ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5-90-86

ЭКСНЕР
Павел

УДК 539.1, 539.2, 517.98

КВАНТОВЫЕ СИСТЕМЫ С ПРИВОДИМЫМ ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Дубна 1990

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор Р.А.Минлос

доктор физико-математических наук
профессор Б.С.Павлов

доктор физико-математических наук
профессор Я.А.Смородинский

Ведущее научно-исследовательское учреждение – Математический институт АН СССР им. В.А.Стеклова, Москва

Автореферат разослан "   "   1990 года.

Защита состоится "   "   1990 года на заседании Специализированного совета Д 047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Предметом диссертации являются квантовые системы с пространством состояний, представимым в виде ортогональной суммы подпространств, которым можно придать определенный физический смысл. Главный интерес направлен на динамические переходы между этими подпространствами и связанные с ними физические процессы распада, рассеяния и т.п.

Наиболее важными примерами систем с приводимым пространством состояний являются нестабильные квантовые системы, которые встречаются на всех уровнях от физики элементарных частиц до физики молекул. Тем не менее теории нестабильных систем как таковых долгое время не существовало, так как для практических целей достаточно было пользоваться простыми методами, предложенными в первые годы существования квантовой механики. Систематическое изучение этих вопросов началось только в семидесятые годы, как с точки зрения общих свойств нестабильных систем [1–3, II–IV] , так и с точки зрения решаемых динамических моделей [3–8]; первая серьезная попытка сформулировать основы теории нестабильных квантовых систем предпринята в монографии автора [1].

Широтой области, охватывающей нестабильные системы, обусловлено постоянное возникновение все новых интересных проблем. Это касается, например, вопросов, связанных с распадом протона [9, 10] или распадами кварконня [14] , которые затронуты в диссертации.

Нестабильные системы не являются единственным примером ситуации, когда пространство состояний можно разложить на подпространства определенного физического смысла; другие примеры можно найти в физике твердого тела и микроэлектронике, причем их число становится все больше. Сюда относятся, например, эксперименты контактной спектроскопии [12, 13] и эффект Ааронова-Бома в микроэлектронных структурах [14–18] , модели которых будут в диссертации построены. Эти темы несомненно новые; в первом случае это дело последнего десятилетия, во втором – нескольких последних лет.

Метод самосопряженных расширений, который используется в диссертации для построения ряда моделей, не нов, идея его применения для описания точечных взаимодействий была высказана уже в начале шестидесятых годов [I9, 20] , однако только в восьмидесятые годы она проявила себя как удобный инструмент и получила бурное развитие [2I-25]. Отметим, наконец, что задача об операторах Дирака с контактным взаимодействием на сфере также весьма актуальна, так как число известных точно решаемых моделей релятивистской квантовой механики очень мало.

Основные цели работы:

а) Рассмотреть общие свойства квантовых систем с приводимым пространством состояний, прежде всего с точки зрения их временного развития и пространственно временных преобразований.

б) Построить и проанализировать решаемые модели таких систем для случаев, представляющих физический интерес.

в) Наметить дальнейшие пути развития в этой области и указать открытые проблемы с оценкой их значения.

На защиту выносятся следующие основные результаты:

I. Анализ общих свойств нестабильных квантовых систем, связи между приведенным пропагатором, регенерацией и спектральными свойствами полного гамильтониана.

2. Вывод поведения нестабильных систем при преобразованиях группы Пуанкаре, в частности, доказательство того, что явления, связанные с пространственной локализацией не могут быть причиной подавления распада протона.

3. Полный и строгий анализ простой нерелятивистской модели двухчастичного распада.

4. Вычисление коэффициента прохождения шредингеровской частицы сквозь сингулярный потенциальный барьер.

5. Анализ движения свободной квантовой частицы на многообразии, состоящем из двух частей, которыми могут быть полупрямая, плоскость или полупространство, связанные в одной точке, и применение этих результатов для моделирования экспериментов квантовой контактной спектроскопии.

6. Анализ движения квантовой частицы на разветвляющемся графике и на петле с двумя отводами, помещенной во внешнее электрическое поле.

7. Предложение идеи квантовых интерференционных транзисторов.

8. Построение оператора Дирака с контактным взаимодействием на сфере, и анализ его свойств.

9. Формулировка основных положений теории квантовых волноводов.

IO. Доказательство того, что в искривленном квантовом волноводе достаточно малой ширины существует по крайней мере одно связанное состояние с энергией ниже энергии первой поперечной моды, и предсказание существования токов вдоль ребер изогнутых полупроводниковых слоев.

Научная новизна работы

Как мы уже отметили, строгая теория нестабильных квантовых систем начала развиваться в семидесятые годы [I-3, 27]. Автору здесь принадлежат общее применение теории унитарных расширений (см. [II], совместно с М.Гавличеком), теоремы 2.8, 2.II и 2.I4 (см.[II-IУ, XXI]) и некоторые другие результаты. Разные представления группы Пуанкаре, предназначенные для описания нестабильных систем, строились в ряде работ, однако анализ поведения таких систем при пространственно-временных преобразованиях дан впервые в работе [У]. Новым является также ее продолжение [УI, УII] (последняя работа выполнена совместно с Я.Диттрихом), в частности, формулы (3.3I) , (3.33), показывающие несостоятельность предположения [27] о кинематическом подавлении распада протона. Формулировка основ теории нестабильных квантовых систем, содержащаяся в монографии [I] , является до сих пор в литературе единственной.

Что касается модели, рассмотренной в четвертой и пятой главах диссертации, ее физическая природа не нова, так как она представляет собой в действительности двухчастичный сектор модели Ли с квадратично интегрируемым формфактором. С другой стороны, ее полного и строгого анализа (см.[УIII-XI] , совместно с Я.Диттрихом) до сих пор в литературе не было. Содержащиеся в этих работах доказательства правомерности полюсного приближения и спектральной концентрации представляют альтернативу методу, использованному Демутом [28] для модели Фридрихса.

Анализ прохождения через сингулярные потенциальные барьеры (см.[XII], совместно с Я.Диттрихом) раньше также не встречался в литературе. Идея использовать в этих целях самосопряженные расширения появилась независимо и примерно одновременно с работами групп С.Альбеверио и Б.С.Павлова, работами П.Шебы и других, где расширения применялись в других целях; это время можно считать началом широкого использования данного метода для построения решаемых моделей.

Работы по шредингеровским операторам на нестандартных многообразиях и их применению для моделирования экспериментов квантовой контактной спектроскопии (см. [XIII-XУI], совместно с П.Шебой) и по оператору Дирака с контактным взаимодействием на сфере (см.[XXII], совместно с Я.Диттрихом и П.Шебой) представляют в литературе новые темы. Работы по квантовой механике на некомпактных графиках (см. [XVII-XX], совместно с П.Шебой и отчасти с П.Штовичеком) также новые и исправляют неясности, имеющиеся раньше в литературе по этому поводу – см., например, [29]. Одновременно и независимо появилось рассмотрение рассеяния на более сложных графиках для частного класса гамильтонианов [30]. К предложению о создании квантовых интерференционных транзисторов [XIX] мы пришли независимо от работы [17], но немного позже. С другой стороны, мы предлагаем использовать электрический эффект Ааронова-Бома не на гетероструктурах, как в этой работе, а на полупроводниковых графиках, что с точки зрения намеченного применения намного выгоднее [XXXIII].

Наконец, теория квантовых волноводов, которую мы предлагаем развивать, представляет собой новое направление, хотя некоторые результаты можно заимствовать из классической теории волноводов. Самым удивительным результатом является, по всей видимости, теорема 16.1 (см. [XXIII], совместно с П.Шебой). Насколько нам известно, этого результата в литературе не было несмотря на то, что уравнение Лапласа на областях в $\mathbb{R}^n$ изучается многие десятки лет; единственный намек на существование таких связанных состояний можно найти в формальных рассуждениях работы [31]. Наше предложение о существовании токов вдоль ребер изогнутых тонких полупроводниковых пленок (см. [XXIV], совместно с П.Шебой и П.Штовичеком) также раньше в литературе не встречалось.

Научная и практическая ценность работы: Результаты работы вносят вклад в развитие математической физики и квантовой теории нестабильных систем. Сформулированные в диссертации методы позволяют построить точно решаемые модели для физически интересных явлений в области физики элементарных частиц, атомов и твердого тела. Результаты из области квантовой механики на графиках могут быть применены в микроэлектронике, в частности, предложение о создании квантовых интерференционных транзисторов из восьмой главы диссертации оформляется как изобретение.

Апробация работы: Основу диссертации составляют научные работы, выполненные автором в 1982-1988 г.г. в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ. Малую часть из общего объема представляют результаты, полученные автором в 1972-1975 г.г. в Карловом университете в Праге. Результаты диссертации докладывались:

– на семинарах в ЛТФ ОИЯИ,

– на семинарах в других советских институтах (Москва – МИАН, МГУ, ИТЭВ; Ленинград – ЛГУ, ЛОМИ; Киев – ИТФ),

– на семинарах в ЧССР (Прага – Карлов университет; Ржеж – ИЯФ ЧСАН),

– на семинарах в других странах (ГДР – Лейпциг, Берлин; ФРГ – Билефельд, Бохум, Кайзерслаутерн),

– на международных конференциях, симпозиумах и школах (СССР – – Дубна, Ташкент; ЧССР – Братислава, Либлице, Бехине, Алшовице; ГДР – Лейпциг; ПНР – Карпач; Австрия – Шладминг; Франция – Марсель; Великобритания – Сванси).

Публикации: В диссертацию вошла часть монографии автора [I], составляющая примерно одну треть ее объема. Эти и другие результаты диссертации содержатся в оригинальных работах [II – XXIV], опубликованных в журналах (Czech.J.Phys. B – 9; Commun. Math.Phys. – 1, J.Math.Phys. – 5, J.Phys. A – 1, Lett. Math. Phys. – – 1, Phys. Lett. A – 2, Phys. Rev. D – 2, Rep. Math. Phys. – 1) и в виде препринтов, направленных в международные журналы. По материалу диссертации также опубликовано восемь докладов [XXV – XXXII] в трудах названных выше конференций, симпозиумов и школ.

Объем работы: Диссертация состоит из десяти глав и библиографии, напечатанных на 215 страницах. Список литературы насчитывает 164 названий помимо работ [I – XXXIII].

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая часть носит вступительный характер. Здесь приводится общая мотивировка для изучения квантовых систем с приводимым пространством состояний, формируются цели работы и план изложения. Собственно изложение начинается со второй главы, которая посвящена общим свойствам временного развития нестабильных квантовых систем. Сначала введены основные понятия. Сформулирована обратная задача распада и приведен основной критерий существования и единственности ее решения. Найдено выражение приведенного пропагатора через преобразование Фурье некоторой операторной меры F и выведена соответствующая формула обращения. В § 2.3 рассмотрена связь между временным развитием и спектральными свойствами гамильтониана. Показано, что начальная скорость распада состояний с конечной энергией равна нулю. Доказано, что при естественном условии минимальности спектр гамильтониана совпадает с носителем меры F. Обсуждаются возможность описания нестабильной системы из знания законов распада всех ее состояний и вопрос о физическом смысле состояний с бесконечной энергией. В заключительном разделе обсуждается вероятность регенерации $R_\psi(t,s) := \| (V_t V_s - V_{t+s})\psi \|^2$ нестабильной системы. Показано, что если на плотном множестве в $\mathcal{H}_u$, пространстве состояний нестабильной системы, выполнено неравенство

$$R_\psi(t,s)^{1/2} \leq C_\psi\, g(t,s)$$

где g – неотрицательная функция, определенная для $0 \leq t \leq s$, не убывающая по s, $g(0,s)=0$, такая, что $s \mapsto |t^{-1} g(t,s)|$ можно мажорировать локально интегрируемой функцией для достаточно малых t и $\partial g(t,s)/\partial t\,|_{t=0} = 0$, тогда приведенный пропагатор является полугруппой, т.е. регенерация отсутствует вообще; это обобщает результаты работ [32, 33].

Третья глава посвящена симметриям процессов распада. Приведено несколько общих утверждений, однако главное внимание сосредоточено на поведении нестабильных систем при пространственно-временных преобразованиях, описываемых группой Пуанкаре $\mathcal{P}$. Показано, что при естественном требовании инвариантности законов распада по отношению к евклидовским преобразованиям, операторы $V(\Lambda,0)$, соответствующие на пространстве $\mathcal{H}_u$ преобразованиям Лоренца, не могут быть унитарными; это опровергает многочисленные попытки связать с нестабильными частицами неунитарные представления группы $\mathcal{P}$, так как в них всегда неунитарность содержится только в трансляционной части. Одновременно отсюда вытекает, что подпространство $\mathcal{H}_u$ в пространстве состояний $\mathcal{H}$, соответствующем нестабильной частице и ее продуктам распада, должно быть бесконечномерным, так как при естественном выборе представления группы $\mathcal{P}$ на пространстве $\mathcal{H}$ операторы импульсов P_j имеют чисто непрерывный спектр.

Это осложняет описание поведения законов распада и других величин при преобразованиях Лоренца. В § 3.3 однако доказано, что если нестабильная частица пространственно не слишком жестко локализована, пространство $\mathcal{H}_u$ эффективно одномерно, т.е. можно его заменить одномерным подпространством, допуская малую ошибку в законе распада. Соответствующее условие имеет вид

$$\Delta q \gg \hbar c\,(M\Gamma)^{-1/2}$$

что на практике почти всегда выполнено. В § 3.4 рассмотрен частный случай распада протона, который предсказывался теориями великого объединения [9], но не найден экспериментально; как одно из возможных объяснений было предложено подавление распада за счет кинематических эффектов (расплывания волнового пакета протона) [27]. Пользуясь некоторыми модельными предположениями, мы показываем, что это предложение несостоятельно: для вероятности распада выводим формулу

$$Q_\psi \approx \Gamma t \left(1 - c(\Delta q)^{-2}\right)$$

где $c = 1.6 \times 10^{-28}$ см^2; это исключает подавление везде кроме случая протонов в ядрах, к которым наши рассуждения не применимы.

Главы четвертая и пятая посвящены рассмотрению простой нерелятивистской модели двухчастичного распада. Физическая природа модели не требует особого описания, так она представляет собой двухчастичный сектор модели Ли с квадратично интегрируемым формфактором; новшеством здесь является полный и строгий анализ этой проблемы. Мы покажем, что модель галилеево-инвариантна, если формфактор сферически симметричен. Затем отделим движения центра масс и покажем, что (при определенных требованиях аналитичности на Фурье-образ формфактора) для достаточно малых значений константы связи g приведенная резольвента имеет на втором листе в точности один полюс z_p; найдем его положение с точностью до членов четвертого порядка по g. Интуитивно ясно, что для малых $|g|$ полюсный член в разложении Лорана вносит основной вклад в резольвенту, однако доказать это весьма непросто. Принимая условия ограниченности на Фурье-образ формфактора и его первые две производные, мы выводим в § 4.4 оценку разницы между приведенным пропагатором и экспоненциальной функцией, соответствующей полюсному приближению, которая выглядит следующим образом

$$|u(t) - A e^{-i\varepsilon_p t}| < \frac{Cg^2}{t}$$

для некоторого C; при этом A соответствующий вычет, $A \to 1$ для $g \to 0$. Для закона распада $P(t) = |u(t)|^2$, отсюда вытекает для достаточно малых $|g|$ оценка

$$|P(t) - |A|^2 e^{-2\delta_p t}| < \frac{11C}{5t}\, g^2 ,$$

показывающая, что он (за исключением очень малых и очень больших времен) мало отличается от экспоненциальной формы. Для модели обоснована применимость золотого правила Ферми, и рассмотрена возможность существования связанных состояний.

В пятой главе та же модель рассматривается с точки зрения теории рассеяния. Установлено существование и асимптотическая полнота для рассеяния двух легких частиц (причем сложным является только доказательство отсутствия сингулярно непрерывного спектра) и показано наличие резонанса, такого что соответствующий полюс амплитуды рассеяния находится в той же точке z_p, что и полюс, соответствующий распаду тяжелой частицы. Установлено также, что модель обладает квадратичной спектральной концентрацией в пределе $g \to 0$.

Шестая глава посвящена анализу туннелирования шредингеровской частицы на прямой сквозь сингулярный потенциальный барьер. Предполагая, что потенциал V измерим, неотрицателен почти всюду, ограничен п.в. в $\mathbb{R} \setminus [-\eta,\eta]$ для любого $\eta > 0$ и убывает на бесконечности быстрее чем $|x|^{-1-\varepsilon}$, мы сначала выводим условие непроницаемости барьера для оператора $h = -d^2/dx^2 + V(x)$, определенного в смысле квадратичных форм; оно имеет вид:

$$\int_{-c}^{c} V(x)^p \, dx = \infty$$

для некоторых $c > 0$ и $p \in (0,1]$. С другой стороны, если h определен как операторная сумма и

$$\int_{-c}^{c} x^2 V(x) \, dx = \infty$$

для некоторого $c > 0$, тогда h коммутирует с проекторами на полуоси $\mathbb{R}_\pm$. Отсюда вытекает, в частности, непроницаемость в случае, когда h, по существу, самосопряжен. Наоборот, если это условие не выполнено, знания потенциала для определения динамики не хватает. Надо добавить информацию о том, что случается с частицей в особой точке, т.е. выбрать самосопряженное расширение оператора h, играющее роль гамильтониана. Проницаемость барьера тогда существенно зависит от выбора динамики. Для иллюстрации рассматриваем в §§ 6.3, 6.4 подробно пример потенциала $V(x) = g x^{-2}$ для $g \in (0, 3/4)$, и вычисляем коэффициент прохождения через этот барьер в зависимости от параметров, определяющих выбранное самосопряженное расширение.

Тема седьмой главы может на первый взгляд показаться странной. Мы рассматриваем свободную шредингеровскую частицу, которая, однако, существует на непривычных конфигурационных многообразиях. В первом случае это полупрямая, присоединенная к плоскости, во втором – две плоскости, связанные в точке и, наконец, в § 7.4 рассматриваем движение в паре полупространств с граничными условиями Неймана, которые опять соединены через одну точку. Классы допустимых гамильтонианов для таких систем строятся способом, известным из теории точечных взаимодействий [21–25]. Прямая сумма свободных гамильтонианов сужается на функции нулевые в окрестности связывающей точки. Таким образом получается симметрический оператор с ненулевыми индексами дефекта, в данных случаях (2, 2). Соответствующие четырехпараметрические семейства самосопряженных расширений представляют собой допустимые гамильтонианы.

Для каждого из них рассмотрено рассеяние на связывающей точке, причем главное внимание уделяется вероятности прохождения между двумя частями конфигурационного многообразия. Полученные результаты используются для моделирования экспериментов квантовой контактной спектроскопии, в которых измеряют отклонения от закона Ома на контактах, размер которых меньше длины свободного пробега электронов. Вычисляя из полученного коэффициента прохождение дифференциальное сопротивление, мы находим, что при подходящем выборе гамильтониана, т.е. параметров, определяющих самосопряженное расширение, можно получить экспериментально измеренные кривые, за исключением более тонких эффектов, связанных со структурой металла. Это свидетельствует о том, что основное нелинейное отклонение от закона Ома в точечных контактах связано с геометрической природой этих структур.

В восьмой главе мы применяем ту же философию для рассмотрения некоторых вопросов квантовой механики на графиках. Так как основным при этом является вопрос, как ведет себя частица на графике в точках разветвления, мы рассматриваем подробно движение свободной частицы на графике, состоящем из трех полупрямых (так называемый Y – контакт). Допустимые гамильтонианы строятся таким же путем, как и в предыдущей главе. В данном случае индексы дефекта суженного оператора (3,3) и поэтому существует девятипараметрическое семейство самосопряженных расширений; мы ограничиваемся рассмотрением его подмножеств: (а) с непрерывными волновыми функциями, (б) с частично непрерывными волновыми функциями (только для пары полупрямых), (в) инвариантных по отношению к перестановке линий графика. Для этих гамильтонианов вычислены матрицы рассеяния и выяснены некоторые имеющиеся в литературе недоразумения [29, 34, 35].

В качестве применения этих результатов рассмотрена задача о движении электронов на петле с двумя приводами, помещенной в однородное электрическое поле в плоскости петли, перпендикулярное отводам. Вычислен коэффициент прохождения через петлю, и отсюда по формуле Ландауера проводимость петли в зависимости от интенсивности электрического поля. Результаты, конечно, зависят от формы петли и выбора граничных условий, описывающих контакты (т.е. самосопряженных расширений), но их общей чертой является наличие острых интерференционных минимумов при не очень высоких интенсивностях поля. Это позволяет высказать предложение о создании квантовых интерференционных транзисторов на базе полупроводниковых графиков, которые сегодня можно реализовать [36]. По своим характеристикам они могут быть значительно лучше используемых в настоящее время МОСФЕТ транзисторов, имея размеры на порядок меньше и управляющее напряжение даже на три порядка. Предложение об использовании электрического эффекта

Ааронова-Бома в этих целях было впервые высказано в работе [17] для полупроводниковых гетероструктур, однако, графики намного лучше подходят для этой цели в виду пренебрежимой малости их поперечных размеров; это позволяет добиться технически желаемого коэффициента модуляции тока (два порядка или больше).

В девятой главе рассматривается, на основе техники самосопряженных расширений, задача другого рода, а именно – оператор Дирака с контактным взаимодействием на сфере. При этом ограничиваемся теми операторами, которые инвариантны по отношению к вращениям и пространственным отражениям. После разложения по парциальным волнам, задача сводится к анализу радиальных операторов

$$\hat{H}_{j\ell} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{d}{dr} + \begin{pmatrix} m & \frac{\varkappa_{j\ell}}{r} \\ \frac{\varkappa_{j\ell}}{r} & -m \end{pmatrix}$$

где $\varkappa_{j\ell} = (-1)^{j-\ell+1/2}(j+1/2)$, с подходящими граничными условиями в точке $r=R$, определяющими взаимодействие. Главный интерес относится к случаю линейной комбинации скалярного и векторного (электромагнитного) δ-образных взаимодействий, формально описываемой потенциалом $g_s\beta\,\delta(r-R) + g_v\,\delta(r-R)$. Выделены самосопряженные расширения, для которых сфера становится непроницаемой; в названном частном случае это происходит тогда, когда выполнено условие

$$g_v^2 - g_s^2 + 4 = 0$$

из которого видно, что "запирание" невозможно без присутствия скалярной компоненты взаимодействия. Рассмотрены спектральные свойства этих операторов. В отрезке $[-m,m]$ они имеют не более двух собственных значений, для "запирающих" граничных условий существуют две бесконечные последовательности собственных значений в $\mathbb{R} \setminus [-m,m]$ с накоплением в точках $\pm\infty$. Непрерывный спектр этих операторов абсолютно непрерывен и равен $\mathbb{R} \setminus [-m,m]$.

Цель заключительной, десятой главы, – наметить пути, которыми методы, сформулированные и используемые в диссертации, могут развиваться дальше. Самым важным среди них является, пожалуй, теория квантовых волноводов, т.е. изучение уравнения Шредингера, в первую очередь, с граничными условиями Дирихле, на полосах, трубках, слоях, сендвичах, разветвляющихся структурах и т.п. В § 10.1 рассмотрен, в частности, простейший случай движения на изогнутой полосе ширины d. В предположении, что полоса асимптотически прямая и ее граница бесконечно гладкая, доказано, что предельный спектр начинается с первой поперечной моды, $\sigma_{ess} = [E_1,\infty)$, где $E_1 = \hbar^2\pi^2/2md^2$, но для

любого d меньше некоторого критического значения d_0 существует, по крайней мере, одно собственное значение (связанное состояние электрона с энергией в отрезке $[0,E_1)$). На основе этого результата делается предсказание о существовании токов вдоль ребер тонких изогнутых полупроводниковых пленок.

Рассмотрены другие вопросы, связанные с локальными расширениями и разветвлениями квантовых волноводов, с рассеянием на них и с низкоэнергетическим приближением, позволяющим заменить такой волновод соответствующим графиком. В § 10.2 сформулированы некоторые другие открытые проблемы, связанные с темами, обсуждаемыми в диссертации.

Диссертация основывается на работах:

I P.Exner: Open quantum systems and Feynman integrals, D.Reidel Publ. Co., Dordrecht 1985, 376 p.; chapters 1 and 3.

II M.Havlíček, P.Exner: Note on the description of an unstable system, Czech.J.Phys. B23 (1973), 594-600.

III P.Exner: Remark on the decay of a mixed state, Czech.J.Phys. B26 (1976), 976-982.

IV P.Exner: Remark on the energy spectrum of a decaying system, Commun.Math.Phys. 50 (1976), 1-10.

V P.Exner: Representations of the Poincaré group associated with unstable particles, Phys. Rev. D28 (1983), 2621-2627.

VI P.Exner: On the "kinematical fragmentation" in proton decay, Czech. J. Phys. B34 (1984), 1145-1149.

VII J.Dittrich, P.Exner: Proton decay cannot be suppressed kinematically, Phys.Rev. D32 (1985), 1170-1176.

VIII-XI J.Dittrich, P.Exner: A non-relativistic model of two-particle decay, I. Galilean invariance, II. Reduced resolvent, III. The pole approximation, IV. Relation to the scattering theory, spectral concentration, and bound states, Czech. J. Phys. B37 (1987), 503-515, 1028-1034, B38 (1988), 591-616; and preprint JINR E2-87-599, to appear in Czech.J.Phys. B.

XII J.Dittrich, P.Exner: Tunneling through a singular potential barrier, J.Math.Phys. 26 (1985), 2000-2008.

XIII P.Exner, P.Šeba: Quantum motion in a halfline connected to a plane, J.Math.Phys. 28 (1987), 386-391; erratum p. 2254.

XIV P.Exner, P.Šeba: Quantum motion on two planes connected at one point, Lett. Math. Phys. 12 (1986), 193-198.

XV P.Exner, P.Šeba: Mathematical models of quantum point con-

tact spectroscopy, Czech. J. Phys. B38 (1988), 1-11.

XVI P.Exner, P.Šeba: A simple model of thin film point contact in two and three dimensions, Czech. J. Phys. B38 (1988), 1095-1110.

XVII P.Exner, P.Šeba: Quantum-mechanical splitters: how one should understand them? Phys.Lett. A128 (1988), 493-496.

XVIII P.Exner, P.Šeba: Free quantum motion on a branching graph, Rep. Math. Phys. (JINR preprint E2-87-213, 214).

XIX P.Exner, P.Šeba: A new-type of quantum interference transistors, Phys.Lett. A129 (1988), 477-480.

XX P.Exner, P.Šeba, P.Šťovíček: Quantum interference on graphs controlled by an external electric field, J. Phys. A21 (1988), 4009-4019.

XXI P.Exner: One more theorem on the short-time regeneration rate, preprint JINR E2-88-797; J. Math. Phys. 30 (1989),

XXII J.Dittrich, P.Exner, P.Šeba: Dirac operator with a δ-shell interaction, preprint JINR E2-89-74;
J. Math. Phys. 30 (1989), 2875-

XXIII P.Exner, P.Šeba: Bound states in curved quantum wavequides, preprint BiBoS 298/87, Bielefeld 1987; J. Math. Phys. 30 (1989),

XXIV P.Exner, P.Šeba, P.Šťovíček: The edges can bind electrons, preprint SFB237, Bochum 1987; submitted to Phys. Rev. Lett.

XXV P.Exner: Open quantum systems and Feynman integrals: some problems, Czech. J. Phys. B36 (1986), 1242-1254.

XXVI J.Dittrich, P.Exner: Vliv lokalizace na dobu života protonu, Sborník 8.konference čs.fyziků (Bratislava 1985), str. 34-35

XXVII P.Exner, P.Šeba, P.Šťovíček: Quantum waveguides, Proceedings of the Workshop on Applications of Self-adjoint Extensions (Dubna 1987), Lecture Notes in Physics, vol. 324, Springer 1988; pp. 257-266.

XXVIII P.Exner, P.Šeba: Quantum junctions and the selfadjoint-extension theory, Proceedings of the Workshop on Applications of Self-adjoint Extensions (Dubna 1987), Lecture Notes in Physics, vol. 324 , Springer 1988, pp. 201-213.

XXIX P.Exner, P.Šeba, P.Šťovíček: On quantum waveguides, Proceedings of the 24th Winter School on Stochastic Methods in Mathematics and Physics (Karpacz 1988), World Scientific 1989, pp. 375-384.

XXX P.Exner, P.Šeba: Bound States in classical and quantum waveguides, Proceedings of the Conference on Partial Differential Equations (Holzhau 1988), Teubner Verlag 1989; pp. 131-138.

XXXI J.Dittrich, P.Exner, P.Šeba: Dirac Hamiltonian with contact interaction on a sphere, Proceedings of the Workshop on Schrödinger Operators, Standard and Nonstandard (Dubna 1988), World Scientific 1989; pp. 191-204.

XXXII P.Exner, P.Šeba: Electrons in semiconductor microstructures: a challenge to operator theorists, Proceeding of the Workshop on Schrödinger Operators, Standard and Nonstandard (Dubna 1988), World Scientific 1989; pp. 79-100.

XXXIII П.Экснер, П.Шеба: Квантовый интерференционный транзистор, заявка на изобретение № 4423188125 от 11.05.88; положительное решение ВНИИГПЭВ от 29.03.89.

Другая цитируемая литература

1. D.N.Williams, Commun. Math. Phys. 21 (1971), 314-333.
2. L.P.Horwitz, J.A.Lavita, J.-P.Marchand, J. Math. Phys. 12 (1971), 2537-2543.
3. L.Fonda, G.C.Ghirardi, A.Rimini, Rep. Progr. Phys. 41 (1978), 587-631.
4. J.Aguilar, J.M.Combes, Commun. Math. Phys. 22 (1971), 269-279.
5. B.Simon, Ann. Math. 97 (1973), 247-272.
6. J.S.Howland, Trans. Am.Math. Soc. 162 (1971), 141-156.
7. M.S.Ashbaugh, E.M.Harrell, Commun. Math. Phys. 83 (1982), 151-170.
8. G.G.Emch , K.B.Sinha, J. Math. Phys. 20 (1979), 1336-1341.
9. P.Langacker, Phys. Rep. 72 (1981), 185-385.
10. A.S.Goldhaber, T.Goldmann, S.Nussinov, Phys.Lett. 142B (1984), 47-51.
11. L.Bengström, H.Snellmann, G.Tengstrand, Phys. Lett. B80 (1979), 242-244.
12. И.К.Янсон, Ю.Н.Шалов, ЖЭТФ 71 (1976), 286-299.
13. A.G.M.Jansen, A.P. van Gelder, P.Wyder, J.Phys. C13 (1980), 6073-6118.
14. J.D.Bishop, J.C.Licini, G.J.Dolan, Appl. Phys. Lett. 46 (1985), 1000-1002.
15. V.Chandrasekhar et al., Phys.Rev.Lett. 55 (1985), 1610-1613.
16. C.P.Umbach et al., Phys. Rev. Lett. 56 (1986), 386-389.
17. S.Datta et al., Appl. Phys. Lett. 48 (1986), 486-489.

18. S.Washburn et al., Phys.Rev. Lett. 59 (1987), 1791-1794.
19. Ф.А.Березин, Л.Д.Фаддеев, ДАН СССР 137 (1961), 1011-1014.
20. Р.А.Минлос, Л.Д.Фаддеев, ЖЭТФ 41 (1961), 1850-1851.
21. S.Albeverio et al., J. Oper. Theory 12 (1984), 101-126.
22. S.Albeverio et al.: Solvable Models in Quantum Mechanics, Springer, Berlin 1988.
23. Б.С.Павлов, ТМФ 59 (1984), 345-353.
24. Ю.А.Куперин, К.А.Макаров, Б.С.Павлов 63 (1985), 78-87.
25. Б.С.Павлов, УМН 72 (1987), 403-415.
26. K.B.Sinha, Helv. Phys. Acta 45 (1972), 619-628.
27. G.N.Fleming, Phys. Lett. B125 (1983), 287-290.
28. M.Demuth, Math. Nachr. 73 (1976), 65-72.
29. B.Shapiro, Phys. Rev. Lett. 50 (1983), 747-750.
30. Н.И.Герасименко, Б.С.Павлов, ТМФ 74 (1988), 345-359.
31. R.C.T. da Costa, Phys. Rev. A23 (1981), 1982-1987.
32. B.Misra, K.Sinha, Helv. Phys. Acta 50 (1977), 99-104.
33. M.Nishioka, J. Math. Phys. 29 (1988), 1860-1861.
34. M.Weger, S.Alexander, G.Della Riccia, J. Math. Phys. 14 (1973), 345-359.
35. Y.Gefen, Y.Imry, M.Ya.Azbel, Phys. Rev. Lett. 52 (1984), 129-132.
36. H.Temkin et al., Appl. Phys. Lett. 50 (1987), 413-415.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 февраля 1990 года.