ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5-87-222

УДК 531.314, 530,382

ЯНОВСКИ

Александр Борисов

КАЛИБРОВОЧНО-КОВАРИАНТНЫЙ ПОДХОД К ТЕОРИИ ПОРОЖДАЮЩИХ ОПЕРАТОРОВ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ СОЛИТОННОГО ТИПА

Специальность: 01.04.02 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1987

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук профессор — МАХАНЬКОВ Владимир Григорьевич

кандидат физико-математических наук — ГЕРДЖИКОВ Владимир Стефанов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук — КУЛИШ Петр Петрович

доктор физико-математических наук, профессор — ФЕДЯНИН Владимир Константинович

Ведущее научно-исследовательское учреждение: МИАН СССР им.В.А.Стеклова, Москва.

Автореферат разослан "___" ____________ 1987 г.

Защита диссертации состоится "___" _____________ 1987 г. в ______ часов на заседании Специализированного совета К.047.01.01 при Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, г.Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук — А.Е.Дорохов

Актуальность темы

Подход, основанный на изучении порождающих операторов, занимает важное место в методе обратной задачи рассеяния (МОЗР), так как позволяет описать многие из фундаментальных свойств нелинейных эволюционных уравнений (НЭУ) солитонного типа, т.е. таких уравнений, которые обладают представлением Лакса:

$$[L, M]=0. \qquad (1)$$

Здесь L и M-скалярные или матричные дифференциальные операторы с коэффициентами, зависящими от некоторого набора функций $q_i(x,t)$ (потенциалов) и спектрального параметра λ. При заданном L этот подход позволяет описать не только класс подобных уравнений, но и их законы сохранения, гамильтоновские структуры и т.д. Более того, подход позволяет интерпретировать МОЗР как обобщенное преобразование Фурье, так как данные рассеяния для вспомогательной линейной задачи $L\psi=0$ являются коэффициентами в разложениях потенциалов по полному набору функций - так называемых "квадратов" решений задачи $L\psi=0$ (или присоединенных решений). Порождающие операторы являются аналогами оператора дифференцирования, так как присоединенные решения суть собственные функции для этих операторов.

Однако в том виде, в котором он был раньше сформулирован, подход не позволял охватить калибровочные преобразования

$$L \to \tilde{L} = gLg^{-1}, \quad M \to \tilde{M} = gMg^{-1}, \qquad (2)$$

которые приводят к уравнениям вида

$$[\tilde{L}, \tilde{M}] = 0, \qquad (3)$$

эквивалентным уравнениям (I). (Здесь предполагается, что коэффициенты операторов L и M принимают значения в некоторой полупростой алгебре Ли $\mathfrak{g}$, а $g(x,t)$ - функция со значениями в соответствующей группе Ли G).

Обратим внимание еще на одно важное направление в рамках МОЗР, а именно, геометрический подход к изучению гамильтоновых структур уравнений солитонного типа. В этом подходе можно получить геометрическую интерпретацию многих свойств порождающих операторов.

В диссертации рассматриваются порождающие операторы $\Lambda_{\pm}$, связанные с линейной задачей Захарова-Шабата:

$$L_0 \psi = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + q_0(x) - \lambda \sigma_3\right)\psi = 0, \tag{4а}$$

$$q_0 = \begin{pmatrix} 0 & q_+(x) \\ q_-(x) & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

и с ее непосредственными обобщениями на тот случай, когда коэффициенты принадлежат некоторой полупростой алгебре Ли $\mathfrak{g}$:

$$L\psi = \left(i\frac{\partial}{\partial x} + q(x) - \lambda J\right)\psi = 0, \tag{4в}$$

$$q = \sum_{\alpha \in \Delta} q_\alpha(x) E_\alpha, \quad J = \sum_{j=1}^{r} a_j H_j \in \mathfrak{h}, \quad a_j = const.$$

Здесь $\{E_\alpha, H_j\}_{\alpha \in \Delta}$, $1 \leq j \leq r$ и Δ соответственно базис Картана-Вейля и система корней полупростой алгебры Ли $\mathfrak{g}$ ранга r, $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$ - подалгебра Картана в $\mathfrak{g}$, а J - регулярный элемент в ней. Для простоты предполагаем, что функции $q_{\pm}(x)$, $q_\alpha(x)$ являются функциями типа Шварца по x и такими, что задачи (4а) и (4в) не имеют дискретного спектра.

Известно, что при помощи задачи (4а) решается скалярное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ):

$$i\varphi_t + \varphi_{xx} - 2|\varphi|^2\varphi = 0, \tag{5}$$

а при помощи (4в)-уравнения типа n-волн.

С другой стороны, известно также, что уравнение (5) калибровочно-эквивалентно уравнению ферромагнетика Гейзенберга (ФГ):

$$S_{0t} = -\frac{1}{2i}[S_0, S_{0xx}], \quad S_0(x,t) \in sl(2,\mathbb{C}), \quad S_0^2 = 1, \quad S_0^{+} = S_0, \tag{6}$$

которое исследуется при помощи линейной задачи $\tilde{L}_0$, калибровочно-эквивалентной задаче L_0:

$$\tilde{L}_0 \tilde{\psi} = \left(i\frac{\partial}{\partial x} - \lambda S_0(x)\right)\tilde{\psi} = 0, \tag{7а}$$

$$\tilde{\psi} = \psi_0^{-1}\psi, \quad S_0(x) = \psi_0^{-1}\sigma_3\psi_0.$$

Здесь ψ_0 -решение Йоста задачи (4а), отвечающее $\lambda = 0$.

Аналогичное по своей структуре калибровочное преобразование переводит задачу (4в) в задачу:

$$\tilde{L}\tilde{\psi} = \left(i\frac{\partial}{\partial x} - \lambda S(x)\right)\tilde{\psi} = 0,$$
$$\tilde{\psi} = \psi_0^{-1}\psi, \quad S(x) = \psi_0^{-1} J \psi_0, \tag{7в}$$

которая является непосредственным обобщением (7а). Однако порождающие операторы для систем (7а,в) до сих пор не были вычислены.

Цель настоящей работы состоит, во-первых, в построении калибровочно-ковариантного подхода к теории порождающих операторов таким образом, чтобы стало возможным одновременное исследование НЭУ и порождающих операторов $\Lambda_{\pm}$, связанных с задачами (4а,в), и калибровочно-эквивалентных им НЭУ и порождающих операторов $\tilde{\Lambda}_{\pm}$, связанных с задачами (7а) и (7в).

Во-вторых, дать геометрическую интерпретацию порождающих операторов для задач L и $\tilde{L}$, их свойств и связи между ними.

Научная новизна и практическая ценность диссертации

Предложен ковариантный подход к теории порождающих операторов $\Lambda_{\pm}$, связанных с системами (4а) и (4в). Разработана процедура явного вычисления операторов $\tilde{\Lambda}_{\pm}$ для этих систем в другой калибровке ((7а) и (7в)). В новой калибровке сохраняются все преимущества теории и интерпретация метода обратной задачи как обобщенного преобразования Фурье.

Продемонстрирована связь порождающих операторов $\Lambda_{\pm}$ и $\tilde{\Lambda}_{\pm}$ со структурами Пуассона-Нейнхейса на бесконечномерных группах и алгебрах Ли и выяснен геометрический смысл связи между $\Lambda_{\pm}$ и $\tilde{\Lambda}_{\pm}$. Для обоих операторов вычислены подалгебры их фундаментальных полей, дающие геометрическую интерпретацию соответствующих НЭУ.

Содержание

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и одного приложения. Список литературы содержит 132 названия. Общий объем диссертации - 158 печатных страниц.

Первый и второй параграфы первой главы носят вспомогательный характер.

В первом собраны необходимые сведения из теории полупростых алгебр Ли и их представлений.

Во втором излагается теория обобщенных преобразований Фурье, связанных с разложениями по полным системам функций:

$$F_p = \{\pi_0 \chi^{+} E_\alpha (\chi^{+})^{-1}(x,\lambda), \ \pi_0 \chi^{-} E_{\alpha} (\chi^{-})^{-1}(x,\lambda), \ \alpha \in \Delta_+, \lambda \in \mathbb{R}\},$$

$$F_\ell = \{\pi_0 \chi^{+} E_{-\alpha} (\chi^{+})^{-1}(x,\lambda), \ \pi_0 \chi^{-} E_{\alpha} (\chi^{-})^{-1}(x,\lambda), \ \alpha \in \Delta_+, \lambda \in \mathbb{R}\}.$$

Здесь $\chi^{\pm}$- фундаментальные решения задачи (4в) аналитические в верхней (нижней) полуплоскости по λ, $\pi_0 = ad_J^{-1} \circ ad_J$ - проектор на подпространство $\bar{\mathfrak{g}}$, ортогональное к $\mathfrak{h}$ относительно формы Киллинга, а Δ_+ - система положительных корней. Порождающие операторы $\Lambda_{\pm}$ задаются в ковариантном виде выражением

$$\Lambda_{\pm} = ad_J^{-1}\left(i\frac{\partial X}{\partial x} + \pi_0[q,X] + i\left[q, \int_{\pm\infty}^{x} (1-\pi_0)[q(y),X(y)]\,dy\right]\right). \quad (8)$$

Функции из F_b являются собственными для оператора Λ_+, а функции из F_p – для оператора Λ_-.

Третий параграф посвящен изучению класса НЭУ, интегрируемых при помощи L:

$$i\, ad_J^{-1} q_t + \sum_{k=1}^{r} f_k(\Lambda_+)\, ad_J^{-1}[H_k, q] = 0. \quad (9)$$

Здесь $f_k(\lambda)$ – мероморфные функции λ, не имеющие полюсов на вещественной оси.

Для уравнений (9) вводятся несколько эквивалентных наборов данных рассеяния T_S, T_t, $T_{\rho,B}$, $T_{b,B}$. Если $q(x,t)$ удовлетворяет уравнению (9) (при фиксированных f_k), то соответствующие наборы данных рассеяния удовлетворяют простым линейным уравнениям по t, эквивалентным как между собой, так и (9).

Здесь при доказательстве эквивалентности эволюции в данных рассеяния T_S и $T_{\rho,B}$ дано новое, в отличие от прежнего, прямое доказательство.

В четвертом параграфе показано, что степени операторов $\Lambda_\pm$ порождают законы сохранения для уравнений (9). Для нахождения этих законов существует r порождающих функционалов $A_k(\lambda)$

$$A_k(\lambda) = \sum_{s=1}^{\infty} A_k^{(s)} \lambda^{-s}, \quad |\lambda| \to \infty.$$

Коэффициенты $A_k^{(s)}$ являются законами сохранения для НЭУ (9). Приведена новая формула для этих законов:

$$A_k^{(s)} = i\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_0^1 d\zeta\, \langle q, \Lambda_\pm^{s-1}(\zeta q)\, ad_J^{-1}[H_k^\vee, \zeta q]\rangle, \quad (10)$$

которая более предпочтительна, так как порождающие операторы входят в нее со степенью ниже, чем обычно. В (10) через $\{H_k^\vee\}_1^r$ обозначен базис h, биортогональный к базису $\{H_k\}_1^r$ подалгебры Картана h относительно формы Киллинга $\langle\, , \rangle$.

Пятый параграф посвящен изучению системы $\tilde L$ и доказательству для нее теоремы о разложениях по присоединенным решениям

$$\tilde F_p = \{\tilde\pi_0 \tilde X^+ E_\alpha (\tilde X^+)^{-1}(x,\lambda),\ \tilde\pi_0 \tilde X^- E_{-\alpha}(\tilde X^-)^{-1}(x,\lambda),\ \alpha\in\Delta_+,\ \lambda\in\mathbb{R}\},$$

$$\tilde F_b = \{\tilde\pi_0 \tilde X^+ E_{-\alpha} (\tilde X^+)^{-1}(x,\lambda),\ \tilde\pi_0 \tilde X^- E_{\alpha}(\tilde X^-)^{-1}(x,\lambda),\ \alpha\in\Delta_+,\ \lambda\in\mathbb{R}\}.$$

Здесь $\tilde\pi_0 = ad_S^{-1}\circ ad_S$, а $\tilde X^\pm$ суть аналитические фундаментальные решения системы (4в).

Получены разложения для величин $ad_S^{-1}\delta S$ и $\tilde\pi_0 H$, $H\in h$ и изучена связь этих разложений с разложениями для $ad_J^{-1}\delta q$ и $ad_J^{-1}[H,q]$. Разложения для $ad_S^{-1}\delta S$ и для $\tilde\pi_0 H$ получаются из разложений для $ad_J^{-1}\delta q$ и $ad_J^{-1}[H,q]$ калибровочным преобразованием и действием оператора $\Lambda_\pm$.

В шестом параграфе вычислены операторы $\tilde\Lambda_\pm$ для системы (7в). Принципиально важно выразить их только в терминах потенциала задачи (7в), т.е. через $S(x)$. Доказано, что в случае, когда элемент J находится в общем положении, т.е. выбран так, что $\alpha(J) \ne \beta(J)$ для любых $\alpha, \beta \in \Delta$, это действительно можно сделать. Соответствующая формула имеет вид:

$$\tilde\Lambda_\pm \tilde X = i f_J^{(1)}(ad_S)\frac{\partial \tilde X}{\partial x} + \sum_{j=1}^{r} f_{J,H_j}^{(2)}(ad_S)\, S_x \int_{\pm\infty}^{x} \langle f_{J,H_j^\vee}^{(1)}(ad_S) S_y, \tilde X(y)\rangle\, dy. \quad (11)$$

$f_J^{(1)}(ad_S)$, $f_{J,H}^{(1)}(ad_S)$, $f_{J,H}^{(2)}(ad_S)$ суть многочлены от $ad_S \equiv [S, \cdot\,]$, а через $\langle\, , \rangle$ обозначена форма Киллинга. Многочлены $f_J^{(1)}$, $f_{J,H}^{(1)}$ и $f_{J,H}^{(2)}$ строятся специальным образом по J и заданному элементу $H \in h$. В конце параграфа эти многочлены вычислены для случая $g = sl(3,\mathbb{C})$.

В седьмом параграфе показано, что НЭУ, связанные с задачей (7в) и калибровочно-эквивалентные уравнениям (9), имеют вид:

$$-i\, ad_S^{-1} S_t + \sum_{j=1}^{r} f_j(\tilde\Lambda_\pm)\, \tilde\pi_0 H_j = 0, \quad \tilde\pi_0 = ad_S^{-1}\circ ad_S. \quad (12)$$

Найдена также их эквивалентная запись в терминах минимальных наборов данных рассеяния.

В восьмом параграфе получены симплектические структуры и законы сохранения для НЭУ (12), выраженные через S. Для этой цели вычисляется производная Фреше $D(F)$ отображения $F: S \to q$, обратного к отображению, сопоставляющему потенциалу $q(x)$ из линейной задачи (4в) потенциал $S(x)$ из линейной задачи (7в). Доказано, что между иерархиями симплектических форм $\Omega^{(m)}$ для задачи L и $\tilde\Omega^{(m)}$ для задачи $\tilde L$ существует следующая связь:

$$F^*\Omega^{(m)} = \tilde\Omega^{(m+2)} - \frac{i}{2}\sum_{k,l=1}^{r} \langle H_k, H_l\rangle\, dA_l^{(m+1)} \wedge dA_k(0). \quad (13)$$

Здесь $F^*\Omega^{(m)}(\cdot,\cdot) \equiv \Omega^{(m)}(D(F)\cdot, D(F)\cdot)$, а через $\wedge$ обозначено внешнее умножение. Соотношение (13) обобщает соотношение, полученное ранее другими авторами для случая $g = sl(2,\mathbb{C})$.

Вторая глава посвящена применению результатов первой главы к самому простому случаю $\mathfrak{g} = sl(2, \mathbb{C})$. Специфика алгебры $sl(2, \mathbb{C})$ позволяет углубить ряд результатов.

В первом параграфе показано, что общие конструкции первой главы в случае $sl(2, \mathbb{C})$ приводят к явно калибровочно-ковариантной переформулировке знакомых формул и разложений.

Во втором параграфе обсуждены законы сохранения для НЭУ, связанных с задачей (4а). Эти законы имеют вид:

$$C_N = -\frac{2}{N}\int_{-\infty}^{+\infty} dx\, \rho_N(x), \quad \rho_N(x) = \int_{\pm\infty}^{x} \langle [b_3, q_0], \Lambda_{\pm}^{N} q_0 \rangle dy, \quad N = 1, 2, \dots \tag{I4}$$

Проведено новое ковариантное доказательство локальности плотностей ρ_N этих законов.

Вычислен порождающий оператор для системы $\tilde{L}_0$:

$$\tilde{\Lambda}_{\pm\,(-)} \tilde{X} = \frac{i}{4}[S_0, \frac{\partial}{\partial x}\tilde{X}] + \frac{i}{2}[S_0, S_{0x}]\int_{(\pm),\infty}^{x} \langle S_{0y}, \tilde{X}(y) \rangle dy \tag{I5}$$

и описан класс НЭУ, связанный с указанной системой:

$$-\frac{i}{2}[S_0, S_{0t}] + f(\tilde{\Lambda}_{\pm})\tilde{\pi}_0 b_3 = 0, \quad \tilde{\pi}_0 = \frac{1}{4}\,\mathrm{ad}_{S_0}^2. \tag{I6}$$

(В этом выражении $f(\lambda)$ – мероморфная функция от λ, не имеющая полюсов на вещественной оси).

Ковариантное доказательство локальности плотностей законов сохранения (I4) приводит к новому результату – что уравнения (I6) имеют серию законов сохранения

$$C_N = \frac{1}{2N}\int_{-\infty}^{+\infty} dx\, \tilde{\rho}_N(x), \quad \tilde{\rho}_N(x) = \int_{\pm\infty}^{x} \langle S_{0y}, \tilde{\Lambda}_{\pm}^{N}[S_0, S_{0y}] \rangle dy, \quad N = 1, 2, \dots \tag{I7}$$

с локальными и <u>полиномиальными</u> по $S(x)$ и ее производным плотностям.

<u>Третья глава</u> содержит геометрическую интерпретацию теории порождающих операторов.

Первый параграф носит вспомогательный характер – в нем собраны необходимые сведения о геометрических структурах Пуассона-Нейнхейса ($P-N$ -структурах).

Во втором параграфе показано, что процедуру получения оператора Нейнхейса N как отношения двух пуассоновых тензоров:

$$Q_q^0(\xi) = -\,\mathrm{ad}_\xi J, \tag{I8}$$
$$P_q^0(\xi) = -\,\mathrm{ad}_\xi q + i\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

(которая рассматривалась до сих пор для случая $\mathfrak{g} = sl(n, \mathbb{C})$)

можно обобщить на случай любой простой алгебры. При этом сопряженный оператор N^* равен $\Lambda_{\pm}$. Доказано предложение о фундаментальных полях и формах $P-N$ структуры, определенной тензорами Q^0 и N, которое дает геометрическую интерпретацию результатов, полученных для НЭУ (9).

В третьем параграфе приведены нужные сведения относительно отображения моментов, связанного с каноническим действием группы Ли на симплектическом многообразии. Показано, что основные конструкции пуассоновых структур для НЭУ (9), получаемых в разных подходах – алгебраическом и геометрическом, совпадают.

В четвертом параграфе обсуждается отображение, сопоставляющее потенциалу из задачи (4в) решение Йоста ψ_0. Это отображение имеет смысл обратного к отображению моментов ϕ_ω на бесконечномерной группе $G^c[x]$, состоящей из функций $f: \mathbb{R} \to G$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = e$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \exp H_f$, $H_f \in \mathfrak{h}$. Здесь G – связная группа Ли, соответствующая алгебре $\mathfrak{g}$, а e – единичный элемент в ней. Отображение соответствует левоинвариантной симплектической форме на $G^c[x]$, заданной в точке e оператором дифференцирования – $i\frac{\partial}{\partial x}$. Если через $\mathcal{M}_0$ обозначить пространство допустимых потенциалов для задачи (4в) (ограниченное некоторыми естественными требованиями), то подмногообразие решений Йоста:

$$\mathcal{M}_0^G = \phi_\omega^{-1}(\mathcal{M}_0) \subset G^c[x]$$

трансверсально к слоению, заданному полями подпространств $\ker \Omega$. Здесь Ω -правоинвариантная 2-форма, заданная в точке e оператором ad_J. На $\mathcal{M}_0^G$ естественным образом вводится $P-N$ структура, ϕ_ω – связанная не с вышеупомянутой структурой на $\mathcal{M}_0$, а с другой, заданной тензорами N^2Q^0 и N. Таким образом происходит сдвиг в иерархии $P-N$ структур на два шага. Далее, ввиду трансверсальности $\mathcal{M}_0^G$ к упомянутому слоению, $P-N$ структура на $\mathcal{M}_0^G$ проектируется при помощи отображения $\phi_\Omega(\psi_0) = \psi_0^{-1} J \psi_0$ на подмногообразие $\mathcal{O}_J[x]$ функций вида $S: \mathbb{R} \to \mathcal{O}_J$, $\lim_{x\to\pm\infty} S(x) = J$. Здесь $\mathcal{O}_J$ – классическая орбита элемента J относительно присоединенного представления группы G. Полученная $P-N$ структура на $\mathcal{O}_J[x]$ (многообразие потенциалов задачи (7в)) задает иерархию симплектических форм, рассмотренных в первой главе для описания гамильтоновости уравнений (I2).

В последнем параграфе, с учетом связи между структурами на $\mathcal{M}_0$, $\mathcal{M}_0^G$ и $\mathcal{O}_J[x]$ вычислены на каждом из этих многообразий подалгебры из фундаментальных полей в инволюции, которые в случае $\mathcal{M}_0$ и $\mathcal{O}_J[x]$ задают динамические системы (9) и (I2) соответственно. Таким образом получена геометрическая интерпретация результатов первой главы.

Для защиты выдвигаются следующие результаты:

1. Разработан явно калибровочно-ковариантный подход к теории порождающих операторов $\Lambda_\pm$ и $\tilde{\Lambda}_\pm$, связанных с обобщенной задачей Захарова-Шабата L и ее калибровочно-эквивалентной системой $\tilde{L}$.

2. Предложен способ явного вычисления операторов $\tilde{\Lambda}_\pm$ в терминах потенциала системы $\tilde{L}$.

3. Продемонстрирована фундаментальная роль операторов $\Lambda_\pm$ и $\tilde{\Lambda}_\pm$ при исследовании свойств НЭУ солитонного типа. Так, с их помощью удалось:

а) описать классы точно решаемых НЭУ типа нелинейного уравнения Шредингера и ферромагнетика Гейзенберга;

б) вычислить плотности законов сохранения для этих НЭУ;

в) построить для вышеуказанных уравнений иерархии симплектических структур, относительно которых они гамильтоновы.

4. Проведено новое доказательство локальности и полиномиальности плотностей законов сохранения для НУШ, из которого следует локальность и полиномиальность плотностей законов сохранения для ФГ.

5. Дана естественная геометрическая интерпретация операторов $\Lambda_\pm$ и $\tilde{\Lambda}_\pm$ и связи между ними на языке многообразий Пуассона-Нейнхейса:

а) операторы $\Lambda_\pm^*$ и $\tilde{\Lambda}_\pm^*$ отождествлены с соответствующими операторами Нейнхейса;

б) показано, что НЭУ, связанные с задачами L и $\tilde{L}$, порождены фундаментальными полями P-N структур на соответствующих многообразиях.

Апробация

Результаты диссертации докладывались на ряде семинаров ЛВТА и ЛТФ ОИЯИ (Дубна), а также на семинарах в ИТФ им. Л.Д.Ландау АН СССР (Москва), МИАН СССР им. В.А.Стеклова (Москва), Ленинградском отделении МИАН СССР им.В.А.Стеклова и на международном симпозиуме по избранным проблемам статистической механики в Дубне в 1984 г.

Работы, опубликованные по теме диссертации:

1. B.Florko, A.Yanovski. On Magri's theorem for complete integrability. JINR E5-83-813, Dubna, (1983).
2. V.S.Gerdjikov, A.B.Yanovski. Gauge covariant formulation of the generating operator I. The Zakharov-Shabat system. Phys.Lett A, 103A, p.232-236, (1984).
3. V.S.Gerdjikov, A.B.Yanovski. Gauge covariant formulation of the generating operator. II. Systems on homogeneous spaces. Phys. Lett A, 110A, p.53-58, (1985).

4. V.S.Gerdjikov, A.B.Yanovski. Gauge covariant formulation of the generating operator for the nonlinear evolution equations on symmetric spaces. JINR D17-84-850, Dubna, (1984).
5. V.S.Gerdjikov, A.B.Yanovski. Gauge covariant theory of the generating operator I. Comm. Math. Phys., 103, p.549-568, (1986).
6. В.С. Герджиков, А.Б. Яновски. Порождающий оператор и локальность плотностей законов сохранения. Система Захарова-Шабата. ОИЯИ, Р5-85-505, Дубна, (1985).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 апреля 1987 года.