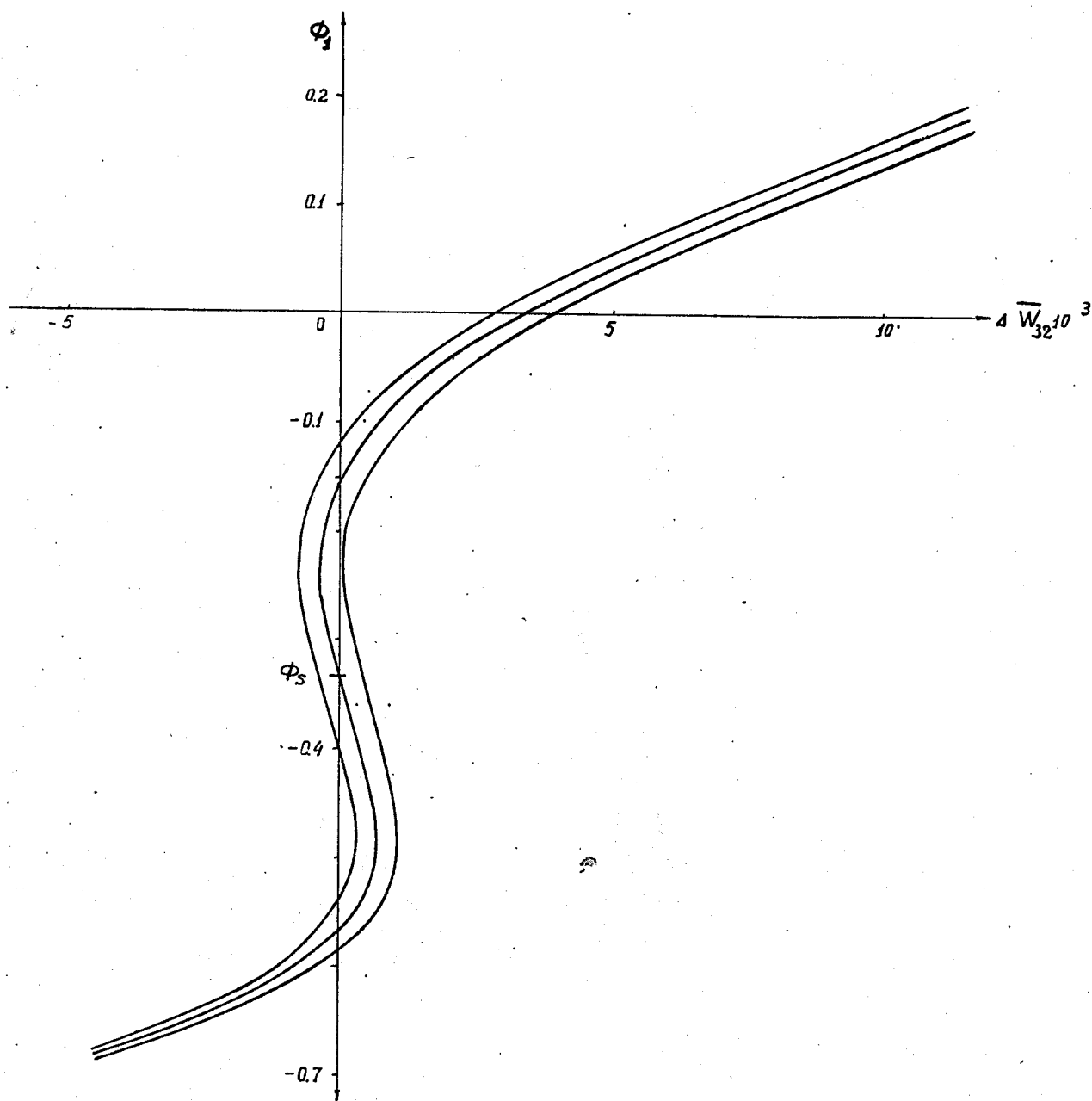


Рис. 16. Зависимость $\Delta \bar{W}_{32}(\phi_1)$ для моноэнергетических пучков на входе в линейный ускоритель. Средняя кривая - при $\Delta W_0 = 0$, т.е. для равновесной начальной энергии, левая кривая - при $\Delta W_0 = +0,2\%$, правая кривая - при $\Delta W_0 = -0,2\%$.

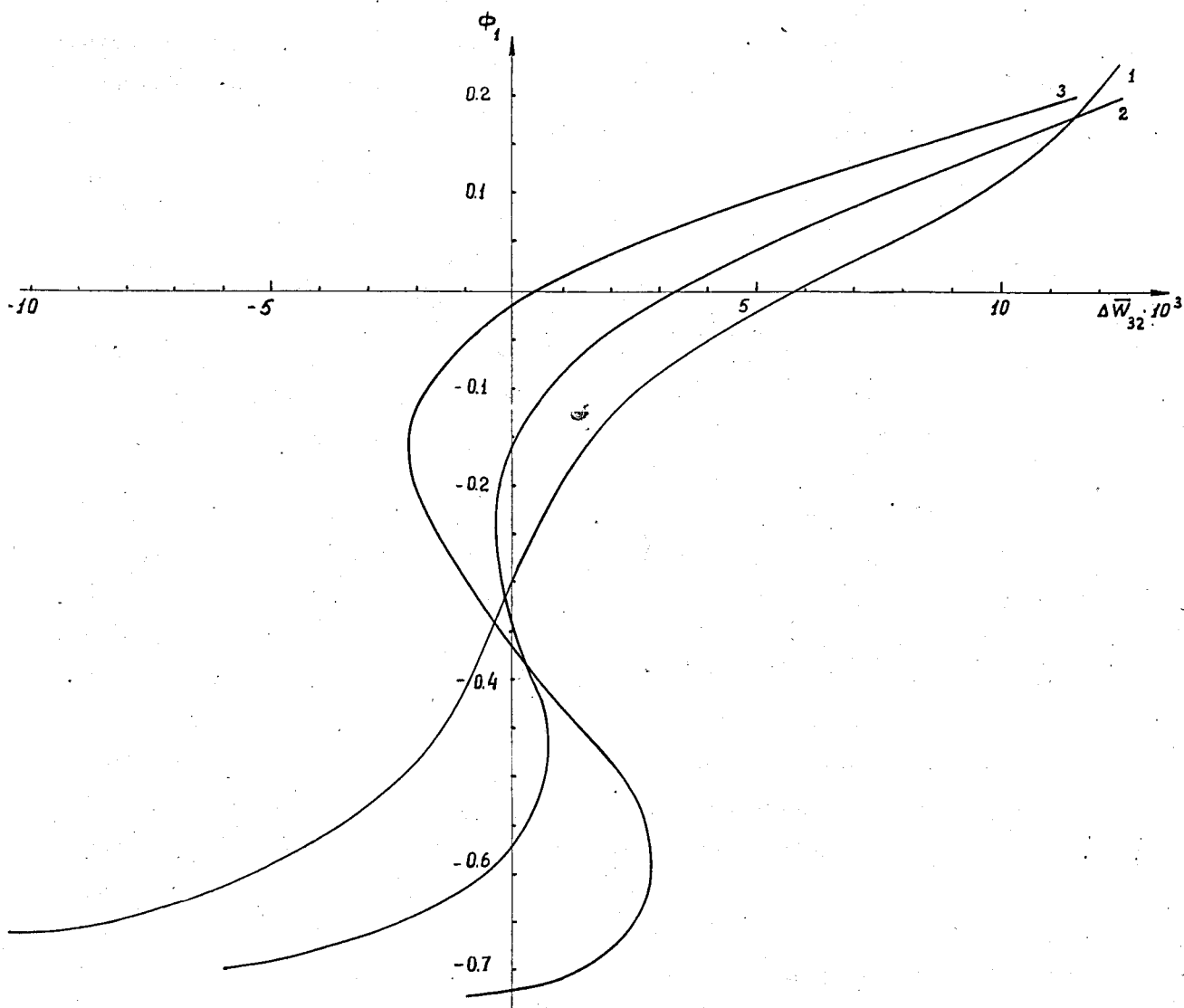


Рис. 17. Зависимость характера $\Delta \bar{W}_{32}(\phi_1)$ от ϵ_0 при $\Delta \bar{W}_0 = 0$. Кривая 2 - при $\epsilon_0 = 18,30$ кв/см; кривая 1 - при уменьшении ϵ_0 на 1%, а кривая 3 - при увеличении ϵ_0 на 1%.

во-первых, что величину ξ_0 необходимо поддерживать с достаточной точностью а во-вторых, что изменение ξ_0 - хороший экспериментальный способ подбора наиболее узкого спектра.

Учтем теперь вклад в спектр ускоренных частиц начального энергетического разброса. Рассчитанные фазовые колебания частиц при начальной энергии, несколько отличной от равновесной. $\Delta \bar{W}_0 = \pm 2\%$ и $\Delta W_0 = \pm 0,5\%$ показали, что характер зависимости ΔW_{32} от Φ_1 при различных $\Delta \bar{W}_0$ примерно один и тот же, но только соответствующие графики перемещаются вдоль оси ΔW_{32} . Эти графики приведены на рис. 16. Для интересующей нас области фаз $-0,6 < \Phi_1 < -0,1$ указанный сдвиг вдоль оси $\Delta \bar{W}_{32}$ составляет примерно пятую часть от начальной относительного электрического разброса. Отсюда следует, что при ожидаемом разбросе $\Delta \bar{W} = \pm 0,2\%$ поправка к спектру частиц на выходе из ускорителя будет небольшой $\sim 0,04\%$. Таким образом, при начальном энергетическом разбросе частиц $\sim \pm 0,2\%$ и при правильном ξ_0 половина ускоренных частиц будет иметь энергии в пределах $\sim \pm 0,1\%$. Соответствующее этому случаю распределение интенсивности ускоренных частиц в зависимости от их энергии показано на рис. 18а. Как мы видим, спектр имеет резко выраженный максимум и ширина "всплеска", содержащего 50% частиц, действительно, составляет $\pm 0,1\%$. На рис. 18б и 18в показаны спектры частиц при ξ_0 , несколько отличных от оптимального значения. Как видно, при увеличении ξ_0 по сравнению с оптимальным значением спектр становится двугорбым и уширяется, а при уменьшении ξ_0 спектр не раздваивается, но уширяется еще более резко и максимум сильно уменьшается.

Отметим, что затухание относительного энергетического разброса частиц, совершающих линейные фазовые колебания, можно получить аналитически, причем эти результаты хорошо согласуются с полученным выше численным результатом: $\frac{\Delta \bar{W}_{32}}{\Delta W_0} \approx \frac{1}{5}$. Для этого следует перейти к дифференциальной форме [1,2] уравнений фазовых колебаний. Предполагая, что $\Delta \beta_{n,s} = \text{const}$ /см., уравнение 4,3а/ и вводя независимую переменную $N = \frac{\beta_{n,s}}{\Delta \beta_{n,s}}$, можно записать уравнение малых фазовых колебаний в виде, родственном уравнению Бесселя:

$$N \frac{d^2 \Phi}{dN^2} + (2 - \gamma) \frac{d\Phi}{dN} - 2\sqrt{\gamma} \text{tg } \Phi_s \cdot \Phi = 0 \quad /6.1/$$

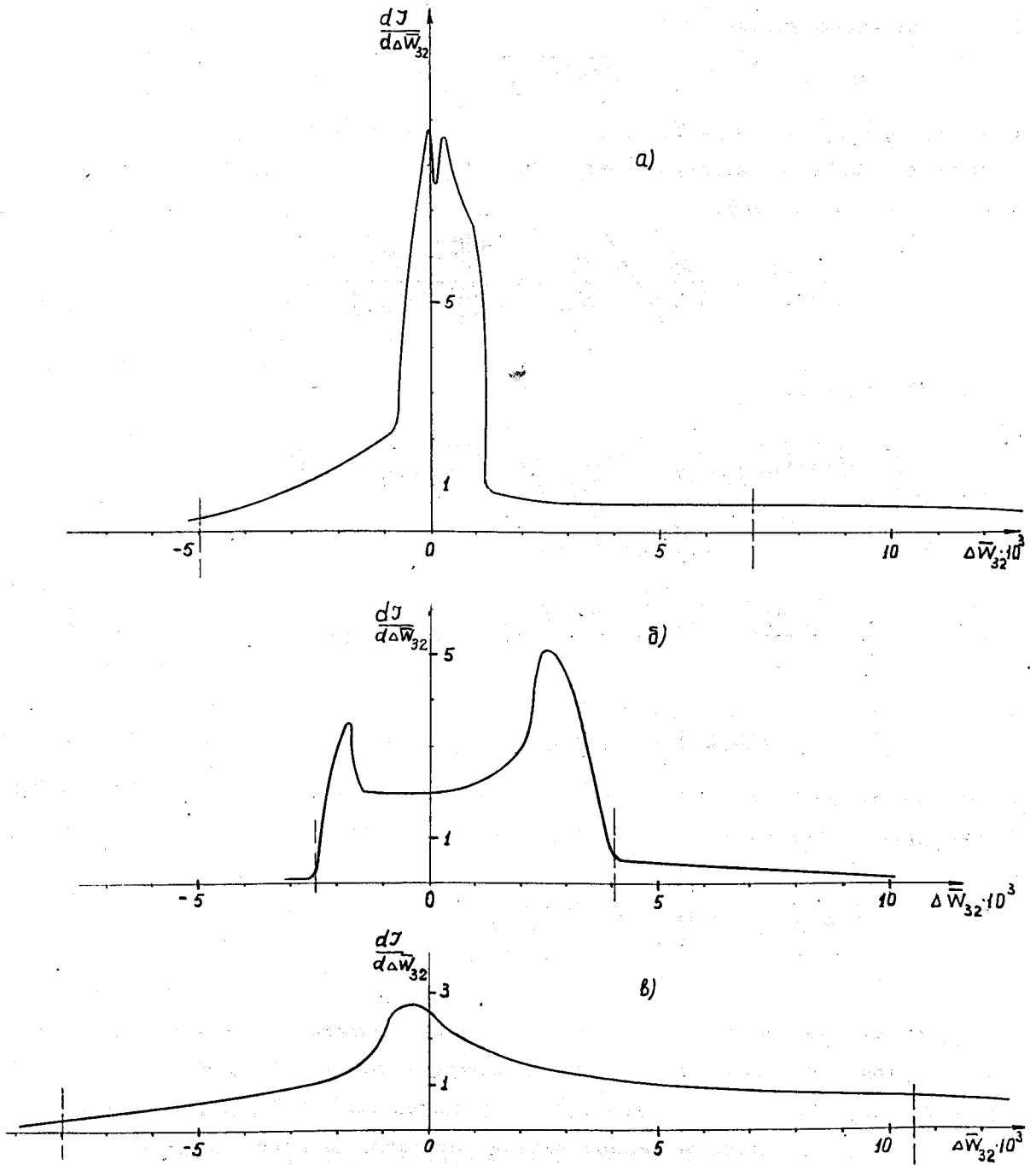


Рис. 18. Спектр протонов на выходе из ускорителя при равномерном начальном энергетическом разбросе в пределах $\pm 0,2\%$ около равновесной энергии: а/- при $\xi_0 = 18,30$ кв/см $\Phi_s = -18^\circ$; б/- при ξ_0 , увеличенном на 1%; в/- при ξ_0 , уменьшенном на 1%. Области, расположенной между вертикальными пунктирными прямыми на этих графиках, соответствует 80% захваченных частиц.

Решением этого уравнения будет

$$\Phi = N^{-\frac{1+\gamma}{2}} Z_{-1+\gamma} \left(2\sqrt{2\mathcal{T}|\operatorname{tg}\Phi_s|} \sqrt{N} \right), \quad /6.2/$$

где $Z_{-1+\gamma} = C_1 J_{-1+\gamma} + C_2 Y_{-1+\gamma}$, C_1 и C_2 - константы. Воспользовавшись /2.44/ и /2.46/, нетрудно получить в нерелятивистском приближении следующее соотношение

$$\frac{\Delta \bar{W}_{32}}{\Delta \bar{W}_0} = \frac{W'_{32}}{W_0} \bigg/ \frac{W'_0}{W_{32}} = \frac{\frac{d\Phi}{dN} (N_{\text{кон}})}{\frac{d\Phi}{dN} (N_{\text{нач}})}. \quad /6.3/$$

Из /6.2/ получаем

$$\frac{d\Phi}{dN} = \sqrt{2\mathcal{T}|\operatorname{tg}\Phi_s|} N^{-\frac{2+\gamma}{2}} Z_{-2+\gamma} \left(2\sqrt{2\mathcal{T}|\operatorname{tg}\Phi_s|} \sqrt{N} \right). \quad /6.4/$$

При $N \gg 1$ /6.4/ принимает вид

$$\frac{d\Phi}{dN} = \frac{(2\mathcal{T}|\operatorname{tg}\Phi_s|)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\mathcal{T}}} N^{-\frac{5}{4} + \frac{\gamma}{2}} (C_1 \cos\theta + C_2 \sin\theta), \quad /6.5/$$

где

$$\theta = 2\sqrt{2\mathcal{T}|\operatorname{tg}\Phi_s|} \sqrt{N} + \frac{3}{4}\mathcal{T} - \frac{\mathcal{T}}{2}\gamma.$$

В рассматриваемом случае $N_{\text{нач}} = 13$ и $\theta_{\text{нач}} = 4\mathcal{T}$, а $N_{\text{кон}} = 46$ и $\theta_{\text{кон}} = 7\mathcal{T}$.
В результате получаем

$$\frac{\Delta \bar{W}_{32}}{\Delta \bar{W}_0} = \left(\frac{46}{13} \right)^{-\frac{5}{4} + 0,1} = \frac{1}{4,3}. \quad /6.6/$$

Остановимся теперь на вопросе о влиянии радиальных колебаний на фазовое движение и, следовательно, на спектр ускоренных частиц. Дело в том, что, поскольку фактор \mathcal{G} зависит от радиуса /см. § 2/, прирост энергии частицы в каждом данном зазоре зависит от того, на каком радиусе проходит этот зазор. До сих пор это обстоятельство не принималось во внимание и считалось, что частицы движутся по оси / $z = 0$ /. Оценим грубо к чему может привести зависимость $\mathcal{G}(z)$ при наличии радиальных колебаний.

Приближенно радиальная зависимость y для случая идеальной сетки согласно /2.35/ может быть представлена в виде:

$$y(z) \approx y(0) \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{H} z}{L} \right)^2 \right]. \quad /6.7/$$

Предположим, что частица, пройдя некоторый зазор при $z \neq 0$, получила столько же энергии, что и равновесная частица, прошедшая этот зазор по оси. Легко показать, что в силу /6.7/ отличие фазы такой частицы от равновесной выразится следующей простой формулой.

$$\Delta \Phi_s = \frac{c \operatorname{tg} \Phi_s}{2} \left(\frac{\mathcal{H} z}{L} \right)^2. \quad /6.8./$$

Если во всех зазорах для некоторой разумной области z величина

$$\Delta \Phi_s \leq 1 \div 2^\circ \quad (\Delta \Phi_s \ll \Phi_s),$$

то можно сказать, что радиальные колебания будут мало влиять на энергетический разброс на выходе из линейного ускорителя. Поскольку в /6.8/ $\Delta \Phi_s$ обратно пропорционально L^2 , то основное влияние на фазовое движение радиальные колебания могут оказывать в начале ускорителя. С этой точки зрения целесообразно пучок частиц из форинжектора фокусировать на первую дрейфовую трубку, чтобы величина z / см. /6.8/ была в начале ускорителя малой. Впрочем следует оговориться, что имея ввиду слабость радиальной фокусировки, по-видимому, потребуется фокусировать пучок несколько дальше. Для уменьшения влияния радиальных колебаний на спектр частиц, может быть, понадобится несколько уменьшить \mathcal{E}_0 , добиваясь экспериментально такого положения, чтобы расчетные параметры имели частицы с радиальными колебаниями относительная доля которых в пучке наибольшая^{х/}.

Проведенные оценки показали, что можно обеспечить условия, при которых спектр ускоренных частиц расширится за счет радиальных колебаний, а также различных неточностей /см. ниже/ не более, чем в два раза.

^{х/} При этом, по-видимому, потребуется не только уменьшение \mathcal{E}_0 , но и создание некоторой неоднородности \mathcal{E}_0 вдоль ускорителя, поскольку, как видно из формулы /6.8/, величина $\Delta \Phi_s$ зависит от L_n / и довольно существенно/.

§ 7. О точностях и возможных искажениях

а/ Оценка точности, обеспечиваемой выбранной схемой расчета.

Для оценки точности, которую обеспечивает выбранная в § 4 схема расчета геометрии ускорителя, был рассмотрен некоторый гипотетический ускоритель, в котором поле в зазорах предполагалось однородным /так называемая "прямоугольная" волна/. В этом случае величина φ при постоянном отношении зазора к периоду неизменна, и при $\frac{g}{L} = \frac{1}{4}$, согласно /2.27/, $\varphi = 0,900$. Остальные параметры в этом расчете брались такими же, как и в § 4. Через рассчитанную систему дрейфовых трубок такого гипотетического ускорителя проводилась частица, причем в каждом зазоре движение частицы рассчитывалось численно по десяти точкам. Результаты этого расчета приведены на графиках /рис. 19/, где показано изменение отклонения фазы электрического поля от расчетной равновесной фазы Φ_s в момент пролета частицей середины зазора в зависимости от номера периода. Начальные условия этих частиц подбирались близкими к начальным условиям равновесной частицы. Из этих графиков видно, что выбранная схема расчета дает ошибку в определении Φ_s всего в $0,5^\circ$, а нерегулярность движения "равновесных" частиц составляет величину не более $\pm 0,2^\circ$. Такая точность с запасом удовлетворяет требованиям,

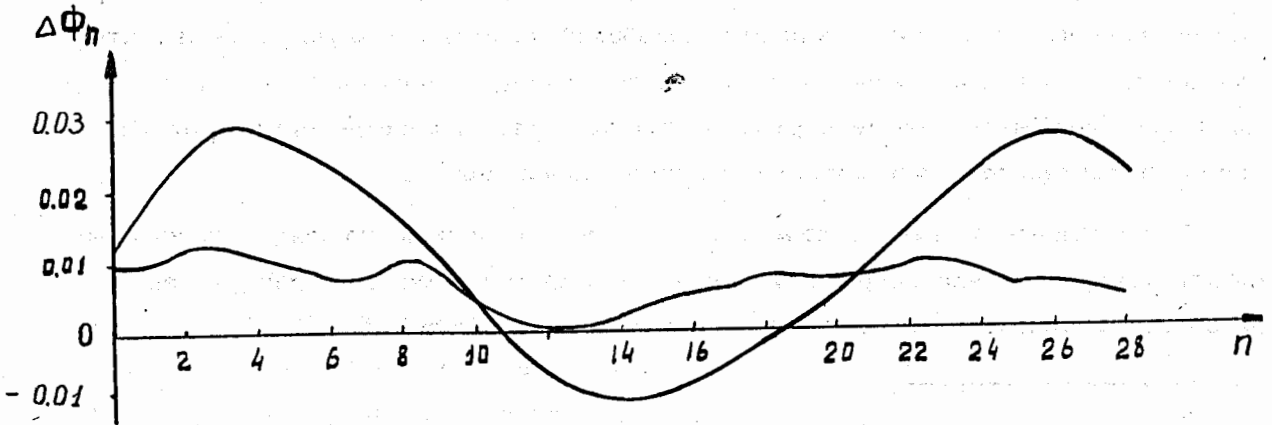


Рис. 19. Отклонение фазы частицы $\Delta \Phi_n$ от расчетной равновесной фазы Φ_s в гипотетическом ускорителе.

предъявляемым к линейному ускорителю-инжектору. Очевидно, ошибки, даваемые схемой расчета, и в случае, рассмотренном в § 4, будут того же порядка, и, следовательно, можно считать, что выбранная схема расчета вполне удовлетворительна.

б/ Допуски на параметры ускорителя и системы дрейфовых трубок.

Допуски можно оценить, дифференцируя /4.3а/ по всем параметрам. /для ψ воспользуемся /2.35// и полагая $d\Delta\beta_{n,s} = 0$. Связь между отклонением синхронной фазы и отклонениями параметров будет при этом иметь вид:

$$\operatorname{tg} \Phi_s \Delta \Phi_s = \frac{\Delta \xi_0}{\xi_0} - \frac{\Delta f}{f} - \frac{\Delta g}{g} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\Delta L}{L} \left[1 - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi a}{L}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi z}{L}\right)^2\right] + \frac{1}{2} \frac{\Delta a}{a} \left(\frac{\pi a}{L}\right)^2 \quad /7.1/$$

Величина $\frac{\Delta f}{f}$, очевидно, не меняется вдоль длины ускорителя, а может зависеть только от времени. $\frac{\Delta \xi_0}{\xi_0}$ может измениться как вдоль длины ускорителя, так и во времени. Остальные величины меняются только вдоль длины ускорителя.

Рассмотрим вначале допуски на зависимость отклонений всех параметров от номера периода. При условии, что $\frac{\Delta \xi_{0n}}{\xi_0} \approx \pm 2 \cdot 10^{-3}$,

$$\frac{\Delta g_n}{g} \approx \pm 2 \cdot 10^{-3}, \quad \frac{\Delta L}{L} \approx 5 \cdot 10^{-4}, \quad \frac{\Delta a}{a} \approx 5 \cdot 10^{-3}$$

получим, что в начале ускорителя $\Delta \Phi_{s \max} \approx 9 \cdot 10^{-3} \approx 30'$, а в конце

$\Delta \Phi_{s \max} \approx 7,5 \cdot 10^{-3} \approx 25'$. Определяющими допусками в рассмотренном случае являются допуски на $\frac{\Delta \xi_0}{\xi_0}$ и $\frac{\Delta g}{g}$, а на первых периодах и допуск на $\frac{\Delta a}{a}$. Таким образом, при указанных допусках нерегулярность Φ_s будет порядка нерегулярности, возникающей из-за приближенности расчета.

Рассмотрим теперь допуски на зависимость параметров от времени. Требуя, чтобы $\frac{\Delta \xi_0}{\xi_0} \approx \pm 2 \cdot 10^{-3}$, а отклонение частоты в соответствии с добротностью резонатора $\frac{\Delta f}{f} \approx 2 \cdot 10^{-5}$, получим, что $\Delta \Phi_s \approx 6 \cdot 10^{-3} \approx 20'$. Очевидно, можно считать, что при выполнении указанных допусков возможна настройка линейного ускорителя в режим, хорошо согласующийся с расчетным.

§ 8. Эффективность ускорителя

Оценим эффективность ускорителя. Коэффициент использования тока, выходящего из форинжектора обозначим через K . Представим этот коэффициент в виде произведения трех величин

$$K = K_1 K_2 K_3, \quad /7/$$

где K_1 - коэффициент, связанных с тем, что в режим ускорения линейного ускорителя захватываются не все частицы, а лишь те, которые попадают в область фаз шириной $\sim 3|\Phi_s| \sim 1$; K_2 - коэффициент прозрачности сеток; K_3 - коэффициент, зависящий от потерь за счет недостаточности радиальной фокусировки и других причин.

В нашем случае $K_1 \sim \frac{1}{6}$ /без банчера/, $K_2 \sim \frac{1}{2}$ / в инжекторе беватрона $K_1 \sim \frac{1}{5}$, $K_2 \sim \frac{1}{2}$ [4] /. Величина K_3 должна быть получена из эксперимента. Если учесть, что она будет, по-видимому, несколько больше /см. § 5/, чем в инжекторе беватрона $(\frac{1}{4})$, то мы получим, что без банчера коэффициент K получится не хуже чем $1/40$, как и в указанном ускорителе.

В заключение авторы выражают благодарность за обсуждение вопросов, затронутых в данной работе, академику В.И.Векслеру и профессору В.А.Петухову.

Авторы благодарят коллектив расчетного бюро, проделавшего большую счетную и оформительную работу.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 апреля 1960 года.

Л и т е р а т у р а

1. L.W. Alvarez et al., Berkeley Proton Linear Accelerator, Rev. Sci. Instr., 26, 111, (55).

/см.перевод в журнале "Проблемы современной физики" 4 /1956/.

2. W.K.H. Panofsky, University of California Radiation Laboratory Report, UCRL- 1216 (February, 1951).

3. L. Smith, R.L. Glukstern, Focusing in Linear Ion Accelerators, Rev. Sci. Instr., 26, 220, (55).

/см.перевод в журнале "Проблемы современной физики" 4, /1956/.

4. B. Cork, Proton Linear Accelerator for the Bevatron, Rev. Sci. Instr., 26, 210, (55).

5. Кладницкий В.С. Фактор времени пролета для протонного линейного ускорителя, препринт ОИЯИ Р-419 /см. также ЖТФ, 30, 178 /60//.