ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5-88-415
УДК 57-73:539.1.08

ЯЦУНЕНКО
Юрий Александрович

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АНАЛИЗА ДАННЫХ ПОЗИЦИОННО-ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ДЕТЕКТОРОВ

Специальность: 05.13.16 - применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов для научных исследований

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1988

Работа выполнена в Общеинститутском научно-методическсм отделении Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук — КОПЫЛОВ-СВИРИДОВ Виктор Алексеевич

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук — ЛЕБЕДЕВ Алексей Алексеевич

кандидат физико-математических наук — ИВАНЧЕНКО Иосиф Моисеевич

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Защита состоится "13" октября 1988 г. в 12 часов на заседании специализированного совета Д-047.01.04 при Лаборатории вычислительной техники и автоматизации по адресу: г.Дубна Московской области, ОИЯИ, ЛВТА.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "15" августа 1988 г.

Ученый секретарь
специализированного совета — З.М.Иванченко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. В современной физике высоких энергий координатные детектирующие системы составляют основную часть большинства экспериментальных установок. Поэтому поиск резервов в повышении достоверности реконструкции изучаемых физических процессов является актуальной задачей.

Цель работы - развитие математического обеспечения позиционно-чувствительных детекторов. Реализации этой цели посвящен анализ трех задач, характерных для детекторов этого класса: математическое обеспечение установки "Аномалон"/2/ (секционированный черенковский детектор релятивистских ядер, позволяющий определять пробег и заряд ядер); определение параметров дрейфовых камер (скорость дрейфа, задержка времени, направление дрейфа), задающих систему координат в эксперименте; математическая модель многотрековых событий.

Новизна работы. Для нового способа *) измерения средних длин свободного пробега фрагментов релятивистских ядер и фрагментов с помощью секционированного черенковского детектора математическое обеспечение разработано впервые.

---

*) И.А.Голутвин, В.А.Никитин, В.А.Свиридов. Авт. свид. СССР № 1140586 G 01 Е1/22, Бюллетень ОИ № 32, 1985, с.256

Метод аналитического определения направлений дрейфа электронов от места прохождения частицы до сигнальной проволочки дрейфовой камеры является новым.

Математическая модель многотрековых событий содержит в себе ранее неизвестную возможность определения координат вершин распада частицы на продукты, имеющие прямые траектории, без предварительного восстановления этих траекторий.

Практическая и научная ценность. Созданный математический аппарат для анализа данных эксперимента "Аномалон" позволил получить новые результаты в проблеме поиска фрагментов, имеющих аномально большие сечения взаимодействия. Этот аппарат может быть практически полезен при изучении выхода фрагментов, образующихся на "толстых" мишенях.

Математический аппарат для определения координатных параметров дрейфовых камер может быть полезен не только при восстановлении траекторий, но и при планировании экспериментов.

Математическая модель многотрековых событий позволяет построить нетрадиционный план реконструкции события, содержащего прямые траектории: без восстановления вторичных траекторий определяется координата взаимодействия первичной частицы (траектория известна), а лишь затем определяются параметры вторичных траекторий.

Апробация и публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах /I-4/.

Объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Работа содержит 92 страницы, включая 2 таблицы, 22 рисунка и библиографический список литературы из 74 наименований.

Автор защищает:

I. Создание математического обеспечения для анализа данных экспериментов на установке "Аномалон".

2. Аналитическое представление остаточной суммы наименьших квадратов (для прямых траекторий) и возможности этого представления для определения координатных параметров дрейфовых камер.

3. Математическую модель многотрековых событий.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В первой главе рассмотрены вопросы, связанные с математическим обеспечением экспериментов на установке "Аномалон". Установка – секционированный черенковский детектор релятивистских ядер, предназначенный для регистрации координат ядерных реакций по изменению амплитуд черенковского света в соседних счетчиках-секциях, т.е. последовательного процесса: ядро Z в точке x_I фрагментирует в Z_1 с вероятностью γ_1 ; Z_1 в x_2 переходит в Z_2 с вероятностью γ_2 и т.п. Подобному ядерному каскаду можно поставить в соответствие вероятностное описание:

$$d^nP(x_1,x_2,\dots,x_n)=\prod_{m=1}^{n}\Big[\frac{1-\alpha_m}{\lambda_m}e^{-\frac{(x_m-x_{m-1})}{\lambda_m}}+\frac{\alpha_m}{S_m}e^{-\frac{(x_m-x_{m-1})}{S_m}}\Big]\gamma_m dx_m, \qquad (I.I)$$

$$(x_0=0;\ \alpha_1=0)$$

в котором содержится предположение о существовании среди ядер некоторой доли (α) аномальной компоненты, имеющей сечение взаимодействия σ , значительно превосходящее сечение "нормальных" (I-α) ядер; λ , S – средние длины свободного пробега (СДСП), определяемые сечением взаимодействия – $\lambda=(n\sigma)^{-1}$(n – концентрация ядер в мишени – Č счетчике).

Основные цели экспериментов на установке "Аномалон" заключались в определении СДСП для ядер магния и его фрагментов, в оценке примеси аномальной компоненты. Эти величины (λ , α , S) можно получить при анализе гистограмм пробегов или эмпирической функции $\Lambda(\ell)$ зависимости СДСП от длины пробега ℓ . Дифференциально-вероятностная трактовка (ДВТ) – (I.I) позволяет получить формальные аналоги экспериментальным оригиналам – статистическим и функциональным зависимостям. Эти аналоги учитывают конечность области регистрации и дискретность установки (толщина отдельного счетчика – h = = 5,2 мм). Например: гистограмме длин пробегов Mg от точки входа в установку (x=0) до точки реакции соответствует известное выражение

$$d\Gamma_1(x_1)=\int_{x_1}^{\infty}dx_2\frac{d^2P(x_1,x_2)}{dx_2}=e^{-\frac{x_1}{\lambda}}\frac{dx_1}{\lambda}\gamma_1, \qquad (I.2)$$

однако для аналогичной гистограммы фрагмента Mg (Z_1 λ_1), рожденного в точке x_I и "погибшего" в x_2 ($x_I \le x_2 \le K$), т.е. пролетевшего расстояние $\ell = x_2 - x_I$, соответствует иная формула

$$d\Gamma_2(\ell) = e^{-\frac{\ell}{\lambda_1}}\left[1 - e^{-\frac{(K-\ell)}{\lambda}}\right]\gamma_1\gamma_2\frac{d\ell}{\lambda_1}. \tag{I.3}$$

Подобные, достаточно простые, операции с ДВТ позволяют, тем не менее, получить качественный критерий достоверности идентификации фрагмента. Этот критерий основан на независимости СДСП Mg от канала фрагментации: если происходит ошибочное завышение (например) числа остановившихся фрагментов, то гистограмма (I.2) для данного канала будет более пологой, чем при фрагментации Mg во "все что угодно".

Дискретность установки может существенно сказываться при определении доли аномальной компоненты в анализе $\Lambda(\ell)$, если СДСП аномалонов сравнима с шириной счетчика. С учетом дискретности функцию $\Lambda(\ell)$ можно определить как

$$\Lambda(\ell) = \frac{(1-\alpha)e^{-\ell/\lambda_1} + \alpha\cdot R\cdot(1-e^{-\frac{h}{s}})^{-1}e^{-\ell/s}}{(1-\alpha)(1-e^{-h/\lambda_1})e^{-\ell/\lambda_1} + \alpha\cdot R\cdot e^{-\ell/s}}. \tag{I.4}$$

В (I.4) $R \equiv S/h \cdot 4sh^2\, h/2s$.

При анализе экспериментального оригинала $\Lambda(\ell)$ неучет дискретности может дать завышенные значения α :

$$\frac{\alpha(h=0)}{\alpha(h\neq 0)} \approx \frac{s^2}{h^2}4sh^2\frac{h}{2s} > 1 \quad (s\sim h). \tag{I.4a}$$

В ДВТ (I.I) содержится также потенциал, позволяющий облегчить задачу учета размера мишени при определении выхода различных фрагментов (например: при определении вероятности фрагментации $Mg\to Ne$ на толстой мишени необходимо учитывать "скрытый" канал $Mg\to Na\to Ne$). В результате интегрирования (I.I) получено выражение для выхода фрагментов. Практическое применение этого выражения связано с вычислениями рекуррентного характера,которые,однако, представляются более простыми, чем традиционное матричное решение[ж)].

ж) G.D.Westfall et.al. Phys.Rev. C v.19, N4, 1309(1979).

В конце главы приводятся результаты экспериментов на установке "Аномалон", полученные с помощью разработанного математического аппарата.

<u>Во второй главе</u> рассматриваются задачи, связанные с определением параметров дрейфовых камер: скорости дрейфа V ; задержки старта T_0 (или порог "время-цифра" преобразователя); S направления дрейфа электронов от точки (X) прохождения частицы до сигнальной проволочки (СП). Эти параметры определяют линейную передаточную функцию

$$x(t) = P + s\cdot V\cdot(t - T_0), \tag{П.I}$$

задают систему координат $X(z)$ и ответственны за точность восстановления параметров A , B прямых траекторий

$$x(z) = A\cdot z + \hat{B}. \tag{П.2}$$

Хорошо разработанная техника анализа суммы наименьших квадратов

$$\Phi(A,B) = \sum_{n=1}^{N}\left(\frac{Az_n + B - x_n}{\sigma_n}\right)^2 \tag{П.3}$$

(N - число СП), минимум которой определяет искомые параметры A и B , позволяет получить аналитическое выражение для остаточной суммы наименьших квадратов (П.3) в минимуме) относительно $\vec{z}$ и $\vec{X} \equiv \{x_n\}$

$$\Phi = \vec{X}^T\hat{C}\vec{X}, \tag{П.4}$$

где матрица

$$C_{mn} = \delta_{mn} - \frac{1}{N} - \frac{(z_m - \bar{z})\cdot(z_n - \bar{z})}{N\cdot(\overline{z^2} - \bar{z}^2)} \tag{П.5}$$

(для равноточных измерений, т.е. каждая СП имеет одну и ту же ошибку σ в определении координаты X) обладает свойствами:

$$\hat{C}^T = \hat{C} \tag{П.5а}$$

$$\hat{C}\hat{C} = \hat{C} \tag{П.5б}$$

$$\hat{C}\vec{z} = 0 \tag{П.5в}$$

и имеет ранг $N-2$. Определение ранга матрицы основано на теореме, изложенной Ф.Р.Гантмахером *), и является своеобразным ключом к изучению возможностей определения координатных параметров дрейфовых камер при анализе квадратичной формы (П.4). В ряде случаев скорости дрейфа и задержки мало меняются со временем, поэтому конструктивным оказывается анализ остаточной суммы наименьших квадратов, усредненной по некоторой статистике (по нескольким трекам)

$$\Phi = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{N_k} \vec{X}_k^{T} \cdot \hat{C}_k \cdot \vec{X}_k . \qquad (\text{П.4а})$$

Если каждой СП приписываются индивидуальные значения скорости дрейфа (V_n) и задержки (T_n), то минимизация (П.4а) с учетом (П.I) по этим неизвестным приводит к системе линейных уравнений

$$\begin{cases} \sum\limits_{m=1}^{N} C_{mn} \left(\overline{t_n t_m} \cdot V_m + \bar{t}_n F_m \right) \cdot s_m = - \sum\limits_{m=1}^{N} C_{mn} P_m \bar{t}_n \\ \qquad n = 1, 2, \dots, N \\ \sum\limits_{m=1}^{N} C_{mn} \overline{\tau_m \tau_m} s_m V_m = 0 \qquad {}^{*}\tau \equiv t - \bar{t} \; ; \; F_n \equiv - V_n \cdot T_n . \end{cases} \qquad (\text{П.6})$$

Так как ранг матрицы не совпадает с порядком, то из этой системы можно определить N-I значений V_n и N-2 значений T_n , задав одно V_n и два значения T_n .

В реальных экспериментальных условиях эту неоднозначность удается упростить, и определения требуют: скорость дрейфа V и задержка T – общие для всей дрейфовой камеры. Задаче определения V , T соответствует система уравнений

$$\begin{cases} \sum\limits_{m,n}^{N} C_{mn} \left[(\overline{s_n s_m t_n t_m}) \cdot V + (\overline{s_n s_m t_m}) \cdot F + (\overline{s_n t_n P_m}) \right] = 0 \\ \sum\limits_{m,n} C_{mn} \left[(\overline{s_n s_m t_m}) \cdot V + (\overline{s_n s_m}) \cdot F + (\overline{s_n P_m}) \right] = 0 \quad (F \equiv - V \cdot T), \end{cases} \qquad (\text{П.7})$$

которая разрешима при условиях: а) для набора из N СП ($N \geqslant 4$) достаточно одного трека, но

$$\sum_{n=1}^{N} C_{mn} P_n \neq 0 \qquad (\text{П.8})$$

(все СП не должны лежать на одной прямой) и

$$\sum_{n=1}^{N} C_{mn} s_n \neq 0 ; \qquad (\text{П.9})$$

---

*) Ф.Р.Гантмахер. Теория матриц. "Наука", М., 1966, с.6.

б) для N =3 достаточно двух различных треков при условиях (П.8,9).

Проблему неоднозначности направления дрейфа электронов обычно стараются устранить конструкционным решением (П.8), однако могут существовать траектории, для которых априорная определенность теряется. Традиционный выход из этого положения – перебор знаков направления дрейфа для каждой СП. Число операций по поиску минимального χ^2 в общем случае достаточно велико $\sim 2^N$. Однако "ортогональность" матрицы $\hat{C}$ к прямому треку (П.5в) позволяет предложить систему уравнений для определения знаков s_n :

$$\begin{cases} \sum\limits_{n=1}^{N} s_n \cdot C_{mn} \left[V \cdot (t_n - T_0) + P_n \right] = 0 & m = 1, 2, \dots, N-2 \\ | s_m | = 1 & m = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \qquad (\text{П.10})$$

В диссертации приводятся решения для s_n при $N \leqslant 4$. Для $N > 4$ предлагается схема сведения (П.10) к группам решений для N =3.

В конце главы приводятся примеры определения скорости дрейфа в экспериментах "ТАУ" (поиск и изучение очарованных мезонов, образующихся в "pp"-столкновениях при энергии протонов 70 ГэВ) и на установке "СКА" (спектрометр кумулятивных адронов).

В третьей главе рассмотрены вопросы, относящиеся к задаче реконструкции многотрековых событий. Многие авторы отмечают отсутствие к настоящему времени математической модели для этой задачи, т.е. функции от параметров искомых траекторий, экстремальные особенности которой отражали бы группировку измеренных координат вблизи треков частиц.

Для каждого из N детекторов, расположенного в z_n, регистрирующего M_n отсчетов a_{mn} предлагается функция распределения вероятности совпадения координаты X , принадлежащей траектории $\varphi(z)$, с одной из измеренных координат

$$F(x, z_n) = \sum_{m=1}^{M_n} G(x - a_{mn} ; \sigma_{mn}) \, \sigma_{mn} , \qquad (\text{Ш.I})$$

где

$$G(x;\sigma) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (2\sigma)^{-1} , & |x| \leq \sigma \\ 0 , & |x| > \sigma \end{cases} \qquad (\text{Ш.2а,б})$$

функция плотности вероятности и σ – точность определения координат, характерные для данного детектора. Привлечение понятия "интеграл вдоль траектории" позволяет получить функцию от параметров траектории

$$\Gamma(\varphi) = N \cdot \frac{\sum_{n=1}^{N} \sqrt{1+\dot{\varphi}^2(z_n)}\; F[\varphi(z_n), z_n]}{\sum_{n=1}^{N} \sqrt{1+\dot{\varphi}^2(z_n)}} . \qquad (\text{Ш}.3)$$

Для реальной траектории – прямой на плоскости $\varphi(z) = A \cdot z + B$ при "правильно" определенных параметрах траектории, проходящей через точки $a_1(z_1)$, $a_2(z_2), \ldots$ и т.д., можно приближенно считать

$$\Gamma(A,B) \approx N - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{A \cdot z_n + B - a_n}{\sigma_n} \right)^2 . \qquad (\text{Ш}.3\text{а})$$

Традиционно требование к группе координат, которые могут принадлежать траектории, сводится к двум независимым условиям: число точек должно быть не менее заданного, χ^2 должен быть не более заданного. Приближение (Ш.3а) устанавливает связь между этими критериями (N , χ^2). При $\chi^2 \to 0$ (Ш.3а) достигает своего максимального значения – N .

Поэтому можно ожидать, что в пространстве параметров искомых траекторий $\Gamma(\varphi)$ выглядит в виде набора больших – главных максимумов (реальные траектории) и набора максимумов меньших амплитуд, природа которых носит комбинаторный или (и) шумовой характер. Это предположение о характере $\Gamma(\varphi)$ подтверждается розыгрышем нескольких прямых в плоскости.

Использование критерия (Ш.3) при поиске траекторий связано с проблемой анализа многоэкстремальных функций, которая к настоящему времени не имеет общего решения. Однако перебор $\Gamma(\varphi)$ для прямых траекторий по опорным точкам $X_1(z_1)$ и $X_N(z_N)$ имеет число операций $\sim N \cdot M^3$, сравнимое с перебором (неоптимизированным) по χ^2 -критерию $\sim N \cdot M^N$.

Сформулированный критерий $\Gamma(\varphi)$ позволяет упростить задачу определения координат вершин реакций ("входящая" траектория известна) и распадов нейтральных частиц ($\varphi_0(z)$ – неизвестна). Предположению о том, что несколько (K) прямых треков пересекаются в одной точке (X , z), можно поставить в соответствие ожидаемое максимальное значение функции

$$D(x,z) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M_n} \sum_{k=1}^{K} \sigma_{mn} \cdot G\left[(z_k - z_n) \cdot \frac{x - a_{kN}}{z_k - z} + a_{kN} - a_{mn}; \sigma_{mn}\right] \qquad (\text{Ш}.4)$$

Действительно, при разыгрывании двух групп траекторий, выходящих из двух вершин, $D(x,z)$ имела два больших максимума в заданных координатах вершин. Амплитуда этих максимумов пропорциональна полному числу точек, образующих "распадные" траектории. Максимумы обостряются при улучшении точности регистрации треков и при увеличении угловой расходимости "распадных" треков. Если параметры "входящей" прямой траектории известны, то из (Ш.4) можно получить функцию одного аргумента – z , которая также имеет большой максимум вблизи точки реакции

$$C(z) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M_n} \sigma_{mn}\, G\left[\frac{z_n - z}{z_k - z} (a_{kN} - A_0 z_k - B_0) + A_0 z_n + B_0 - a_{mn}; \sigma_{mn} \right] \qquad (\text{Ш}.5)$$

$$\left(\varphi_0(z) = A_0 \cdot z + B \right).$$

Это свойство функции (Ш.5) открывает возможность построения нового плана реконструкции многотрекового события для прямых траекторий: сначала определяется z -максимум (Ш.5), а лишь затем восстанавливаются "выходящие" траектории.

<u>В заключении</u> изложены основные выводы диссертационной работы:

I. При решении задач обработки экспериментальных данных установки "Аномалон" сформулировано дифференциально-вероятностное описание процесса последовательной фрагментации, регистрируемого установкой, что позволило:

а) получить математические аналоги экспериментальным статистическим и функциональным зависимостям; эти аналоги учитывают ограниченную область регистрации и дискретность установки (существенно при поиске фрагментов, имеющих аномально малые значения средних длин свободного пробега);

б) сформулировать качественный критерий достоверности идентификации фрагментов, основанный на независимости значения средней длины свободного пробега фрагментирующего ядра от каналов фрагментации;

в) предложить метод расчета выхода фрагментов, образующихся на толстых мишенях в результате каскадного перехода исходного ядра в изучаемый фрагмент.

2. Аналитическое представление остаточной суммы наименьших квадратов (для прямых траекторий) позволило:

а) сформулировать условия для нахождения параметров дрейфовых камер (скорость дрейфа, задержка времени), определяющих систему координат в эксперименте;

б) представить в аналитическом виде и решить (для практических случаев) задачу перебора, связанную с двузначностью в направлении дрейфа электронов.

3. Для задач реконструкции многотрековых событий предложена математическая модель - функция, положения главных максимумов которой соответствуют параметрам траекторий. Эта модель содержит в себе ранее неизвестную возможность в реконструкции - возможность определения координат вершин распада частицы на продукты, имеющие прямые траектории, без предварительного восстановления этих траекторий.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

I. Ю.А.Яцуненко. Сообщение ОИЯИ, PI-86-I50, Дубна, 1986.
2. A.Chernenko, V.Dodokhov,...,Yu.Yatsunenko. In: Proc. of the Second Int.Conf. on Nucleon-Nucleon Collisions. Sweden, Visby, 1985, v.1, p.23.
3. Ю.А.Яцуненко. Сообщение ОИЯИ, PI-86-I5I, Дубна, 1986.
4. Ю.А.Яцуненко. Препринт ОИЯИ, PI-88-29, Дубна, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июня 1988 года.