

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

5-88-376 e

А.Б.Курдииков

СУПЕРАЛГЕБРЫ $gl(m|n)$ И $sl(m|n)$
И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Направлено в "Journal of Mathematical Physics"

1988

1. Введение

Широкий интерес к супералгебрам Ли был стимулирован развитием идей суперсимметрии в квантовой теории поля. Была разработана полная классификация простых супералгебр Ли ^{1,2/}, исследованы представления так называемых "базисных" супералгебр типа osp и $sl(m/n)$, $m \neq n$, характеризующихся тем, что их метрический тензор (форма Киллинга - Картана) не вырожден ^{1,7/}. Однако ряд физических задач, например супертвисторное квантование ^{3,4/} или построение моделей конформной расширенной супергравитации ^{5,6/}, требует умения работать с представлениями "небазисных" супералгебр, метрический тензор которых вырожден. Особый интерес представляют алгебры $sl(m/m)$ и, в частности, $sl(2/2)$, соответствующие суперунитарным группам.

В настоящей работе с единой точки зрения, а именно путем канонической реализации супералгебр, исследуется структура алгебр $sl(m/n)$ как для $m \neq n$, так и для $m = n$ и строятся их неприводимые представления.

В разд. 2 описывается каноническая реализация супералгебр $gl(m/n)$ и $sl(m/n)$ и структура их представлений. В разд. 3 развитый общий подход применяется к случаю алгебры $sl(2/1)$, а в разд. 4 - к алгебре $sl(2/2)$.

2. Каноническая реализация и структура представлений супералгебр $gl(m/n)$ и $sl(m/n)$

2.1. Каноническая реализация $gl(m/n)$

Среди различных существующих реализаций супералгебр наиболее удобной для решения задачи о построении представлений является каноническая реализация ^{7,7,8/}. Каноническая реализация супералгебр $gl(m/n)$ состоит в следующем: рассматривается набор m бозонных и фермионных операторов рождения-уничтожения:

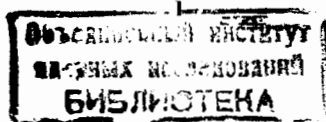
$$\begin{aligned} [a_i, a^{+j}] &= \delta_i^j, \\ \{\psi_\alpha, \psi^{+\beta}\} &= \delta_\alpha^\beta, \\ [\text{остальные}] &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

или, вводя $\xi_A = (a_i, \psi_\alpha)$, $\xi^{+B} = (a^{+j}, \psi^{+\beta})$, имеем

$$[\xi_A, \xi^{+B}] = \delta_A^B.$$

Далее строятся операторы:

$$T^i_j = a^{+i} a_j,$$



$$\begin{aligned}
S_\beta^\alpha &= \Psi^{+\alpha} \Psi_\beta, \\
V^{\alpha_i} &= \Psi^{+\alpha} a_i, \\
W_\alpha^i &= a^i \Psi_\alpha \\
\text{(или короче: } Q^A_B &= \xi^{+A} \xi_B \text{)}.
\end{aligned}
\tag{2.2}$$

Совокупность этих операторов генерирует супералгебру $gl(m/n)$:
 $\mathcal{G} = \langle Q \rangle = \langle T, S, V, W \rangle = gl(m/n)$,

угловые скобки означают \mathbb{R} - линейную оболочку содержащихся в них генераторов. Заметим, что $\langle T \rangle = gl(m)$, $\langle S \rangle = gl(n)$ - обычные алгебры Ли. В сумме они составляют четную часть \mathcal{G} .

$$\text{Четная подалгебра } gl(m/n) = gl(m) \oplus gl(n) = \langle T, S \rangle. \tag{2.3}$$

Корневая система супералгебры $gl(m/n)$ естественным образом подразделяется на положительные корни (R^+), отрицательные (R^-) и нулевые ($H - m+n$ картановских генераторов). Неприводимые представления со старшим весом (вакуумом) строятся по стандартной процедуре: вакуум $|0\rangle$ удовлетворяет условию

$$R^+ |0\rangle = 0. \tag{2.4}$$

Тогда (неприводимое представление) $= \langle |0\rangle, R^-_1 |0\rangle, R^-_2 |0\rangle, \dots \rangle$.

В дальнейшем для большей ясности алгебраического смысла всех процедур под операторами рождения и уничтожения будем понимать операторы умножения и дифференцирования на действительные либо грассмановы числа:

$$\begin{aligned}
Q^{+i} &\rightarrow x^i \in \mathbb{R}, & a_i &\rightarrow \partial_i = \frac{\partial}{\partial x^i}, \\
\Psi^{+\alpha} &\rightarrow \theta^\alpha \in \Lambda_{\mathbb{R}}^{(1)}(n), & \Psi_\alpha &\rightarrow \Delta_\alpha = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha}, \\
\xi^{+A} &\rightarrow \xi^A = (x^i, \theta^\alpha), & \xi_A &\rightarrow \mathcal{D}_A = (\partial_i, \Delta_\alpha).
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

Здесь $\Lambda_{\mathbb{R}}(n) = \bigoplus_{k=0}^n \Lambda_{\mathbb{R}}^{(k)}(n)$ - грассманова алгебра от n образующих $\theta_1, \dots, \theta_n$ над полем \mathbb{R} . В качестве универсального модуля (пространства представления) над алгеброй \mathcal{G} естественно рассматривать кольцо полиномов $\mathbb{R}[x^i, \theta^\alpha]$, либо полиномы Лорана, либо пространство тензорных полей $\mathbb{R}[x^i, \theta^\alpha, \partial_j, \Delta_\beta]$, причем неприводимые представления будут, очевидно, реализовываться на простран-

вах однородных полиномов. Полином степени однородности Q реализуют представления.

$$[Q]_{gl(m/n)} \sim \overbrace{\square \dots \square}^Q - \text{симметричное представление.} \tag{2.6}$$

Чтобы получить представления со смешанной симметрией, содержащие L строк в диаграмме Юнга, необходимо ^{7,8} взять L наборов $x^i(1) \dots x^i(L)$, $\theta^\alpha(1) \dots \theta^\alpha(L)$, $Q^A_B := \sum_{l=1}^L Q^A_B(l)$ и рассмотреть тензорное произведение L симметричных представлений. Такие представления будут, как правило, полупрямыми суммами неприводимых, а не прямыми, как в случае обычных алгебр Ли.

$$2.2. \quad gl(m/n) \rightarrow sl(m/n)$$

Супералгебры $sl(m/n)$ задаются условием $str A = 0$, $A \in gl(m/n)$.

Для этого необходимо отфакторизоваться от генератора суперследа. В работах ^{6,7} переход от генераторов $gl(m/n)$ Q^A_B к генераторам $sl(m/n)$ P^A_B предлагается в следующем виде:

$$P^A_B := Q^A_B - \delta^A_B \frac{str(Q)}{str(\delta)}, \quad str(\delta) = m - n. \tag{2.7}$$

Этот путь делает сингулярным случай $m = n$, что и понятно, поскольку при $m = n$ единичная матрица $I = \text{diag}(1_m, 1_n)$ не является генератором суперследа: $str(I) = 0$. Однако вместо I можно использовать матрицу $J = \text{diag}(1_m, -1_n)$, суперслед которой никогда не равен 0, и потому она на равных с I правах может считаться генератором суперследа. (Более того, можно подобрать числа a и b так, чтобы $J = \text{diag}(a 1_m, b 1_n)$ была ортогональна всем матрицам P и при этом $str(J) \neq 0$). Тогда

$$P^A_B := Q^A_B - J^A_B \frac{str(Q)}{str(J)}, \quad str(P) \equiv 0. \tag{2.7I}$$

не является идеалом в $gl(m/n)$, но нам достаточно, что $sl(m/n)$ - идеал:

$$gl(m/n) = sl(m/n) \oplus \langle J \rangle. \tag{2.8}$$

Проведем построение более конкретно:

$$gl(m) \rightarrow sl(m): \quad I^i_j := T^i_j - \delta^i_j \frac{tr(I)}{m}, \quad str(I) = tr(I) = 0, \quad I = \begin{pmatrix} * & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 \\ 0 & & 0 \end{pmatrix},$$

$$gl(n) \rightarrow sl(n): \quad K^\alpha_\beta := S^\alpha_\beta - \delta^\alpha_\beta \frac{tr(S)}{n}, \quad str(K) = -tr(K) = 0, \quad K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ - & 1 & 0 \\ 0 & & * \end{pmatrix},$$

$$gl(1): E_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{m} \delta_j^i + \frac{1}{n} \delta_{\beta}^{\alpha}, \text{str}(E) = 0, E = \begin{pmatrix} \frac{1}{m} \mathbb{1}_m & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \mathbb{1}_n \end{pmatrix},$$

$$\langle I, K, E \rangle = sl(m) \oplus sl(n) \oplus gl(1) = \text{четная подалгебра}. \quad (2.9)$$

Вся $sl(m|n) = \langle I, K, E; V, W \rangle$. Отметим, что при таком выборе E

$$J_{\beta}^{\alpha} = \frac{1}{n} \delta_j^i - \frac{1}{m} \delta_{\beta}^{\alpha}.$$

Изучим подробнее генератор E :

$$\begin{aligned} [E, I] &= [E, K] = 0, \\ [E, V] &= \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m}\right)V = \varepsilon V, & V &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ * & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ [E, W] &= -\varepsilon W, \quad \varepsilon = \frac{1}{n} - \frac{1}{m}, & W &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & * \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Таким образом, оператор E задает на супералгебре $\mathcal{A} = sl(m|n)$ градуировку:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{-1} \oplus \mathcal{A}_0 \oplus \mathcal{A}_{+1},$$

\mathcal{A}_0 - четная подалгебра,

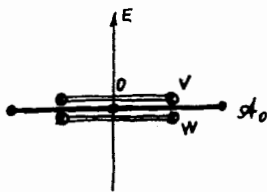
$$\mathcal{A}_{-1} = \langle W \rangle,$$

$$\mathcal{A}_{+1} = \langle V \rangle$$

(для $m < n$ V и W меняются местами).

Соответственно корневая диаграмма $sl(m|n)$ ($m \neq n$) "трехэтажна".

В случае $m = n$ $\varepsilon \rightarrow 0$ и корневая диаграмма "схлопывается" по координате E .



При этом соответствующие корни V и W совпадают, появляется двукратное вырождение корней, что и приводит к вырождению метрического тензора Картана. Линейное пространство $\langle E \rangle$ при этом становится 1-мерным идеалом $sl(m|m)$, и его можно отфакторизовать, перейдя к супералгебре

$$\tilde{sl}(m|m) \equiv A(m-1|m-1) = sl(m|m) / \langle E \rangle. \quad (2.11)$$

Однако делать это совершенно не обязательно (тем более, что $\langle E \rangle$ входит в $sl(m|m)$ полупрямым слагаемым, т.е. возникает при коммутации некоторых генераторов ($\langle E \rangle \subset \langle \{V, W\} \rangle$) и факторизация привела бы к необходимости модифицировать коммутаторы).

$$sl(m|m) = \langle E \rangle \oplus \tilde{sl}(m|m). \quad (2.11^I)$$

Непростая алгебра $sl(m|m)$ все же достаточно проста, чтобы можно было эффективно изучать её представления аналогично представлениям $sl(m|n)$.

2.3. Структура представлений $sl(m|n)$

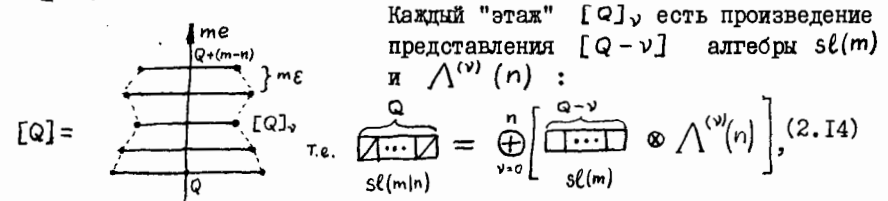
Явный вид оператора E из (2.9):

$$E = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x^i \partial_i + \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n \theta^{\alpha} \Delta_{\alpha}. \quad (2.12)$$

Моном $\prod x_i^{p_i} \prod \theta_{\alpha}^{\nu_{\alpha}}$ будем обозначать $|p_i, \nu_{\alpha}\rangle$, $p_i \in \mathbb{N}$, $\nu_{\alpha} \in \{0, 1\}$. Обозначим так же $\sum p_i = P$, $\sum \nu_{\alpha} = \nu$. $P + \nu = Q$ - степень однородности. Собственное значение E на $|p_i, \nu_{\alpha}\rangle$:

$$e = \langle p_i, \nu_{\alpha} | E | p_i, \nu_{\alpha} \rangle = \frac{1}{m} \sum p_i + \frac{1}{n} \sum \nu_{\alpha} = \frac{1}{m} Q + \varepsilon \nu. \quad (2.13)$$

Возможные значения ν - от 0 до $\nu_{\max} = \min\{n, Q\}$; будем полагать для определенности $Q \geq n$. Тогда представления $[Q]$ алгебры $sl(m|n)$ разбиваются на $n+1$ "этаж" по оси E .



$$[Q] = \text{т.е.} \left[\begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right]_{sl(m|n)} = \bigoplus_{\nu=0}^n \left[\begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right]_{sl(m)} \otimes \Lambda^{(\nu)}(n), \quad (2.14)$$

$$\dim [Q]_{\nu} = C_n^{\nu} C_{m+Q-\nu-1}^{m-1}, \quad (2.15)$$

$$N_B - N_F = \sum_{\nu=0}^n (-1)^{\nu} C_n^{\nu} C_{m+Q-\nu-1}^{m-1} = C_{m-n-1+Q}^{m-n-1}.$$

При $m = n+1$ $N_B - N_F = 1$ для всех представлений $[Q \geq n]$. Случай $Q < n$ исследуется аналогично. При этом $N_B - N_F = \sum_{\nu=0}^Q (-1)^{\nu} C_n^{\nu} C_{m-\nu+Q-1}^{m-1} = C_{m-n-1+Q}^{m-n-1}$ - то же выражение, что и в первом случае. При $m = n$ $\varepsilon \rightarrow 0$, "этажи" представления схлопываются, оператор E становится инвариантом представления, нумеруя степень однородности. Формулы (2.14, 15) по-прежнему имеют силу,

причем теперь $N_B - N_F = \sum_{\nu=0}^n (-1)^\nu C_n^\nu C_{n+q-\nu-1}^{n-1} = 0$, т.е. представления $[Q]$ супералгебры $sl(m|m)$ суперсимметричны. Несимметричные представления (в частности, присоединенное), вообще говоря, не обязаны быть суперсимметричными.

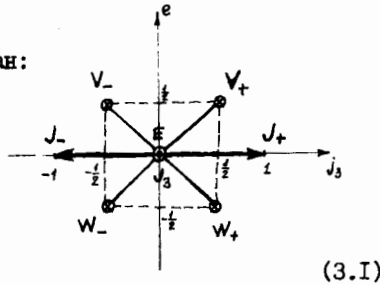
3. Реализации и представления супералгебры $sl(2|1)$

3.1. I-я (каноническая) реализация

Операторы: $x_1, x_2, \theta; \partial_1, \partial_2, \Delta$.

Генераторы: $E = \frac{1}{2}(x_1 \partial_1 + x_2 \partial_2) + \theta \Delta$
 $J_3 = \frac{1}{2}(x_1 \partial_1 - x_2 \partial_2)$ } Картан:

$$\begin{aligned} J_+ &= x_1 \partial_2, & J_- &= x_2 \partial_1, \\ V_+ &= x_1 \Delta, & V_- &= x_2 \Delta, \\ W_+ &= \theta \partial_2, & W_- &= \theta \partial_1. \end{aligned}$$



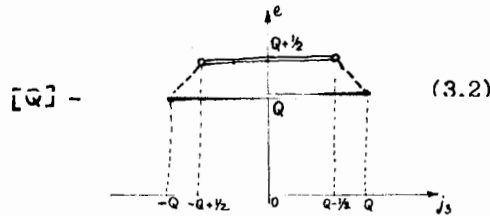
(3.1)

Корневая система:

Симметричные представления:

$$N_B \Big|_{[Q]} = Q + 1,$$

$$N_F \Big|_{[Q]} = Q,$$



(3.2)

Фундаментальное представление: $[Q=1] = (2|1) = \langle x_1, x_2; \theta \rangle$.

Ковариантное представление: $(\widetilde{2|1}) = \langle \partial_1, \partial_2; \Delta \rangle$.

Присоединенное представление: $(2|1) \otimes (\widetilde{2|1}) = (4|4) \oplus (1|0)$,

оно в явном виде реализовано в конструкции генераторов. Сумма - прямая, поскольку есть возможность выбрать $J = 1_{2,1}$.

Суперсимметричные представления - полупрямые суммы:

$$[Q] \oplus [Q - \frac{1}{2}]' = \text{diagram} \quad (3.3a)$$

$$N_B = N_F$$

$$[Q] \oplus [Q - \frac{1}{2}]' = \text{diagram} \quad (3.3b)$$

Полупрямота является следствием нильпотентности нечетных генераторов.

3.2. 2-я (каноническая) реализация

Операторы: $\theta_1, \theta_2, x; \Delta_1, \Delta_2, \partial$.

Корневая диаграмма:

$$\begin{aligned} J_3 &= \frac{1}{2}(\theta_1 \Delta_1 - \theta_2 \Delta_2), \\ E &= \frac{1}{2}(\theta_1 \Delta_1 + \theta_2 \Delta_2) + x \partial. \end{aligned}$$

Симметричные представления

$[Q > 1]$:

Все они эквивалентны $(2/2)$.

Фундаментальное представление:

$$\square = (1|2) = \langle x; \theta_1, \theta_2 \rangle:$$

Ковариантное:

$$\square = (\widetilde{1|2}) = \langle \partial; \Delta_1, \Delta_2 \rangle:$$

Как и в первой реализации,

$$(1|2) \otimes (\widetilde{1|2}) = (4|4) \oplus (1|0).$$

Как видно, различные реализации одной и той же алгебры дают различные семейства элементарных представлений. Полное кольцо представлений, порождаемое тензорным произведением из элементарных, естественно, не зависит от реализации, но в различных реализациях одно и то же представление может иметь разный уровень сложности. Выбор реализации должен мотивироваться самой задачей.

3.3. 3-я (неканоническая) реализация

Операторы $\theta_1, \theta_2; \Delta_1, \Delta_2$ - чисто фермионная конструкция.

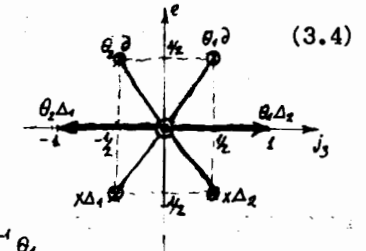
Картановские генераторы:

$$\begin{aligned} J_3 &= \frac{1}{2}(\theta_1 \Delta_1 - \theta_2 \Delta_2), \\ E &= \frac{1}{2}(\theta_1 \Delta_1 + \theta_2 \Delta_2). \end{aligned}$$

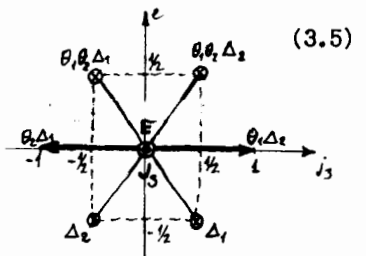
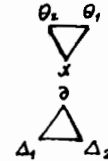
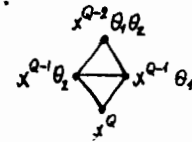
Корневая диаграмма:

Единственное элементарное представление:

$$(2|2) = \wedge(2) = \langle 1, \theta_1 \theta_2; \theta_1, \theta_2 \rangle.$$



(3.4)



(3.5)

4. Представления $sl(2|2)$

4.1. Каноническая реализация

Операторы: $x_1, x_2, \theta_1, \theta_2; \partial_1, \partial_2, \Delta_1, \Delta_2$.

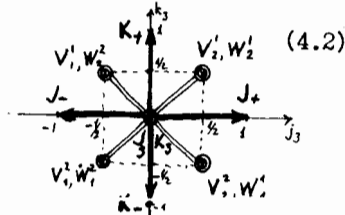
$$\text{Генераторы: } \left. \begin{aligned} I_+ &= I_1' = x^1 \partial_2 \\ I_- &= I_2' = x^2 \partial_1 \\ I_3 &= \frac{1}{2}(x^1 \partial_1 - x^2 \partial_2) \end{aligned} \right\} sl(2)_B, \quad E = \frac{1}{2}(x^1 \partial_1 + x^2 \partial_2 + \theta^1 \Delta_1 + \theta^2 \Delta_2),$$

$$\left. \begin{aligned} K_+ &= K_2' = \theta^1 \Delta_2 \\ K_- &= K_1' = \theta^2 \Delta_1 \\ K_3 &= \frac{1}{2}(\theta^1 \Delta_1 - \theta^2 \Delta_2) \end{aligned} \right\} sl(2)_F, \quad \begin{aligned} V^\alpha_i &= \theta^\alpha \partial_i, \quad i=1,2, \\ W^i_\alpha &= x^i \Delta_\alpha, \quad \alpha=1,2. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Алгебра $sl(2)_F$, в отличие от $sl(2)_B$, нильпотентна, как ассоциативная алгебра, хотя она изоморфна как алгебры Ли (например, $(K_+)^2 = 0$, тогда как $(I_+)^2 \neq 0$). Это проявляется в структуре элементарных представлений, которые несимметричны по осям i_3 и k_3 .

Корневая диаграмма:

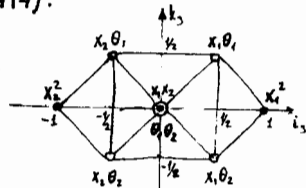
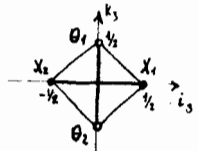
Корни V и W , как и положено, вырождены.



Симметричные представления:

$\square = (2|2)$ — фундаментальное,

$\square = (4|4)$:



Планарность всех диаграмм связана с тем, что ранг $sl(2|2) = 2$.

Появление трехстрочечных диаграмм связано с вырождением генераторов V и W . Кофундаментальное представление: $\square = \langle \partial_1, \partial_2; \Delta_1, \Delta_2 \rangle = (2|2)$. Конструкция присоединенного представления проделана в явном виде в (4.1). Причем

$$(2|2) \otimes (2|2) = (1|0) \oplus (6|8) \oplus (1|0)'$$

$$\left(\begin{array}{c} \langle E \rangle \\ \text{ad } \widetilde{sl(2|2)} \\ \text{ad } sl(2|2) \end{array} \right) \langle J \rangle \quad (4.3)$$

Теперь уже все суммы — полупрямые, как это предсказывалось в разд.2.

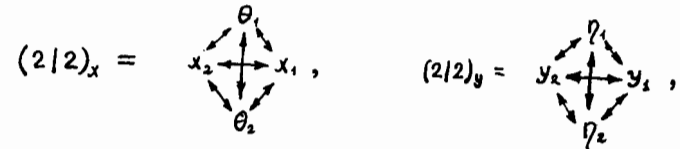
4.2. Тензорные произведения представлений

Разберем для примера произведение

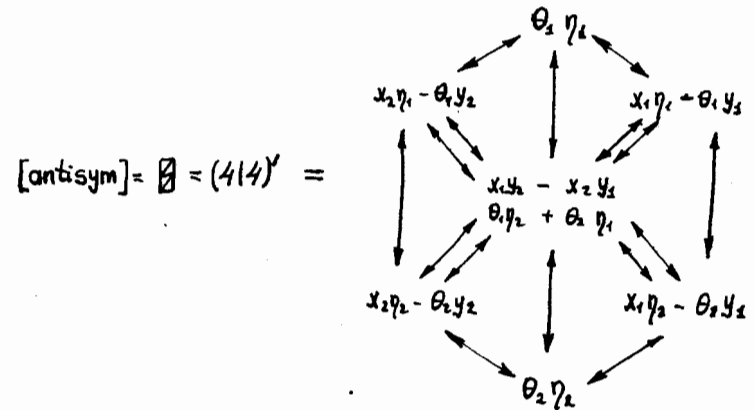
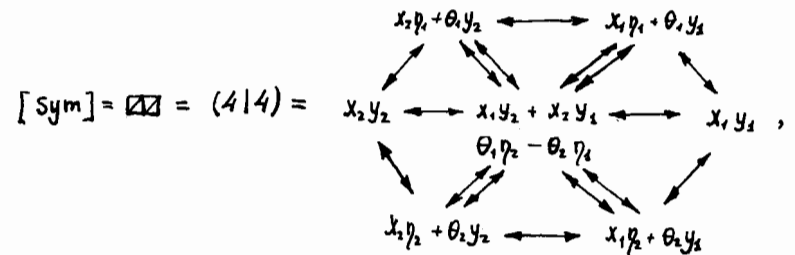
$$(2|2)_x \otimes (2|2)_y = \square_x \otimes \square_y = \square \otimes \square. \quad (4.4)$$

Введем 2 набора операторов: (x_i, θ_i) и (y_i, η_i) , $i, \alpha = 1, 2$.

Генераторы: $I_+ = x_1 \frac{\partial}{\partial x_2} + y_1 \frac{\partial}{\partial y_2}$ и т.д.



$$\langle x_i, \theta_i \rangle \otimes \langle y_j, \eta_j \rangle = [\text{sym.}] \oplus [\text{antisym.}],$$



Сумма в (4.4) – прямая, что проверяется лишь прямым вычислением. В тензорах высшего ранга операторы повышающие и понижающие могут уже изменять тип смешанной симметрии, что приводит к полупрямым суммам в тензорном произведении. Заметим, что в алгебре оказалось 2 неэквивалентных представления одинаковой размерности. Это – общий факт, являющийся следствием симметрии $x^i \leftrightarrow \theta^i$.

4.3. Неканоническая реализация $\tilde{sl}(2|2)$

Эта реализация подобно (3.3)–(3.5) тоже чисто фермионная.

Операторы:

$$\theta_\alpha, \Delta_\alpha, \quad \alpha = 1 \dots 4.$$

Генераторы: $P_{\alpha\beta} := \theta_{[\alpha} \Delta_{\beta]} \rightarrow \mathfrak{o}(4) = \mathfrak{sl}(2) \oplus \mathfrak{sl}(2)$ – четная подалгебра,

$$\left. \begin{aligned} V_\alpha &:= \Delta_\alpha \\ W_\rho &:= \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\rho} \theta_\alpha \theta_\beta \Delta_\gamma \end{aligned} \right\} - 8 \text{ нечетных генераторов.}$$

Алгебра генераторов соответствует корневой диаграмме (4.2), т.е. $\tilde{sl}(2|2)$. Единственное элементарное представление – $\wedge(4)$, размерности (8/8). Компоненты $\wedge^{(1)}(4)$ и $\wedge^{(2)}(4)$ отщепляются полупрямым образом, как в (4.3):

$$\begin{aligned} (8|8) &= (1|0) \oplus (6|8) \oplus (1|0). \\ \wedge(4) & \quad \wedge^{(1)} \quad \wedge^{(2)} \oplus \wedge^{(3)} \quad \wedge^{(4)} \end{aligned}$$

Эта реализация неудобно воспроизводит представления малых размерностей, но зато быстро (за малое число сомножителей) достигает представлений больших размерностей.

Заключение

В настоящей работе на основе канонической реализации были исследованы структуры супералгебр $gl(m|n)$ и $sl(m|n)$, в частности $sl(2|1)$ и $sl(2|2)$, а также их представления и достигнута ясность в понимании этих вопросов. Показано также, что различные реализации супералгебр приводят к различным элементарным представлениям, а значит, выбор конкретной реализации должен быть мотивирован физической постановкой задачи. Поскольку описанные алгебры соответствуют все более широкоиспользуемым в физике супергруппам $U(m|n)$, $SU(m|n)$, область применения полученных результатов может быть весьма широка. В работе отмечены также тонкости, характерные для суперслучая (полупрямые суммы, неэквивалентные одномерные представления и т.п.), которые в развиваемой схеме имеют ясный алгебраический смысл.

В заключение хотелось бы поблагодарить В.Н. Первушина за постановку задачи, Д.В. Волкова, В.И. Ткача, В.А. Сороку за полезные обсуждения.

Литература

1. V.G. Kac. CMP, 53 (1977), 31.
2. M. Scheunert, V. Nahm, V. Rittenberg JMP, 17 (1976), 1626, 1640.
3. L. Litov, V.N. Pervushin. PL, I47B (1984), 76.
4. J. Lukieviski. SUSY extention of twistor formalism. ICTP-preprint IC /86/319.
5. M. Günaydin, N. Marcus. Class. Quant. Grav., 2, (1985), L11.
6. M. Günaydin. Oscillator-Like representations of noncompact groups and supergroups and extended supergravity. Preprint LPTENS 83/5.
7. I. Bars. Supergroups and their representations. Preprint YTP-82-25.
8. I. Bars, M. Günaydin. Initary representations of non-compact supergroups. CERN preprint, Ref. TH-3350 (1982).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 мая 1988 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. (2 тома)	7 р. 75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р. 00 к.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
D3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.
—	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. (2 тома)	13 р. 50 к.
Л1 2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. (2 тома)	7 р. 35 к.
D9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. (2 тома)	13 р. 45 к.
D7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986.	7 р. 10 к.
D2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа - 86". Дубна, 1986.	4 р. 45 к.
D4-87-692	Труды Международного совещания по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Дубна, 1987.	4 р. 30 к.
D2-87-798	Труды VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1987.	3 р. 55 к.
D14-87-799	Труды II Международного симпозиума по проблемам взаимодействия мюонов и пионов с веществом. Дубна, 1987.	4 р. 20 к.
D17-88-95	Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1987.	5 р. 20 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Курдииков А.Б.

5-88-376

Супералгебры $gl(m|n)$ и $sl(m|n)$ и их представления

С единой точки зрения, основанной на канонической реализации, рассматриваются супералгебры $gl(m|n)$ и $sl(m|n)$ как при $m \neq n$, так и при $m = n$ и строятся их представления. На основе общей схемы подробно исследованы супералгебры $sl(2|1)$ и $sl(2|2)$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Kurdikov A.B.

5-88-376

$gl(m|n)$ and $sl(m|n)$ Superalgebras and Their Representations

From general point of view on the canonical realization $gl(m|n)$ and $sl(m|n)$ superalgebras are considered both in case of $m \neq n$ and at $m = n$. Their representations are constructed. Superalgebras $sl(2|1)$ and $sl(2|2)$ are studied in detail using a general scheme.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988