

СЗ(04)  
С-563



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5 - 3263

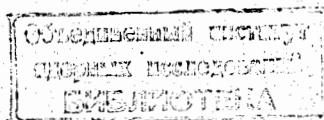
МАТЕРИАЛЫ СОВЕЩАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Дубна, 21-25 июня 1966 г

Дубна 1967 г.

МАТЕРИАЛЫ СОВЕЩАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ  
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Дубна, 21-25 июня 1966 г



С 21 по 25 июня 1966 года в Дубне проходило Сопещание по математическим методам решения задач ядерной физики. В работе Сопещания участвовали математики и физики из Советского Союза и зарубежных стран-участниц Объединенного института ядерных исследований. Было представлено около 40 докладов, большая часть которых публикуется в настоящем сборнике.

Ответственный за подготовку сборника к печати

И.В.ПУЗЫНИН

Рукопись поступила в издательский отдел  
6 апреля 1967 г.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

|   | Стр. |
|---|------|
| Об интегральных уравнениях типа Мусхелишвили в классе обобщенных функций<br>Р. Абдурахманов (ФТИ АН Тадж. ССР) .....  | 5    |
| Новый метод решения задач потенциального рассеяния и связанных состояний.<br>В.В. Бабиков (ЛТФ ОИЯИ) .....  | 10   |
| Обобщенный метод стабилизации по непрерывному параметру решения краевых задач для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка.<br>Е.П. Жидков, И.В.Пузынин (ВЦ ОИЯИ) ..... | 16   |
| Об устойчивости разностных уравнений в равномерной метрике.<br>С.И.Сердюкова (ВЦ ОИЯИ) .....  | 24   |
| Моделирование случайных величин на электронных цифровых машинах.<br>Г.А.Ососков (ВЦ ОИЯИ) .....   | 28   |
| Расчет параметров промежуточной памяти в системе регистрации с периодической загрузкой.<br>Г.А.Ососков, А.Пазман (ВЦ ОИЯИ) .....  | 33   |
| О системе математического обслуживания на машине БЭСМ-6.<br>Н.Н.Говорун, Леч Дьыла, Л.С.Нефедьева, И.Н.Силин, В.П.Шириков (ВЦ ОИЯИ) .....   | 47   |
| Общие характеристики и опыт эксплуатации системы АЛФА.<br>И.В.Поттосин (ВЦ СО АН СССР) .....  | 56   |
| Вычислительный комплекс для обработки экспериментальных данных.<br>А.Я.Астахов, Н.Н.Говорун, Е.П.Жидков, В.В.Федорин (ВЦ ОИЯИ) .....  | 62   |
| Обзор программ связи ЭВМ с группами измерительных приборов ЛЯП и ЛВЭ<br>В.Н.Шигаев (ВЦ ОИЯИ) .....  | 69   |
| Математическое обслуживание канала связи ЭЦВМ "Минск-2" с измерительным центром ЛНФ.<br>Л.С.Нефедьева, В.Н.Шигаев, В.М.Ягофарова (ВЦ ОИЯИ) .....  | 73   |
| Программа "Диспетчер" для ЭЦВМ "Минск-2".<br>В.Н.Шигаев (ВЦ ОИЯИ) .....   | 77   |

|  |      |
|--|------|
|  | Стр. |
| Программы для транспортировки заряженных частиц через электромагнитную поворотнo-фокусирующую систему.   |      |
| И.М.Баженова, Р.Н.Федорова, А.И.Широкова (ВЦ-ЛВЭ ОИЯИ) . . . . .   | 80   |
| Универсальная программа для оптимизации магнитных фокусирующих систем для пучков частиц высоких энергий.   |      |
| В.В.Миллер (ИТЭФ) . . . . .  | 87   |
| Расчет сечения по измеренному выходу с учетом многократного рассеяния.   |      |
| Л.И.Словоохотов (ФИ АН СССР) . . . . .   | 94   |
| Применение методов автоматического опознавания образов для идентификации заряженных частиц высоких энергий.  |      |
| Б.М.Головин, Л.А.Кулькина (ЛЯП-ВЦ ОИЯИ) . . . . .  | 103  |
| Программа анализа упругого $\mathcal{K}P$ - рассеяния при непосредственной связи магнитнo-стрикционнх искровых камер с электронной вычислительной машиной.                               |      |
| И.М.Иванченко (ВЦ ОИЯИ) . . . . .  | 107  |
| Обзор стандартных программ, выполняемых в ВЦ ОИЯИ для обработки треков. Программа для многообъективных пузырьковых камер ОИЯИ.   |      |
| Г.Н.Тентикова (ВЦ ОИЯИ) . . . . .  | 111  |
| Нахождение методом максимума правдоподобия параметров заряженной частицы, движущейся в неоднородном магнитном поле с учетом ионизационных потерь и многократного кулоновского рассеяния. |      |
| Г.А.Емельяненко, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Саитов, А.П.Степелях (ВЦ-ЛВЭ ОИЯИ) . . . . .  | 117  |
| Обработка нейтронных спектров.   |      |
| И.И.Шелонцев, Н.Ю.Широкова (ВЦ-ЛНФ ОИЯИ) . . . . .   | 123  |
| Об одном методе выброса "плохих" точек.  |      |
| Н.Д.Дикусар, В.Н.Шигаев (ВЦ ОИЯИ) . . . . .  | 126  |
| Least Squares Fit Determination of the Position of the Cameras.<br>M. Rósch, A. Sebestyén, F. Telbisz<br>(Центральный исследовательский институт физики, Будапешт) . . . . .             | 133  |
| Работы по обработке экспериментальных данных и автоматизации программирования проводимые в ВЦ ОИЯИ.  |      |
| Н.Н.Говорун (ВЦ ОИЯИ) . . . . .  | 136  |
| Материалы Совещания, не вошедшие в настоящий сборник . . . . .   | 144  |

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ ТИПА МУСКЕЛИШВИЛИ  
В КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

(Система сингулярных интегральных уравнений  
в пространстве обобщенных функций)

ФТИ АН Тадж.ССР

Р.Абдурахманов

Обозначим через  $\mathcal{D}$  пространство вещественных финитных и неограниченно дифференцируемых функций  $\psi(x)$ . Говорят, что последовательность  $\{\psi_n(x)\}$  функций  $\psi_n \in \mathcal{D}$  стремится к нулю в  $\mathcal{D}$ , если: 1) существует ограниченный интервал  $\Delta$  оси  $x$ , вне которого все функции  $\psi_n(x)$  обращаются в нуль; 2) функции  $\psi_n(x)$  и их производные любого порядка стремятся к нулю равномерно при произвольном порядке производных. Сходимость в  $\mathcal{D}$  обозначим через

$$\psi_n \Rightarrow \psi \text{ в } \mathcal{D}$$

Пусть  $(\rho, \psi)$  - вектор, получаемый применением линейного непрерывного вектор-функционала  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)$  к функции  $\psi \in \mathcal{D}$ . Такие вектор-функционалы назовем обобщенными вектор-функциями.

Пусть  $\mathcal{L}(c)$  - пространство голоморфных функций  $\varphi(z)$ , определенных в полуссе

$$t_a = \{z: |\operatorname{Im} z| < a\}, \quad 0 < a \leq \infty, \quad (1)$$

и удовлетворяющих неравенству

$$|\varphi^{(k)}(z)| \leq \frac{C^{(k)}}{|z|^{k+1}}, \quad |z| \rightarrow \infty \quad (2)$$

где  $C^{(k)}$  - некоторое постоянное число,  $k = 0, 1, 2$ .

Говорят, что последовательность  $\{\varphi_n(z)\}$  функций  $\varphi_n \in \mathcal{L}(c)$  сходится к нулю в  $\mathcal{L}(c)$ , если

$$|z^{k+1} \varphi_n^{(k)}(z)| \leq C_n^{(k)}, \quad (3)$$

где  $C_n^{(k)} \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$  и при произвольном фиксированном значении  $k = 0, 1, 2, \dots$ , в каждой области полосы  $t_\alpha$ ; здесь требуется равномерное стремление  $z^{k+1} \varphi_n^{(k)}(z)$  к нулю относительно  $z$  при  $n \rightarrow \infty$ . Вектор-функционалы в  $\mathcal{L}(c)$ , которые обозначим через  $\langle \rho(z), \varphi \rangle$ , всегда имеют интегральные представления

$$\langle \rho(z), \varphi \rangle = \int_C \rho(z) \varphi(z) dz \quad (4)$$

при любых  $\varphi(z) \in \mathcal{L}(c)$ , где  $C$  - некоторый контур плоскости  $z$ ,

$$\rho(z) = (\rho_1(z), \rho_2(z), \dots, \rho_m(z)).$$

Множество линейных непрерывных вектор-функционалов в  $\mathcal{L}(c)$  обозначим через  $\mathcal{L}'(c)$ . Наконец, введем в рассмотрение пространство  $\mathcal{L}(\mathcal{R})$  функций  $\varphi(x)$ , определенных на всей оси  $x$ , неограниченно дифференцируемых, удовлетворяющих неравенству

$$|\varphi^{(k)}(x)| \leq \frac{C^{(k)}}{|x|^{k+1}} \text{ гл.к. } |x| \rightarrow \infty, \quad (5)$$

где  $C^{(k)}$  - некоторое постоянное число,  $k = 0, 1, 2, \dots$  и представимых в виде

$$\varphi(x) \equiv T\varphi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(z)}{(x-z)} dz \quad (6)$$

для любой  $\varphi(z) \in \mathcal{L}(c)$ . В соотношении (6)  $L$  - контур, состоящий из двух прямых линий, параллельных оси  $x$ : одна, расположенная в  $\text{Im } z > 0$ , направлена по положительному направлению оси  $x$ , а другая, расположенная в  $\text{Im } z < 0$ , направлена против положительного направления оси  $x$ . Если же рассматриваемая обобщенная функция имеет ограниченный носитель, то в качестве  $L$  выберем замкнутую линию, содержащую внутри себя носитель заданной обобщенной функции. Направление обхода контура  $L$  по часовой стрелке будем считать положительным.

Понятие сходимости в  $\mathcal{L}(\mathcal{R})$  аналогично сходимости в  $\mathcal{L}(c)$ . Множество линейных непрерывных вектор-функционалов в  $\mathcal{L}(\mathcal{R})$  обозначим через  $\mathcal{L}'(\mathcal{R})$ .

**Теорема I.** Оператор  $T'$ , сопряженный с интегральным оператором  $T$ , определяется на линейном многообразии любых обобщенных вектор-функций  $\rho \in \mathcal{D}'$ , удовлетворяющих условию

$$|(\rho, \omega(x-y; h))| \leq \frac{ch}{|x|^\alpha}, \quad |x| \rightarrow \infty \quad (7)$$

где  $0 < \alpha < 1$ ,  $c$  - некоторое постоянное число,  $x$  - некоторая произвольно фиксированная точка оси  $x$ ,  $\omega(x-y; h)$  - ядро усреднения, являющееся финитной и неограниченно дифференцируемой функцией, т.е.  $\omega(x-y; h) \in \mathcal{D}$  и обладает свойством

$$\frac{1}{2h} \int_{-h}^h \omega(t, h) dt = 1, \quad \omega = \int_{-1}^1 \omega(t, 1) dt.$$

Таким образом, вектор-функция

$$U(z) \equiv T'\rho = \frac{1}{2\pi i} \left( \rho, \frac{1}{x-z} \right), \quad \text{Im } z \neq 0 \quad (8)$$

есть голоморфная вектор-функция на всей плоскости  $z$ , кроме  $\text{Im } z = 0$ , стремящегося к нулю на бесконечности.

**Следствие.** Для любой обобщенной вектор-функции  $\rho \in \mathcal{D}'$ , удовлетворяющей условиям теоремы I, имеет место формула

$$\frac{d^k}{dz^k} U(z) = \frac{1}{2\pi i} \left( \frac{d^k \rho}{dx^k}, \frac{1}{x-z} \right), \quad k=0, 1, 2, \dots, \text{Im } z \neq 0 \quad (9)$$

**Теорема 2.** Любую обобщенную вектор-функцию  $\rho \in \mathcal{D}'$ , удовлетворяющую условию теоремы I, можно представить в виде

$$\rho = U^+ - U^- \quad (10)$$

т.е. скачка двух аналитических вектор-функций на всей оси  $x$ . Иначе говоря, справедливы формулы

$$U^\pm = \pm \frac{1}{2} \rho - \frac{1}{2\pi i} \left( \rho * P \frac{1}{x} \right) \quad \text{при любой } \varphi \in \mathcal{D} \quad (11)$$

где  $(\rho * P \frac{1}{x})$  - свертка двух обобщенных функций  $\rho, P \frac{1}{x}$ .

Пусть требуется определить кусочно-голоморфный вектор  $U(z)$ , имеющий конечный порядок на бесконечности, по условию  $U^+ - U^- = \rho$  на оси  $x$  для любого  $\varphi \in \mathcal{D}$ , где  $\rho(x)$  - заданная на оси  $x$  обобщенная вектор-функция из  $\mathcal{D}'$ , которая удовлетворяет условию теоремы I.

Решение дается формулой

$$u(z) = \frac{1}{2\pi i} \left( p, \frac{1}{x'-z} \right) + P(z) \quad (I2)$$

где  $P(z) = (p_1(z), p_2(z), \dots, p_m(z))$

- вектор, компоненты  $p_1, p_2, \dots, p_m$  которого произвольные полиномы. Если требуется определить кусочно-голоморфный вектор  $U(z)$ , исчезающий на бесконечности, то решение определяется формулой (I2), в которой следует положить  $P(z) = 0$ .

Рассмотрим систему сингулярных интегральных уравнений в виде свертки и в матричной записи.

$$A(x)P(x) - \frac{B(x)}{x'} (p * P \frac{1}{x'}) = \mu(x) \quad (I3)$$

при любом  $\Psi \in D$ ,

$$\text{где } A(x) = \| A_{\alpha\beta}(x) \|, B(x) = \| B_{\alpha\beta}(x) \|, \alpha, \beta = 1, 2, \dots, m.$$

Будем считать, что  $S(x) = A(x) + B(x)$ ,  $D(x) = A(x) - B(x)$

- сколько угодно раз непрерывно дифференцируемые функции и  $\det S(x) \neq 0$ ,  $\det D(x) \neq 0$

всюду на оси  $x$ ;  $p(x)$  и  $\mu(x)$  - соответственно, искомые и заданные обобщенные функции из  $D'$ , удовлетворяющие условию теоремы I. Вводя кусочно-голоморфный вектор

$$u(z) = \frac{1}{2\pi i} \left( p, \frac{1}{x'-z} \right), \quad J_{mz} \neq 0$$

и учитывая формулу (II), получим, что

$$u^+(x) = G(x) u^-(x) + g(x) \quad (I4)$$

при любой  $\Psi \in D$ .

Таким образом, задача (I3) свелась к задаче (I4), т.е. к задаче о нахождении кусочно-голоморфного вектора  $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$  с линией скачков на действительной оси  $x$  имеющей конечный порядок на бесконечности (или исчезающей на бесконечности) по граничному условию

$$u^+(x) = G(x) u^-(x) + p(x) \quad \text{на оси } x \quad (I5)$$

при любой  $\Psi \in D$ . Здесь  $G(x)$  - заданная на оси  $x$  матрица класса  $H$ , сколько угодно

раз непрерывно дифференцируемая и нигде на оси  $x$  не обращающаяся в нуль, а  $\rho(x)$  - заданная обобщенная вектор функция из  $D'$  (или  $\mathcal{L}'(R)$ ), которая удовлетворяет условию теоремы I.

Взаимная эквивалентность задач (I3) и (I4) - очевидна.

Пусть  $X(z)$  - каноническая матрица однородной задачи (I5) ( $\rho(x)=0$ ).

Тогда все решения, удовлетворяющие задаче (I5) даются формулой

$$u_{(z)} = \frac{X(z)}{2\pi i} \left( \frac{\rho(x')}{X^*(x')}, \frac{1}{x'^{-2}} \right) + X(z) P(z), \quad \forall m \neq 0, \quad (I6)$$

где  $P(z)$  - вектор  $P(z) = (P_1(z), P_2(z), \dots, P_m(z))$

причем  $P_\lambda = P_\lambda(z)$  - произвольные полиномы.

Пусть  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  - частотные индексы,  $\alpha$  - суммарный индекс рассматриваемой задачи.

Пусть  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_p > 0 \geq \alpha_{p+1} \geq \dots \geq \alpha_m$  (I7)

$$\lambda = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p, \quad \varphi = -\alpha_{p+1} - \dots - \alpha_m \quad (I8)$$

Обозначим

$$[X^*(x')]^{-1} \rho(x') = V(x') = (V_1, V_2, \dots, V_m)$$

Тогда для существования решений, исчезающих на бесконечности, необходимо и достаточно, чтобы  $\rho(x')$  удовлетворяла  $\varphi$  условиям вида

$$(V_\lambda(x), x^j) = 0, \quad j = 0, 1, \dots, -\alpha_{\lambda-1}, \quad \lambda = p+1, p+2, \dots, m.$$

Тогда при выполнении этих условий общее решение задачи (I5) дается формулой (I6), в которой следует считать

$$P_\alpha = (P_{\alpha_1-1}, P_{\alpha_2-1}, \dots, P_{\alpha_p-1}, 0, 0, \dots, 0),$$

где  $P_{\alpha_j-1} = P_{\alpha_j-1}(z)$  произвольный полином степени не выше

$$\alpha_j-1 \quad (P_{\alpha_j-1}(z) = 0, \text{ если } \alpha_j = 0).$$



НОВЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО  
РАССЕЯНИЯ И СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ

ЛТО СИАИ

В.В.Бабинов

На предыдущем Советании уже рассказывалось<sup>[1]</sup> о применении нового метода вычисления параметров рассеяния в ряде задач нуклон-нуклонного и нуклон-ядерного взаимодействия. За прошедшие полтора года появился ряд новых работ, посвященных этой теме и показывающих преимущества данного метода в других приложениях. Однако, несмотря на то, что основное уравнение метода, полученное для фазовой функции и дающее название всему направлению (метод фазовых функций, сокращенно м.ф.ф.), было написано Друкаревым<sup>[2]</sup> еще в 1949 году, а с 1963 года статьей Калоджеро<sup>[3]</sup> началось интенсивное развитие м.ф.ф., данный подход к решению квантовомеханических задач остается пока сравнительно малоизвестным. Это можно объяснить тем, что весь материал содержится в серии журнальных статей и пока не нашел отражения в учебниках или монографиях<sup>\*</sup>).

Поэтому представляется весьма актуальным изложить здесь основные идеи и результаты метода фазовых функций. Для данной аудитории это должно быть тем более интересным, что м.ф.ф. дает возможность построения эффективных алгоритмов решения задач ядерной физики на быстродействующих электронно-вычислительных машинах.

<sup>\*</sup> Исчерпывающая библиография опубликованных к настоящему моменту работ, посвященных методу фазовых функций, имеется в обзорной статье<sup>[4]</sup>.

В качестве вводящего примера рассмотрим прохождение частиц через потенциальный барьер при одномерном движении. Пусть потенциал  $V(x)$  отличен от нуля в интервале  $[x_1, x_2]$  и частицы движутся слева, так что невозмущенная волновая функция равна  $e^{ikx}$ . Для нахождения коэффициентов отражения и прохождения через барьер обычно решают уравнение Шредингера в отдельных областях и сшивают эти решения на границах  $x_n$  (рис.1).

Однако можно поступить и другим образом. Будем искать не саму волновую функцию, а только ее изменение. Для этого представим волновую функцию  $\psi(x)$  в виде суперпозиции падающей и отраженной волны с коэффициентами, зависящими от  $x$ ,

$$\psi(x) = A(x)[e^{ikx} + B(x)e^{-ikx}] \quad (1)$$

Коэффициенты, очевидно, должны удовлетворять условию нормировки  $A(x_1) = 1$  и условию отсутствия отражения волны за область действия потенциала  $B(x_2) = 0$ . Соответственно, коэффициенты прозрачности  $D$  и отражения  $R$  равны

$$D = |A(x_2)|^2, R = |B(x_1)|^2, D + R = 1 \quad (2)$$

Если теперь наряду с уравнением Шредингера использовать дополнительное соотношение между  $A(x)$  и  $B(x)$ , отвечающее условию непрерывности производной волновой функции,

$$A'[e^{ikx} + B'e^{-ikx}] + B'A'e^{-ikx} = 0 \quad (3)$$

то легко убедиться, что функция  $B(x)$  удовлетворяет уравнению Риккати, не содержащему  $A(x)$ , ( $\hbar = 2m = 1$ ):

$$B'(x) = -\frac{1}{2ik} V(x) [e^{ikx} + B(x)e^{-ikx}]^2, B(x_2) = 0 \quad (4)$$

Коэффициент отражения  $R$  находится простым интегрированием уравнения (4). При этом величина  $|B(x)|^2$  в интервале  $[x_1, x_2]$  имеет смысл коэффициента отражения на соответствующей части потенциала.

Функция  $A(x)$  удовлетворяет линейному уравнению, решение которого выражается в виде квадратурн

$$A(x) = e^{ikx} \left\{ \frac{1}{2ik} \int_{x_1}^x V(x') [1 + B(x')e^{-2ikx'}] dx' \right\} \quad (5)$$

Коэффициент прозрачности  $D$  может быть вычислен из выражения (5) или при известном  $B(x)$  из соотношения (2). Таким образом, вычисление искомых величин сводится, по существу, к интегрированию простого уравнения (4) и не требует никаких процедур сшивания.

Аналогичным образом можно рассмотреть случай трехмерной задачи рассеяния на центральном потенциале, когда искомыми параметрами являются фазы рассеяния. Если записать радиальную волновую функцию в виде



$$u_e(\tau) = A_e(\tau) [\cos \delta_e(\tau) j_e(k\tau) - \sin \delta_e(\tau) n_e(k\tau)] \quad (6)$$

тогда для фазовой функции  $\delta_e(\tau)$  имеет место уравнение [2,3]

$$\delta_e'(\tau) = -\frac{1}{k} V(\tau) [\cos \delta_e(\tau) j_e(k\tau) - \sin \delta_e(\tau) n_e(k\tau)]^2, \quad \delta_e(0) = 0 \quad (7)$$

Хотя искомое значение фазы рассеяния на потенциале  $V(\tau)$  является асимптотическим значением фазовой функции  $\delta_e(\infty)$ , последняя имеет физический смысл и в каждой точке. А именно,  $\delta_e(\tau_1)$  равна величине сдвига фазы на обрезанном потенциале  $V(\tau) \theta(\tau_1 - \tau)$ . На рис.2 изображено поведение фазовой функции для типичного потенциала. При малых  $\tau$ , когда потенциал отталкивательный,  $\delta_e(\tau)$  отрицательна и достигает минимума в точке, где  $V(\tau) = 0$ . В области действия притягивающего потенциала фазовая функция возрастает до своего асимптотического значения.

Отметим следующие преимущества уравнения (7) перед уравнением Шредингера для волновой функции. Во-первых, оно первого порядка, и его решение является не осциллирующей, а более монотонной функцией, что уменьшает количество операций и, следовательно, время счета, а также облегчает оценку погрешности вычислений. Это делает м.ф.ф. очень удобным при расчетах на ЭВМ.

Во-вторых, алгоритм м.ф.ф. легко обобщается на более сложные случаи рассеяния. Так, присутствие наряду с ядерным кулоновского взаимодействия приводит только к замене в уравнении (7) решений свободного уравнения Шредингера  $j_e(k\tau), n_e(k\tau)$  на кулоновские функции  $F_e(k\tau, \eta), G_e(k\tau, \eta)$ . Если рассеяние является многоканальным, то новый метод позволяет сформулировать задачу Коши для системы связанных уравнений вида (7) прямо для искомых параметров рассеяния, так что исчезает необходимость такой процедуры, как построение линейно-независимых комбинаций волновых функций, удовлетворяющих заданным граничным условиям. В качестве иллюстрации на рис.3 показаны (х =  $\mu_1 \tau$ ) ф.ф. для нуклон-нуклонного рассеяния в триплетных  $^3P_2$  и  $^3F_2$  состояниях с известным потенциалом Хамады-Джонстона. Параметрами рассеяния являются два сдвига фаз  $\delta_{j,j+1}, \bar{\delta}_{j,j+1}$  для парциальных волн с  $L = j \mp 1$  и параметр смешивания  $\bar{\epsilon}_j$ . Сплошные и пунктирные кривые соответствуют значениям энергии  $E_{\text{лаг}} = 320$  Мэв и  $E_{\text{лаг}} = 180$  Мэв. Этот метод успешно применяется также в задачах оптической модели ядерных реакций, в случае потенциалов, зависящих от скорости, в задачах потенциального рассеяния релятивистских частиц.

Конкретные расчеты показали, что новые алгоритмы гораздо проще и дают более точные результаты, чем обычные методы. Поэтому имеет смысл включить эти алгоритмы в библиотеку стандартных программ на ЭВМ. В частности, у нас, в Вычислительном центре ОИЯИ такая прог-

рамма для расчета параметров низкоэнергетического рассеяния (длины рассеяния, эффективных радиусов и др.) подготовлена Л.А.Смирновой.

Третьим преимуществом м.ф.ф. является то, что он позволяет наряду с известными приближенными методами развить новые. Продемонстрируем это на одном простом примере вычисления длины рассеяния с помощью уравнения

$$a'(\tau) = V(\tau) [\tau - a(\tau)], \quad a(0) = 0 \quad (8)$$

Первое борновское приближение получается, если пренебречь в правой части уравнения (8) величиной  $a(\tau)$ . Тогда

$$a_B(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} \tau^2 V(\tau) d\tau \quad (9)$$

Легко видеть, что это приближение можно улучшить, если сохранить в (8) линейный по  $a(\tau)$  член и полученное линейное уравнение решить точно. В результате получим первое модифицированное борновское приближение

$$a_{\text{уб}}(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} d\tau \tau^2 V(\tau) e^{-2 \int_0^{\tau} \tau' V(\tau') d\tau'} \quad (10)$$

Выражение (10) соответствует частичной сумме бесконечного ряда членов обычного борновского приближения. Оно гораздо точнее, чем (9). Например, для сингулярного потенциала, когда  $\tau^2 V(\tau) \rightarrow 0$  при  $\tau \rightarrow 0$ , имеем при малых  $\tau_0$ :  $a_B(\tau_0) \rightarrow \infty, a_{\text{уб}}(\tau_0) \rightarrow 0$ . Кроме рассмотренного примера м.ф.ф. позволяет получить новые вариационные принципы для вычисления фаз и ряд других приближенных методов.

Наконец, четвертым достоинством м.ф.ф. является наглядный физический смысл рассматриваемых величин, что позволяет непосредственно видеть эффект каждой из областей потенциала, скажем, на сдвиг фазы. В действительности аналогичное уравнение можно написать для очень многих физических величин. Так, определив функцию парциальной амплитуды рассеяния  $f_e(\tau) \equiv e^{i\delta_e(\tau)} \sin \delta_e(\tau)$ , получим

$$f_e'(\tau) = -\frac{1}{k} V(\tau) [j_e(k\tau) + i f_e(\tau) h_e''(k\tau)]^2, \quad f_e(0) = 0 \quad (11)$$

Как оказывается, уравнение (11) удобно для исследования аналитических свойств амплитуды рассеяния в комплексных областях энергии и углового момента. Используя уравнение (7) или (8), можно легко найти класс потенциалов, приводящих к заданным значениям фазы или длины рассеяния. Например, если известна длина рассеяния  $a_0$ , достаточно подобрать любую функцию  $a(\tau)$ , удовлетворяющую условиям  $a(0) = 0, a(\infty) = a_0$ . Тогда соответствующий потенциал определится как

$$V(\tau) = \frac{a'(\tau)}{[\tau - a(\tau)]^2} \quad (12)$$

В частности при  $a(z) = a_0 z/(z+a_0)$ ,  $V(z) = a_0^2/z^4$ . В задачах ядерных взаимодействий обычно известна периферическая часть потенциала. Интегрируя уравнения м.ф.ф. от больших расстояний к меньшим, можно просто оценить вклад внутренних частей взаимодействия.

До сих пор говорилось о решении задач рассеяния. Но метод фазовых функций, возникший, как показывает само название, как аппарат вычисления параметров рассеяния, может также быть использован для создания нового алгоритма решения задач связанных состояний, в частности, для нахождения уровней энергии. Это может быть сделано, если учесть, что связанным состояниям отвечают полюса амплитуды рассеяния, которая в м.ф.ф. удовлетворяет уравнению (II). Практически удобнее искать не полюса, а нули обратной функции  $f_e^{-1}(r)$ , удовлетворяющей аналогичному (II) уравнению. Задача состоит в том, чтобы записать уравнения для  $f_e(r)$  и  $f_e^{-1}(r)$  при мнимых параметрах  $k = i\kappa$  и, интегрируя их, найти значения  $\kappa_n$ , для которых  $f_e^{-1}(\infty, \kappa_n) = 0$ . Уровни энергии равны тогда  $E_n = -\kappa_n^2$ .

В заключение отметим, что метод фазовых функций развивается и находит новые области применения. Было бы очень интересно исследовать этим методом систему трех и более тел, случай потенциала, зависящего от времени, и ряд других задач.

#### ЛИТЕРАТУРА :

1. В.В.Бабиков. Материалы Совещания по математическим методам решения задач ядерной физики. Препринт ОИЯИ, 2005, Дубна, (1965), стр.28.
2. Г.Ф.Друкарев. ЖЭТФ, 19, 247 (1949).
3. F. Calogero, *Nuovo Cim.* 27, 261 (1963).
4. В.В.Бабиков. Метод фазовых функций в квантовой механике. Препринт ОИЯИ, P-2758, Дубна (1966).

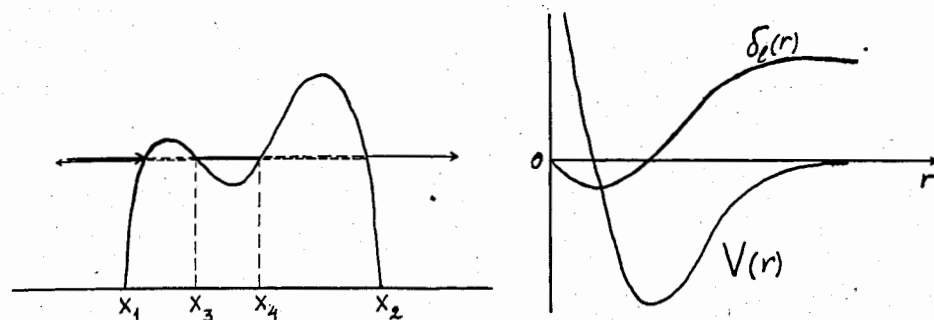


Рис. 1

Рис. 2

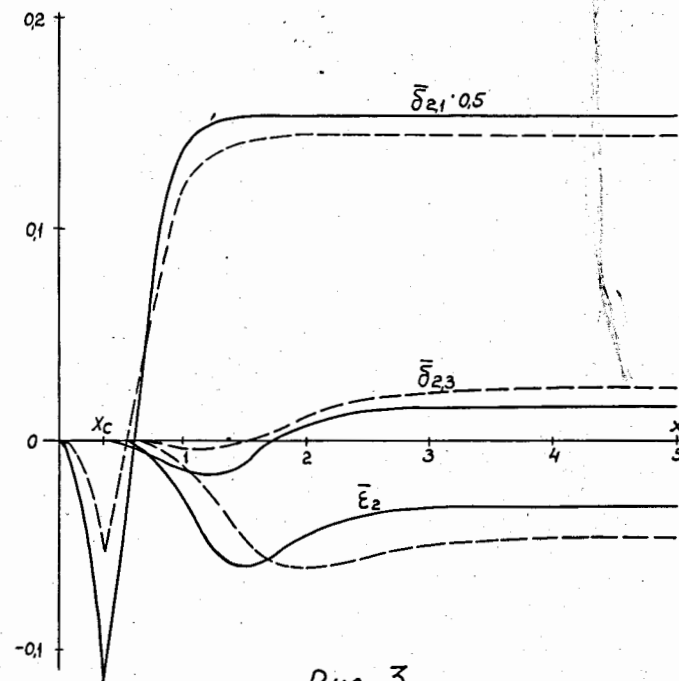


Рис. 3

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД СТАБИЛИЗАЦИИ ПО НЕПРЕРЫВНОМУ  
ПАРАМЕТРУ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ  
НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ВТСРОГО ПОРЯДКА

ВЦ СИАИ

Е.П.Хиднов, И.В.Пузынин

Задача численного решения граничных задач для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка встречается в ряде физических проблем. В качестве примеров можно привести задачи нелинейной теории поля, статистической теории ядра, движения и вывода ускоряемых частиц и другие. В данной работе предлагается численный метод решения дифференциальных уравнений

$$L[y] = y'' + f(x, y) = 0 \quad (1)$$

с краевым условием

$$y(0) = y(1) = 0 \quad (2)$$

Предлагаемый метод можно распространить на более общие типы дифференциальных уравнений, чем (1). Он может быть применен и к некоторым другим классам задач.

К известным методам решения граничных задач (1)-(2) относится итерационный конечно-разностный метод [1], сходимостью которого основана на принципе сжатых отображений. Область применения этого метода довольно ограничена из-за существенных требований, налагаемых на нелинейную часть уравнения.

Известное распространение получил метод Ньютона решения функциональных уравнений, примененный к задачам типа (1)-(2) Н.Н.Глинской и И.П.Мысовских [2]. Этот метод предполагает довольно жесткие ограничения на нелинейную часть уравнения и на выбор начального приближения в итерационной схеме. Эти методы, по своей идее, носят дискретный характер.

Метод "стабилизации" для решения стационарных задач является "непрерывным". Суть этого метода в применении к решению краевых задач (1)-(2) заключается в следующем. Введем непрерывный параметр "время  $t$ " и рассмотрим нестационарную задачу для функции  $u(x, t)$

$$u_t' = u_{xx}'' + f(x, u) \quad (3)$$

с граничными условиями

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad (4)$$

и начальным условием

$$u(x, 0) = \varphi(x), \varphi(0) = \varphi(1) = 0 \quad (5)$$

Решение задачи (3)-(5) "стабилизируется", если  $\lim_{t \rightarrow \infty} u_t' = 0$ . В этом случае решение  $u(x, t)$  нестационарной задачи сходится к искомому решению  $y(x)$  граничной задачи (1)-(2). При численном решении задачи (3)-(4) можно применить различные методы, позволяющие преодолеть трудности, связанные с нелинейностью уравнений. Однако сам процесс "стабилизации" исследован при существенных ограничениях на функцию  $f(x, y)$  (см., например, [3]).

В основе предлагаемого метода лежит идея введения непрерывного параметра. При этом факт "стабилизации" по этому параметру обусловлен способом его введения. Получаемые ограничения на функцию  $f(x, y)$  кажутся нам не столь существенными и более естественными, чем в перечисленных выше методах. Кроме того, алгоритм, изложенный в [2], может быть получен как одна из возможных численных реализаций предлагаемого метода.

I. Введем непрерывный параметр  $t$  в задаче (1)-(2) следующим образом. Рассмотрим функцию  $y(x, t)$ , для которой составим следующее дифференциальное операторное соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} L_x[y] = -L_x[y], \quad (6)$$

где  $L_x$  - оператор частного дифференцирования по  $x$ , соответствующий (1). Предположим, что  $y(x, t)$  имеет непрерывную производную  $\frac{\partial}{\partial t} y_{xx}''$  и обозначим  $y_t'$  через  $v(x, t)$ . Тогда система уравнений в частных производных

$$\begin{cases} v_{xx}'' + f_y'(x, y)v = -[y_{xx}'' + f(x, y)], \\ y_t' = v \end{cases} \quad (7)$$

равносильна соотношению (6). Для системы (7) рассмотрим следующую задачу: в полуполосе  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq t < \infty$  найти решение системы  $v(x, t)$  и  $y(x, t)$ , удовлетворяющее условиям

$$\begin{cases} v(0, t) = v(1, t) = 0, \\ y(x, 0) = \varphi(x), \varphi(0) = \varphi(1) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

где  $\varphi(x)$  - известная дважды непрерывно дифференцируемая функция.

Если решение задачи (7)-(8) существует, то  $y(x,t)$  стабилизируется к решению задачи (1)-(2). Действительно, из (6) следует, что

$$L_x[y] = R(x)e^{-t} \quad (9)$$

где  $R(x)$  - некоторая непрерывная функция. При  $t \rightarrow \infty$  происходит стабилизация оператора:  $L_x[y] \rightarrow 0$ . Поэтому, если решение задачи (1)-(2) существует, то  $y(x,t) \rightarrow y(x)$ , где  $y(x)$  - функция, удовлетворяющая (1), а выполнение граничных условий (2) обеспечивается условиями (8).

2. Основной результат работы может быть сформулирован в виде следующего утверждения.

**Теорема.** Предположим, что решение граничной задачи (1)-(2) существует и в случае неединственности может быть локализовано, то есть существуют дважды непрерывно дифференцируемые функции  $\underline{z}(x)$  и  $\bar{z}(x)$ , удовлетворяющие крайевым условиям (2), такие, что в области

$$0 \leq x \leq 1, \underline{z}(x) \leq y \leq \bar{z}(x) \quad (10)$$

имеется только одно решение задачи (1)-(2). Пусть  $f(x,y)$  имеет непрерывные производные по  $x, y$  до второго порядка включительно в области (10). Предположим, что выполнены следующие условия:

1)  $|\varphi'' + f(x,\varphi)| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon > 0$  достаточно малое число, а  $\varphi(x)$  - дважды непрерывно дифференцируемая функция, причем  $\varphi''(x)$  удовлетворяет условию Липшица на отрезке  $[0,1]$ ;

2) крайняя задача

$$\begin{aligned} v'' + f'_y(x,y)v &= 0, \\ v(0) = v(1) &= 0 \end{aligned}$$

имеет только тривиальное решение для любой непрерывно дифференцируемой функции  $y(x)$  из (10).

Тогда решение системы (7), удовлетворяющее условиям (8), существует во всей полуполосе  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq t < \infty$ . Скорость стабилизации  $y(x,t)$  к решению  $y(x)$  задачи (1)-(2) определяется соотношением

$$|y(x) - y(x,t)| \leq \varepsilon e^{-t} \Phi(x),$$

где  $\Phi(x)$  - ограниченная положительная функция, обращающаяся в нуль при  $x=0$  и  $x=1$ .

При доказательстве теоремы существования был применен аналог метода ломаных Эйлера. В некоторой ограниченной области  $\mathcal{D}$ :

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq \delta, \underline{z}(x) \leq y(x,t) \leq \bar{z}(x), |v(x,t)| \leq V(x), \quad (11)$$

где  $\delta > 0$  - константа,  $V(x)$  - положительная непрерывная функция, обращающаяся в нуль при  $x=0$  и  $x=1$ , был построен разностный аналог системы (7). Произведем разбиение области  $\mathcal{D}$  по переменной  $t$ :  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = \delta, t_{i+1} - t_i = \tau$ . Второе уравнение системы заменим разностным соотношением

$$\tau^{-1} [y(x, t_{i+1}) - y(x, t_i)] = v(x, t_i) \quad (12)$$

На слое  $t = t_i$  решаем линейное обыкновенное дифференциальное уравнение относительно  $v(x, t_i)$

$$v''(x, t_i) + f'_y(x, y(x, t_i))v(x, t_i) = -[y''(x, t_i) + f(x, y(x, t_i))], \quad (13)$$

где функция  $y(x, t_i)$  считается известной, с крайним условием

$$v(0, t_i) = v(1, t_i) = 0 \quad (14)$$

Переход на следующий слой  $t = t_{i+1}$  осуществляется при помощи (12).

Было доказано, что можно выбрать  $\delta$  и  $V(x)$  таким образом, что при любых достаточно малых  $\tau$  все  $v(x, t_i)$  и  $y(x, t_i)$  принадлежат области  $\mathcal{D}$ . Для каждого разбиения с помощью линейной интерполяции по  $t$  на каждом отрезке  $[t_i, t_{i+1}]$  были построены непрерывные функции  $V_n(x, t)$  и  $Y_n(x, t)$ ,  $n = \delta\tau^{-1}$ . Далее показана равномерная сходимость последовательностей  $\{V_n(x, t)\}$  и  $\{Y_n(x, t)\}$  по теореме Арцела, к непрерывным функциям  $v(x, t)$  и  $y(x, t)$ . Доказано, что  $v(x, t)$  и  $y(x, t)$  являются решением задачи (7)-(8) в области  $\mathcal{D}$ . При выполнении условия I теоремы исследована продолжимость этого решения в полуполосе  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq t < \infty$  и получена оценка скорости стабилизации.

3. Описанный метод решения крайних задач типа (1)-(2) опробовался на некоторых примерах по составленной для ЭВМ программе. В качестве алгоритма численного решения системы (7) с задачей (8) был взят разностный аналог системы (12)-(14). Краевая задача (13)-(14) решалась методом прогонки, примененным к разностному уравнению, получаемому при разбиении отрезка  $[0,1]$  по  $x$  на  $n$  равных частей с узлами  $x_i, x_{i+1}, x_i = h$  и замене в уравнении (13) второй производной в узловой точке на выражение

$$h^{-2} [v(x_{i+1}, t_k) - 2v(x_i, t_k) + v(x_{i-1}, t_k)], \quad t = t_k$$

При этом в каждом внутреннем узле  $x_i$  получается разностное соотношение

$$h^{-2} [v(x_{i+1}, t_k) - 2v(x_i, t_k) + v(x_{i-1}, t_k)] + f'_y(x_i, y(x_i, t_k)) v(x_i, t_k) = \\ = - \{ h^{-2} [y(x_{i+1}, t_k) - 2y(x_i, t_k) + y(x_{i-1}, t_k)] + f(x_i, y(x_i, t_k)) \}$$

Прямая прогонка на каждом слое  $t = t_k$  заключается в определении прогоночных коэффициентов  $A_i, B_i$

$$A_0 = 0, B_0 = 0$$

$$A_i = -[M_i + A_{i-1}]^{-1}, B_i = -[N_i - B_{i-1}] A_i, i = 1, 2, \dots, n-1$$

Здесь

$$M_i = h^2 f'_y(x_i, y(x_i, t_k)) - 2,$$

$$N_i = -[y(x_{i+1}, t_k) - 2y(x_i, t_k) + y(x_{i-1}, t_k) + h^2 f(x_i, y(x_i, t_k))]$$

Обратная прогонка состоит в определении функции  $v(x_i, t_k)$  в узловых точках  $x_i$

$$v(x_i, t_k) = A_i v(x_{i+1}, t_k) + B_i,$$

$$v(x_n, t_k) = 0, v(x_0, t_k) = 0$$

Кроме того, на каждом слое  $t = t_k$  производится приближенная проверка условия 2 теоремы.

Пример I. Рассматривалось уравнение

$$y'' + A e^{\alpha y} = 0 \quad (I5)$$

с краевым условием

$$y(0) = y(1) = 0, \quad (I6)$$

$A, \alpha > 0$  - параметры. Решение этого уравнения можно получить в конечном виде. Пусть  $\rho = A\alpha$  существует значение  $\rho = \rho_1$ , при котором решение задачи (I5)-(I6) единственно; при  $\rho < \rho_1$  существуют два решения, и, наконец, при  $\rho > \rho_1$  решений задачи не существует. При  $A\alpha \leq 3.5$  существуют два решения задачи (I5)-(I6). Обозначим эти решения через  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  для  $A = 1.5$  и  $\alpha = 2$  их графики изображены на рис. I.

Уравнение (I5) интересно тем, что метод стабилизации с помощью задачи (3)-(5) позволяет находить в случае существования двух решений задачи (I5)-(I6) только нижнее решение  $y_1(x)$ .

По алгоритму, предложенному здесь, были вычислены оба решения задачи (I5)-(I6). В качестве начальных приближений выбирались функции  $y(x, 0) = \Delta \sin \pi x$ .

При  $\tau = I$  (аналог метода, описанного в 2) с помощью этих функций были построены приближенные "области влияния" вокруг решений  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ . Находящиеся внутри этих областей начальные функции обеспечивали сходимость функций  $y(x, t_k)$  при  $k \rightarrow \infty$  к соответствующим решениям краевой задачи. При  $0 < \Delta \leq 0.6$  происходила стабилизация к решению  $y_1(x)$ , а при  $0.8 \leq \Delta \leq 3.09$  к  $y_2(x)$ . Вблизи границы "областей влияния" при  $\Delta = 0.7$  и  $\tau = I$  стабилизации не произошло. Однако выбор меньшего шага  $\tau = 0.1$  обеспечил стабилизацию к  $y_2(x)$ . Шаг по  $x$  брался  $h = 0.05$ , а вычисления проводились до установления 9 десятичных знаков. На рис. I показаны "зоны влияния", а также показан процесс стабилизации в случае  $\Delta = 3.09$  и  $\tau = I$ . Все кривые симметричны относительно прямой  $x = \frac{1}{2}$ , поэтому на рис. I они изображены на отрезке  $[0, \frac{1}{2}]$ .

Пример 2. Дифференциальное уравнение с сингулярной точкой  $x = 0$

$$y'' = y(1 - \frac{y^2}{x^2}) \quad (I7)$$

встречается в нелинейной полевой теории, на любом отрезке  $[0, b]$ ,  $b > 0$ , имеет счетное множество решений, удовлетворяющих краевым условиям

$$y(0) = y(b) = 0 \quad (I8)$$

Подробнее о свойствах решений уравнений такого типа можно прочесть в работах [4], [5] и других.

Изложенный в работе метод был применен для отыскания положительного решения задачи (I7)-(I8). При вычислениях  $b = 1$ , 885867, что соответствует начальной производной решения  $y'(0) = 5$ . При начальном приближении

$$y(x, 0) = 1.3 \sin \frac{\pi}{6} x$$

получена стабилизация к положительному решению при

$$\tau = 0.001, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.6.$$

Процесс стабилизации при  $\tau = 0.6$  показан на рис. 2. При  $\tau > 0.6$  (например,  $\tau = 0.7, 0.9$ ) стабилизация происходила к некоторой "пилообразной" кривой, которая не является решением задачи (I7)-(I8).

При начальном приближении

$$y(x, 0) = 2.5 \sin \frac{\pi}{6} x$$

значительно отличающемся от решений задачи (I7)-(I8) стабилизация происходила к некоторым другим решениям, причем зависела от шага  $\tau$ . Так, при  $\tau = 0.005$  было получено решение с одним нулем внутри отрезка  $[0, b]$ , при  $\tau = 0.002$  было найдено решение с двумя нулями

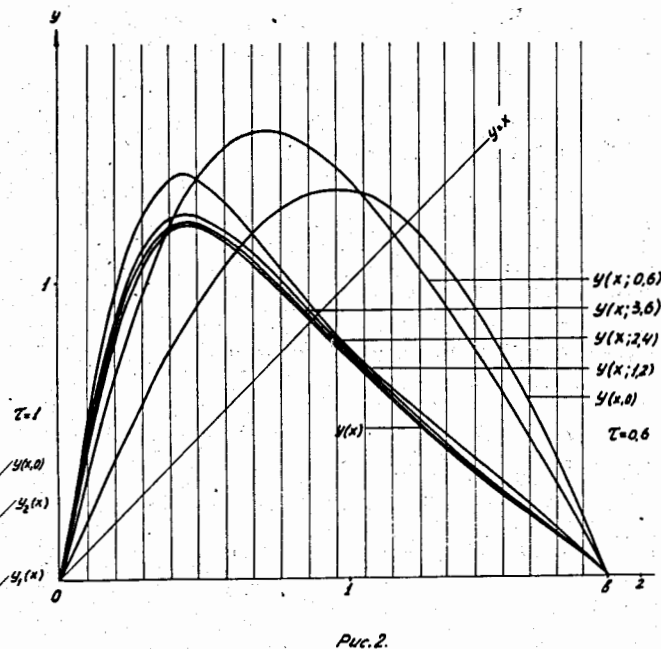
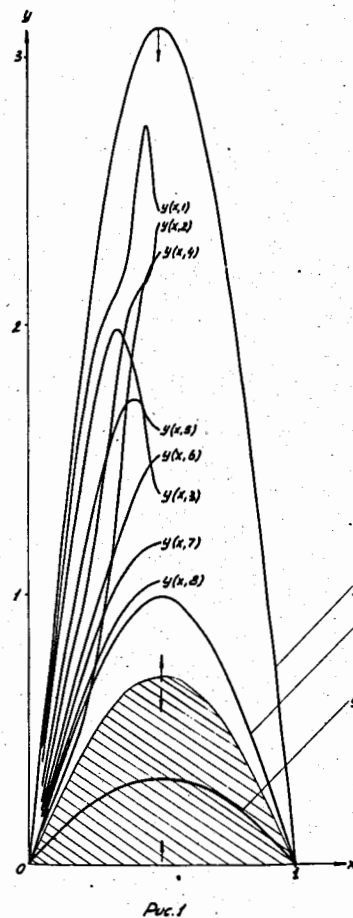
ми внутри отрезка  $[0, \delta]$ . В некоторых других случаях происходила стабилизация к пилообразным кривым.

Во всех случаях шаг по оси  $x$  брался равным  $h = 0.05\delta$ , а вычисления велись до установления 9 десятичных знаков.

Отметим, что уравнение (17) не удовлетворяет условиям теоремы, но проведенные вычисления позволяют предположить, что эти условия могут быть ослаблены.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. И.С.Березин, Н.П.Жидков. Методы вычислений, II, Физматгиз, Москва, 1962, 395-406.
2. Н.Н.Глинская, И.П.Мысовских. О численном решении граничных задач для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Вестник Ленинградского университета, 8, сер.мат., 49-54, (1954).
3. A. Friedman. Convergence of Solutions of Parabolic Equations to a Steady State, *J. Math. and Mech.*, 8, 1, 57-76, (1959).
4. Е.П.Жидков, В.П.Шриков. Об одной краевой задаче для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, ЖВМ и МФ, 4, 5, 804-816, (1964).
5. Е.П.Жидков, В.П.Шриков, И.В.Пузынин. Задача Коши и краевая задача для некоторого нелинейного дифференциального уравнения 2-го порядка. Материалы совещания по математическим методам решения задач ядерной физики. Дубна, 17-20 ноября 1964 г., Препринт СИАИ, 2005, Дубна, 1965, 13-18.



ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ  
В РАВНОМЕРНОЙ МЕТРИКЕ

ВЦ ОИАИ

С.И.Сердюкова

В моих работах получены необходимые и достаточные условия устойчивости в равномерной метрике, в  $C$ , для линейных разностных схем с постоянными коэффициентами. Получены точные по порядку в метрике  $L_1$  оценки роста единичной ошибки, которые характеризуют степень неустойчивости в  $C$  и выделены зоны размазывания единичной ошибки для всех устойчивых в  $L_2$  схем.

Сначала рассматривается задача с начальными данными для двуслойных разностных схем:

$$\sum_{|l| \leq k} a_l u_{j+l}^n = \sum_{|l| \leq k} a_l^0 u_{j+l}^0; \quad u_j^0 = r_j, \quad |r_j| < \infty \quad (I)$$

Задача (I) устойчива в  $C$ , если равномерно по  $n$  выполняется соотношение:

$$\sup_j |u_j^n| \leq C \sup_j |u_j^0|$$

Здесь  $C$  не зависит ни от  $n$ , ни от  $u_j^0$ . Заметим сразу, что все постоянные, которые будут встречаться, не зависят от  $n$ .

Обозначим через  $f(z)$  характеристическую функцию (I):

$$f(z) = \left( \frac{\sum_{|l| \leq k} a_l^0 z^l}{\sum_{|l| \leq k} a_l z^l} \right).$$

Справедлива лемма: Для устойчивости задачи (I) в  $C$  необходимо и достаточно, чтобы равномерно по  $n$  в метрике  $L_1$  были ограничены коэффициенты Лорана  $n$ -ой степени характеристической функции. А именно, если

$$\Gamma_j^n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} f(z) z^j dz,$$

то для устойчивости в  $C$  необходимо и достаточно, чтобы

$$\sum_j |\Gamma_j^n| = \gamma(n) \leq C$$

$\Gamma_j^n$  - разностная функция Грина или функция единичной ошибки.

Таким образом, надо оценить  $\gamma(n)$  при  $n \rightarrow \infty$ . Задача может быть сформулирована независимо от разностных схем: в метрике  $L_1$  оценить скорость роста последовательности коэффициентов Лорана  $n$ -ой степени отношения двух произвольных многочленов. Задача решается в общем виде, без каких-либо дополнительных ограничений.

Переходим к изложению результатов. Введем обозначение:

$$M(f) = \max_{|z|=1} |f(z)|$$

Случай  $M(f) \neq 1$  решается тривиально: если  $M(f) > 1$ , то  $\gamma(n)$  экспоненциально растет - устойчивости в  $C$  нет. Если  $M(f) < 1$ , то  $\gamma(n)$  экспоненциально убывает - имеет место устойчивость в  $C$ .

Если  $M(f) = 1$ , то задача (I) может быть как устойчивой в  $C$ , так и неустойчивой. Все зависит от поведения характеристической функции в окрестности точек единичной окружности, где  $|f(z)| = 1$ . Рассмотрим отдельно два случая.

I случай:  $|f(z)| = 1$  всюду на  $|z|=1$ . В этом случае, если только  $f(z) \neq e^{ib_0 z}$ , то устойчивости в  $C$  нет: имеет место оценка  $C_1 \sqrt{n} \leq \gamma(n) \leq C_2 \sqrt{n}$

Если же  $f(z) = e^{ib_0 z}$ , то, очевидно, для всех  $n \geq 0$   $\gamma(n) = 1$ .

II случай:  $|f(z)| < 1$  всюду на  $|z|=1$ , кроме конечного числа точек  $e^{i\varphi_s}$  ( $1 \leq s \leq t$ ), где  $|f(e^{i\varphi_s})| = 1$

В окрестности каждого  $\varphi_s$  справедливо разложение:

$$f(e^{i\varphi}) = \exp \left\{ i b_0 + b_1 i (\varphi - \varphi_s) + i \sum_{l=1}^{\infty} b_l (\varphi - \varphi_s)^l + \sum_{l=2l_0}^{\infty} a_l (\varphi - \varphi_s)^l \right\} \quad (2)$$

Здесь все параметры вещественные,  $a_{2l_0} < 0$ .

В рассматриваемом случае II задача (I) устойчива в  $C$  тогда и только тогда, когда для всех  $s = 1, \dots, t$  коэффициент при младшем нелинейном члене в разложении (2) имеет отрицательную вещественную часть:  $l_1 \geq 2l_0$ . Если эти условия выполнены, то имеет место оценка:  $C_1 \leq \gamma(n) \leq C_2$ .

Если хотя бы при одном  $s$  коэффициент при младшем нелинейном члене в разложении (2) является чисто мнимым, то имеет место неустойчивость степенного типа:

$$C_1 n^{\frac{1}{2} - \frac{l_1}{4l_0}} \leq \gamma(n) \leq C_2 n^{\frac{1}{2} - \frac{l_1}{4l_0}}$$

Здесь  $l_1/4l_0$  минимально из всевозможных значений, отвечающих различным  $n$



В процессе доказательства получены асимптотические оценки разностной функции Грина в  $C$ . Эти оценки позволили выделить так называемые зоны размазывания единичной ошибки. Для всех устойчивых в  $L_2$  схем указаны точные по порядку в  $L_1$  зоны на  $n$ -м слое, вне которых единичная ошибка экспоненциально мала. Особенно интересным оказался случай П. В этом случае единичная ошибка локализуется около прямых  $j = -v_1 n$ , которые мы называем характеристиками разностного уравнения.

Если рассматривать задачу с правой частью, то устойчивость по правой части следует из устойчивости по начальным данным, если только решение существует при любой правой части из  $C$ .

Далее ставится задача об устойчивости в  $C$  систем двухслойных разностных схем и исследуется поведение коэффициентов Лорана  $n$ -ой степени матрицы, элементами которой являются отношения многочленов. Доказана следующая теорема:

Если есть устойчивость в  $L_2$ , то для устойчивости в  $C$  необходимо и достаточно, чтобы все собственные значения характеристической матрицы удовлетворяли тем условиям, которым удовлетворяет характеристическая функция в случае одного уравнения. Здесь тоже получены точные по порядку в  $L_1$  оценки разностной матричной функции Грина.

Заметим, что задача с начальными данными для многослойных схем простой заменой сводится к задаче для систем двухслойных схем. Так что задача об устойчивости в  $C$  линейных разностных схем с постоянными коэффициентами решена полностью.

Основной метод исследования — метод перевала.

В работах Штеттера и Стронга было получено достаточное условие устойчивости в  $C$  [1, 2]. Одновременно со мной необходимое и достаточное условие устойчивости в  $C$  для одного уравнения было установлено Томи [3]. Доказательство Томи выгодно отличается своей простотой. Однако полученные Томи оценки не являются точными по порядку. В работе В.Я.Урма [4] получено необходимое и достаточное условие устойчивости в  $L_2$  для систем линейных разностных уравнений. Результаты моих исследований опубликованы в работах [5, 6].

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Stetter H.J. Maximum bounds for the solutions of initial value problems for partial difference equations. Numer. Math. 5 (1963), 388-424.
2. Strang W.G. Polynomial approximation of Bernstein type. Trans. Am. Math. Soc., 105 (1962), 525-535.
3. Vidar Thomee. Stability of Difference Schemes in the Maximum-Norm. Journal of differential equations. 1 (1965), 273-292.
4. В.Я.Урм. О необходимости и достаточном условии устойчивости систем разностных уравнений. ДАН, 139, 1, 1961.
5. С.И.Сердюкова. Об устойчивости в  $C$  разностных схем с постоянными действительными коэффициентами. ЖВМ и МФ, 6, № 3 (1966).
6. С.И.Сердюкова. Необходимое и достаточное условие устойчивости в равномерной метрике систем разностных уравнений. ДАН 173, 3, 1967

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН  
НА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦИФРОВЫХ МАШИНАХ

ВЦ СМЯИ

Г.А.Осоосков

При статистическом моделировании некоторых процессов ядерной физики приходится аппроксимировать экспериментальные распределения аналитическими выражениями вида

$$P_n(x) e^{-\alpha x} \quad \text{или} \quad P_n(x) e^{-\alpha x^2} \quad (1)$$

где  $P_n(x)$  - многочлен степени  $n$ .

Таким образом, возникает проблема генерирования случайных величин с плотностями вида (1).

В работе [1] изложен способ быстрого получения случайных величин с показательным законом распределения, состоящий в разложении случайной величины  $\eta$  на сумму  $\eta = [\eta] + \{\eta\}$  целой и дробной частей с последующей квадратичной аппроксимацией функции распределения дробной части.

Этот способ допускает обобщение и на случай класса случайных величин с быстро спадающими плотностями распределения, к которым, например, можно отнести (1).

Обозначим функцию распределения случайной величины  $\eta$  через  $F(x)$ , плотность - через  $f(x)$  и представим  $\eta$  в виде

$$\eta = [\eta] + \{\eta\}$$

Целая часть  $[\eta]$  может принять значение  $k$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) с вероятностью

$$F_k = P([\eta] = k) = \int_k^{k+1} f(x) dx = F(k+1) - F(k) \quad (2)$$

Условная функция распределения дробной части  $\{\eta\}$  при условии, что  $[\eta] = k$  будет равна

$$\Phi_k(u) = \frac{F(u+k) - F(k)}{F_k}, \quad (0 \leq u \leq 1) \quad (3)$$

Это следует из цепочки равенств

$$\begin{aligned} F(x) &= P(\eta < x) = P(\{\eta\} < x - [\eta]) = \\ &= P([\eta] < k) + P([\eta] = k) P(\{\eta\} < u / [\eta] = k) = \\ &= F(k) + \Phi_k(u) [F(k+1) - F(k)] \end{aligned}$$

где обозначено  $[x] = k$ ,  $u = x - k$

Соответственно условная плотность распределения величины  $\{\eta\}$  в интервале  $(k, k+1)$  будет равна

$$\varphi_k(u) = \frac{f(u+k)}{F_k}, \quad (0 \leq u \leq 1). \quad (4)$$

В случае показательного распределения

$$f(x) = e^{-x}, \quad (x > 0) \quad (5)$$

$\varphi_k(u)$  оказывается независимой от  $k$ .

Действительно, с учетом (2) и (4) получаем

$$\varphi_k(u) = \frac{e^{-(u+k)}}{F_k} = \frac{e^{-u} e^{-k}}{e^{-k} - e^{-(k+1)}} = \frac{e^{-u}}{1 - e^{-1}}$$

К сожалению, этот частный пример является исключительным и, в общем случае, для квадратичной аппроксимации  $\Phi_k(u)$  нам придется строить семейство парабол.

Как и в [1] будем аппроксимировать функцию  $\Phi_k^{-1}(x)$ , обратную к  $\Phi_k(u)$ , параболой вида

$$p_k(x) = a_k x^2 + (1 - a_k) x \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (6)$$

Коэффициент  $a_k$  определяется так, чтобы приближение  $p_k(x)$  было наилучшим. Можно, например, подобрать такое  $a_k = \hat{a}_k$ , при котором достигается

$$G_k = \min_{a_k} \max_{0 \leq x \leq 1} |\Phi_k^{-1}(x) - p_k(x)| \quad (7)$$

Поскольку в общем случае вывод формулы для  $a_k$  из условия (7) невозможен, мы для простоты определим  $a_k$ , требуя совпадения в нуле производных  $\Phi_k^{-1}(x)$  и  $p_k(x)$

$$\frac{d}{dx} [\Phi_k^{-1}(x)]_{x=0} = \frac{1}{\Phi_k'(u)} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\Phi_k'(0)} = \frac{F_k}{f(x)}$$

Приравнявая это к  $p_k'(0) = 1 - a_k$ , получим

$$a_k^* = 1 - \frac{F_k}{f(x)} \quad (8)$$

Ошибка такой аппроксимации равна

$$G^* = \max_{0 \leq x \leq 1} |\Phi_k^{-1}(x) - p_k^*(x)|, \quad (9)$$

где  $p_k^*(x)$  получается из (6) подстановкой  $a_k = a_k^*$

Теперь мы можем разыграть случайную величину  $\eta$  с помощью двух равномерно распределенных в интервале  $(0,1)$  случайных величин  $\xi_1$  и  $\xi_2$ . Для определенности пусть

$\eta > 0$ . Зададимся двумя таблицами:

таблицей I сумм вида  $F(k) = \sum_{i=0}^k F_i$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

и таблицей II коэффициентов  $a_k^*$

Розыгрыш  $\eta$  проводится в два этапа.

а) Из уравнения

$$F(k) \leq \xi_1 < F(k+1) \quad (10)$$

определяем  $k$  и по таблице II находим  $a_k^*$

$$\text{б) } \eta = k + \xi_2 (1 - a_k^* + \xi_2 a_k^*). \quad (11)$$

Требование к скорости спада  $f(x)$  не принципиально, оно только обеспечивает малую величину таблиц I и II. Например, нормальный закон распределения, получающийся при  $\eta = 0$  в (1) после преобразования к виду

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (x > 0)$$

(Знак  $\pm$  может быть разыгран отдельно)

может быть задан таблицами, в которых будут содержаться только по 4 числа для  $k = 0, 1, 2, 3$ .

При больших значениях  $\eta$  основное время розыгрыша  $\eta$  будет уходить на получение значения  $k$  с помощью (10). Эта процедура может быть существенно ускорена с помощью расположения  $F_k$  при получении сумм  $F(k)$  в порядке убывания и введения таблицы III значений  $k$  после такой перетасовки.

Для унимодальных  $f(x)$  можно обойтись без введения таблицы III с помощью следующего приема: пусть  $k_0$  - номер, соответствующий максимальному значению  $F_k$ , т.е.

$$F_{k_0} = \max_k F_k$$

Расположим  $F_k$  в порядке:

$$F_{k_0}, F_{k_0+1}, F_{k_0-1}, \dots, F_0, F_{2k_0+1}, \dots \quad (12)$$

обычно близком к порядку по убыванию величин  $F_k$  (если  $f(x)$  обладает отрицательной асимметрией, можно в (12) после  $k_0$  взять номер  $k_0-1$  и т.д.). Перенумеруем (12) натуральным рядом  $i = 0, 1, 2, \dots$  и перейдем к последовательности сумм  $F_i$  ( $i = 0, 1, \dots$ ). Если теперь к процедуре (10) мы доберемся до номера  $i$ , то переход к истинному значению  $k$  осуществляется с помощью формулы

$$k = \begin{cases} k_0 + \frac{i+1}{2}, & i < 2k_0 + 1, \text{ нечетное} \\ k_0 - \frac{i}{2}, & i < 2k_0, \text{ четное} \\ i, & i \geq 2k_0 + 1 \end{cases} \quad (13)$$

При статистической проверке гипотез в виде распределения обычно подсчитывают частоту попадания случайной величины в какую-то систему интервалов. Среднеквадратичная ошибка в определении частоты попадания в некоторый интервал после  $N$  испытаний равна  $\sigma = \sqrt{\frac{w(1-w)}{N}}$ , где  $w$  - вероятность попадания в этот интервал. Изменим  $w$  на малую величину  $\Delta w$  и подсчитаем ошибку  $\sigma^*$  с учетом этого изменения

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{w(1-w) \pm \Delta w(1-2w) - (\Delta w)^2}{N}} \sim \sqrt{\sigma^2 + \frac{\Delta w}{N}}$$

Используя величину ошибки  $G_k^*$  в (9), можно оценить изменение вероятности  $w$  при переходе к аппроксимативной формуле (11).

Например, для случая экспоненциальной плотности вида (5)

$$\Delta w < 2(2^G - 2^{-G})$$

Поскольку  $G = 0,0076$  (см. [1]) получаем, что при разумно выбранной системе интервалов ( $w > 10^{-2}$ ) среднеквадратичная ошибка  $\sigma$  за счет случайного разброса исходной равномерной последовательности  $\xi$  на порядок превышает ошибку, вызванную изменением  $w$  при переходе к аппроксимативной формуле.

В общем случае точность аппроксимации не будет везде одинакова, она убывает при малых  $F_k$ . Этот недостаток предлагаемого приема можно устранить, увеличивая степень аппроксимирующего многочлена. Однако такой путь приводит к увеличению таблиц и значительно большей затрате времени на вторую часть процедуры розыгрыша.

Заметим, что наша схема розыгрыша  $\eta$  укладывается в общую схему генерации случайных величин с помощью кусочной аппроксимации законов распределения на некоторой системе интервалов, изложенной в [2] (см. §7). Эта общая схема конкретизирована в [2] на случай равновероятной системы интервалов, т.е. такой, в которых вероятности  $F_k$  равны между собой.

Отмеченный выше недостаток сохраняется и для такого рода приемов.

В связи с этим может быть будет полезно перейти от предлагаемого в настоящей работе разбиения на единичные интервалы к разбиению области определения величины  $\eta$  на интервалы, в которых будет одинакова ошибка аппроксимации  $G$ . Увеличивая число интервалов, можно добиться уменьшения  $G$  до заданной величины, сохраняя вторую степень аппроксимирующего многочлена.

Случайная величина  $\eta$  будет в этом случае представляться в виде

$$\eta = \alpha_k + \eta_k$$

где  $\alpha_k$  - левая граница  $k$ -го интервала, а  $\eta_k$  - случайная величина, распределенная в нем. Формулы (2) и (3) изменяются незначительно

$$F_k = P(\alpha_k \leq \eta < \alpha_{k+1}) = \int_{\alpha_k}^{\alpha_{k+1}} f(x) dx = F(\alpha_{k+1}) - F(\alpha_k),$$

$$F_k(u) = \frac{1}{F_k} [F(\alpha_k + u) - F(\alpha_k)], \quad (\alpha_k \leq u \leq \alpha_{k+1})$$

Все остальные рассуждения остаются в силе, за исключением того, что вместо номера  $k$  после процедуры (10) по таблице III значений  $\alpha_k$  - границ интервалов нужно найти соответствующие  $\alpha_k$ . При создании генератора случайных чисел придется проделать большую предварительную работу по вычислению  $\alpha_k$ , но эта работа будет выполнена однократно и не скажется на времени розыгрыша.

#### ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Г.А.Ососков. Генерирование на электронной вычислительной машине случайных чисел с показательным распределением. Препринт ОИЯИ, 2639, Дубна, 1966.
- [2] Н.П.Бусленко, Ю.А.Шрейдер. Метод статистических испытаний. Физматгиз, М, 1961.

#### РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ПАМЯТИ В СИСТЕМЕ РЕГИСТРАЦИИ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАГРУЗКОЙ

ВЦ ОИЯИ, Г.А.Ососков, А.Пазман \*)

Имеется поток случайно поступающих сигналов и регистрирующая система, т.е. однолинейная система обслуживания с постоянным временем обслуживания  $\tau$ .

Для уменьшения потерь, вызванных появлением случайных групп сигналов в течение промежутка времени, меньшего  $\tau$ , принято вводить промежуточную память (ПП) - быструю буферную память, позволяющую разравнивать входной поток. Это тем более оправдано в случае периодической загрузки, когда мгновенная интенсивность входного потока  $\lambda(t)$  является периодической функцией времени с периодом  $T$  и отлична от нуля только на некоторой части периода, имеющей длину  $T_1 \leq T$  ( $T_1$  называется периодом регистрации). Такая ситуация (которую мы и будем рассматривать в дальнейшем) обычна для большинства сканирующих устройств или возникает при записи информации с пульсирующих источников (например, Импульсного быстрого реактора ЛНФ ОИЯИ).

Обозначим через  $m$  число запоминающих элементов ПП. Так как  $m$  конечно, то наличие ПП означает, что мы будем исследовать систему обслуживания с ограниченной очередью: сигнал, поступающий в момент, когда в ПП заняты все  $m$  элементов, теряется и на регист-

\*) Институт теории измерений АН ЧССР, Братислава.

\*\*) Если обозначить  $\Lambda(\alpha, \beta)$  - среднее число сигналов, поступающих за промежуток времени  $(\alpha, \beta)$ , то по определению

$$\lambda(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \Lambda(t, t+\tau)$$

рацию дальнейших сигналов влияния не оказывает.

• Рассматривается следующая задача: при заданном периодическом входном потоке сигналов со средней загрузкой за период  $\Lambda_T$  найти соотношение между  $m$  и  $\tau$ , оптимальное с точки зрения минимума потерь. Последние можно понимать в смысле среднего числа просчетов, т.е. математического ожидания отношения числа сигналов, потерянных при переполнении ПП к их общему числу за период. В системах, где потери недопустимы, обычно требуется малость вероятности переполнения ПП, т.е. потери хотя бы одного сигнала.

Имеются решения этой задачи, полученные при двух частных предложениях относительно характера входного потока:

1. Непрерывная нагрузка [1], когда входной поток является простейшим (процесс Пуассона с параметром  $\lambda = \text{const}$ ) и неперiodическим ( $T_i = T$ ).

2. Чисто импульсная нагрузка [2]:  $T_i < \tau$ , поток без последействия.

Известны также результаты электронного моделирования [3], дающего графическую зависимость потерь от  $m$  и загрузки для случаев  $\lambda = \text{const}$  и  $T_i < T$ .

В настоящей работе найден метод решения поставленной проблемы в более общем случае потока без последействия с периодической загрузкой при снятых ограничениях на период регистрации. Алгоритм, разработанный на основе этого метода, реализован в виде алгоритмической программы. Приведены результаты некоторых расчетов по этой программе.

## II

Пусть  $t_i$  ( $t_i - t_{i-1} = \tau$ ;  $i=1,2,\dots$ ) — моменты передач в основную память (ОП). Удобно принять "мертвое" время ОП  $\tau$  за единицу.

Рассмотрим две последовательности случайных величин:

$\nu_i$  — число сигналов, поступивших на вход системы за отрезок времени  $(t_{i-1} + 0, t_i)$ ;

$\xi_i$  — число сигналов, находящихся в промежуточной памяти в момент  $t_i + 0$ .

Теорема I. а) Случайные величины  $\xi_i$  определяются рекуррентным соотношением

$$\xi_i = \max \{ 0, \min(m, \xi_{i-1} + \nu_i) - 1 \} \quad (i=1,2,\dots) \quad (2)$$

б) Последовательность случайных векторов  $\Xi_i = (\xi_i, \xi_{i+1}, \dots, \xi_{i+T-1})$  ( $i=1,2,\dots$ ) образует однородную периодическую цепь Маркова с периодом  $T$  и  $mT$  состояниями.

Доказательство. За отрезок времени  $[t_{i-1} + 0, t_i]$  к содержимому ПП добавится  $\nu_i$  сигналов и в момент  $t_i$  один сигнал будет передан в ОП. При этом, если сумма  $\xi_{i-1} + \nu_i$  превысит  $m$ , то лишние сигналы будут потеряны, а если  $\xi_{i-1} = \nu_i = 0$ , то, естественно, останется равной нулю.

Отсюда следует соотношение (2) и в силу отсутствия последействия входного потока — вывод о марковости последовательности

$$\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots$$

Случайные величины  $\xi_i$  могут принимать любые целочисленные значения от 0 до  $m-1$ .

Однако из-за нестационарности входного потока внутри периода связь величин  $\xi_{i-1}$  и  $\xi_i$  изменяется во времени. Эту неоднородность стохастической связи можно обойти, расширив число состояний.

Рассмотрим двумерную таблицу состояний

$$N(j, k) \quad (0 \leq j \leq T-1, \quad 0 \leq k \leq m-1)$$

получающаяся объединением всех состояний величин  $\xi_i, \xi_{i+1}, \dots, \xi_{i+T-1}$  за период  $T$ . С помощью (2) получаем матрицу  $M$  вероятностей перехода от вектора  $\Xi_i$  к вектору  $\Xi_{i+1}$ , которая оказывается циклической, вида

$$M = \begin{pmatrix} 0 & M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & M_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{T-1} \\ M_T & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Подматрицы  $M_j$  размерности  $m \times m$  имеют следующую структуру:

$$M_j = \begin{pmatrix} w_0^{(j)} + w_1^{(j)} & w_2^{(j)} & \dots & w_{m-1}^{(j)} & \sum_{z=0}^m w_z^{(j)} \\ w_0 & w_1 & \dots & w_{m-2} & \sum_{z=0}^{m-1} w_z \\ 0 & w_0^{(j)} & \dots & w_{m-3} & \sum_{z=0}^{m-2} w_z \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & w_0^{(j)} & 1 - w_0^{(j)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

где обозначено  $w_k^{(j)} = P\{\nu_i = k\}$  ( $k=0,1,2,\dots$ )

Замечание I. Для  $T_i + 1 \leq j \leq T$  мы имеем только процесс передачи сигналов в ОП (период регистрации кончился и на вход системы ничего не поступает); т.е.

$$w_0^{(j)} = 1, \quad w_z^{(j)} = 0 \quad (z > 0) \quad (T_i + 1 \leq j \leq T). \quad (6)$$

Из цикличности матрицы (3) следует периодичность полученной цепи Маркова.

Матрица переходных вероятностей при известном начальном распределении по состояниям полностью описывает процесс занятости промежуточной памяти во времени. Будем задавать распределения по состояниям в момент  $t_i$   $mT$ -мерным вектором  $P^{(i)}$  с координатами

$$P_{jk}^{(i)} = P\{\xi_{i,j} = k\} \quad (0 \leq j \leq T-1; 0 \leq k \leq m-1) \quad (7)$$

Мы имеем  $P^{(i)} = M P^{(i-1)}$

Если  $P^{(0)}$  - начальное распределение вероятностей, в частности, если ПП пуста в начале процесса, то

$$P_{jk}^{(0)} = \begin{cases} 1 & j=0, k=0 \\ 0 & j>0, k>0 \end{cases}$$

и  $P^{(i)} = M^{(i)} P^{(0)}$

Теперь, найдя  $P^{(i)}$ , при заданных  $m, T, \Lambda_T$  мы можем подсчитать вероятность  $R_i$  переполнения промежуточной памяти в момент  $t_i$  или найти среднее число потерь  $Q_i$  на  $i$ -м шаге (т.е. время от  $t_{i-1}+0$  до  $t_i$ ); причем с ростом  $i$  эти величины будут меняться от периода к периоду.

В задачах такого рода обычным является подход исследования поведения системы в установившемся состоянии, т.е. когда вероятности  $P_{jk}^{(i)}$  с течением времени при  $i \rightarrow \infty$  перестают зависеть от  $i$  и от начального распределения по состояниям  $P^{(0)}$ . Предельные вероятности  $P_{jk} = \lim_{i \rightarrow \infty} P_{jk}^{(i)}$ , если они существуют, называются финальными вероятностями цепи, которая в таком случае называется регулярной.

Для периодической цепи этот подход непосредственно неприменим (см. [4] § 10). Однако, если рассматривать переходы в моменты, кратные периоду  $T$ :  $t_{j+1}, t_{j+2T}, \dots$ , для разных  $0 \leq j \leq T-1$ , иначе говоря, если в качестве матрицы перехода взять матрицу  $M^T$ , то полученная таким образом новая цепь оказывается регулярной.

Обозначим через  $P$  - систему финальных вероятностей, а через  $P_j$  - подсистему системы  $P$ , относящуюся к  $j$ -му классу состояний

$$P_j = \begin{pmatrix} P_{j0} \\ P_{j1} \\ \vdots \\ P_{j,m-1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Теорема 2. Цепь Маркова, определяемая матрицей переходных вероятностей  $M^T$  регулярна. Финальное распределение вероятностей для нее является решением  $T$  линейных систем уравнений, каждое из которых получается заменой любой из строк системы.

$$M_{j+1} M_{j+2} \dots M_T M_1 \dots M_j \cdot P_j = P_j \quad (j = \overline{1, T}) \quad (9)$$

на уравнение

$$T \sum_{k=0}^{m-1} P_{jk} = 1 \quad (9^a)$$

Доказательство. Первое утверждение теоремы 2 следует из известных положений об однородных периодических цепях Маркова (см. [4] § 9).

Возведя в степень  $T$  матрицу (3), мы получим матрицу перехода новой цепи

$$M^T = \begin{pmatrix} M_1 M_2 \dots M_T & 0 & 0 \\ 0 & M_2 M_3 \dots M_1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & M_T M_1 \dots M_{T-1} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Замечание 2. Диагональные подматрицы матрицы  $M^T$  представляют собой матрицы перехода за  $T$  шагов из состояний класса  $j$  ( $j = \overline{1, 2, \dots, T}$ ) в состояния того же класса. Это фактически означает, что наша цепь распадается на  $T$  цепей, в каждой из которых мы оказываемся с вероятностью  $1/T$ .

После установления самого факта существования финальных вероятностей их можно найти любым путем. Например, перейдем к пределу в левой и правой частях уравнения

$$M^T P^{(i-1)} = P^{(i)}$$

Получим уравнение

$$M^T P = P \quad (11)$$

позволяющее определить финальные вероятности  $P_{jk}$  с точностью до константы, которая получается из условия нормировки

$$\sum_{j,k} P_{jk} = 1 \quad (12)$$

При практическом вычислении вероятностей  $P_{jk}$  удобнее вместо одной  $mT$ -мерной системы иметь дело с системами меньшей размерности пусть даже в большем числе. С учетом замечания 2 мы можем заменить (II) на  $T$  линейных однородных систем вида (9). Условие нормировки (I2), в свою очередь, заменяется на  $T$  условие (9<sup>a</sup>).

Теорема 2 дает нам метод вычисления финальных вероятностей, и теперь мы можем перейти к выводу характеристик потерь регистрирующей системы за счет переполнения ПП в установленном состоянии.

Переполнение промежуточной памяти, содержащей в момент  $t_{j-1} + 0$   $k$  сигналов, произойдет, если в течение интервала времени  $(t_{j-1} + 0, t_j)$  в ПП поступит  $m - k + 1$  или более сигналов. Отсюда по формуле полной вероятности получаем вероятность потери хотя бы одного сигнала на  $j$ -м шаге

$$R_j = \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{n=m-k+1}^{\infty} P_{jk} W_n^{(j)} \quad (I3)$$

Вероятность потери ровно  $n$  сигналов за счет переполнения ПП на  $j$ -м шаге равна

$$\sum_{k=0}^{m-1} P_{jk} W_{m+n-k}^{(j)}$$

Таким образом, математическое ожидание числа сигналов, потерянных на  $j$ -м шаге, равно

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sum_{k=0}^{m-1} P_{jk} W_{m+n-k}^{(j)} \quad (I4)$$

Чтобы найти относительную величину средних потерь, введем среднюю загрузку за один шаг

$$\lambda_j = \int_{t_{j-1}}^{t_j} \lambda(t) dt. \quad (I5)$$

и за период  $T$

$$\Lambda_T = \sum_{j=1}^T \lambda_j$$

Заметим, что в силу определения  $\lambda_j$  как математического ожидания, их можно выразить и через вероятности  $W_n^{(j)}$

$$\lambda_j = \sum_{n=1}^{\infty} n W_n^{(j)} \quad (I5^a)$$

Поделив (I4) на  $\lambda_j$ , получим требуемую среднюю величину потерь на  $j$ -м шаге, которую, используя (I5<sup>a</sup>), преобразуем к виду, содержащему только конечные суммы

$$Q_j = \frac{1}{\lambda_j} \sum_{k=0}^{m-1} P_{jk} \left[ \lambda_j + k - m + \sum_{n=0}^{m-k-1} (m-k-n) W_n^{(j)} \right] \quad (I6)$$

После этого естественным образом вводится средняя относительная величина потерь за период  $T$

$$Q(T) = \frac{1}{\Lambda_T} \sum_{j=1}^T \lambda_j Q_j \quad (I7)$$

Относительно вероятности переполнения ПП заметим, что подобное осреднение может привести к потере информации о том, на каком именно шаге  $j$  переполнение наиболее вероятно. В связи с этим можно предложить следующую вероятностную характеристику потерь

$$R = \max_{1 \leq j \leq T} R_j \quad (I8)$$

Таким образом, теперь мы можем решить поставленную вначале задачу. Вычислив при заданных  $\Lambda$  и  $\tau$  величину  $Q$  (или  $R$ ) как функцию  $m$ , мы в качестве решения можем взять то значение  $m = m_q\%$ , при котором  $Q = q\%$  (обычно  $q = 5\%$ ).

В общем случае входного потока без последствия для этого достаточно задать систему (5) вероятностей  $W_n^{(j)}$  ( $0 \leq j \leq T-1; n = 0, 1, \dots$ ). Задания только интенсивности  $\lambda(t)$  недостаточно для описания входного потока (тем более в случае неординарного входного потока).

Однако в наиболее важном в приложениях частном случае пуассоновского потока

$$W_n^{(j)} = e^{-\lambda_j} \frac{\lambda_j^n}{n!} \quad (n = 0, 1, \dots; 0 \leq j \leq T-1) \quad (I9)$$

Здесь (в случае ординарного потока) достаточно задать  $\lambda(t)$ , чтобы по формулам (I5) определить  $\lambda_j$ , а значит и  $W_n^{(j)}$

### III

Решение систем уравнений (9) на вычислительных машинах приводит к определенным трудностям в связи с их большой размерностью. Например, уже при  $T = 50, m = 20$  в памяти ЭВМ пришлось бы хранить помимо программы 20 тыс. элементов матриц  $M_1, M_2, \dots, M_{50}$ , необходимых для образования матриц систем (9). Однако в практических приложениях часто оказывается, что  $T_1 \ll T$ . Как следует из Замечания I, в этих случаях большая часть состояний цепи для  $T_1 + 1 \leq j \leq T$  оказываются фиктивными (достигаются с нулевой вероятностью). Возникает возможность существенного сокращения состояний цепи. Мы получили цепь Маркова, рассматривая случайные характеристики системы обслуживания в некоторые моменты времени. Другая последовательность моментов приведет к иной цепи. Условимся называть эквивалентными цепи Маркова, которые описывают одну и ту же систему обслуживания.



**Теорема 3.** Если  $T_1 < T$ , то цепь Маркова с матрицей переходных вероятностей  $M$  размерности  $m \cdot T \times m \cdot T$  может быть заменена эквивалентной цепью с матрицей перехода  $\mathcal{M}$  меньшей размерности  $(m-1)(T-T_1) \times (m-1)(T-T_1)$

**Доказательство.** Из последовательности моментов передач в основную память исключим моменты от конца периода регистрации до начала следующего периода. Получим последовательность

$$0, 1, \dots, T_1-1, T, T+1, \dots, T+T_1-2, 2T, 2T+1, \dots \quad (20)$$

моментов, в которых система вероятностей (5) будет состоять только из ненулевых  $W_n^{(i)}$

Рассматривая, как и в теореме I, случайные последовательности  $\{v_i\}$  и  $\{\xi_i\}$ , где моменты  $t_i$  пробегает последовательность (20), аналогичным образом получим соотношение

$$\xi_i = \max \{0, \min (m, \xi_i + v_i) - \delta_i\} \quad (21)$$

Здесь обозначено

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \kappa T \leq i \leq \kappa \cdot (T+T_1-1); \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots \\ T-T_1, & \kappa(T+T_1-1) \leq i \leq (\kappa+1)(T+T_1-1) \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

С помощью (21) мы можем получить матрицу перехода  $\mathcal{M}$  от вектора  $\xi_i = (\xi_i, \xi_{i+1}, \dots, \xi_{i+T_1-1})$  к вектору  $\xi_{i+1} = (\xi_{i+1}, \xi_{i+2}, \dots, \xi_{i+T_1})$  которая также будет циклической

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & M_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{T_1-2} \\ M_{T_1-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

причем подматрицы  $M_j$  для  $1 \leq j \leq T_1-2$  будут иметь вид (4), но подматрицы  $M_{T_1-2}$  и  $M_{T_1-1}$  будут прямоугольными. В  $M_{T_1-2}$  будет  $m$  строк и  $m-s$  ( $s = T-T_1$ ) столбцов

$$M_{T_1-2} = \begin{pmatrix} \sum_{z=0}^s W_z^{(T_1-2)} & W_{s+1}^{(T_1-2)} & \dots & W_{m-1}^{(T_1-2)} & \sum_{z=s}^{m-1} W_z^{(T_1-2)} \\ \sum_{z=0}^{s-1} W_z^{(T_1-2)} & W_s^{(T_1-2)} & \dots & W_{m-2}^{(T_1-2)} & \sum_{z=m-1}^{m-1} W_z^{(T_1-2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & W_0 & 1-W_0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

В подматрице  $M_{T_1-1}$  будет  $m-s$  ( $s = T-T_1$ ) строк и  $m$  столбцов

$$M_{T_1-1} = \begin{pmatrix} W_0^{(T_1-1)} + W_1^{(T_1-1)} & W_2^{(T_1-1)} & \dots & W_{m-1}^{(T_1-1)} & \sum_{z=0}^m W_z^{(T_1-1)} \\ W_0^{(T_1-1)} & W_1^{(T_1-1)} & \dots & W_{m-2}^{(T_1-1)} & \sum_{z=m-1}^m W_z^{(T_1-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & W_{s-1}^{(T_1-1)} & \sum_{z=s}^m W_z^{(T_1-1)} \end{pmatrix} \quad (24)$$

Матрица переходных вероятностей  $\mathcal{M}$  полностью описывает процесс занятости промежуточной памяти во все промежутки времени, когда возникает возможность переполнения ПП, и таким образом позволяет с помощью вектора  $P^{(i)}$  -распределения по состояниям на  $i$ -м шаге подсчитать вероятности  $Q_i$  и  $R_i$ .

Для новой цепи Маркова справедлива теорема 2 и все последующие формулы.

IV

В Приложении изложена алгоритмическая программа, реализующая алгоритм решения системы (9-9<sup>a</sup>). Для простоты программирования прямоугольные подматрицы (23) и (24) заменены квадратными подматрицами вида

$$M'_{T_1} = M_{T_1} M_{T_1+i}^{T-T_1}$$

Алгоритмическая программа составлена для  $\lambda(t) = \alpha_1 e^{-a_1 t}$ . Ее входными данными являются  $\alpha_1, \alpha_2$ , период регистрации  $t_1$  и период  $t_2$  ( $t_1 = T_1 \tau, T = t_2 \tau$ ).

В программе производится двойной цикл по  $T$  и по  $m$ . Результаты, выдаваемые на печать:  $\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2$  и  $\lambda = \int \lambda(t) dt$  после ввода программы и  $T, m, T_1, N, Q$  после каждого цикла. Программа рассчитана для вычисления кривых типа  $Q = Q(m)$  при разных  $T$ .

На рис. I-2 приведены результаты некоторых расчетов, проведенных для проверки алгоритма и для сравнения результатов с [2] и [3].

Результаты расчетов, сделанные при  $T_1 = 1$  и разных  $\Lambda$ , полностью совпали с аналогичными расчетами в [2] и поэтому не приводятся.

Расчеты по вычислению  $Q$  (рис. I) выполнены при следующих значениях параметров: \*)

$$T_1 = 0,016 \text{ сек.}, T = 0,2 \text{ сек.}, \Lambda = 14,388.$$

\*) Реальные значения параметров в некотором эксперименте, проводимом на ИБР'е в Лаборатории нейтронной физики СИАИ.

На рис. 2 представлены расчеты, проведенные при  $m = 9$  для сравнения с результатами, полученными путем электронного моделирования (см. [3] рис. 2б). При полном совпадении графиков в случае  $T_1 > 1$  характерно различие их для  $\tau > T_1$ , когда в программе принято  $T_1 = 1$  независимо от истинного значения  $T_1$ .

Дело в том, что, как оказалось, в модели, предложенной в [3], учтен тот реальный факт, что между временем первой передачи в основную память и началом периода входного потока может иметься сдвиг  $\delta$ , случайно меняющийся от одной серии измерений к другой. В предыдущих выводах настоящей работы мы неявно предполагали наличие согласования периодичности входного потока и передач в ОП. Если считать  $\delta$  случайной величиной, равномерно распределенной в отрезке  $(0,1)$  (в силу нашего предположения о том, что  $\tau = 1$ ), то необходимо провести усреднение по  $\delta$  значений вероятностей системы (5).

Например, в пуассоновском случае мы получим

$$W_k^{(i)} = \int_0^1 W_k^{(i)}(\delta) d\delta \quad (25)$$

где  $W_k^{(i)}(\delta)$  получаются, если в (19) в качестве  $\Lambda_i$  вместо (15) взять

$$\Lambda_i(\delta) = \int_{i-1}^i \lambda(t-\delta) dt \quad (26)$$

При  $\lambda = const$  получаем, что наличие  $\delta$  не изменит вероятностей системы (5), за исключением  $W_k^{(0)}$  и  $W_k^{(T_1-1)}$ . Нетрудно подсчитать, что

$$W_k^{(0)} = W_k^{(T_1-1)} = \frac{1}{\lambda} \left[ 1 - e^{-\lambda} \sum_{i=0}^k \frac{\lambda^i}{i!} \right] \quad (27)$$

Алгоритмическая программа

Программа состоит из следующих основных подпрограмм:

а) вычисление вероятностей

$$W_k^{(i)} = P(v_o = k) \quad (i = \overline{1, T_1}; k = \overline{0, m})$$

б) вычисление матриц перехода:

$$M_j \quad (j = \overline{1, T_1}) \quad \text{типа (4) и составных матриц}$$

$$\overline{M}_j = M_j \dots M_T M_1 \dots M_{j-1}$$

в) вычисление финальных вероятностей

$$P_k^{(i)} = P(\xi_i = k) \quad (i = \overline{1, T_1}; k = \overline{0, m-1})$$

г) вычисление некоторых средних характеристик процесса

$$\xi_1, \xi_2, \dots$$

Перейдем к описанию подпрограмм.

(а) В принципе  $W_k^{(i)}$  могут быть заданы вводными массивами.

В случае распределения Пуассона вычислим интеграл:

$$\lambda[i] = \int_{i-1}^i \lambda(t) dt$$

и производим простой цикл [2]:

```
x := -lambda [1]; w[0] := exp(x);
for i:=1 step 1 until m do
begin x := x + ln(lambda [1]) - ln[i];
w[i] := exp(x)
```

(б) На основе Замечания I получаем:

$$M_T \dots M_T = M_T, M_{T-T_1+1}^{T-T_1} = M_T'$$

Матрица  $M_T'$  отличается от (23) тем, что во время перехода, описанного  $M_T'$ , число сигналов, уходящих из ОП в ОП, равно  $T - T_1 + 1$ , если  $T - T_1 \leq m$  и равно  $m$ , если  $T - T_1 > m$ . Включение вычисления  $M$  типа (4) и  $M'$ , описанного типа, в одну программу удобно, но требует много логических операций:

```

s:=if j=T1 then T-T1+1 else 1 ;
for i:= m-1 step -1 until 0 do
A: begin if s < m then
begin if i > s then p[i,0]:=0
else if i = s then p[i,0]:=w[0]
else p[i,0]:=p[i+1,0]+w[s-i] ;
for k:= lstep 1 until m-s-1 do
p[i,k]:= if i > k+s then 0 else w[k+s-i] ;
if i=m-1 then p[i, m-s] := 1 - w[0]
else p[i, m-s] := p[i+1, m-s] - w[m-1-i] ;
if s > 1 then
for k:= m-s+1 step 1 until m-1 do
p[i,k]:=0
end
else begin p[i,0]:=1 ;
for k:=1 step 1 until m-1 do
p[i,k]:=0
end
end A;

```

Для вычисления составной матрицы  $M_j$  пользуемся следующей схемой:

```

Mj := I ;
for r:=j step 1 until T1 + j - 1 do
begin
k:= if r < T1 then r else (r-T1) ;
Mj := Mj x Mk
end

```

где I - единичная  $m \times m$  матрица.

(в) Систему (9), (9<sup>a</sup>) можно записать в виде

$$\bar{M}_j P^{(j)} = P^{(j)}$$

$$\sum_{k=1}^n P_k^{(j)} = 1$$

где  $P^{(j)} = (P_1^{(j)}, \dots, P_n^{(j)})$ .

Для вычислений удобнее ее заменить системой

$$(\bar{M}_j - I) P^{(j)} = 0$$

$$\sum_{k=1}^n P_k^{(j)} = 1$$

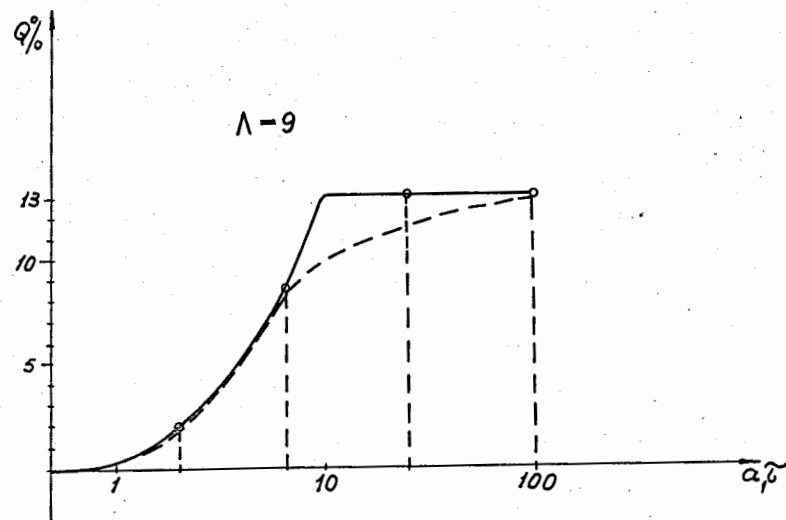
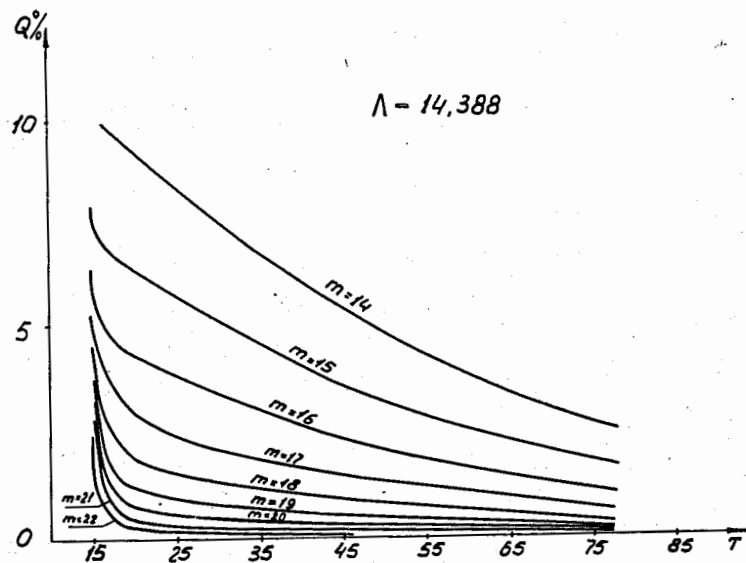
решаемой по стандартной алгоритмической программе.

(г) Вычисляется  $R$  и  $Q$  по формулам (13), (16), (17) и (18) и число  $\mathcal{N}$ , которое определено уравнением

$$\max_{1 \leq j \leq T_1} R_j = R_{\mathcal{N}}$$

#### ЛИТЕРАТУРА :

1. R.E. Bell, *Canadian J. of Physics*, 1956, 34, №6, 563.
2. Г.А.Ососков, И.И.Шелонцев. Расчет параметров промежуточной памяти в системе регистрации с групповым прибытием сигналов. Препринт ОИАИ, 2535, Дубна, 1966.
3. Г.И.Забякин, Т.Штетет, В.Д.Шибяев. Учет импульсности в работе промежуточной памяти. Препринт ОИАИ, P-2349, Дубна, 1965.
4. Т.А.Сарысаков. Основы теории процессов Маркова, ГИИТЛ, Москва, 1954.



О СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ  
НА МАШИНЕ БЭСМ-6

ВЦ СИАИ      Говорун Н.Н., Леч Дьюла, Нефедьева Л.С., Силин И.Н.,  
Шриков В.П.

Данный доклад носит, в основном, информационный характер и преследует цель познакомить научную общественность СИАИ и стран-участниц с системой математического обслуживания создаваемой в ВЦ СИАИ в содружестве с Московским государственным университетом.

В системе для СИАИ основным языком для программирования был выбран язык ФОРТРАН. Выбор был обусловлен тем, что на этом языке в основных западных и американских физических центрах созданы обширные библиотеки программ для обработки данных, которые после создания у нас транслятора о ФОРТРАНа будут доступны для использования в нашем институте.

Работы, собственно, по транслятору с ФОРТРАНа ведутся в СИАИ, работы над мониторной системой, транслятором с САБСЕТ-АЛГОЛА, загрузчиком ведет ВЦ МГУ, естественно, в тесном контакте с СИАИ и по совместно согласованным техническим заданиям. В настоящем докладе речь будет идти главным образом о трансляторе с ФОРТРАНа.

Общая характеристика системы  
математического обслуживания для БЭСМ-6

I. Супервайзер обеспечивает при помощи библиотеки программ супервайзера работу всех макрокоманд машины БЭСМ-6 (вычисление элементарных функций, переводы, обмен информацией с барабанами, магнитной лентой, печати, перфорации, ввод в машину с преобразованием информации и другие работы на машине, которые необходимо производить в режиме супервайзера). Супервайзер обеспечивает при помощи административной системы распределение оперативной

памяти и памяти на барабанах. Обеспечивает охрану памяти и ее открытие и закрытие в соответствии с заданным режимом работы с несколькими программами. Супервайзер обеспечивает смену решаемых задач, их возврат при их прерывании как по внешней причине (запрос на счет задач более высокого приоритета), так и по внутренней (не подготовлены данные решаемой задачи, необходимость подготовить и выдать информацию для устройства печати и других внешних устройств).

Супервайзер обеспечивает также обслуживание всех пультов (телетайпов) на машине. Весь ввод в машину, вывод идет исключительно под управлением супервайзера. Супервайзер в соответствии с управляющими кодами в поступившей информации вызывает мониторинг системы и передает ей управление для прохождения под ее управлением текущей задачи. Служба времени на машине осуществляется через супервайзер.

2. Мониторная система. Мониторная система обеспечивает работу текущей программы, проходящей в данный момент на машине.

Мониторная система обеспечивает управление работой всей системы автоматизации программирования при трансляции и счете конкретной задачи. Мониторная система в соответствии с управляющими картами производит вызов и настройку на работу соответствующего транслятора (ФОРТРАН, АЛГОЛ, ассемблер) для трансляции данной подпрограммы из проходящей на машине конкретной программы. Затем после окончания трансляции данной подпрограммы мониторная система производит запись транслированной подпрограммы во временную библиотеку стандартных программ и вызов (если надо) соответствующего транслятора для трансляции следующей подпрограммы данной программы. По окончании трансляции всех подпрограмм программы мониторная система производит загрузку при помощи лодера всех подпрограмм данной программы в память машины и передает управление на счет вызванной программы. В процессе счета наблюдения за ходом счета данной задачи производится резидентом мониторной системы.

В состав мониторной системы входят:

- а) лодер;
- б) транслятор с ФОРТРАНА-ЦЕРН;
- в) транслятор с САБСЕТ-АЛГОЛ;
- г) ассемблер;
- д) библиотека стандартных программ мониторной системы;
- е) библиотека стандартных программ общего назначения;
- ж) резидент.

Лодер производит вызов в память машины и настройку по месту и по внешним адресам стандартных программ, необходимых для счета по данной программе.

Трансляторы. В состав системы математического обслуживания БЭСМ-6 войдут трансляторы с ФОРТРАНА, САБСЕТ-АЛГОЛА и языка символического кодирования (ассембли-языка). Все эти трансляторы имеют дело только с отдельными подпрограммами (процедурами) и рассматривают их как абсолютно независимые друг от друга. Мониторная система вызывает каждый из трансляторов по мере надобности, и вызванный транслятор переводит задаваемую ему подпрограмму в стандартный массив, записываемый на едином для всех трансляторов промежуточном языке, после чего подпрограмма присоединяется к библиотеке.

Тем самым представляется возможность писать программы, состоящие из подпрограмм на разных языках.

Транслятор с САБСЕТ-АЛГОЛА. Язык САБСЕТ-АЛГОЛ включает в себя все основные возможности АЛГОЛА, отказываясь от некоторых, сильно затрудняющих написание транслятора и его эксплуатацию. С его особенностями можно познакомиться в сборнике "Современное программирование" (изд. "Советское Радио", 1966 год).

Ассемблер. Транслятор с языка символического кодирования (ассембли-языка) осуществляет перевод подпрограмм, составленных на языке БЭСМ-6, но в символических обозначениях (в автокоде), на внутренний язык системы математического обслуживания. Использование символических обозначений для кодов операций и адресов памяти БЭСМ-6 сильно облегчает написание и отладку машинно-ориентированных программ, не уменьшая той их гибкости, которая достигается применением системы команд машины. Включение такого транслятора в систему математического обслуживания БЭСМ-6 даст возможность включать в программы такие инструкции или подпрограммы, для написания которых неэкономично или невозможно применять ФОРТРАН или АЛГОЛ.

Транслятор с ФОРТРАНА. Основное назначение этого транслятора - запустить в работу программы обработки данных из ЦЕРНА. Поэтому в качестве эталона языка ФОРТРАН берется ЦЕРН-ФОРТРАН (см. описание). Ввод перфокарт на БЭСМ-6 планируется для разных систем пробивок, что обеспечит возможность работы с перфокартами из ЦЕРНА и с перфокартами, подготовленными на наших устройствах. Промежуточный язык для оформления стандартных массивов обеспечит все режимы работы, необходимые для языка ФОРТРАН.

Библиотека стандартных программ мониторной системы состоит из стандартных транслированных подпрограмм, загружаемых в память лодером и обеспечивающих всю работу мониторной системы и транслятора системы.

Библиотека общего назначения состоит из стандартных программ, обеспечивающих решение общематематических задач (задачи линейной алгебры, решение дифференциальных уравнений, взятие интегралов и т.д.). Библиотека программ по обработке данных оформляется так же, как библиотека программ общего назначения, и как библиотека стандартных программ мониторной системы.

Резидент. Роль резидента заключается в слежении (через супервайзер) за ходом вычислительного процесса и проведении соответствующей диагностики в случае аварийной ситуации при счете. Резидент или его часть при счете находится в памяти машины.

Общая схема мониторной системы, правила оформления стандартного массива, язык управления системой разрабатывались так, чтобы возможно было объединить в одной библиотеке программ как программы, написанные на ФОРТРАНе, так и на АЛГОЛе. Более того, в теле одной программы можно будет использовать как подпрограммы, написанные на ФОРТРАНе, так и процедуры, написанные на САБСЕТ-АЛГОЛе.

#### Общая схема транслятора с ФОРТРАНа

Для создания транслятора с ФОРТРАНа на машину БЭСМ-6 нами принята общая схема транслятора с ФОРТРАНа-63 на машину СДС-1604А.

Работу транслятора условно можно разбить на 4 этапа.

Первый этап заключается в переработке управляющих карт, подготовке транслятора к соответствующему режиму работы.

Второй этап работы заключается в переработке информации, заключенной в декларативных операторах (стейтментах), и выдачи соответствующей информации для резервирования памяти для декларированных величин.

На третьем этапе образы карт (операторы) преобразуются транслятором последовательно один за другим до некоторого промежуточного *OUTLIS*-кода, на котором после переработки всех операторов (стейтментов) данной подпрограммы фактически оказывается написанной транслированная подпрограмма.

На четвертом этапе после работы по оптимизации в целом по всей программе на этом коде вступают в работу последующие части транслятора, которые производят при помощи специальных подпрограмм преобразование *OUTLIS*-кода в код машины, с оформлением подпрограммы в стандартном виде, включаемой системой в библиотеку транслированных подпрограмм.

#### Перечень и назначение отдельных подпрограмм транслятора

SCANNER работает на втором и третьем этапе. Его задачей является чтение образа перфокарты с оператором, разделение переменных и констант от разделителей и знаков для арифметических и логических операций, определение типа оператора. Результат *SCANNER* выдает в виде так называемой  $\Sigma$ -строки, которая представляет собой промежуточный внутренний код для записи операторов.

PROSIG. Эта подпрограмма служит для дальнейшей обработки тех операторов, записанных *SCANNER*ом в  $\Sigma$ -коде, которые содержат в своем теле идентификаторы. *PROSIG* превращает образ оператора из  $\Sigma$ -кода в так называемый *PI*-код, являющийся вторым промежуточным кодом для представления операторов в трансляторе. В этом представлении идентификаторы, грубо говоря, заменены их адресами в соответствующих таблицах идентификаторов.

PROPI. Эта подпрограмма сводит строку, находящуюся в *PI*-коде, к серии отдельных арифметических *F*-строк путем выделения из арифметического выражения и образования *F*-строк для выражений в скобках, экспоненциальных выражений, вызовов функций и сведения параметров функций к простым элементам.

PROF. Эта подпрограмма, используя *PUTAWAY*, перерабатывает *F*-строки в так называемый *OUTLIS*-код.

Подпрограммы *PROPI* и *PROF* используются для преобразования только арифметических и логических операторов или арифметических и логических выражений, входящих в другие операторы: *IF(A)*, *IF(L)*, *CALL NAME (A\*\*B, C)*, вызовы функций, операторы ввода-вывода, если в их состав входят арифметические или логические выражения.

PUTAWAY. В функцию этой программы входит генерирование при каждом обращении к нему в соответствии с задаваемой информацией отдельных кодов машины, выдаваемых в специальном формате (*OUTLIS*-коде).

ENDING преобразует программу на *OUTLIS*-коде, полученном предыдущими частями транслятора, в формат стандартного массива, включаемого системой в библиотеку стандартных программ. В ранее принятой схеме роль подпрограммы *ENDING* выполняли *GLINK* и *CODAP*. Однако язык загрузчика (формат стандартного массива) весьма близок к *OUTLIS*-коду, поэтому было принято решение не делать сначала преобразования *OUTLIS*-кода в язык автокода (*CODAP*), а затем обратно в язык стандартного массива.

DECPRO производит обработку декларативных операторов и генерирует в конце своей работы коды для резервирования памяти для декларированных величин.

CONTROL - управляющая подпрограмма; организует весь ход трансляции, а также производит полную обработку для простых операторов и операторов, не содержащих идентификаторов ( *FORMAT, PAUSE, RETURN, ENTRY, STOP, DO, GO TO, CONTINUE, REWIND, END FILE, BACK SPACE, ASSIGN* ).

LISTEDIO производит обработку всех операторов ввода-вывода, чтения-записи на магнитную ленту.

IF - подпрограмма, производящая обработку операторов *IF*.

ENDPRO производит генерирование кодов для индексных функций, а также подстановку параметров для подпрограмм.

Общая схема транслятора и его работы

шаг 1

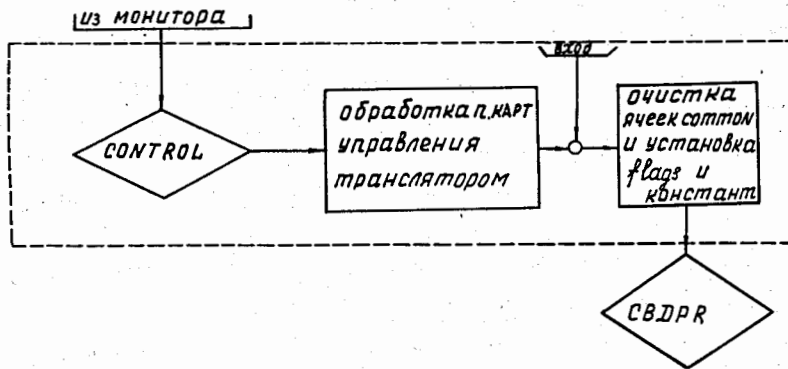


Рис. 1.

шаг 2

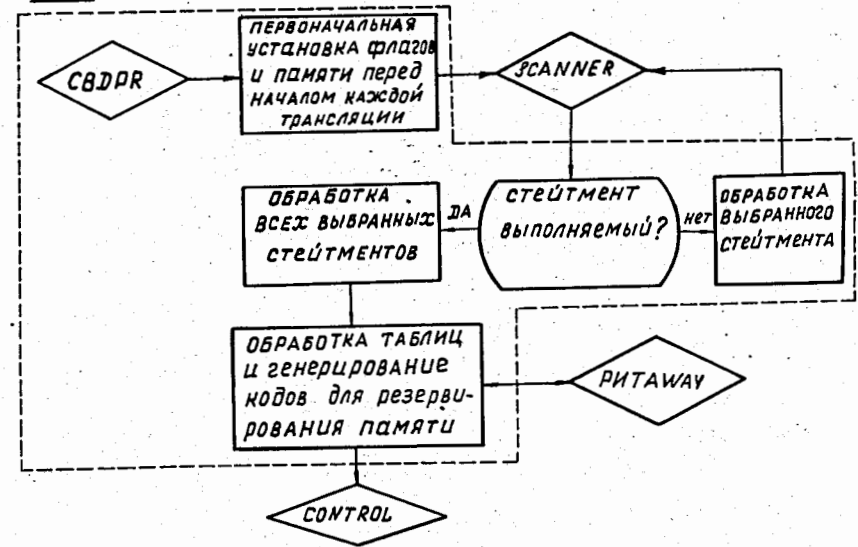


Рис. 2.



ШАР 3

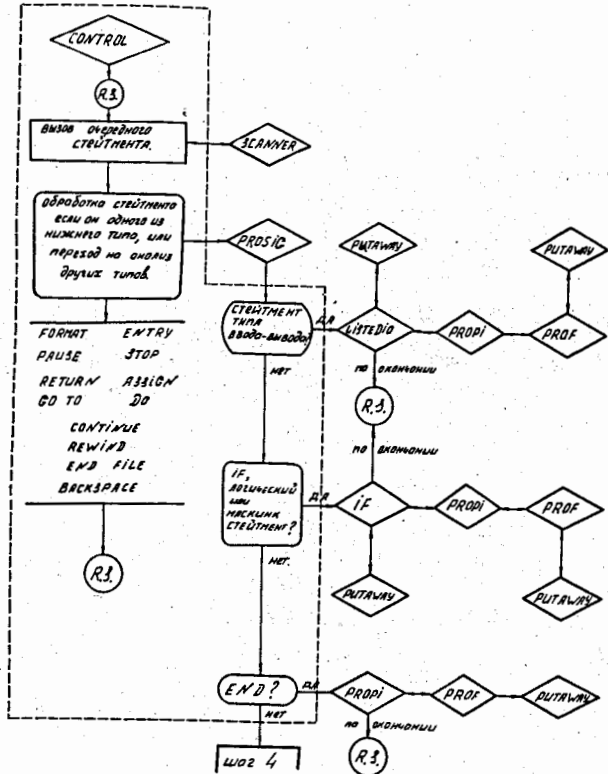


Рис. 3.

ШАР 4

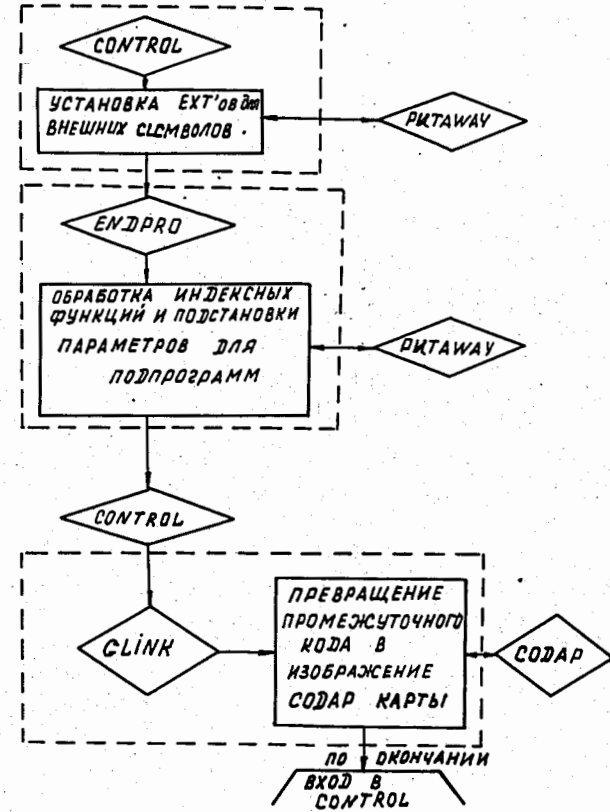


Рис. 4.

ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ОПЫТ ЭКСПЛУАТАЦИИ  
СИСТЕМЫ АЛЬФА

ВЦ СО АН СССР

И.В.Поттосин

I. Входной язык системы АЛЬФА складывается из входного языка АЛЬФА-транслятора (АЛЬФА-языка), языка инструкций АЛЬФА-отладчика для указания операций отладки и некоторых языковых средств для предписаний о выполнении аналитического дифференцирования выражений, записанных на АЛЬФА-языке.

I.1. АЛЬФА-язык [2] является конкретным представлением Входного языка [1], представляющего собой расширение АЛГОЛа-60. В АЛЬФА-языке программисту представлены возможности использования машинных команд, библиотечных программ и процедур и различных уровней памяти для размещения переменных и частей рабочей программы.

Использование машинных команд предназначено, прежде всего, для описания таких операций над машинными словами, которые существуют в машинном языке, но которые затруднительно описывать в терминах АЛГОЛа. Ввиду этого возможности использования машинного языка несколько ограничены. Помимо машинных команд можно вводить константные машинные слова, используемые только в машинных командах. Как правило, параметрами машинной команды являются переменные, адреса и машинные константы.

В АЛЬФА-программу (программу, написанную на АЛЬФА-языке) можно включать обращения к стандартным программам библиотеки ИС-2. От стандартной программы требуется лишь, чтобы она была связана с основной программой только значениями переменных, являющихся аргументами и результатами этой стандартной программы.

АЛЬФА-система может быть снабжена обширной библиотекой стандартных процедур, описания которых автоматически включаются в АЛЬФА-программу при наличии соответствующих операторов процедур в исходной АЛЬФА-программе. Состав библиотеки легко расширяется и изменяется.

При необходимости программист может указать, что следует размещать части программы на барабане или ленте, а также вводить их в процессе решения с перфокарт. Для этого он должен снабдить АЛЬФА-программу специальным описанием, в котором указывается, рабочие программы каких блоков или составных операторов должны быть размещены перед решением во внешней памяти и на каких именно видах внешней памяти. Вызов этих программ в оперативную память производится основной рабочей программой по мере того, как в них возникает необходимость. По миновании необходимости участок оперативной памяти, занятый такой программой, может использоваться в других целях.

Для обмена между оперативной памятью и внешней, АЛЬФА-программа снабжается специальными операторами присваивания или обращения к специальным стандартным программам. При этом соответствующие зоны на барабане указываются либо явно, либо упоминанием специальных "барабанных" массивов, а зоны на ленте указываются явно.

Такой подход к организации размещения переменных и частей программы во внешней памяти сводится к тому, что программист явно указывает, какие блоки или переменные будут размещены во внешней памяти и в какой момент решения должен производиться обмен. С одной стороны, это требует от программиста продумывания организации обмена даже тогда, когда в этом нет необходимости, а с другой - позволяет организовать этот обмен наиболее рационально.

I.2. Система отладки в системе АЛЬФА позволяет получать результаты отладки в терминах исходной АЛЬФА-программы. Для этого АЛЬФА-программа должна быть снабжена специальными инструкциями к отладке. Этими инструкциями могут задаваться изменения в тексте АЛЬФА-программы, необходимость печати значений указанных переменных в момент выработки этих значений или в некоторый заданный момент выполнения алгоритма, необходимость печати числа повторений некоторых циклов. Это позволяет вносить исправления в АЛЬФА-программу и проследить ход ее выполнения.

Соответствующая часть системы АЛЬФА (АЛЬФА-отладчик [3]) вносит требуемые этими инструкциями изменения и дополнения в исходную АЛЬФА-программу и полученная АЛЬФА-программа транслируется.

I.3. Для системы АЛЬФА разработан и программируется специальный блок аналитического дифференцирования (дифпроцессор). Программа для системы АЛЬФА может содержать так называемые Д-выражения вида

$\partial(x, E)$

где  $x$  - любая переменная, а  $E$  - выражение, которое может содержать, в свою очередь, выражения указанного вида. Правила построения  $D$ -выражений аналогичны правилам построения АЛФА-выражений с учетом тех фактов, что использование символа  $\partial$  аналогично использованию указателя функции, что выражение  $E$  должно иметь тип целый, вещественный или комплексный и что  $D$ -выражение не может входить в индексные выражения.  $D$ -выражения могут включаться в операторы присваивания или в описания функций-выражений.

По  $D$ -выражению дифпроцессор получает выражение для  $\frac{\partial E}{\partial x}$  на АЛФА-языке и заменяет исходное  $D$ -выражение полученным. При получении результирующего выражения дифпроцессор производит раскрытие скобок для операций одного порядка старшинства и приведение подобных.

Если выражение  $E$  содержит указатель функции-выражения, то перед дифференцированием дифпроцессор вставляет соответствующее выражение с заменой формальных параметров на фактические. Для получения производной от выражения, содержащего указатель функции-процедуры, дифпроцессор руководствуется правилом

$$\frac{\partial f(E_1, \dots, E_n)}{\partial x} = \sum_{i=1}^n f_i(E_1, \dots, E_n) \cdot \frac{\partial E_i}{\partial x}$$

где  $f_1, f_2, \dots$  - идентификаторы, получаемые из идентификатора  $f$  функции-процедуры добавлением соответствующей цифры. Полученное выражение подставляется в качестве производной функции-процедуры.

2. Эксплуатируемый в настоящее время вариант АЛФА-транслятора имеет в качестве выходного языка машинный язык М-20. Разработаны и программируются варианты транслятора, получающие рабочую программу в коде команд БЭСМ и Минск-2. Все варианты транслятора выполняются на машине М-20.

Работа АЛФА-транслятора распадается на фазу перевода с АЛФА-языка на некоторый внутренний язык, не зависящий от конкретной машины, и фазу программирования, при которой по записи алгоритма на внутреннем языке строится машинная программа. В связи с этим варианты транслятора отличаются только фазой программирования, что позволило существенно снизить трудоемкость разработки дополнительных вариантов.

При разработке дополнительных вариантов транслятора, так же как при предыдущей разработке основного варианта, большое внимание уделялось получению качественной рабочей программы. Так как большое число оптимизирующих преобразований производится на фазе перевода, то основными оптимизирующими преобразованиями, которые требовалось разработать, бы-

ло оптимальное программирование циклов и индексных выражений и экономия памяти.

Анализ циклов и индексных выражений облегчался тем, что уже во внутреннем языке, во-первых, циклы классифицируются по степени регулярности изменения параметра цикла и во-вторых, индексные выражения приведены к линейной форме относительно параметров объемлющих циклов. Эти особенности внутреннего языка позволили применять без сложного дополнительного анализа эффективные алгоритмы программирования циклов и индексных выражений.

Новым в этих алгоритмах по сравнению с основным вариантом транслятора был учет большого количества индекс-регистров. Все индексные выражения, отличающиеся только постоянным слагаемым, программируются так, чтобы по возможности значение их переменной составляющей находилось в одном индекс-регистре во все время выполнения цикла. Если число индекс-регистров меньше, чем число индексных выражений с различными переменными составляющими, то в первую очередь индекс-регистрам ставятся в соответствие такие индексные выражения, которые находятся в самых внутренних циклах, или имеют максимальное число вхождений в программу. Статистика транслируемых программ показала, что число различных индексных выражений, как правило, не превышает числа индекс-регистров.

Вариант транслятора для Минск-2 использует при распределении памяти блоки основного варианта за счет создания промежуточной программы на таком языке, который был бы похож на язык М-20 и вместе с тем допускает простой перевод на язык Минск-2. Вместе с тем опыт использования транслятора показал, что существенный эффект в экономии памяти достигается только за счет обнаружения скалярных переменных, используемых лишь на одном линейном участке программы, и учета локализации массивов в блоках. Поэтому в варианте для БЭСМ для экономии памяти ограничили указанными средствами. Это позволило уменьшить трудоемкость второго варианта по сравнению с первым за счет независимой от основного варианта разработки алгоритмов фазы программирования.

3. Систему можно использовать как в режиме программирования, когда результатом работы является отперфорированная рабочая программа, так и в режиме решения, когда полученная рабочая программа немедленно начинает выполняться. Возможна также выдача АЛФА-программы, полученной после работы АЛФА-отладчика или дифпроцессора.

Скорость работы системы (длина рабочей программы, разделенная на время работы системы) зависит от длины рабочей программы. Для программ порядка 200-400 команд эта скорость меняется в пределах от 50 до 110 команд в минуту, для программ 500-800 команд - 80 - 130 команд в минуту, для программ свыше 800 команд - 100-160 команд в минуту.

По времени работы полученные программы, как правило, несущественно отличаются от программ, являющихся массовой продукцией квалифицированного программиста. Во всяком случае,

за счет разумного выбора средств АЛФА-языка это различие, если оно ощутимо, можно практически ликвидировать.

По длине программы, полученные транслятором, оказываются длиннее составленных вручную на 10-30%. Различие в длинах программ может возрасти существенно (на 50-100%) при использовании динамических массивов (массивов с переменными граничными парами). Это объясняется тем, что в ручном программировании, как правило, используются дополнительные сведения о массивах с переменной длиной, такие, как максимальная длина массива или начальный адрес массива в оперативной памяти. Что же касается АЛФА-программ, то в них авторы имеют возможность не задумываться об этих деталях. Однако, если авторы АЛФА-программ учтут, например, при программировании максимальную длину массивов, то разница в длинах программ может быть значительно уменьшена.

В большинстве случаев программист может положиться на оптимизационные возможности АЛФА-транслятора. Однако при необходимости уделить особое внимание качеству рабочих программ - их длине или времени работы - следует тщательно выбирать средства АЛФА-языка. Ряд рекомендаций по использованию изобразительных средств АЛФА-языка дан в [4]. Существуют некоторые количественные ограничения на число или вложенность синтаксических конструкций в одной АЛФА-программе. В процессе эксплуатации транслятора многие из них были практически сняты. Однако по-прежнему получение рабочих программ, значительно превышающих по длине объем оперативной памяти, невозможно без разбиения АЛФА-программы на независимо транслируемые части. Для объединения таких независимо транслированных частей в АЛФА-системе существует комплексор. Такие части должны размещаться перед решением во внешней памяти. Информационная связь между ними осуществляется также через внешнюю память.

АЛФА-система может быть использована как квалифицированными программистами, так и лицами, совершенно не знакомыми с программированием для получения программ достаточно хорошего качества. Как показал опыт, для обучения АЛФА-языку лиц, не знающих АЛГОЛ и программирования в машинном коде, достаточно 8 часов. За это время они получают знание основных конструкций АЛФА-языка, которое достаточно для написания несложных программ. Дальнейшие знания приходят при практическом использовании системы АЛФА.

4. Появление новых средств автоматизации программирования и привлечение к работе на машинах лиц, не знакомых с программированием, требуют новых форм организации эксплуатации систем автоматического программирования.

Опыт эксплуатации системы АЛФА в Вычислительном центре СО АН СССР в течение 1964-1966 гг. говорит о необходимости создания специальных групп эксплуатации транслятора, целью которых является обеспечение максимально возможных удобств пользователям.

В Вычислительном центре СО АН СССР такая группа входит в состав группы математического обеспечения и состоит из одного инженера и двух лаборантов. Задачами группы являются консультации по системе АЛФА, расшифровка выданных при трансляции, поиск ошибок в АЛФА-программах в тех случаях, когда АЛФА-транслятор только приблизительно указывает ошибку, исправление ошибок, когда это исправление очевидно, установление соответствия между точками рабочей программы и точками АЛФА-программы при аварийных остановках и закидываниях, хранение документации по системе АЛФА. Ряд других вычислительных центров, использующих систему АЛФА, применяют подобную же организацию эксплуатации системы.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. А.П.Ершов, Г.И.Кожухин, Ю.М.Волошин. Входной язык для систем автоматического программирования. ИО СО АН СССР, Новосибирск, 1964 г.
2. А.П.Ершов, Г.И.Кожухин, И.В.Поттосин. Обзор особенностей АЛФА-языка. Сб. "АЛФА система автоматизации программирования" под ред. А.П.Ершова. ИО СО АН СССР, Новосибирск, 1965.
3. М.М.Безанова, Ю.Н.Михалевич. АЛФА-отладчик. Сб. "АЛФА система автоматизации программирования".
4. А.П.Ершов, Г.И.Кожухин, И.В.Поттосин. Руководство по пользованию системой АЛФА. ИО СО АН СССР, Новосибирск, 1967

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

ВЦ СИАИ Астахов А.Я., Говорун Н.Н., Жидков Е.П., Федорин В.В.

### Введение

Специфика задач, решаемых на ЭВМ в СИАИ такова, что большое время на машинах занимает ввод данных и вывод результатов. Источники экспериментальных данных характеризуются большим разнообразием и территориальной разобщенностью. В этих условиях сбор, накопление и обработка информации не может выполняться одной, даже самой мощной, машиной с высокой эффективностью. Возникает необходимость в создании целой системы для обработки экспериментальных данных. В СИАИ уже имеется опыт создания системы обработки на базе машин среднего класса (две М-20 и "Минск-2") [1], [2]. В данной статье рассматривается проект Вычислительного комплекса на базе высокопроизводительной ЭВМ и одной или двух машин среднего класса, соединенного линиями связи с внешними объектами (периферийными ЭВМ).

### I. Назначение Вычислительного комплекса

Большое количество источников экспериментальной информации, их разнообразие, а также территориальное размещение требуют создания разветвленной системы сбора и обработки информации. Вопросы съема, предварительной обработки информации, управления экспериментом и др. решаются измерительными комплексами в измерительных центрах Лабораторий на базе средних ЭВМ.

Окончательная обработка экспериментальной информации производится вычислительным комплексом на базе высокопроизводительной электронно-вычислительной машины с развитой

системой математического обслуживания, работающей совместно с вспомогательными вычислителями.

Для автоматического обмена информацией измерительные центры соединяются кабельными линиями с вычислительным комплексом.

Таким образом, на базе высокопроизводительной ЭВМ и вычислительных машин среднего класса создается вычислительный комплекс, связанный с электронными машинами в измерительных центрах.

Создаваемая система обработки позволит автоматически управлять потоками информации между вычислительным комплексом и измерительными центрами, организовать накопление и хранение данных, а также получить высокую производительность главного вычислителя при окончательной обработке экспериментальной информации. Система математического обслуживания вычислительного комплекса и периферийных машин, а также выносные пульты управления системой машин позволяют резко увеличить производительность труда математиков и физиков при составлении новых программ.

### Общая схема вычислительного комплекса

Общая структура Вычислительного комплекса показана на рис. 1. Он состоит из высокопроизводительной ЭВМ в качестве главного вычислителя и одной или двух средних ЭВМ в качестве вспомогательных вычислителей.

Основное назначение главного вычислителя - выполнение арифметических вычислений и логических операций с максимальной производительностью. В связи с высокой скоростью выполнения операций на главном вычислителе на него возлагаются все расчеты и преобразования, которые требуют большого количества операций, приходящихся на каждое введенное слово.

Роль вспомогательных вычислителей сводится к выполнению подготовительных операций для главного вычислителя, работе с каналами связи и обслуживанию выносных пультов, входных-выходных устройств комплекса.

Подготовительные операции связаны с проверками готовности задач к прохождению на главном вычислителе (это - набор необходимых программ и числовых данных, очередность задач и т.д.). При работе с линиями связи вспомогательные машины принимают экспериментальные данные, а в необходимых случаях - и программы для их обработки и управляющую информацию. Управляющая информация содержит указания о характере изменений работы тех или иных программ или устройств комплекса. Результаты обработки данных по каналам связи передаются на периферийные машины измерительных центров вместе с необходимой управляющей информацией.

Вспомогательные машины комплекса обеспечивают работу входных и выходных устройств центрального вычислителя одновременно с ходом вычислительного процесса.

Таким образом, главный и вспомогательные вычислители работают в тесном взаимодействии, которое обеспечивается как техническими, так и математическими средствами.

Для задания рода работы главному вычислителю оба вычислителя будут иметь общие поля оперативной памяти (общ. МОЗУ), а также обмениваться сигналами, характеризующими состояние тех или иных устройств и блоков обеих машин. Для совместной работы над одной программой каждая из машин будет иметь возможность выставлять запросы на прерывание программы у другой.

Массовый обмен информацией предполагается решить с помощью общих внешних накопителей, барабанов (общ. НМБ) и лент (общ. НМЛ), к которым каждый вычислитель может обращаться независимо. Работа вычислительного комплекса с периферийными ЭВМ происходит следующим образом. "Запрос" на передачу информации с периферийной машины измерительного центра поступает на регистр прерывания (РП) вспомогательной машины комплекса. Если "запрос" принят, информация с периферийной машины через коммутатор (К) и регистр связи (РС) переписывается в оперативную память машины. Порядок обслуживания (приоритет) и режим связи с периферийной ЭВМ (передача групповая или пословная) устанавливается обслуживающей программой вспомогательного вычислителя. Вычислительный комплекс будет снабжен на разных уровнях пультами управления работой системы машин. Под пультом понимается устройство, позволяющее оперативно ввести в память машины информацию для управления работой соответствующих программ. С другой стороны, результаты работы этих программ оперативно выводятся на пульт, тем самым информируя оператора о ходе проведения расчетов или проведения экспериментов. Управление работой отдельных программ на главном вычислителе с помощью пультов управления можно будет производить через посредство вспомогательного вычислителя и машин в измерительных центрах.

#### Характеристика программ системы математического обслуживания главного вычислителя

I. Супервайзер обеспечивает при помощи библиотеки своих подпрограмм работу всех макрокоманд машины (вычисление элементарных функций, переводы, обмен информацией с внешними накопителями, ввод, вывод и другие работы). При помощи административной системы супервайзер распределяет оперативную память и память на барабанах; обеспечивает охрану памяти, ее открытие и закрытие в соответствии с заданным режимом работы с несколькими программами. Обеспечивает смену решаемых задач, их возврат при прерывании как по внешней причине (запрос на счет более высокого приоритета), так и по внутренней (не подготовлены данные

решаемой задачи, необходимость подготовить и выдать информации для устройства печати и других внешних устройств). Супервайзер обеспечивает также обслуживание всех пультов (телетайпов) машины и службу времени.

В рамках вычислительного комплекса обеспечивает основную совместную работу главной машины и вспомогательных машин при помощи специальных подпрограмм. При этом постоянно выдается информация о ходе вычислительного процесса на машине супервайзером вспомогательных машин путем засылки соответствующих кодов в общие ячейки оперативной памяти. Супервайзер главного вычислителя обеспечивает прерывание работы вспомогательных машин и переход ее на более срочную работу по программе, задаваемой с главной машины.

2. Мониторная система обеспечивает работу текущей программы, проходящей в данный момент на машине. Она управляет работой всей системы автоматизации программирования при трансляции и счете конкретной задачи. В соответствии с управляющими картами мониторная система производит вызов и настройку на работу соответствующего транслятора (ФОРТРАН, АЛГОЛ, Ассемблер) для трансляции данной подпрограммы. А после окончания трансляции производит запись транслированной подпрограммы во временную библиотеку стандартных программ. Транслированная программа при помощи Лоудера записывается в оперативную память машины и управление передается на счет программы. В процессе счета наблюдение за ходом счета задачи производится резидентом мониторной системы. В состав мониторной системы входят:

- а) лоудер;
- б) транслятор с ФОРТРАНа-ЦЕРН;
- в) транслятор с САБСЕТ-АЛГОЛ;
- г) ассемблер;
- д) библиотека стандартных программ мониторной системы;
- е) библиотека стандартных программ общего назначения;
- ж) резидент.

Лоудер производит вызов в память машины и настройку по месту и по внешним адресам стандартных программ, необходимых для счета по данной программе.

Трансляторы. В состав системы математического обслуживания главного вычислителя войдут трансляторы с ФОРТРАНа, САБСЕТ-АЛГОЛа и языка символического кодирования (АССЕМБЛИ-языка). Все эти трансляторы имеют дело только с отдельными подпрограммами и рассматривают их как абсолютно независимые друг от друга. Мониторная система вызывает каждый из трансляторов по мере надобности, и вызванный транслятор переводит задаваемую ему подпрограмму в стандартный массив, записываемый на едином для всех трансляторов

промежуточном языке, после чего подпрограмма присоединяется к библиотеке. Тем самым предоставляется возможность писать программы, состоящие из подпрограмм на разных языках.

Резидент. Роль резидента заключается в слежении (через супервайзер) за ходом вычислительного процесса, в проведении соответствующей диагностики в случае аварийной ситуации при счете. Резидент или его часть при счете находится в памяти машины.

Математическое обеспечение на вспомогательных  
и периферийных машинах

1. Супервайзер вспомогательной машины. Функция этого супервайзера - тесная связь с супервайзером главного вычислителя, информирование его о месте нахождения задач и данных, подготовленных к прохождению на центральном процессоре, о местах на общих накопителях, свободных для приемки данных с процессора.

При помощи подпрограмм супервайзера на вспомогательной машине производится подготовка информации к прохождению на главной машине, установка приоритета прохождения задачи. Супервайзер при помощи мониторинговой системы обеспечивает входение в связь вспомогательной машины с периферийными, прием от них данных или программы и запись в память вспомогательной машины или память, общую с главным вычислителем. Супервайзер обеспечивает передачу информации из памяти вспомогательной машины машинам измерительных комплексов.

Супервайзер управляет работой пульта на вспомогательной машине и сам управляется от него. Под управлением супервайзера находятся все средства автоматизации программирования на вспомогательной машине: интерпретирующая система, ассемблер, загрузчик, транслятор с АЛГОЛа.

2. Супервайзеры периферийных машин. Периферийные машины снабжаются супервайзерами для управления работой по обеспечению связи с внешними объектами: измерительными приборами, телетайпами, каналом связи с центральным вычислительным комплексом. Супервайзер периферийной машины получает и учитывает информацию непосредственно с пульта своей машины или ее мониторинговой системы, а также от супервайзера вспомогательной машины и центрального процессора. Под управлением супервайзера находится также система автоматизации программирования на машине (ИС, транслятор с АЛГОЛа, ассемблер, загрузчик).

ЛИТЕРАТУРА :

1. Материалы совещания по математическим методам решения задач ядерной физики. Дубна, 1965, Препринт 2005.
2. Система ввода информации в М-20 через буферную машину. Препринт 2914, Дубна, 1966.



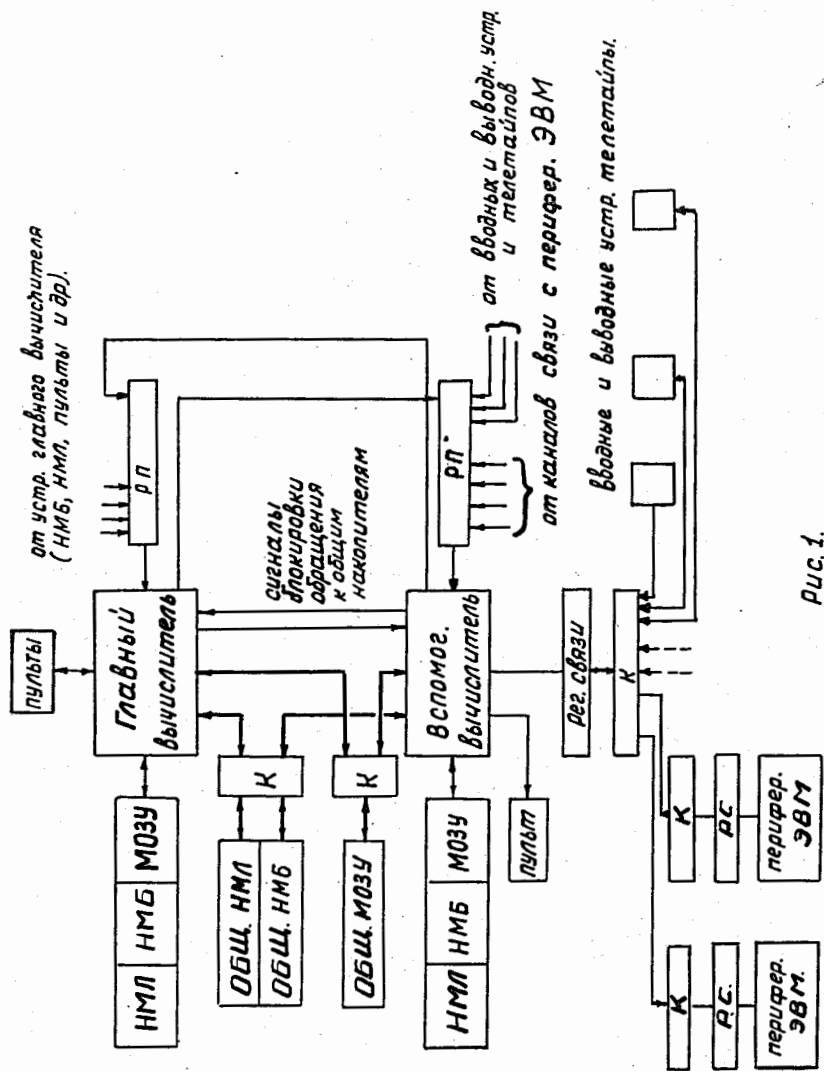


Рис. 1.

ОБЗОР ПРОГРАММ СВЯЗИ ЭВМ С ГРУППАМИ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ЛЯП И ЛВЭ

ВЦ СИАИ

В.Н.Шигаев

Работа по кабельной связи измерительных полуавтоматов с вычислительными машинами была начата по инициативе Говоруна Н.Н. в конце 1964 года. Вскоре выделились два направления, ориентирующиеся на машины "Минск-2" (ЛЯП) и БЭСМ-3М (ЛВЭ).

Вариант-минимум, предусматривавший подключение одного полуавтомата к "Минск-2", был реализован в августе 1965 года. В нем был использован стандартный канал связи "Минск-2" с внешними объектами, разработанный в Вычислительном центре СИАИ. В августе же Шигаевым В.Н. была написана программа, рассчитанная на прием информации с одного полуавтомата. Технические возможности в то время не обеспечивали двухсторонней связи, поэтому и задача первой программы ограничивалась приемом кодов с полуавтомата, контролем правильности приема и теми операциями контроля принятой информации, которые не производятся в геометрической программе М-20. Сюда относятся: выброс кратных измерений точек треков (наличие кратных измерений приводило иногда к авосту на М-20 при счете по геометрической программе) и исправление некоторых ошибок оператора в служебных признаках. Оператор получил дополнительную возможность аннулирования как отдельных измерений, так и событий в целом.

Числовой материал, накопленный в процессе измерения события, записывается на магнитную ленту. "Минск-2" в стандартном виде, позволяющем передавать его по кабелю на машину М-20 по программе связи М-20 с "Минск-2".

Аналогичная программа для группы из 6 полуавтоматов написана Дикусаром Н.Д. и будет сдана в эксплуатацию после завершения в ЛЯПе монтажных работ по связи группы полуавтоматов с ЭВМ.

Для двухсторонней связи согласовано техническое задание и ведутся работы по его осуществлению. После окончания этих работ станет возможным выдавать операторам, работающим на полуавтоматах, информацию о процессе измерения события и о качестве отдельных этапов измерений. Ввиду характеристик машины "Минск-2" этот контроль будет, по-видимому, ограничиваться проверкой события в плоскости кадра.

Из-за отсутствия буферной памяти при группе полуавтоматов запрос на связь с машиной "Минск-2" будет поступать в среднем один раз в секунду. Это приводит к необходимости хранить в оперативной памяти не только всю программу связи и контроля, но и поступающий числовой материал.

Отсюда следует ограничение на численность группы полуавтоматов (6+7) даже при условии, что на полуавтоматах измеряются однотипные события.

Оценка необходимого объема памяти с малым временем доступа и расчет времени работы программы, обеспечивающей связь "Минск-2" с полуавтоматами, показывает, что эффективное использование вычислительной машины на этой задаче может быть достигнуто путем подсоединения к ЭВМ памяти на магнитных барабанах.

Наличие одного магнитного барабана на 16000 37-разрядных слов достаточно для связи с группой из 12 полуавтоматов. При этом на полуавтоматах могут одновременно измеряться снимки с разных камер.

В отличие от описанной выше системы, развивающейся на базе "Минск-2", система связи БЭСМ-3М с внешними объектами приобретает новые черты, обусловленные большим быстродействием машины и наличием магнитных барабанов значительной емкости.

Задача создания на базе БЭСМ-3М рентабельной системы приборов, работающих непосредственно на вычислительную машину, решается путем выделения управляющей программы (УП), через которую осуществляется двухсторонний обмен информацией между группой измерительных приборов (вообще говоря, различных) и программами контроля и обработки. На измерительные приборы накладываются лишь некоторые ограничения, связанные с их производительностью.

К настоящему времени подготовлено задание на УП и совместно с инженерами ВЦ ОИАИ выполнено ТЗ на расширение технических возможностей машины БЭСМ-3М (система прерывания программ, работа с двумя МОЗУ, связь с внешними объектами).

В задачи управляющей программы входит:

1. прием информации с накоплением ее в МОЗУ и на МБ;
2. обращение к программам контроля и обработки;
3. вывод алфавитно-цифровой информации на пишущие машинки при измерительных приборах;

4. накопление на МД измеренных событий с их промежуточным накоплением на МБ;
5. диагностика каналов связи в той степени, в которой это допускает логические возможности схемы связи БЭСМ-3М с внешними объектами;
6. диспетчеризация работы БЭСМ-3М.

При работе с измерительными приборами в ЭВМ поступают коды, отличающиеся своими функциями. Это могут быть просто координаты измеряемых точек события на фотоснимке, могут быть команды оператора, по которым управляющая программа выполняет различные операции, этими кодами могут быть, наконец, инвариантные строки, не затрагиваемые в процессе обработки (комментарии, служебные метки) и т.д.

Целесообразно ввести ограниченное количество служебных признаков, которыми оператор определяет для управляющей программы характер переданного кода (либо группы кодов). В управляющей программе хранятся таблицы соответствия (ТС) между служебными признаками и номерами стандартных программ обработки-контроля. Различные задачи, отличающиеся типом камер, методикой обработки и другими особенностями, имеют свои таблицы соответствия. Этим задачам и таблицам соответствия присваивается логический номер. Измерения любого события на полуавтомате или другом измерительном приборе должны начинаться с отправки в ЭВМ логического номера задачи (эксперимента).

Изменением таблицы соответствия можно подключать к управляющей программе либо отключать программы контроля и обработки. В частности, на первых порах можно иметь по одной программе обработки на каждый эксперимент, заключающейся в преобразовании информации к виду, в котором она поступает на вход существующих геометрических программ обработки. В дальнейшем можно будет отлаживать и подключать к управляющей программе блоки, осуществляющие контроль отдельных этапов измерений в процессе измерения событий на полуавтоматах.

Крайне желательно, чтобы УП и ее рабочее поле, промежуточные буферные накопители и большая часть программ контроля работы оператора (ИС-2 с РП) вместились в один куб памяти машины. Этот куб памяти будем условно называть первым кубом. Если удастся так распределить оперативную память, то систему можно будет эксплуатировать при одном исправном кубе, исключив из таблиц соответствия блоки программ, использующие оба куба памяти. Для управляющей программы в каждой строке ТС содержится информация о номере стандартной программы и используемых кубов памяти.

Управляющая программа выполняет также функции диспетчера. Все программы, выполняемые машиной при работе на систему измерительных приборов, разбиваются на три группы в порядке приоритета. Наивысший приоритет принадлежит стандартным программам, осуществляющим оперативный контроль поступающей в ЭВМ информации с формированием ответов для пишущих машинок.

Эта первая группа программ использует только часть первого куба памяти машины. Время работы этих программ невелико (от долей секунды до нескольких секунд).

Вторую группу программ более низкого приоритета составляют программы библиотеки УП, потребляющие сравнительно много машинного времени (десятки секунд). К ним можно отнести, например, геометрические программы обработки в системе УП. Работают эти программы во 2-м кубе памяти.

К третьей группе программ наименьшего приоритета относятся все программы параллельного счета, использующие свободное время машины ("дыры" на временной диаграмме работы системы). Эти программы могут не иметь никакого отношения к обработке информации с полуавтоматов. Для этих программ характерно то, что между ними и УП нет обмена информацией. Работают эти программы во 2-м кубе памяти.

В качестве таких параллельных задач можно использовать программы обработки, использующие на входе информацию, накопленную ранее на магнитных лентах, барабанах или перфокартах.

Используя систему прерывания программ, УП задает порядок прохождения программ в 1-м и 2-м кубах оперативной памяти. Ввод в память машины программ параллельного счета осуществляется обращением к УП через ДЗУ.

При операциях обмена с внешними запоминающими устройствами, операциях ввода (иногда вывода) прерывание программ невозможно до завершения этих операций. Поэтому для нормальной работы системы не безразлично, что за программа 3-ей группы выполняется параллельно с работой системы. Снижение ограничений на программы параллельного счета при выбранной системе прерывания программ на БЭСМ-3М связано с увеличением емкости буферного запоминающего устройства при группе измерительных приборов.

Для вывода информации на группу таких регистрирующих приборов, как пишущие машинки, был предложен режим, оптимальный с точки зрения минимума требуемой аппаратуры и эффективности использования ЭВМ. При необходимости отпечатать очередной символ на той или иной машинке программа ЭВМ выдает по каналу "ЭВМ-объект" код запроса, содержащий логический номер пишущей машинки. Машинки, получившие запросы от ЭВМ, после отпечатки текущего символа подают в ЭВМ сигнал прерывания и код ответа на запрос. Коды ответа на запрос поступают в ЭВМ по тому же каналу "Объект-ЭВМ", что и коды с измерительных приборов, и содержат номера пишущих машинок. На эти машинки программа обеспечивает выдачу очередных символов.

Завершение работы над управляющей программой намечено на первую половину 1967 года.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ КАНАЛА СВЯЗИ  
ЭЦВМ "МИНСК-2" С ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ЦЕНТРОМ ЛНФ

ВЦ СИАИ

Л.С.Нефедьева, В.Н.Шигаев, В.М.Ягафарова

Осенью 1964 года в ВЦ СИАИ были завершены работы по разработке канала связи машины "Минск-2" с измерительным центром Лаборатории нейтронной физики и тогда же сдана в эксплуатацию первая программа приема по кабелю экспериментальных данных с многоканальных анализаторов ЛНФ в оперативную память "Минск-2". В начале 1965 года была написана вторая программа, а в настоящее время пробную эксплуатацию проходит третий вариант программы связи с ЛНФ. К этим программам связи тесно примыкает обслуживающая программа, которая позволяет в соответствии с заданными служебными признаками производить выборку информации с общих лент с накоплением ее на отдельных лентах (программа "Сборка").

Первые две программы связи написаны Шигаевым В.Н., третья программа и программа "Сборка" - Нефедьевой Л.С. и Ягафаровой В.М.

Необходимость в новых программах связи возникла после расширения функциональных возможностей приемо-передающей аппаратуры измерительного центра ЛНФ. Ниже приводятся характеристики программ связи (второй и третьей).

Вторая программа связи с ЛНФ

Выход машины "Минск-2" на программный блок, непосредственно осуществляющий операции приема-выдачи информации по каналу связи с ЛНФ, обеспечивается режимом прерывания программ. При необходимости передать информацию устройство связи ЛНФ подает в "Минск-2" сигнал "Вызов". Если к этому времени программой было выдано разрешение на прерывание (для канала

связи с ЛНФ) и в машине отсутствует блокировка прерывания, то происходит прерывание выполняемой программы. Схема этого прерывания логически эквивалентна схеме прерывания по "внутренним" причинам (печать, перфорация). Система команд машины "Минск-2" обеспечивает запоминание и последующее восстановление содержимого сумматора и счетчика адреса команд.

Обмен информацией между "Минск-2" и прямо-передающим устройством ЛНФ осуществляется 32-разрядными кодами. В машине задействованы две команды для приема и передачи одного кода по каналу связи. Схема связи позволяет, кроме того, при помощи отдельной команды выдавать в ЛНФ два сигнала, которыми программа информирует ЛНФ о качестве проведенного сеанса связи (сигналы "Хорошо" и "Плохо"). Канал связи "Минск-2" - ЛНФ автоматически открывается при прерывании программы по сигналу "Вызов" из ЛНФ.

Программа обеспечивает прием информации с анализаторов ЛНФ, контроль правильности передачи-приема и накопления нормально принятых массивов информации на магнитной ленте. Длина программы - 1400<sub>8</sub> кодов.

Этот вариант программы рассчитан на прием информации массивами по 200<sub>8</sub>, 400<sub>8</sub>, 1000<sub>8</sub> и 2000<sub>8</sub> 32-разрядных кодов, что соответствует передаче информации с 256-, 512-, 1024- и 2048-канальных анализаторов ЛНФ. Каждый из принятых 32-разрядных кодов содержит два 16-разрядных слова с двух каналов анализатора. В первом слове массива кодируется длина передаваемого массива и содержатся служебные признаки, по которым в дальнейшем программа "Сборка" производит поиск массива на магнитной ленте. Последним кодом принимается из ЛНФ циклическая контрольная сумма переданных 16-разрядных слов.

Команды обмена с внешним объектом позволяют принимать либо передавать по каналу связи один код. Прием массива осуществляется программным циклом, содержащим команду приема. Настройка цикла производится после приема первого кода массива.

В процессе приема массива подсчитывается 16-разрядная контрольная сумма принимаемых кодов. На прием информации с 2048-канального анализатора и подсчет контрольной суммы требуется около 1,2 сек. времени.

При несовпадении принятой контрольной суммы с контрольной суммой принятого массива программа связи посылает в ЛНФ сигнал "Плохо", выдает на быстродействующую печать обе контрольные суммы и уходит на блок ожидания (бесконечный цикл, снимающий блокировку прерывания и дающий разрешение на повторное прерывание).

При совпадении контрольных сумм по каналу связи посылается "Хорошо". Каждый записываемый на магнитную ленту (МЛ) массив снабжается "шапкой", содержащей информацию о длине данного массива и маркер начала массива.

В нулевую зону магнитной ленты записывается паспорт, отражающий процесс накопления (паспорт содержит в себе адрес следующей записи на МЛ, адрес и длину таблицы характеристик; в нем же отмечаются те зоны МЛ, в которые производилась запись принятой информации). Таблица характеристик содержит краткую информацию о принятых массивах. Каждая строка содержит служебный признак и адрес МЛ, по которому записан массив с данным признаком.

При последующей обработке накопленных экспериментальных данных наличие "шапок" у каждого массива облегчает процесс поиска массивов, позволяя работать и в тех случаях, когда разорвана магнитная лента, потеряны паспорт и таблица характеристик.

В программе имеется два начальных входа. Первый соответствует режиму продолжения накопления информации на магнитной ленте, второй - накоплению заново. В последнем случае программа после проверки качества МЛ затирает прежнюю информацию нулями, тем самым стирая старые "шапки" массивов.

Программа связи позволяет произвести считывание с МЛ любого ранее записанного массива с выдачей на десятичную печать всех либо первых 34-х каналов массива.

После изменений трех команд программа связи может быть включена в библиотеку "Диспетчера", который по сигналам, поступающим от внешних объектов, производит смену рабочих программ в оперативной памяти машины "Минск-2".

В настоящее время прием и обработка информации из ЛНФ осуществляется комплексом программ, состоящим из программы двухсторонней связи, программы сборки, программы связи с М-20 и набора программ обработки на М-20.

В этой работе мы подробно остановимся на программе двухсторонней связи.

Программа осуществляет связь ЛНФ с машиной "Минск-2" в 4-х режимах.

Первый режим предназначен для работы без обратной передачи. Он может использоваться при неисправностях или занятости для других целей принимающей аппаратуры в ЛНФ.

Второй режим позволяет оператору в ЛНФ убедиться в правильности передачи по той информации, которая возвращается в ЛНФ.

Третий режим включает элемент обработки. По нарастающим суммам каналов, которые получают по правилу:

$$S_i = \sum_{k=1}^i n_k,$$

оператор может найти площадь любого участка спектра.

Четвертый режим используется для выполнения медленных автоматических операций (построение графиков, вывод на печать, визуальный контроль на осциллографе).

Если сеанс связи прошел нормально, на машине "Минск-2" выводится на печать следующая информация: паспорт (информация о месте расположения переданной партии на магнитной ленте), обращение, с которым была передана партия и первые 34 канала с десятичной нумерацией. Кроме того, есть возможность вывода на печать с десятичной нумерацией всей партии.

Во всех 4-х режимах работы программы применяются программные меры, контролирующие качество работы аппаратуры и контроль сохранности информации. Помимо контроля, в процессе обмена информации с помощью контрольных сумм, описанного выше, в программе предусмотрена возможность контролировать сохранность информации в МОЗУ и контроль при записи на магнитную ленту (машинный и программный).

В программе предусмотрены 7 "аварийных выходов", возникающие в связи с неудовлетворительной работой того или иного узла аппаратуры в ЛДФ или ЭВМ.

В любом из этих аварийных режимов на печать машины "Минск-2" выдается информация о характере сбоя, в ЛДФ передается сигнал "авост 1" или "авост 2" в зависимости от типа сбоя.

Останов машины происходит лишь в случае, требующем вмешательства оператора в работу машины (необходимость обновить программу, необходимость сменить магнитную ленту). Такой режим работы программы оказывается весьма целесообразным, т.к. опыт работы показывает, что большая часть сбоев связана с ошибкой оператора в ЛДФ.

В настоящее время разрабатывается более обширная система программ для двухсторонней связи, которая от вышеописанного будет отличаться расширением количества программ, производящих обработку.

Здесь следует отметить внесение поправок на мертвое время анализатора, сложение спектров, вычитание спектров, деление спектров (вычисление пропускания), умножение спектра на число (нормировка спектра), обработка участка спектра методом наименьших квадратов.

Оператор из ЛДФ может обратиться к любой из этих программ (к последовательности программ) и практически после окончания замера получить число, характеризующее измеряемую величину.

#### ПРОГРАММА "ДИСПЕТЧЕР" ДЛЯ ЭЦВМ "МИНСК-2"

ВЦ СИАИ

В.Н.Шагаев

Технические усовершенствования вычислительной машины "Минск-2" Объединенного института обеспечивают в настоящее время двухстороннюю кабельную связь между "Минск-2" и несколькими внешними объектами (анализаторами Лаборатории нейтронной физики, группой полуавтоматов Лаборатории ядерных проблем, двумя вычислительными машинами М-20).

До настоящего времени этот обмен информацией между "Минск-2" и внешними объектами носил характер отдельных коротких сеансов: при необходимости оператор вводил соответствующую программу в оперативную память машины через читающее устройство, и после некоторых операций настройки программы машина "Минск-2" оказывалась готовой к работе с внешним объектом.

С учащением сеансов связи и в особенности после подсоединения группы измерительных полуавтоматов к одному из внешних каналов связи "Минск-2" появилась необходимость в режиме, обеспечивающем автоматическую смену программ связи. Эти функции выполняет теперь программа "Диспетчер", постоянно находящаяся в оперативной памяти "Минск-2". Возможности программы "Диспетчер" во многом были определены логикой защиты памяти, разработанной совместно с Лисенко З.В.

"Фиксированные ячейки" связи, из которых выбирается первая команда в момент прерывания, и сама программа "Диспетчер" расположены в конце второго куба памяти, начиная с яч. 16000. Схема защиты памяти блокирует запись и считывание этой части МОЗУ рабочими программами. Если какая-либо программа обратится к этой части второго МОЗУ, "Диспетчер" зафиксирует нарушение условий нормальной работы по этой программе, и счет по ней будет прекращен.

"Диспетчер" использует одну магнитную ленту (нулевая лентопротяжка). Рабочие программы могут только считывать с этой ленты, так как запись на нее заблокирована схемой защиты памяти.

На пульте задействованы дополнительно 5 ключей, управляющих режимом работы программы "Диспетчер".

Данный вариант "Диспетчера" рассматривает всю неохраняемую часть оперативной памяти как одну программу. Другими словами, в оперативной памяти машины могут быть либо программа связи с каким-либо одним внешним объектом, либо программа математика (так в дальнейшем будем называть программу, не являющуюся программой связи). При смене программ "Диспетчер" записывает на магнитную ленту содержимое всей неохраняемой части оперативной памяти. При считывании программ с магнитной ленты неохраняемая часть оперативной памяти обновляется полностью.

Порядок работы с внешними объектами задается программным приоритетом, приспанным этим объектам. В системе данного "Диспетчера" программа математика имеет наименьший приоритет.

Программа связи с тем или иным объектом может работать только со "своим" объектом, т.е. ей доступен только один внешний канал связи. Если по какой-либо причине в процессе работы программы связи произойдет прерывание по сигналу от "чужого" объекта, "Диспетчер" исправляет ситуацию, снимая разрешение прерывания для "чужого" объекта.

До выполнения специальной команды ухода в "Диспетчер" программа связи удерживается в МОЗУ даже при наличии сигналов вызова с объектов большего приоритета. Этот же уход в "Диспетчер" может быть использован программой связи, когда последняя ожидает сигнала вызова со "своего" объекта.

Для координации операций обмена "Диспетчер" использует двое программных часов. В процессе своей работы "Диспетчер" осуществляет самоконтроль приблизительно каждые 3 минуты.

Ключи "Диспетчера" могут быть использованы для:

1. фиксации работающей программы связи в оперативной памяти "Минск-2";
2. срочного освобождения МОЗУ от всех программ;
3. вызова с ИЛ в МОЗУ любой программы связи или прерванной программы математика;
4. задания режима, при котором "Минск-2" работает только по программам связи машины с внешними объектами.

При появлении дефектов на магнитной ленте "Диспетчер" производит перезапись всех программ на новую ленту через вспомогательную, которая ставится в этом случае на первую лентопротяжку (это вызвано плохой взаимозаменяемостью используемых магнитофонов).

"Диспетчер" выдает на печать соответствующую информацию при всех перезагрузках памяти, а также при некоторых других операциях.

Условия работы математика за пультом "Минск-2" в системе данного "Диспетчера" мало чем отличаются от обычных.



ПРОГРАММЫ  
 ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ  
 ЭЛЕКТРОМАГНИТНУЮ ПОВОРОТНО-ФОКУСИРУЮЩУЮ СИСТЕМУ

ВЦ - ЛВЭ СМЯИ

Баженова И.М., Федорова Р.Н., Широкова А.И.

Заряженная частица, рассматриваемая в горизонтальной плоскости  $(x, x')$  ( $z$  - направление движения частицы), характеризуется при значении ординаты  $z = z_0$  вектором

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} x(z_0) \\ x'(z_0) \end{pmatrix}, \text{ где } x' = \left( \frac{dx}{dz} \right)_{z=z_0} = x'$$

Соответственно, пучок заряженных частиц при  $z = z_0$  описывается набором таких векторов

$$\vec{F}_i = \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \end{pmatrix}.$$

Величины  $x_i$  и  $x'_i$  являются случайными. Допустим, что они подчиняются нормальному закону распределения, т.е.

$$f(x, x') = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{x'}\sqrt{1-\epsilon^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\epsilon^2)} \left[ \frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - 2\epsilon \frac{x-\bar{x}}{\sigma_x} \frac{x'-\bar{x}'}{\sigma_{x'}} + \frac{(x'-\bar{x}')^2}{\sigma_{x'}^2} \right]}$$

Т.о. все фазовые точки частиц расположены внутри эллипса  $\gamma x^2 + 2\epsilon x x' + \beta x'^2 = \epsilon$ , описывающего пучок в целом. Программа № 899 получает параметры эллипса распределения двух случайных величин  $x_i$  и  $x'_i$ . Транспортировка пучка заряженных частиц сводится к нахождению вектора  $\vec{F}$  и коэффициентов фазового эллипса  $\gamma, \epsilon, \beta$  в любой точке  $z = z_0$  с помощью оператора транспортировки  $N$ . В качестве оператора  $N$  можно рассматривать, в

\*) Рассматривается только горизонтальное движение, т.к. для вертикального все рассуждения аналогичны.

самом общем случае, уравнение движения частицы в электромагнитном поле. В частности, если система транспортировки состоит из квадрупольных, свободных пробегов, поворотных магнитов и т.д. (т.е. из элементов, допускающих с достаточно хорошим приближением рассмотрение линейризованного уравнения движения), то оператор  $N$  есть матрица второго порядка

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ и } \vec{F}_n(z) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \vec{F}_0(z).$$

Например,

$$M_x = \begin{pmatrix} \cos \kappa l & \frac{1}{\kappa} \sin \kappa l \\ -\kappa \sin \kappa l & \cos \kappa l \end{pmatrix} \quad \text{- матрица фокусирующей линзы,}$$

$$M_y = \begin{pmatrix} \cosh \kappa l & \frac{1}{\kappa} \sinh \kappa l \\ \kappa \sinh \kappa l & \cosh \kappa l \end{pmatrix} \quad \text{- матрица дефокусирующей линзы}$$

( $\kappa$  - сила линзы,  $l$  - длина линзы) и т.д. [1], [5].

Суммарное действие всей поворотной-фокусирующей системы на частицу будет выражено матрицей  $N = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ , которая получена последовательным перемножением матриц элементов системы. Все величины, характеризующие свойства системы, можно выразить через элементы матрицы  $N$ .

Например, можно определить фокусное расстояние для всей системы  $f = -\frac{1}{A_{21}}$ , линейное увеличение  $A_{11}$ , угловое увеличение  $A_{22}$ , соотношение между объектом и изображением, положение главных плоскостей.

Коэффициенты эллипса  $\gamma, \epsilon, \beta$  в любой заданной точке системы выражаются через коэффициенты эллипса на входе с помощью элементов матрицы  $N$ :

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ \epsilon \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{22}^2 & -2A_{22}A_{21} & A_{21}^2 \\ -A_{12}A_{22} & A_{11}A_{22} + A_{21}A_{12} & -A_{11}A_{21} \\ A_{12}^2 & -2A_{11}A_{12} & A_{11}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \epsilon_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix},$$

$\epsilon$  - эмиттанс,

$\epsilon$  - указывает на то, сходится пучок ( $\epsilon < 0$ ) или расходится ( $\epsilon > 0$ ).

$x_{max} = \sqrt{\epsilon\beta}$  - полуширина эллипса,

$x'_{max} = \sqrt{\epsilon\gamma}$  - полурасходимость эллипса. [5].

Коллиматор  $x = \pm d$  протяженностью  $L$  при  $Z = Z_k$  обрезает пучок заряженных частиц. В любой точке  $Z = Z_n$  после коллиматора пучок будет описываться эллипсом и двумя парами прямых, которые соответствуют  $x = \pm d$  на входе и  $x = \pm d$  на выходе из коллиматора:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x' \\ 1 \\ x \end{pmatrix} = A_{ij} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \pm d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ x' \\ 1 \\ x \end{pmatrix} = B_{ij} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \pm d \end{pmatrix}.$$

$A_{ij}$  - матрица отрезка системы от  $Z = Z_k$  до  $Z = Z_n$

$B_{ij}$  - матрица отрезка системы от  $Z = Z_k + \beta$  до  $Z = Z_n$

Сепарация моноимпульсного пучка по массам (скоростям) может быть описана вектором сепарации  $\vec{S}$  в фазовой плоскости  $(y, y')$

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta y' \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} a z^2 \\ 2 a z \end{pmatrix}.$$

$z$  - длина сепаратора,

$a$  - постоянная сепарации

$$a = \frac{E}{pc} \cdot \frac{\beta_u - \beta_w}{\beta_u \beta_w}.$$

$E$  - напряженность электрического поля,

$P$  - импульс частиц,

$\beta_u = \frac{v_u}{c}$  - относительная скорость ненужных частиц,

$\beta_w = \frac{v_w}{c}$  - относительная скорость нужных частиц. См. [2].

1. Программа № 900 работает в двух режимах. По первому режиму производится счет суммарной матрицы всей системы. Для выполнения счета нужно задать информацию о системе, т.е. информацию о каждом элементе в порядке их следования слева направо. Вначале ставится признак, определяющий тип элемента (свободный пробег, поворотная магнитная линза и т.д.), затем характеристики элемента в той последовательности, как они указаны в таблице.

| Элементы фокусирующей системы       | признак | характеристики |                 |                 |               |               |           |
|-------------------------------------|---------|----------------|-----------------|-----------------|---------------|---------------|-----------|
|                                     |         | $S$ см         | $l$ см          | $\kappa_{см-1}$ | $\beta_1$ рад | $\beta_2$ рад | $\rho$ см |
| свободный пробег                    | 1       | $S$ см         |                 |                 |               |               |           |
| фокусирующая линза                  | 2       | $l$ см         | $\kappa_{см-1}$ |                 |               |               |           |
| дефокусирующая линза                | 3       | $l$ см         | $\kappa_{см-1}$ |                 |               |               |           |
| поворотная магнитная линза          | 4       | $d$ рад        | $n$             | $\beta_1$ рад   | $\beta_2$ рад | $\rho$ см     |           |
| поворотная электростатическая линза | 5       | $d$ рад        | $n$             | $\beta_1$ рад   | $\beta_2$ рад | $\rho$ см     |           |

В конце информации нужно поставить ноль. Это признак конца работы первого режима и выход из программы. Примерная запись информации:  $1, S_1, 2, l_1, \kappa_1, 1, S_2, 3, l_2, \kappa_2, 1, S_3, \dots, 0$ . Информация составляется только для горизонтали, для вертикали счет в программе ведется автоматически.

По второму режиму формируется матрица преобразования от элемента к элементу вдоль траектории движения. Кроме того, в указанных точках системы по заданному фазовому эллипсу на входе и суммарной матрице в этой точке выдается эллипс. Информация о системе для второго режима такая же, как и в первом режиме, за исключением: признак "0" означает печать матрицы и эллипса в указанном месте, а признак "6" означает конец работы второго режима и выход из программы.

Примерная запись информации о системе:

$$1, S_1, 0, 2, l_1, \kappa_1, 1, S_2, 3, l_2, \kappa_2, 0, 1, S_3, \dots, 0, 6.$$

Составляется еще информация об эллипсе на входе в систему для горизонтали и вертикали. Коэффициенты эллипса записываются в следующей последовательности:

$$E_x, \delta_x, d_x, \beta_x, E_y, \delta_y, d_y, \beta_y.$$

2. Программа № 933, аналогичная № 900, но с учетом разброса импульса частиц.

Матричное представление решения уравнения движения в линейном приближении с учетом разброса импульса частиц будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \frac{\Delta P}{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \frac{\Delta P}{P} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix}.$$

$\frac{\Delta p}{p}$  - относительный импульс.

$\frac{\Delta p}{p}$  сохраняется вдоль траектории пучка в силу стационарности электромагнитного поля.

Матричные элементы  $A_{13}$ ,  $A_{23}$  представляют дисперсионные свойства поворотной-фокусирующей системы. Следует отметить, что влияние разброса импульса будет сказываться только в поворотных линзах и только в горизонтальной плоскости. Для поворотной магнитной линзы:

$$\alpha_{13} = \rho \frac{1 - \cos \alpha \sqrt{1-n}}{1-n}, \quad \alpha_{23} = \frac{\sin \alpha \sqrt{1-n}}{\sqrt{1-n}} + \frac{1 - \cos \alpha \sqrt{1-n}}{1-n} \operatorname{tg} \beta_2$$

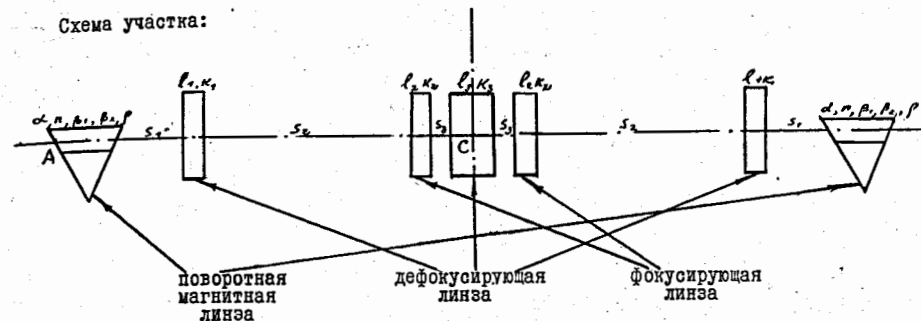
3. Программа расчета системы, содержащей дополнительно коллиматоры и сепараторы, работает на основе второго режима программы № 933. Коллиматор в информацию вводится с признаком "7" и характеристикой  $d$ . Сепаратор - с признаком "8" и характеристиками  $\alpha, \xi$ . В результате работы программы выводятся на печать в любой заданной точке системы и в месте нахождения коллиматора и сепаратора следующие характеристики системы и пучка:

- 1) суммарная матрица;
- 2) эллипс;
- 3) прямые, полученные от коллиматора;
- 4) вектор сепарации.

4. Расчет ионно-оптических систем на оптимизацию (подбор параметров системы по некоторым физическим условиям) математически сводится к решению систем нелинейных уравнений при заданных начальных приближениях. Задача решается с помощью имеющейся в библиотеке ЛВТА ОИЯИ программы № 123, а также программ № 900 и № 933. Условия на оптимизацию вводятся как нестандартный оператор. Программа допускает решение при числе параметров большем, чем число условий. Следует заметить что, когда вводятся условия на элементы фазового эллипса, часто требуется дополнительное уточнение начальных приближений с помощью решения задачи на оптимизацию, где соответствующие условия поставлены на элементы матрицы.

5. В качестве примера приведем расчет поворотной-фокусирующей системы для участка ввода пучка из нового линейного ускорителя в синхрофазотрон ОИЯИ.

Схема участка:



Нужно было рассчитать систему таким образом, чтобы при повороте параллельного пучка на  $52^\circ$ , он остался параллельным и ахроматическим и передавался с линейным и угловым увеличением, равным (-1). Т.е. матрицы преобразования системы должны иметь вид:

$$M_x = \begin{pmatrix} -1 & A_x & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Т.к. система симметрична относительно точки С, то удобнее оперировать с первой половиной системы АС. Если матрицы половины системы:

$$M_x = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_y = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}, \quad \text{то}$$

матрицы полной системы будут иметь вид:

$$M_x = \begin{pmatrix} 2A_{11}A_{22} - 1 & 2A_{12}A_{22} & 2A_{12}A_{23} \\ 2A_{11}A_{21} & 2A_{11}A_{22} - 1 & 2A_{11}A_{23} - 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_y = \begin{pmatrix} 2B_{11}B_{22} - 1 & 2B_{12}B_{22} \\ 2B_{11}B_{21} & 2B_{11}B_{22} - 1 \end{pmatrix}$$

Тогда требования, наложенные на систему, запишутся в виде:

$$A_{11} = A_{23} = B_{11} = B_{22} = 0;$$

максимальное число параметров 10:

$$n, \beta_1, \beta_2, \rho, s_1, K_1, s_2, K_2, s_3, K_3.$$

Следует сказать, что программа с малыми затратами времени (около 2 мин, для одного варианта, при этом выполнялось около 20 итераций) вычисляла оптимальный вариант. Было

рассчитано семь систем, отличающихся конфигурацией поворотных магнитов (магниты с краевой фокусировкой, магниты с градиентом магнитного поля и другие).

ЛИТЕРАТУРА :

1. Дж. Ливингуд. Принципы работы циклических ускорителей, М, Изд-во ин.лит. 1963.
2. N. M. King, *Theoretical techniques of highenergy beam design*, *Prog. Nucl. Phys*, 1964, 9, 73.
3. E. J. Sacharidis, *A program for particle beam optics*, *Brookhaven National Laboratory*, 1964, EJS-1.
4. J. W. Gardner, D. Whiteside, *Tramp*, *Rutherford High Energy Laboratory*, 1961, NERZ / M/21.
5. В.В.Миллер. Расчет магнитных фокусирующих систем для пучков частиц высокой энергии. ИТЭ, № 6, 1964, стр. 3-23.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ПУЧКОВ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИТЭФ

В.В.Миллер

При постановке опытов с частицами высоких энергий приходится уделять большое внимание созданию пучков частиц при помощи сложных магнитно-оптических систем и сепараторов.

Выбор оптической схемы канала часто требует очень большой вычислительной работы. Во многих лабораториях были созданы более или менее сложные программы для проведения этих расчетов на ЭВМ.

Программа "Фокус", описываемая в этой работе, в основном, создана во время работы автора в ОИЯИ.

Программа была переделана и дополнена в ИТЭФ. Программа написана в машинном коде. Она годится как для стандартной М-20, так и М-20 с библиотекой Б-61 (при замене обращений к печати).

Ниже перечисляются характерные особенности программы "Фокус".

I. Вычисления основываются на линейном уравнении движения частиц (параксиальное движение), операторы элементов магнитной системы также линеаризированы. Это приводит к независимости вертикального и горизонтального движений частицы. \*)

\*) Следует, однако, отметить, что для правильно сконструированной квадрупольной линзы единственные поправочные члены второго порядка малости имеют вид  $x \cdot \Delta p / p_0$  и  $x'_0 \cdot \Delta p / p_0$ , где  $x_0, x'_0$  - начальное отклонение и угол с осью, а  $\Delta p$  - изменение импульса частицы. Траектории частиц с импульсом  $p = p_0 + \Delta p$  в программе рассчитываются по точным формулам, поэтому можно считать, что для квадрупольных линз, не имеющих третьей гармоники, результаты справедливы с точностью до третьего порядка малости.

2. В программе применен несколько видоизмененный матричный способ вычислений. Вместо того, чтобы рассчитывать матрицы перехода для конца каждого элемента, эти матрицы вычисляются в местах "геометрических" изображений точечной мишени. Как известно, переход от источника к изображению описывается следующим матричным равенством

$$\begin{vmatrix} x \\ x' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m & 0 \\ -1/f & 1/m \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma \\ \theta \end{vmatrix} \cdot \frac{\Delta p}{p} \quad (1)$$

где  $m$  - коэффициент увеличения,  $f$  - фокусное расстояние,  $\theta$  - угловая, а  $\sigma$  - линейная дисперсия.

В программе находятся  $f$  и  $\Delta$  (расстояния между центрами элементов и главными плоскостями), а затем по формуле толстой линзы вычисляется положение изображения, коэффициент увеличения и т.д. Это дает возможность вообще не рассматривать отрезки без магнитного поля ("свободные пространства"), т.е. почти вдвое сократить число элементов и значительно увеличить скорость вычислений.

Сила линзы  $1/f$  имеет при фокусировке вид

$$1/f_+ = \sqrt{K} \sin \sqrt{K} \ell, \quad (2)$$

а при дефокусировке

$$1/f_- = -\sqrt{K} \sin \sqrt{K} \ell \quad (2')$$

где  $K \sim$  градиент/импульс, а  $\ell$  - эффективная длина линзы ("прямоугольная" модель). Если начальные значения градиентов выбраны неправильно, то при работе программы может оказаться необходимым в какой-то линзе дефокусировать пучок, а не фокусировать его, или наоборот. Обычно автоматическое изменение типа линз в программе не предусматривается и фокусировка оказывается невозможной. В данной программе это затруднение обойдено тем, что вычисление  $1/f$  ведется по единой формуле

$$1/f \approx K \ell \left[ 1 - \frac{K \ell^2}{6} + \frac{(K \ell^2)^2}{120} - \frac{(K \ell^2)^3}{120 \cdot 42} + \frac{(K \ell^2)^4}{120 \cdot 42 \cdot 72} - \frac{(K \ell^2)^5}{120 \cdot 42 \cdot 72 \cdot 110} \right] \quad (3)$$

При этом в случае фокусировки  $K > 0$ , при дефокусировке -  $K < 0$ . Формула дает вполне достаточную точность, т.к. обычно  $K \ell^2$  заметно меньше 1. Аналогичное разложение применено и для  $\Delta$ :

$$\Delta = \ell \left[ \frac{K \ell^2}{24} - \frac{(K \ell^2)^2}{240} + \frac{17(K \ell^2)^3}{128 \cdot 315} - \frac{31(K \ell^2)^4}{2835 \cdot 256} \right] \quad (4)$$

Примененный способ расчета  $1/f$  и  $\Delta$  не только устраняет необходимость изменения типа расчета при переходе от фокусировки к дефокусировке, но и резко увеличивает скорость счета.

4. Матрица фокусирующего секторного магнита также приводится к виду (1), но при вычислении  $1/f$  параметр  $K \ell^2$  заменяется на величину  $\psi (1 - n)$  для горизонтальной плоскости и на  $n \psi$  - для вертикальной ( $\psi$  - угол поворота,  $n = \frac{p_0}{B} \frac{dB}{dK}$ ). Это предположение справедливо для любого  $n$ . Таким образом, вместо обычных 6 различных типов матриц (2 для линзы и 4 для магнита) мы имеем лишь одну и очень простую.

Краевая фокусировка учитывается введением оператора "тонкой линзы", расположенной на краях магнита. Имеется также оператор, производящий последовательно краевую фокусировку, секторную и снова краевую для случая "прямоугольного" магнита с однородным магнитным полем (при симметричном расположении относительно пучка). В программу введены 2 оператора электростатических сепараторов: с магнитным полем, которое компенсирует отклонение от электрического поля, и без магнитного поля (кроме того, меняется оператор вертикального магнита). Вертикальная дисперсия (сепарация) может вычисляться для частиц двух различных масс. Имеется также оператор секступольной линзы, употребляемой для коррекции хроматической аберрации по вертикали.

5. Положение элементов задается либо расстоянием от начала координат до центра элемента, либо расстоянием от центра предыдущего элемента (эти способы различаются наличием признака у числа).

Аналогичным образом можно задать место фокусировки для данного объектива: либо расстоянием от начала координат, либо расстоянием от центра последнего элемента объектива. Все это обеспечивает большую гибкость при задании фокусировки и оптимизации, т.к. бывает случаи, когда желательно изменить положение данного элемента без изменения положения изображений и всех последующих элементов, или, наоборот: часть этих элементов или положение изображения будет сдвигаться при изменении положения данного элемента.

6. Тип элемента указывается условными цифрами в последних разрядах числа, определяющего положение элемента. В программе хранятся данные о стандартных линзах и магнитах, применяемых в лаборатории. Программа автоматически вычисляет эффективную длину элемента (линзы, магнита) по эмпирической формуле, учитывавшей ее зависимость от градиента (или поля).

7. Для каждого объектива <sup>\*</sup>, кроме положений изображений по горизонтали и вертикали,

<sup>\*</sup> Объективом мы считаем группу последовательно расположенных элементов, на выходе которой изображения мишени должны быть получены в заданных местах (обычно это действительные изображения). Если налагается требование на положение только одного из изображений, то выполнение этого требования достигается путем применения специального оператора оптимизации.

задаются два условных числа, содержащих адреса параметров, изменяемых при фокусировке, условный индекс, определяющий точность фокусировки, а также номер последнего элемента объектива. Часто встречаются случаи, когда несколько элементов (линз, магнитов) имеют одинаковые параметры (например, включены последовательно). В этом случае, кроме адреса первого параметра, можно указать адреса еще двух "дублеров", а для второго параметра - адрес одного дублера. Параметры дублеров будут изменяться при фокусировке пропорционально параметру, записанному в первом адресе. И, наконец, в третьем адресе второго УЧ для объектива указываются номера операторов оптимизации, относящихся к данному объективу.

8. Процедура фокусировки объектива не использует СП минимизации функционала, как делается в некоторых программах подобного типа. После получения матриц всех элементов данного объектива вычисляется отклонение стандартной траектории от оси в местах, где должны быть получены изображения для данного объектива (в обеих плоскостях). Если эти отклонения превышают заданные индексом точности, то вычисления повторяются для измененных на  $10^{-4}\%$  значений сначала первого, затем второго параметра, т.е. вычисляются частные производные отклонений от оси по первому и второму параметрам. Затем решается система из двух алгебраических уравнений и находятся необходимые для фокусировки значения обоих параметров. Процесс повторяется до тех пор, пока отклонения от оси в заданных точках становятся меньше допустимых ж)

9. После окончания фокусировки данного объектива, если в его УЧ имеются индексы операторов оптимизации, программа последовательно проверяет выполнение условий оптимизации для первого оператора данного объектива, вычисляет производную и изменяет указанный параметр до тех пор, пока не достигнута необходимая точность. При каждом изменении параметра происходит новая фокусировка всех предыдущих объективов с соответствующей проверкой и оптимизацией операторов оптимизации "нижних номеров". Таким образом, вычисляется истинная частная производная для данного оператора при выполнении условий регулировки и оптимизации во всех предыдущих объективах и операторах оптимизации. После того, как условия оптимизации выполнены для всех операторов данного объектива, программа переходит к следующему объективу.

Из литературы известно, что весь процесс фокусировки и оптимизации можно свести к минимизации некоторого квадратичного функционала. Однако иногда число объективов в системе может достигать 5-6 при наличии еще дополнительных 4-5 условий оптимизации. Это уже дает число оптимизируемых переменных, превышающее допустимое для стандартных программ оптимизации

ж) Следует заметить, что сперва был применен несколько отличный способ фокусировки: полученное обратное положение изображения ( $1/8$ ) сравнивалось с заданным. Этот способ оказался более критичным к начальным условиям, т.к. довольно часто возникали локальные минимумы, из которых программа не выходила.

ции (например, в программе "Поиск" их 16). Кроме того, при большом числе переменных такие программы работают очень медленно и очень чувствительны к заданным начальным значениям параметров. В реальных же случаях вся совокупность переменных чаще всего разбивается на ряд небольших групп (объективов), совершенно не связанных между собой <sup>\*)</sup>. Поэтому при последовательном способе фокусировки и оптимизации не только возрастает скорость счета, но и уменьшается чувствительность к начальным условиям, т.к. каждый следующий объектив работает с уже сфокусированными и оптимизированными предыдущими объективами.

10. Описанный процесс фокусировки идет без введения ограничений на изменение параметров; это несколько облегчает выход из локальных минимумов. При процессе оптимизации такое ограничение введено (одинаковое для всех параметров), однако обычно можно работать без него.

Ограничения на значения параметров в программе не вводятся, однако предусмотрена возможность подключения стандартной минимизирующей программы "Поиск" <sup>\*\*)</sup>, которая находит минимум функции многих (до 16) переменных при наличии ограничений на изменяемые параметры. Эту программу можно включать после выполнения всех условий фокусировки и стандартных операций оптимизации, предусмотренных нашей программой.

Внутри "Поиска" можно легко проверить выполнение условий, наложенных на варьируемые параметры и изменить некоторые переменные так, чтобы эти условия были выполнены. Кроме того, минимизируемая функция может включать некоторую функцию, описывающую качество пучка (например, отношение сепарации к величине изображения, дисперсии к величине изображения, интенсивности при данных параметрах изображения и т.д.) и "Поиск" найдет вариант системы с наилучшим качеством пучка.

11. В числе стандартных операторов оптимизации имеются операторы оптимизации любого из матричных членов любого из "нижестоящих" элементов. Кроме того, можно выполнить дополнительные условия фокусировки, например, потребовать, чтобы данная точка данной системой линз фокусировалась в другую заданную точку. В некоторых случаях (так наз. способ "косой цели") необходимо достигнуть совмещения горизонтальных и вертикальных изображений не только для центрального импульса  $p_0$ , но и для  $p = p_0 + \Delta p$ . Эта операция также является стандартной. Можно легко подключить и новые, нестандартные, операторы оптимизации. В процессе оптимизации данный тип оператора может применяться многократно. Полное число операций оптимизации в системе не должно превышать 12. Для каждого оператора следует в УЧ указать индексом  
=====

\*) Или связанных 1-2 параметрами в случае, когда для оптимизации в данном объективе изменяется параметр элемента из одного из предыдущих объективов.

\*\*) Программа составлена Г.М.Адельсоном-Вельским, В.А.Арлазаровым и Ф.М.Филлер.

точность оптимизации, тип оптимизации, адрес изменяемого параметра и, если надо, одного его дублера.

12. В ряде случаев оказывается недостаточным использование "геометрической" оптики: для внутренних пучков ускорителей или  $\mu$ -мезонных каналов фазовый объем пучка не может считаться равным нулю. В этом случае положение с минимальной пространственной шириной пучка не будет совпадать с местом геометрического изображения точечной мишени и фокусировку объективов надо проводить, требуя, чтобы в заданных местах фазовый эллипс имел каноническую форму. Заметим, что эллипсная фокусировка значительно более чувствительна к начальным условиям, чем "траекторная" фокусировка \*). Поэтому рекомендуется перед проведением "эллипсной" фокусировки провести полную фокусировку и оптимизацию системы в "геометрическом" приближении. Переход к эллипсной фокусировке происходит путем занесения I в соответствующий разряд УЧ. Предусмотрены также операторы оптимизации, обеспечивающие положения эллипсов с заданными параметрами (например, для согласования эмиттанса и акцептанса).

13. После того, как фокусировка и оптимизация закончены, можно отпечатать полученные значения  $\bar{K}$ , положения элементов  $d$ , положения изображений, даваемых каждым элементом, а также матричные члены для каждого элемента (коэффициент увеличения  $M$ ,  $1/f$ ,  $\theta$ ,  $\sigma$ ). При этом для того, чтобы сократить печать, введено специальное УЧ печати: наличие I в соответствующем разряде разрешает печать данной величины.

14. Следующий этап: вычисление матричных коэффициентов для различных значений импульса частиц. Задается начальное отклонение  $\delta_0$  от центрального импульса  $p_0$  и шаг  $\delta$ . Программа начинает с  $p_1 = p_0 + \delta p_0$ , затем  $p_2 = p_1 + \delta p_0$ ,  $p_3 = p_2 + \delta p_0$  и т.д.; число шагов также указывается. Для каждого из этих импульсов вычисляются положения изображений,  $M$ ,  $1/f$ , а также угловое и линейные отклонения центральной траектории для данного импульса от оси системы, т.е.  $v(p_i - p_0)$  и  $b(p_i - p_0)$ . На печать выдаются значения величин, которым соответствуют единицы в отдельном УЧ. По этим данным легко построить любую траекторию.

Кроме того, имеется оператор, вычисляющий координаты траектории частицы, вылетающей из точечной мишени под заданным углом. Координаты даются для середин всех элементов. Это облегчает построение траекторий.

\*) Кроме "изображения" с минимальной проекцией на ось X каноническим является и "параллельный" пучок с минимальной проекцией на ось X' и максимальной на ось X. Такое фазовое состояние пучка достижимо только непосредственно на выходе фокусирующего элемента и не представляет физического интереса.

Если проводилась "эллипсная" фокусировка, программа может отпечатать параметры эллипсов, а также их огибающую в любом заданном месте для каждого из  $\bar{p}_i$ .

15. Часто требуется провести серию расчетов, в которой один или два параметра меняются с определенным шагом. В программе имеется стандартное включение таких расчетов в цикл. Кроме того, предусмотрена возможность нециклических вариантов с изменением произвольных параметров.

Программа, полностью восстанавливаемая, при счете нового случая программа вызывается с барабана.

16. В начале работы программа печатает введенную восьмеричную и десятичную информацию. Скорость работы программы при отсутствии оптимизации полностью определяется скоростью печати. В качестве примера укажем, что процесс оптимизации при 4 объективах и 3 операторах оптимизации занимает  $\sim 40''$ . При нажатии соответствующих разрядов ДЗУ-4 можно вызвать контрольные промежуточные печати при фокусировке, а также оптимизации. Это облегчает поиски ошибок, которые, в основном, связаны с неправильным заданием информации.

Если за 16 циклов фокусировки желаемая точность не была достигнута, то программа автоматически переходит в аварийный режим, при котором первый параметр данного объектива начинает изменяться на все большую и большую величину (по обе стороны начального значения). Если после 16 таких изменений достичь фокусировки все же не удастся, то происходит автоматическая аварийная выдача. Такая же "спасательная" процедура предусмотрена и для процесса оптимизации.

Во многих случаях эти предосторожности позволяют машине выбраться из локальных минимумов функций.

Объем вводимой информации весьма мал. Например, для пятилинзовой системы (1 объектив, 2 оператора оптимизации) это составляет 3 перфокарты. Счет по программе доступен людям, слабо знакомым с программированием.

Автор выражает благодарность Л.И.Смирновой и Р.Н.Федоровой за советы при освоении техники программирования и Г.М.Адельсону-Вельскому за консультации по использованию программы "Поиск".



РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ ПО ИЗМЕРЕННОМУ ВЫХОДУ  
С УЧЕТОМ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

ФИ АН СССР

Л.И.Словохотов

Введение

В современной ядерной физике довольно часто приходится исследовать бинарные реакции, в которых в конечном состоянии одна или обе частицы являются заряженными. В этом случае в качестве детекторов довольно широко применяются телескопы счетчиков (пропорциональных, сцинтилляционных и др.), которые регистрируют заряженные частицы в определенном угловом и энергетическом интервале. Спецификой регистрации заряженных частиц является необходимость учета ионизационных потерь и эффектов многократного рассеяния как в мишени, так и в отдельных элементах телескопа.

В результате многократного рассеяния часть регистрируемых частиц может выйти из углового интервала счетчиков и будет просчитана. Кроме того, многократное рассеяние в мишени приводит к дополнительному размытию углового и энергетического (по энергиям падающих частиц) интервалов телескопа. Все эти эффекты в некоторых случаях могут довольно сильно повлиять на конечные результаты и поэтому крайне желательно при обработке данных, а также и при планировании эксперимента, использовать метод, который бы последовательно учитывал эти особенности.

I. Связь выхода с сечением

Целью физического эксперимента, как правило, является определение дифференциального сечения исследуемой реакции, однако, при обработке результатов приходится решать обратную задачу, а именно: необходимо записать уравнение для выхода, предполагая, что сечение реакции известно.

На рис. I представлена геометрия опыта. На мишень, поверхность которой описывается уравнением  $G(x, y, z) = 0$ , падает спектр первичных частиц, энергетическое и пространственное распределение которых задано функцией  $F(k, x, y, z)$ . Размерность  $F(k, x, y, z)$  - частица Мэв  $\text{см}^2$ . Поверхность пучка описывается уравнением  $q(x, y, z) = 0$ . Решая совместно уравнения  $G(x, y, z) = 0$  и  $q(x, y, z) = 0$ , можно получить уравнения кривых пересечения двух поверхностей. Тем самым определяется "активный" объем мишени, т.е. тот объем, где происходит реакция. Вылетающие из мишени продукты реакции регистрируются телескопом счетчиков, который на рисунке представлен рядом рассеивателей и диафрагм. Рассеиватели представляют собой либо счетчики, либо поглотители и характеризуются геометрическими размерами и толщиной (в  $\text{г}/\text{см}^2$ ). Геометрической толщиной по сравнению с расстоянием между рассеивателями обычно можно пренебречь. Предполагается, что все рассеиватели, так же как и диафрагмы - сосны и параллельны друг другу. Уравнения  $\Psi_1(y_i, z_i) = 0$  и  $\Psi_i(y_i, z_i) = 0$  - описывают контуры соответствующего рассеивателя и диафрагмы. Последняя площадка представляет собой "детектор" и обычно совпадает с каким-либо сечением последнего счетчика.

Условием регистрации заряженной частицы является прохождение всех рассеивателей, диафрагм, детектора и попадание в пробеговый (или энергетический) интервал телескопа  $\Delta R$ , т.е. регистрируются только те частицы, пробег которых при прохождении детектора лежит в пределах  $0 \leq R_x \leq \Delta R$ .

На рис. I начало координат совмещено с центром мишени и ось X направлена по оси телескопа. Ось пучка  $jj$  лежит в плоскости XOY и образует угол  $\theta_0$  с осью X. Расстояние отдельных рассеивателей от начала координат задается расстоянием телескопа от мишени и внутренним расположением отдельных рассеивателей и коллиматоров (диафрагм) ( $L_i, L_{D_i}$ ). На рисунке для простоты показана проекция сечения мишени и телескопа произвольной плоскостью, параллельной плоскости XOY.

Выберем в "активном объеме мишени произвольную точку  $xyz$  и элементарный объем  $dv = dx dy dz$ , внутри которого находится  $dn_i = \frac{N_0 \rho}{A} dv$  ядер, где  $N_0$  - число Авогадро, а  $\rho$  и  $A$  - удельный вес и атомный номер вещества мишени. На это количество ядер падает  $F(k, x, y, z) dk$  первичных частиц с энергиями от  $k$  до  $k + dk$ . Выберем, например, в плоскости первого рассеивателя произвольную площадку  $dS'_i = dy'_i \cdot dz'_i$  с координатами центра  $(y'_i, z'_i)$ . Телесный угол, под которым видна эта площадка из точки  $(x, y, z)$  можно определить как  $d\omega'_i = \frac{\cos \varphi'_i \cdot dS'_i}{r_i^2}$ , где  $\varphi'_i$  - угол между прямой  $[(x, y, z), (L_i, y'_i, z'_i)]$  и осью X а  $r_i$  - длина отрезка  $[(x, y, z), (L_i, y'_i, z'_i)]$ . Тогда для частиц, рожденных в элементарном объеме  $dv$  в результате взаимодействия с  $F(k, x, y, z) dk$  первичными

частицами с энергиями от  $K$  до  $K + dk$  и вылетающих в телесном угле  $d\Omega'$ , можно записать выражение:

$$dN' = \sigma(k, \theta) \cdot F(x, y, z) dx \cdot \frac{N_0 \rho dv}{A} \cdot \frac{\cos \alpha'_i dS'_i}{\ell_i^2} \dots (1)$$

где  $\sigma(k, \theta)$  - дифференциальное сечение исследуемой реакции, а угол  $\theta$  определяется прямыми  $(y, z)$  и  $[(x, y, z), (L, y', z'_i)]$ .

В случае бинарных реакций мы можем, используя кинематические соотношения, вычислить энергию рожденных частиц  $E = f(k, \theta)$  и тем самым, зная массу и заряд этих частиц, определить их пробег в веществе мишени  $/ I /$ .

$$R = \int_0^E \frac{dE}{-\rho \frac{dE}{dx}} \quad [r / \text{см}^2] \dots (2)$$

Решая совместно уравнение поверхности мишени  $Q(x, y, z) = 0$  и уравнение прямой  $[(x, y, z), (L, y', z'_i)]$  определим точку пересечения  $(x_0, y_0, z_0)$  и величину пробега внутри мишени  $R_{\mu} = \rho \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ . В результате прохождения этого количества вещества регистрируемые частицы будут рассеиваться. Пусть  $dP_i = G(\langle \theta^2 \rangle, \theta_i) d\Omega_i$  будет вероятность того, что частица с первоначальным пробегом  $R$  и после прохождения слоя вещества  $R_{\mu}$  вылетит под углом  $\theta_i$  к первоначальному направлению внутри телесного угла  $d\Omega_i$ . Здесь  $G(\langle \theta^2 \rangle, \theta_i)$  - плотность вероятности, а  $\langle \theta^2 \rangle$  - параметр, зависящий от вещества мишени, массы и заряда частицы, ее энергии и величины пробега  $R_{\mu}$ .

Выберем внутри контура первого рассеивателя произвольную площадку  $dS_1 = dy_1 dz_1$  с координатами  $(y_1, z_1)$ . Телесный угол, под которым эта площадка видна из точки  $(x_0, y_0, z_0)$  запишется как  $d\Omega_1 = \frac{\cos \alpha_1 dS_1}{\ell_1^2}$ , где  $\alpha_1$  - угол между прямой  $[(x_0, y_0, z_0), (L, y_1, z_1)]$  и ось  $X$ , а  $\ell_1 = \sqrt{(L-x_0)^2 + (y_1-y_0)^2 + (z_1-z_0)^2}$ . Тогда для числа частиц, попавших в элементарную площадку  $dS_1$ , и имеющих пробег  $(R - R_{\mu})$ , мы сможем записать:

$$dN'' = dN' \cdot dP_i = \sigma \cdot F \cdot B dv \cdot \frac{\cos \alpha'_i dS'_i}{\ell_i^2} \cdot G(\langle \theta^2 \rangle, \theta) \frac{\cos \alpha_1 dS_1}{\ell_1^2} dx \dots (3)$$

Приведем оставшийся пробег  $(R - R_{\mu})$  в пробег в веществе рассеивателя. Если толщина первого рассеивателя -  $R_1$  г/см<sup>2</sup>, то тогда по входному пробегу  $R_{x_1} = (R - R_{\mu})$  (с учетом перевода) и по выходному пробегу  $R_{x_2} = R_{x_1} - R_1 / \cos \alpha_1$ , определим новый параметр  $\langle \theta^2 \rangle_2$  и, выбрав во втором рассеивателе произвольную площадку  $dS_2$ , определим аналогичным образом число частиц, попавших в  $dS_2$ . Эти рассуждения можно продолжать до тех пор, пока не пройдем все рассеиватели до детектора. Оставшийся пробег частицы при этом будет:

$$R_{x_{m+1}} = R_{x_1} - \sum_{i=1}^m R_i / \cos \alpha_i \dots (4)$$

где  $m$  - число рассеивателей, а  $R_i$  - толщина  $i$ -го рассеивателя. Введем функцию  $g_{\mu}$ .

По определению

$$g_R = \begin{cases} I & \text{если } 0 \leq R_{x_{m+1}} \leq \Delta R \\ 0 & \text{если } R_{x_{m+1}} < 0 \text{ или } R_{x_{m+1}} > \Delta R \end{cases} \dots (5)$$

Введем еще функцию  $g_s$ , которая учитывала бы наличие диафрагм. По определению  $g_s = \prod_j g_{sj}$ , а

$$(6) \quad g_{sj} = \begin{cases} I & \text{если траектория проходит внутри } j \text{-ой диафрагмы} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Таким образом, для дифференциала выхода окончательно получится следующее выражение:

$$dN = B \cdot G \cdot F dx dv \frac{\cos \alpha'_i ds'_i}{e_i^{2m}} \cdot \Pi_i (G(\langle \theta^2 \rangle_i, \theta_i) \frac{\cos \alpha_i ds_i}{e_i^{2m}}) g_R g_s \dots (7)$$

здесь  $B = \frac{N_0 P}{A}$  - константа, а  $i$  пробегает значения от 1 (рассеяние в мишени) до  $m+1$ .

Для получения полного выхода уравнение (7) необходимо проинтегрировать по всем переменным. С введением функций  $g_R$  и  $g_s$  пределы интегрирования определяются просто: необходимо проинтегрировать по "активному объему мишени и по площадям соответствующих рассеивателей. Пределы по  $K$  можно оценить, исходя из кинематики процесса и максимальных и минимальных углов и пробегов, которые могут реализоваться при данной постановке эксперимента. Хуже обстоит дело с определением области интегрирования по  $S'_i$  (по площади, задающей первоначальное направление). Эти пределы будут определяться областью существования плотности вероятности  $G(\langle \theta^2 \rangle, \theta)$  и в общем случае являются бесконечными. Однако на практике эти пределы можно всегда ограничить, т.к. функция  $G$  довольно быстро уменьшается с увеличением угла отклонения  $\theta$ . Выражение для полной величины выхода будет иметь вид:

$$N = B \int \int \int \dots \int_{K, V, S'_1, S_{m+1}} G F \frac{\cos \alpha'_i ds'_i}{e_i^{2m}} \Pi_i (G(\langle \theta^2 \rangle_i, \theta_i) \frac{\cos \alpha_i ds_i}{e_i^{2m}}) g_R g_s dx dv \quad (8)$$

Теперь вернемся опять к сечению. Экспериментально мы измеряем выход  $N$ , а определить нам необходимо величину сечения. Вынесем  $G$  из-под интеграла и будем рассматривать его как среднюю величину в исследуемой области переменных. Тогда, обозначая оставшийся интеграл через  $J$ , мы сможем записать выражение для сечения:

$$\bar{\sigma} = \frac{N}{B J}$$

а ошибка в величине  $\bar{\sigma}$  будет определяться статистической точностью выхода и ошибкой расчета интеграла  $J$ .

Как видно из (8), основная трудность при обработке результатов заключается в вычислении многократного интеграла  $J$ , кратность которого равна  $2m+8$  и даже при пренебрежении эффектами многократного рассеяния снижается только до 6. Вычислить интеграл такой

кратности в настоящее время представляется возможным только на ЦВМ, используя метод статистических испытаний /2,3,4/. Поэтому дальше необходимо проанализировать возможности расчета применительно к этому методу.

## 2. Анализ подынтегральной функции

Одним из главных требований при вычислении интегралов методом статистических испытаний является требование конечности дисперсии подынтегральной функции /2/. Как видно из (8) подынтегральная функция выхода состоит из произведения ряда отдельных функций. Функция  $F(x, y, z)$ , описывающая спектр падающих частиц, обычно гладкая и особенностей не имеет, так же как и функции вида  $\frac{\cos \alpha}{r^2}$ . В качестве плотности вероятности углового распределения  $G(\langle \theta^2 \rangle, \theta)$  обычно используется распределение типа Гаусса /5,6/.

$$G(\langle \theta^2 \rangle, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}} \exp\left[-\frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle}\right] \quad (9)$$

где  $\langle \theta^2 \rangle = \int \theta_i^2 dR$ , а  $\theta_i^2 = \int \theta^2 \Xi(\theta) d\Omega$  здесь  $\theta_i^2$  - средний квадрат угла рассеяния, а  $\Xi(\theta)$  - дифференциальная вероятность рассеяния /7,8,9,10/,  $t$  - толщина рассеивателя.

Для рассеивателей конечной толщины  $\langle \theta^2 \rangle$  - конечно и функция  $G(\langle \theta^2 \rangle, \theta)$  конечна и существует во всем интервале углов от  $-0$  до  $+\infty$  ( $\theta$  - полярный угол). Однако положение существенно меняется, когда мы начинаем рассматривать рассеяние в мишени. В этом случае среднеквадратичный угол многократного рассеяния  $\langle \theta^2 \rangle$  для точек "активного" объема мишени, непосредственно примыкающих к его поверхности, равен нулю и распределение вида (9) вырождается в  $\delta$ -функцию, т.е.

$$G(\langle \theta^2 \rangle, \theta) = \begin{cases} \infty & \text{при } \theta = 0 \\ 0 & \text{при } \theta \neq 0 \end{cases} \quad \dots \quad (11)$$

Таким образом, для поверхности мишени и направлений на телескоп возникает расходимость.

Чтобы оценить влияние этой расходимости на дисперсию подынтегральной функции рассмотрим простейший пример (см. рис.2), когда частицы движутся по оси телескопа и после выхода из рассеивателя регистрируются плоским круглым счетчиком. В этом случае проще перейти к цилиндрической системе координат ( $r$  и  $\varphi$ ) в плоскости счетчика. Тогда в приближении малых углов ( $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ ) для вероятности рассеяния можно записать:

$$dP = \frac{1}{r \langle \theta^2 \rangle} \exp\left[-\frac{r^2}{\langle \theta^2 \rangle}\right] r dr d\varphi \quad \dots \quad (12)$$

Введем новый параметр  $z = r \sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$  и проинтегрируем выражение (12) по  $\varphi$ .

$$dP = \frac{2z}{z^2} \exp\left[-\frac{z^2}{z^2}\right] dz \quad \dots \quad (13)$$

Для получения полной вероятности выражение (13) необходимо проинтегрировать по  $z$ .

$$P = \int_0^R f(z) dz = \int_0^R \frac{2z}{z^2} e^{-z^2/z^2} dz \quad \dots \quad (14)$$

Определим теперь дисперсию подынтегральной функции  $f(z)$  в предположении, что случайная величина  $z$  равномерно распределена в интервале  $0 + R$ .

$$Df = \frac{1}{R} \int_0^R f^2 dz - \left(\frac{1}{R} \int_0^R f dz\right)^2 = \frac{\sqrt{2R}}{4Rz_0} \Phi\left(\frac{2R}{z_0}\right) - \frac{1}{2z^2} e^{-\frac{2R^2}{z^2}} - \frac{1}{R^2} \left(1 - e^{-\frac{R^2}{z^2}}\right) \quad (15)$$

здесь  $\Phi$  - интеграл ошибок, а  $R$  - радиус счетчика.

Из (15) видно, что при  $z_0 \rightarrow 0$ ,  $Df \rightarrow \infty$ . Этот вывод сохранится и в том случае, если мы будем рассматривать не только центральное направление падающей частицы, но и всевозможные другие. Очевидно, что и дисперсия всей подынтегральной функции выхода в этом случае будет бесконечно-большой.

## 3. Приближенное решение

Для того, чтобы решить данную задачу, оставаясь в рамках метода статистических испытаний, необходимо предпринять некоторые дополнительные меры.

Ограничим область существования  $G(\langle \theta^2 \rangle, \theta)$  конусом с угловым раствором  $n \sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$  где  $n$  - некоторое положительное число. В этом случае

$$G(\langle \theta^2 \rangle, \theta) = \begin{cases} G(\langle \theta^2 \rangle, \theta) & \text{если } 0 \leq \theta \leq n \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} \\ 0 & \text{если } \theta > n \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} \end{cases} \quad \dots \quad (16)$$

Величину  $n$  всегда можно подобрать так, чтобы возникающая ошибка в полной вероятности  $(1 - e^{-n^2})$  вместо 1/ была достаточно мала. Как показывают оценки для практических расчетов  $n$  можно выбирать в диапазоне  $2 + 3$ .

Ограничение области существования  $G(\langle \theta^2 \rangle, \theta)$  приводит к тому, что теперь область интегрирования не будет совпадать с поверхностью рассеивателя, а будет определяться пересечением контура рассеивателя с эллипсом, образованным сечением конуса рассеяния плоскостью соответствующего рассеивателя.

На рис. 3 показано прохождение и рассеяние частицы в  $i$ -ом поглотителе. Здесь прямая  $[(L_i, y_i, z_i), (L_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})]$  соответствует первоначальному направлению частицы. В результате рассеяния на выходе  $i$ -го поглотителя плотность вероятности  $G(\langle \theta^2 \rangle_i, \theta_i)$  распределена в конусе с угловым раствором  $n \sqrt{\langle \theta^2 \rangle_i}$ . Введем в плоскости, перпендикулярной оси конуса

и проходящей через точку пересечения оси конуса с плоскостью последующего рассеивателя  $(y'_{i+1}, z'_{i+1})$ , координатную систему  $(z_i, Y_i)$ , начало которой совпадает с точкой  $(y'_{i+1}, z'_{i+1})$ . В этой плоскости сечение конуса - круг радиусом  $z_{oi} = n \ell_i \sqrt{\langle \theta^2 \rangle_i}$ , где  $\ell_i$  - длина отрезка  $[(L_i, Y_i, z_i), (L_{i+1}, Y'_{i+1}, z'_{i+1})]$ . В этой координатной системе выражение для вероятности  $dP_i$  запишется:

$$dP_i = \frac{1}{\pi \langle \theta^2 \rangle_i} e^{-\frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle_i}} d\theta_i = \frac{1}{\pi \langle \theta^2 \rangle_i} e^{-\frac{z_i^2}{2\ell_i^2 \langle \theta^2 \rangle_i}} \frac{z_i dz_i dY_i}{\ell_i^2} \quad \dots (17)$$

Введем новые переменные

$$\bar{z}_{ii} = \frac{z_i}{z_{oi}} \quad \text{и} \quad \bar{z}_{2i} = \frac{Y_i}{2\ell_i} \quad \dots (18)$$

Тогда выражение для вероятности будет:

$$dP_i = 2n^2 \bar{z}_{ii} e^{-n^2 \bar{z}_{ii}^2} d\bar{z}_{ii} d\bar{z}_{2i} \quad \dots (19)$$

Будем всегда интегрировать по площади круга радиусом  $z_{oi}$ , т.е. по переменным  $\bar{z}_{ii}$  и  $\bar{z}_{2i}$  в интервале  $0 + 1$ , а попадание в площадку  $S_{2i}$  (рис. 3) будем контролировать с помощью единичной функции  $g_{P_i}$ .

$$g_{P_i} = \begin{cases} 1 & \text{если точка } (y_{i+1}, z_{i+1}) \text{ попадает в контур последующего рассеивателя} \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases} \quad \dots (20)$$

Выражение для координат точки пересечения  $(y_{i+1}, z_{i+1})$  траектории рассеянной частицы с плоскостью последующего рассеивателя можно выразить через переменные  $\bar{z}_{ii}$  и  $\bar{z}_{2i}$ , совершив последовательный переход от системы  $\bar{z}_{ii}$  и  $\bar{z}_{2i}$  к основной системе  $x, y, z$ .

Таким образом, с учетом сделанных допущений, можно для величины выхода записать:

$$N = B \bar{\sigma} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \int_{y'_1}^{y'_2} \int_{z'_1}^{z'_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \dots \int_{\theta_{m-1}}^{\theta_m} F(x, y, z) \cdot \frac{C_{\text{сч}} d\omega}{2\pi^2} \times e^{-n^2 \sum_{i=1}^m \bar{z}_{ii}^2} \prod_i (2n^2 \bar{z}_{ii} g_{S_i} g_{P_i}) g_e dx dy dz dy' dz' d\bar{z}_{1i} d\bar{z}_{2i} \dots d\bar{z}_{1(m-1)} d\bar{z}_{2(m-1)}$$

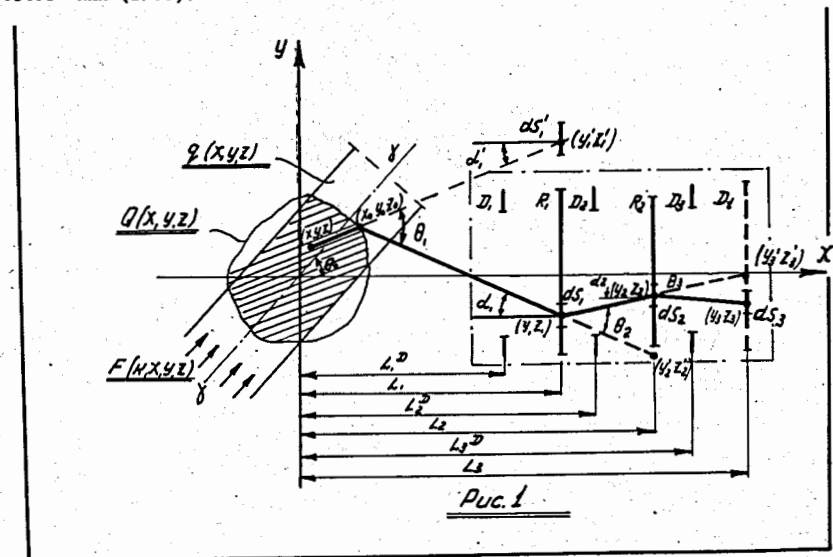
Заключение

По рассмотренному выше алгоритму приближенного решения была составлена программа для ЦВМ М-20 и проводилась обработка результатов по исследованию комптон-эффекта и фоторождения нейтральных мезонов на водороде на синхротроне ФИАН.

Кроме того, практика работы показала, что наличие программы, которая в некотором роде моделирует процесс регистрации заряженных частиц, позволяет глубже понять взаимосвязь между отдельными частями экспериментальной установки. Особенно привлекательной является возможность тщательного планирования предполагаемых экспериментов и выбора наилучших условий для их проведения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. R. M. Sternheimer Phys. Rev. 118, 1045 (1960).
2. Н.П.Бусленко и др. "Метод статистических испытаний". Физматгиз, 1962, Москва.
3. Н.П.Бусленко и Ю.А.Шрейдер "Метод статистических испытаний". Физматгиз, 1961, Москва.
4. В.П.Демидович и И.А.Марон. "Основы вычислительной математики". Физматгиз, 1963, Москва.
5. R. M. Sternheimer Rev. Sci. Instr. 25, 1070, (1954).
6. Helge Vercaas "On Small Angle Multiple Scattering in Confined Bodies" CERN 60-18 (1960)
7. Б.Росси. "Частицы больших энергий". Гос. изд. тех. теор. лит. 1955, Москва.
8. H. Sugder, W.T. Scott Phys. Rev. 76, 220 (1949).
9. L. Eyges Phys. Rev. 74, 1534 (1948); В.Ф.Грушин и Е.М.Лейкин. ПТЭ № I, 52 (1965).
10. Л.И.Словохотов. "Расчет сечений при регистрации заряженных частиц телескопом счетчиков" Отчет ФИАН (1966).



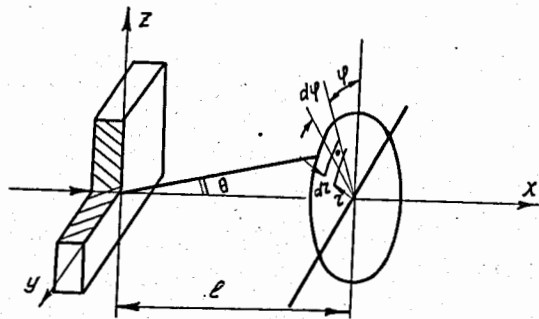


Рис 2

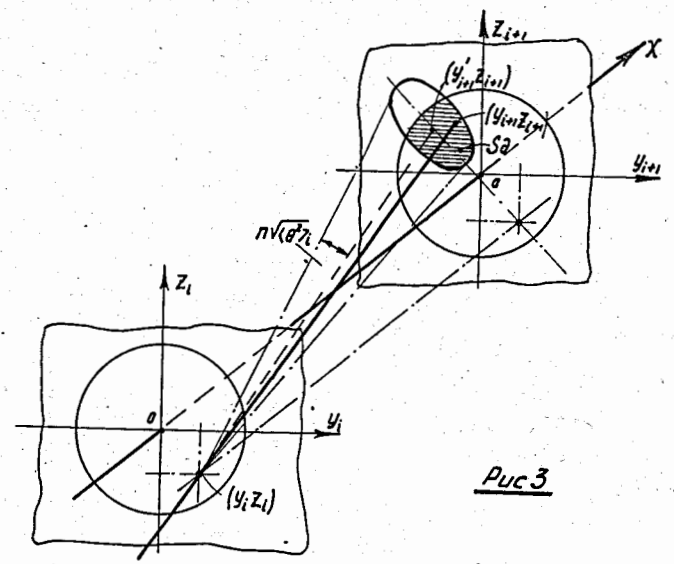


Рис 3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОПОЗНАНИЯ  
 ОБРАЗОВ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ВЦ - ЛЯП СМЯИ

Б.М.Головин, Л.А.Кулюкина

1. При проведении экспериментов по физике высоких энергий нередко возникает необходимость идентифицировать частицу, попавшую на регистрирующую систему. Большинство подобных задач может быть решено с применением анализирующих магнитных полей, но такие установки имеют малую геометрическую эффективность и непригодны для изучения редких процессов.

2. Возможным методом решения поставленной задачи является использование методов автоматического опознавания образов.

3. Одним из простейших вариантов автоматического опознавания является метод потенциальных функций<sup>[1]</sup>. Согласно этому методу каждая характеристическая точка, описывающая объект, предъявленный машине при обучении, рассматривается как источник некоторого поля. Потенциал обобщенного образа объектов класса  $\mathcal{Z}$  в произвольной точке  $y$  можно записать в виде:

$$\Phi_{\mathcal{Z}}(y) = \frac{1}{N_{\mathcal{Z}}} \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{Z}}} \Lambda_i^{(\mathcal{Z})} \varphi[R(x_i^{\mathcal{Z}}, y)]$$

Здесь  $x_i^{\mathcal{Z}}$  - характеристическая точка  $i$ -того объекта класса  $\mathcal{Z}$ , предъявленного при обучении;  $N_{\mathcal{Z}}$  - число точек обучения на классе  $\mathcal{Z}$ ;  $\Lambda_i$  - мощность  $i$ -того источника;  $R$  - расстояние между точкой-источником  $x$  и точкой наблюдения  $y$ ;  $\varphi(R)$  - потенциал  $i$ -того источника в точке  $y$ .

4. В процессе обучения предъявленные точки вначале используются для создания обобщенного образа (при этом все  $\Lambda_i = 1$ ), затем производится опознавание каждой из них. При ошибочном опознании  $i$ -того объекта  $\Lambda_i$  увеличивается. Этот процесс повторяется до тех пор, пока все предъявленные при обучении объекты не будут опознаваться безошибочно.

5. При завершении обучения в памяти машины хранятся предъявленные для обучения характеристические точки (с указанием класса, к которому они принадлежат) и полученные при обучении числа  $N_i^{(\bar{x})}$

6. При опознании подсчитывается потенциал образов каждого класса в характеристической точке у неизвестной частицы, и она относится к классу, потенциал которого имеет наибольшую величину.

7. В качестве первой достаточно общей задачи такого типа был рассмотрен [2] вопрос о возможности идентифицировать заряд  $\bar{x}$  частиц легкой компоненты первичного космического излучения ( $1 \leq \bar{x} \leq 5$ ) со спектром [3] и с вероятностью попадания на регистрирующую систему пропорциональной  $\cos \theta_{\bar{x}}$  ( $\theta$  - угол между траекторией частицы и осью регистрирующей установки).

Регистрирующая установка представлялась как телескоп из 4 слоев кремниевых полупроводниковых детекторов с системой измерения амплитуды сигнала каждого из слоев. Спектры импульсов такого телескопа были рассчитаны на основе моделирования физического процесса с использованием метода случайных испытаний.

В результате проведенного моделирования идентификации зарядов частиц было показано, что надежность опознания практически не зависит от числа точек обучения при  $N_{\bar{x}} \geq 50$ .

Зависимость эффективности опознания зарядов от энергетического порога регистрирующей системы приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| $\bar{x}$ / Тмин. | 0,15 | 0,50 | 1,0  | $\frac{Г_{\text{эв}}}{N_{\text{укл.}}}$ |
|-------------------|------|------|------|---|
| 1                 | 0,98 | 1,0  | 1,0  |   |
| 2                 | 0,88 | 0,97 | 1,0  |   |
| 3                 | 0,92 | 1,0  | 0,98 |   |
| 4                 | 0,67 | 0,96 | 0,98 |   |
| 5                 | 0,78 | 0,90 | 0,97 |   |

Было также установлено, что эффективность опознания слабо зависит от вида потенциальной функции.

8. Анализ полученных [2,4] результатов показал, что большая часть случаев ошибочной идентификации наблюдается при совпадении значений параметров  $\bar{x}/\beta$  частиц с разным  $\bar{x}$

Кроме того, было отмечено, что существенным недостатком использованного алгоритма являлась необходимость сохранения в оперативной памяти машины значительных количеств промежуточной информации.

9. В связи с этим был предложен [5] новый алгоритм, требующий меньшего объема оперативной памяти машины и более экономного расхода машинного времени.

Основой этого алгоритма явилось сравнение характеристической точки опознаваемого объекта не с каждой из характеристических точек данных при обучении, а лишь с некоторыми обобщенными характеристиками их для каждого класса.

В качестве таких обобщенных характеристик на каждом классе были выбраны минимальные значения, средние значения и наибольшие значения амплитуд сигналов, усредненных для каждой частицы по всем сигналам, по всем сигналам кроме наибольшего, кроме двух наибольших и т.д.

Для сравнения основные характеристики программ нового алгоритма и алгоритма потенциальных функций приведены в табл.2.

Таблица 2.

Сравнение алгоритмов

| Характер.                                 | Алгоритм         |                  |
|---|------------------|------------------|
|   | наст. работа     | потенц. ф-ции    |
| Длина progr. обуч. (ячеек)                | 350 <sub>8</sub> | 360 <sub>8</sub> |
| Длина progr. опозн. (ячеек)               | 500 <sub>8</sub> | 300 <sub>8</sub> |
| Память о рез-тах обучения (ячеек) / класс | 14 <sub>8</sub>  | 644 <sub>8</sub> |
| Время обуч. сек/класс $N_{\bar{x}} = 70$  | 10               | 150              |
| Время опознания 70 объект (сек)           | 15               | 120-150          |

10. На основе использования нового алгоритма была промоделирована идентификация частиц по параметру  $\bar{x}/\beta$ . Для сравнения идентификация по тому же параметру была выполнена с помощью описанного ранее алгоритма потенциальных функций.

Полученные результаты приведены в таблице 3.



Таблица 3.

| $\bar{x}/\beta$ | Алгоритм |           |
|-----------------|----------|-----------|
|                 | новый    | потенциал |
| 1,11            | ~ 1,0    | ~ 1,0     |
| 2,0             | 0,98     | 0,98      |
| 2,85            | ~ 1,0    | 0,93      |
| 4,0             | ~ 1,0    | ~ 1,0     |
| 5,0             | 0,98     | ~ 1,0     |
| 5,71            | ~ 1,0    | -         |
| 6,66            | ~ 1,0    | ~ 1,0     |
| 8,0             | ~ 1,0    | ~ 1,0     |
| 10,0            | 0,93     | -         |
| 13,33           | ~ 1,0    | -         |

Из таблиц 2,3 видно, что эффективность опознавания при использовании нового, значительно более экономного, алгоритма во всех случаях не хуже, чем при использовании потенциальных функций.

Сходный вывод можно сделать и при идентификации частиц по заряду.

II. В заключение следует отметить, что уже первые, выполненные нами расчеты свидетельствуют о возможности использовать методы автоматического опознавания образов для решения ряда задач физики высоких энергий. Поэтому представляет значительный интерес дальнейший анализ этих возможностей, в частности возможностей идентификации частиц по 2 и 3 параметрам при использовании регистрирующей системы, содержащей группы датчиков разных типов.

Авторы выражают свою благодарность В.П.Джелепову за постоянный интерес к этой работе и ее поддержку и Г.А.Ососкову за обсуждение ряда связанных с работой вопросов.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. О.А.Башкиров, Э.М.Браверман, И.Б.Мучник. Автоматика и телемеханика, 25, 692, (1964).
2. Б.М.Головин, Л.А.Кульжина. ЯФ, 3, 887, (1965).
3. Д.Эванс. См. Труды Международной конференции по космическим лучам. Москва, июль 1959, т.3, стр.104.
4. Б.М.Головин, Л.А.Кульжина. Препринт СИАИ, № 2348, Дубна (1965).
5. Б.М.Головин, Л.А.Кульжина. Препринт СИАИ, № Р-2675, Дубна (1966).

ПРОГРАММА АНАЛИЗА УПРУГОГО  
 $\mu p$ - РАССЕЯНИЯ ПРИ НЕПОСРЕДСТВЕННОЙ СВЯЗИ  
МАГНИТОСТРИКЦИОННЫХ ИСКРОВЫХ КАМЕР С ЭЛЕКТРОННО-  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНОЙ

ВЦ СИАИ

И.М.Иванченко

Введение

По мере усложнения и развития техники эксперимента возникает необходимость использования электронно-вычислительных машин в реальном времени эксперимента.

Это, в частности, относится к таким исследованиям, где в качестве прибора, регистрирующего следы частиц, используются искровые камеры. Уже в первых применениях искровых камер весьма актуальным стал вопрос отыскания среди большого количества материала нужные события.

Остро вставшая проблема просмотра и анализа камерных снимков стимулировала развитие методов регистрации, в которых данные о координатах трека непосредственно передаются в электронно-вычислительную машину.

I. Описание условий эксперимента

Рассматриваемую ниже программу предполагается использовать во время эксперимента на синхрофазотроне СИАИ при исследовании упругого  $\mu p$ -рассеяния. В качестве прибора регистрирующего следы частиц будут использованы проволочные искровые камеры с бесфильмовым съемом информации при помощи магнитоотрижционных линий.

Описание конструкции указанных приборов приведено в работе [2].

Искровая камера состоит из двух электродов, выполненных в виде проволочных плат. Направление нитей на одной плате перпендикулярно направлению нитей на другой. Конструкция искровой камеры позволяет при определении геометрической картины событий интерпретировать положение искры в эффективном объеме камеры в виде точки в области, представляющей прямоугольник со сторонами  $t_x, t_y$ . При помощи съемных катушек измеряются величины  $x_1, x_2, y_1, y_2$ . В случае одной искры указанные величины связаны соотношениями:

$$x_1 = t_x - x_2,$$

$$y_1 = t_y - y_2$$

Точность выполнения указанных соотношений определяется степенью локализации искры. Таким образом, при регистрации одной искры, величины  $x_1, x_2, y_1, y_2$  дублируют измерения координат искры и используются для получения лучшей точности.

Такой объем информации по каждому искровому промежутку позволяет, в частности, выделить нужные события и контролировать правильность работы аппаратуры во время эксперимента. В эксперименте предполагается использовать три группы искровых камер. После первой группы искровых камер будет помещена мишень, после второй группы искровых камер - анализирующий магнит.

Объем информации при наличии необходимой интенсивности пучка определяется, в основном, длительностью стола магнитного поля и временем восстановления максимальной эффективности искровых камер.

При длительности стола магнитного поля  $\sim 500$  мсек., "мертвом" времени искровых камер  $\sim 10$  мсек., за один импульс ускорителя в электронно-вычислительную машину будет передана информация, характеризующая 50 запусков системы искровых камер.

## II. Описание программы

Информация, получаемая с одной искровой камеры, представляет один 45-разрядный код. При этом 40 разрядов используется для размещения величин  $x_1, x_2, y_1, y_2$ , а 5 разрядов отведены для служебных признаков.

За каждый импульс ускорителя в оперативную память машины вводится совокупность исходных данных, которая характеризует события, зарегистрированные при данном импульсе.

Информация накапливается одним массивом, по мере поступления с промежуточной памяти, в оперативном накопителе электронно-вычислительной машины.

Конец работы блока приема определяется выполнением хотя бы одного из условий:

1. Накоплен массив заданной длины
2. Получен признак конца информации
3. Истекло заданное время с начала работы блока приема

При этом подсчет времени организовывается программным путем.

После приема данных, в оставшееся до окончания цикла ускорителя время, производится анализ полученной информации.

Расшифровывается и запоминается служебная информация, происходит настройка программы, затем переходим к анализу события за событием по следующим шагам:

1. Отбираются те события, для которых в первой группе камер зарегистрирован 1 след. Указанный трек не должен совпадать с треком, зарегистрированным в предшествующем событии. Затем идет проверка критерия линейности. По методу наименьших квадратов проводится прямая через точки, характеризующие след частицы в первой группе искровых камер.

Если  $\sqrt{\sum \Delta y_i^2 / 2(N-2)} > M$ , где

- $N$  - количество точек;
- $\Delta y_i^2$  - квадрат отклонения  $i$ -той точки от полученной прямой;
- $M$  - величина, определяемая точностью регистрирующей аппаратуры и фоновыми условиями,

то данное событие вычеркивается.

Программа накапливает на магнитной ленте:

- 1) события, в которых зарегистрирован акт рассеяния;
- 2) события, для которых не выполняется следующее условие: хотя бы в 3-х камерах из второй группы зарегистрировано по одной искре;
- 3) события, для которых не выполняется критерий линейности по второй группе искровых камер.

На стадии „on-line“ обработки необходимым и достаточным условием наличия акта рассеяния мы считаем выполнение двух требований:

- 1) Угол между двумя прямыми, которые аппроксимируют трек в первой и второй группах камер, больше некоторого минимального угла.
- 2) Кратчайшее расстояние между указанными прямыми в районе мишени не превышает заданной величины.

Программа в процессе работы выводит информацию о ходе эксперимента.

Результаты выдаются после обработки заданного числа событий или по требованию оператора. В последнем случае используется клавиатура пульта управления.

Выводимая информация (гистограммы по углу рассеяния и по величине импульса) позволяет получить предварительные результаты эксперимента.

Различные типы "отказов" заносятся в различные классы и в процессе эксперимента выводится информация о причине и количестве "отказов". В настоящее время предусмотрены следующие блоки контроля:

- 1) Вычисления количества нулевых отсчетов по каждой съемной катушке;
- 2) Вычисление количества отказов камеры (получены нулевые отсчеты со всех четырех съемных катушек данной камеры).
- 3) Вычисление количества пробоев по "старой" искре в каждой камере.
- 4) Вычисление количества случаев по каждой камере, когда зарегистрировано более одной искры.

Предусмотрены следующие операции:

- 1) Отключение каких-либо блоков контроля, используя клавиатуру пульта управления.
- 2) Вывод результатов работы блоков контроля, характеризующих состояние аппаратуры в текущий момент времени.
- 3) Вывод итоговых результатов работы системы к данному моменту времени.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность Н.Н.Говоруну, И.А.Голутвину, Ю.В.Заневскому, Г.М. Кадыкову, В.И.Морозу, Г.И.Макаренку, О.К.Нефедьеву, В.Н.Садовникову, Л.Н.Струнову, Э.Н.Цыганову за полезные советы и обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА :

1. G. Belletini et al., *Phys. Rev. Lett.* 14 (1965) 164.
2. А.С.Гаврилов, И.А.Голутвин, Ю.В.Заневский, С.С.Кирилов, Б.А.Кулаков, Л.Г.Макаров, Э.Н.Цыганов, препринт ОИЯИ, 2398, 1965.

#### ОБЗОР СТАНДАРТНЫХ ПРОГРАММ, ВЫПОЛНЕННЫХ В ВЦ ОИЯИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ТРЕКОВ

#### ПРОГРАММА ДЛЯ МНОГООБЪЕКТИВНЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕР ОИЯИ

ВЦ ОИЯИ

Г.Н.Тентюкова

#### I. Стандартные программы

В ВЦ ОИЯИ составлен ряд программ, оформленных в виде стандартных блоков ИС для машины М-20, используемых в различных программах обработки данных с пузырьковых, искровых камер и камер Вильсона.

1. Программа для счета коэффициентов усадки пленки и параметров перехода в систему координат фотоснимка [ I ] (авторы В.А.Загинайко и В.Н.Шигаев).

Задаются кресты в системе фотоснимка (эталонные) и те же кресты, измеренные в системе измерительного прибора. По совокупности крестов методом максимума правдоподобия определяется величина усадки пленки  $\bar{\lambda}_0$  и параметры перехода в систему координат фотоснимка  $\bar{t}_0$  и  $\varphi_0$  (параллельный перенос на вектор  $\bar{t}_0$  и поворот на угол  $\varphi_0$ ). Деформация пленки учитывается в 2-х взаимно-перпендикулярных направлениях. Можно задать режим работы программы для счета изотропной усадки пленки ( $\lambda_x = \lambda_y$ ).

2. Программа выброса плохих точек.

В ОИЯИ составлено несколько программ выброса.

Наиболее часто используется программа (СП-106), которая производит аппроксимацию

проекции трека на пленку <sup>\*</sup>) кривой  $y = f(x)$  четвертого порядка и выбрасывает точки, для которых

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_i - f(x_i))^2}{n-5}} > \sigma_{\text{эм.}}$$

\*Предварительно производится выброс "очень удаленной" точки, которая определяется как точка, расстояние от которой до центра тяжести системы точек в  $K$  раз больше, чем сумма расстояний до центра тяжести всех остальных точек.

В работе участвовали Н.Н.Говорун, Л.И.Лепилова, Г.Н.Тентюкова, В.Фришева.

### 3. Восстановление пространственных координат точек треков по двум стереопроjection [2]

Предполагается, что оптические оси объективов параллельны, поверхности раздела оптических сред перпендикулярны оптическим осям, объективы близки по своим оптическим характеристикам.

Пространственные координаты  $X, Y, Z$  определяются по четырем координатам их проекций на плоскости пленок с помощью метода максимума правдоподобия. Поиск соответствующих точек производится методом итераций. Соответствующая точка находится как точка пересечения проекций на правый кадр трека и луча, проведенного из точки пространства камеры через левый объектив. Для поиска координаты  $X_T$  используется стандартная программа квадратичной интерполяции.

В программе предусмотрены режимы работы для счета пространственных координат с поиском соответствующих точек и без поиска, т.е. по заданным соответственным точкам. Автор программы И.М.Иванченко.

### 4. Построение винтовой линии по пространственным точкам трека.

В программах обработки используется несколько программ построения винтовой линии, которые различаются способом проведения окружности и некоторыми деталями [3].

Наиболее часто используется СП-167. Производится поворот из системы координат камеры в систему с осью  $Z$ , параллельной направлению магнитного поля. Затем в плоскости  $Z = 0$  делается преобразование координат в систему трека, в которой проводится окружность

$$y = \alpha x^2 + \beta x + \delta + \alpha y^2$$

методом наименьших квадратов. Параметры  $\alpha, \beta, \delta$  определяются итеративным путем. По  $\alpha, \beta, \delta$  считаются координаты центра окружности ( $x_0, y_0$ ) и ее радиус ( $R$ ).

=====  
\*) Можно брать проекцию трека на любую плоскость.

В плоскости (  $Z\varphi$  ) методом наименьших квадратов проводится прямая

$$Z = Z_0 + R\varphi \operatorname{tg} \alpha$$

Полученные параметры винтовой линии переводятся в исходную систему и выдаются вместе с их корреляционной матрицей.

Сделан вариант программы, в котором нелинейная задача определения параметров окружности сводится к линейной путем минимизации выражения

$$\Phi = \sum [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0 - R)^2]$$

вместо

$$\Phi = \sum [\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - R]^2$$

Эти задачи эквивалентны с точностью до членов порядка  $(\frac{\Delta R}{R})^4$ . Программами построения винтовой линии занимались Н.Н.Говорун, В.Фришева, В.Ф.Хлапонина, О.В.Благонравова, Г.Н.Тентякова.

5. Программа для счета магнитного поля в точках трека по заданной карте поля.

Программа составлена для случая поля, симметричного относительно плоскостей  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Магнитное поле задается в виде трехмерной таблицы с постоянным шагом по каждой из осей  $x, y, z$ .

Так как в камерах неоднородность поля невелика, то можно путем введения соответствующего масштаба и выбора начала отсчета ввести карту поля так, чтобы в одну ячейку памяти машины (45 разрядов) разместить все три компонента поля для точки.

Счет поля в заданной точке производится с помощью линейной интерполяции по каждой переменной с экстраполяцией на концах. Постоянный шаг обеспечивает быстрый поиск табличных значений поля.

Программа работает в групповом режиме. Программу составила О.В.Мухитова.

6. Программы для определения параметров трека с учетом кулоновского рассеяния [4].

Трек аппроксимируется винтовой линией или параболой в плоскости  $(xy)$ . При поиске параметров кривых использован метод наименьших квадратов с учетом матрицы кулоновского рассеяния, способ получения которой описан в работе [5]. Программы составили Р.В.Малышев и Г.Н.Тентякова.

7. В программах обработки данных широко используется стандартная программа для счета в заданной точке матрицы ошибок  $\|\Sigma_{i,k}\|$  вектора  $\|f\|$ , являющегося функцией случайного вектора с заданной матрицей ошибок  $\|\sigma_{j\ell}\|$ .

Счет ведется по формуле

$$\sum_{i_k} = \sum_{j_i, e} \frac{\partial f_i}{\partial a_j} \cdot \frac{\partial f_k}{\partial a_e} G_{j_e}$$

Частные производные считаются численно.

Программа написана Б.В.Феоктистовым и А.И.Родионовым.

## II. Программы для обработки данных с многообъективных камер

Первая такая программа [6,7], сделанная для метровой пропановой камеры ЛАП, работает с 1964 года. По ней обчислено более 25 тысяч треков.

Восстановление пространственных координат производится по снимкам, полученным двумя фотоаппаратами, причем оптимальную стереопару выбирает физик при просмотре, и признаки этой стереопары пробиваются на бумажной ленте.

Если трек измерен по частям двумя стереопарами, то после восстановления пространственных координат каждой части происходит "сшивание" трека. Восстановление пространственных координат производится по формулам, изложенным в работе Е.Н.Кладницкой [8], с заданием таблиц зависимости оптических характеристик объективов от радиуса-вектора изображения точки.

В программе есть блок "зачеркивания". Он выбрасывает неверно измеренный материал, о котором есть специальные сигналы на бумажной ленте, выходящей из полуавтомата.

Выброс "плохих" точек производится на плоскостях кадров и дополнительно в пространстве камеры по СП-106. По СП-167 строится винтовая линия и считаются параметры трека. Магнитное поле слабо неоднородно по  $Z$  и выражается линейной функцией  $Z$ . Импульс считается при условии однородности поля, причем величина поля берется усредненной по 3-м точкам трека.

Множественное рассеяние учитывается лишь при счете ошибки импульса. Предполагается подключить программу построения винтовой линии с учетом матрицы, обусловленной множественным рассеянием. В настоящее время программа работает совместно с программой идентификации  $V^0$ -частиц и  $\delta$ -квантов [9].

Признак того, что частицы образуют событие, определяется программным путем.

Создается программа для двухметровой пропановой и метровой водородной камер ЛВЭ.

Пропановая камера имеет размеры  $210 \times 65 \times 43 \text{ см}^3$ , фотографирование производится шестью объективами, неоднородность поля до 20%.

Водородная камера имеет размеры  $95 \times 35 \times 30 \text{ см}^3$ , имеет 4 объектива, неоднородность поля 5%.

В работе над программой принимают участие физики ЛВЭ: Е.Н.Кладнищкая, В.И.Мороз, И.Сайтов, А.П.Стельмах и сотрудники ВЦ - Г.А.Емельяненко, Г.И.Макаренко, Н.Ф.Маркова, В.И.Никитина.

В первом варианте программы выбор оптимальной стереопары производится физиком.

В информации, выдаваемой полуавтоматом, указываются треки, измеренные разными стереоголовками и являющиеся двумя частями одного трека, а также признаки идентификации и останковки частиц. По программе зачеркивания выбрасывается неправильно измеренный материал, а оставшийся поступает в обработку. По стандартным программам читается усадна пленки, производится преобразование координат в оптическую систему, поиск соответствующих точек, счет пространственных координат, счет компонент поля. В случае необходимости трек сшивается. Затем проверяется, лежит ли трек в пределах камеры. Параметры трека определяются с учетом неоднородности магнитного поля, многократного рассеяния и потерь на ионизацию. Метод решения задачи требует наличия начального приближения для параметров трека. Для счета начального приближения, а также параметров коротких треков составляется специальный блок. В случае короткого трека с признаком останковки импульс определяется по таблице пробег-импульс. В первом приближении аргументом является длина пространственной хорды  $L$ , во втором приближении - длина от начальной точки трека до конечной дуги окружности радиуса  $R$ , определенного по начальному приближению импульса. В случае короткого трека без признака останковки значение импульса и его ошибки задается физиком.

Для определения направляющих косинусов вектора импульса короткий трек задается прямой, проходящей через его крайние точки. Длинный трек аппроксимируется параболой в плоскости  $(xy)$  и прямой в плоскости  $(z\varphi)$ . Импульс частицы считается по пространственной кривизне аппроксимирующей кривой и среднему значению поля с поправкой на ионизацию и неоднородность поля, а для останавливающихся частиц по таблице пробег-импульс. Считаются также направляющие косинусы вектора импульса в начальной точке трека. Уточнение полученного начального приближения с учетом неоднородности магнитного поля, потерь на ионизацию и многократного рассеяния производится в специальном блоке программы (см. доклад Г.А.Емельяненко).



ЛИТЕРАТУРА:

1. В.А.Загинайко, В.Н.Шигаев. Препринт ОЯИ, 2527, Дубна, 1965.
2. И.М.Иванченко и др. Препринт ОЯИ, Р-2889, Дубна, 1966.
3. Н.Н.Говорун и др. Препринт ОЯИ, 2036, Дубна, 1965.
4. Ю.А.Будагов и др. Препринт ОЯИ, 2668, Дубна, 1966.
5. И.М.Граменицкий и др. Препринт ОЯИ, Р-2146, Дубна, 1965.
6. Н.А.Буздавина и др. Препринт ОЯИ, 2095, Дубна, 1965.
7. Н.А.Буздавина, В.Г.Иванов. Препринт ОЯИ, 2755, Дубна, 1966.
8. Е.Н.Кладнищкая. Материалы совещания по методике пузырьковых камер. Препринт ОЯИ, 796, Дубна, 1961.
9. В.Б.Виноградов и др. Препринт ОЯИ, 2613, Дубна, 1966.

НАХОЖДЕНИЕ МЕТОДОМ МАКСИМУМА ПРАВДОПОДОБИЯ  
ПАРАМЕТРОВ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В НЕОДНОРОДНОМ  
МАГНИТНОМ ПОЛЕ, С УЧЕТОМ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ И МНОГОКРАТНОГО  
КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

ВЦ - ЛВЭ ОЯИ

Г.А.Емельяненко, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз,  
И.С.Сайтов, А.П.Стельмах

I. В работе рассматривается задача определения начальных параметров неизлучающей частицы, движущейся в тормозящей и рассеивающей среде, помещенной в неоднородное магнитное поле [1].

Подобные задачи в силу наличия многократного рассеяния в среде и измерительных ошибок не имеют однозначного аналитического решения. Поэтому можно говорить лишь о наиболее правдоподобной (оптимальной) оценке интересующих нас параметров.

С целью получения таких оценок параметров и был применен метод максимума правдоподобия [2].

Задача решается в два этапа. На первом этапе получают приближенные оценки параметров с учетом торможения частицы и неоднородности поля. На втором этапе вместе с указанными выше факторами учитывается и многократное кулоновское рассеяние. Рассмотрение второго этапа и составляет содержание настоящей статьи. Первый этап описан, например, в [1]:

Рассмотрим схему применения метода

II. Система координат выбирается таким образом, что у измеренных точек

$$x_0 = y_0 = y_n = 0. \quad (1)$$

Магнитное поле по всей длине следа направлено, в основном, по оси  $Oz$  и

$$\left| \frac{H_x}{H_z} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{H_y}{H_z} \right| \ll 1. \quad (2)$$

В работе [1] показано, что для двухметровой пропановой и однострковой водородной камер СИЯИ вдоль всего следа

$$|\beta| < 1. \quad (3)$$

Соотношения (2) обуславливают относительно слабую корреляцию оценок  $P_0 \cos \alpha_0$  (проекция импульса в первой точке на плоскость  $XOY$ ) и угла  $\beta_0$  (между этой проекцией и осью  $Ox$ ) с оценкой угла  $\alpha_0$  (между вектором импульса и осью  $Oz$ ). Это позволяет производить уточнение этих величин независимо и, кроме того, проводить уточнение  $\alpha_0$  без учета многократного кулоновского рассеяния.

III. Каждую измеренную на следе координату  $y_i$  можно представить в виде:

$$y_i = y(P_0, \alpha_0, \beta_0, T_0, \delta_1, \dots, \delta_i, \eta_1, \dots, \eta_i, \xi_1, \dots, \xi_i) + \varepsilon_i, \quad (i=0, 1, \dots, N), \quad (4)$$

где

$\varepsilon_i$  - ошибка измерения координаты  $y_i$  (её дисперсия  $D_2$  считается заданной и одинаковой для всех  $i$ );

$y$  - истинная координата точки следа;

$T_0$  - истинное значение координаты  $y$  в начальной точке следа;

$\delta_i$  - проекция на плоскость  $XOY$  угла многократного рассеяния на  $i$ -ом интервале ( $\xi_{i-1}, \xi_i$ );

$\eta_i$  - превышение смещения по оси  $Oy$  в многократном рассеянии на  $i$ -ом интервале над средним смещением  $\bar{\xi}_i$  (при заданном  $\delta_i$ );

$\xi$  - текущий параметр.

Стохастические переменные  $\varepsilon_i, \delta_i, \eta_i$  независимы и распределены по нормальному закону.

Исходя из распределения Ферми [3] для частицы, прошедшей в рассеивающей среде расстояние  $x$ , покажем независимость величин  $\delta_i$  и  $\eta_i$ .

$$W(\xi, \delta, x) = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{\theta_3^2 x^2} \exp \left[ -\frac{4}{\theta_3^2} \left( \frac{\delta^2}{x} - \frac{3\delta\xi}{x^2} + \frac{3\xi^2}{x^3} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\theta_3^2$  - средний квадрат проекции на плоскость  $XOY$  угла многократного рассеяния на единице длины;

$\xi$  - смещение, перпендикулярное оси  $Ox$  (предполагается, что сначала частица движется вдоль  $Ox$ ).

После замены  $\xi = \eta + \frac{1}{2} \ell \delta$ ,  $x = \ell$  показатель экспоненты примет вид:

$$-\frac{1}{2} \left( \frac{\delta^2}{\theta_3^2 \ell} + \frac{\eta^2}{\theta_3^2 \ell^3} \right). \quad (6)$$

Из (6) видно, что  $\delta$  и  $\eta$  - независимые стохастические переменные. Среднеквадратичное отклонение на следе длины  $L = Nl$  будет

$$\sqrt{\overline{\xi^2}} = \frac{\sqrt{\theta_\delta^2 L^{3/2}}}{\sqrt{6}}, \quad (7)$$

а при учете вклада только от  $\eta$  :

$$\left(\sqrt{\overline{\xi^2}}\right)_\eta = \frac{\sqrt{\theta_\delta^2 L^{3/2}}}{N\sqrt{24}} \quad (8)$$

Сопоставляя (7) и (8), получаем:

$$\frac{\left(\sqrt{\overline{\xi^2}}\right)_\eta}{\sqrt{\overline{\xi^2}}} = \frac{1}{2N} \ll 1 \quad \text{для } N \gg 1. \quad (9)$$

Отсюда видно, что основной вклад в смещение вносят члены, содержащие  $\delta$ .

Поэтому в дальнейшем при построении функции правдоподобия и рекуррентных формул перехода от  $y_{i-1}$  к  $y_i$  мы можем ограничиться только учетом членов, содержащих  $\delta$ , и исключить члены, содержащие  $\eta$ , то есть положить  $\eta_i = \bar{\eta}_i = 0$ . \*)

IV. Уравнение движения частицы с учетом торможения может быть записано:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{H}] + \frac{\vec{P}}{P} \frac{dP}{dt}, \quad (10)$$

где  $e$  - заряд частицы,  $\vec{v}$  - её скорость,  $\vec{H}$  - магнитное поле,  $t$  - время.

Считая  $\alpha = \alpha(S)$  и  $\beta = \beta(S)$ , можем записать уравнение связи в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dS} &= \frac{e}{pc} \cdot (H_y \cos \beta - H_x \sin \beta), \\ \frac{d\beta}{dS} &= \frac{e}{pc} [-H_z + (H_x \cos \beta + H_y \sin \beta) \operatorname{tg} \alpha]. \end{aligned} \quad (11)$$

Находим вторые производные по  $S$  и переходим от дифференцирования по пространственной дуге  $S'$  к дифференцированию по плоской дуге  $S$ . Обозначим

$$G = \left(\frac{d^2\beta}{dS^2}\right) \left(\frac{d\beta}{dS}\right)^{-1}$$

Считаем, что точки на следе взяты столь часто, что в силу малости  $\Delta s_i = s_i - s_{i-1}$  относительно радиуса кривизны следа можно ограничиться в окрестности  $(i-1)$ -ой точки только линейным и квадратичным членом в разложении  $\beta$  по  $s$ .

\*) Это соответствует тому, что  $\xi_i$  на каждом интервале заменено на  $\bar{\xi}_i = \frac{1}{2} l_i \delta_i$ .

Учитывая также изменение угла на величину  $\delta_i$  на  $i$ -м интервале из-за многократного рассеяния, получим:

$$\beta_i = \beta_{i-1} + a_0 f_{i-1} \Delta s_i \left(1 + \frac{1}{2} G_{i-1} \Delta s_i\right) + \delta_i, \quad (12)$$

где

$$a_0 = -\frac{e}{c} \cdot \frac{H_{z_0}}{P_0 \cos \alpha_0},$$

$$f_i = \frac{P_0}{P_i} \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_i} \left( \frac{H_z}{H_{z_0}} - \frac{H_y \sin \beta + H_x \cos \beta}{H_{z_0}} \operatorname{tg} \alpha \right). \quad (13)$$

Если относительные потери импульса на интервале малы, условия (2) выполнены,

$$\left| H_z^{-1} (H_y \sin \beta + H_x \cos \beta) \operatorname{tg} \alpha \right| \ll 1,$$

то  $|G_i \Delta s_i| \ll 1$  и можно вычислять  $G_i$ , используя результаты имеющегося начального приближения искомых величин.

Изменение координаты  $y$  с учетом многократного рассеяния на  $\Delta s_i$  запишется как:

$$y_i = y_{i-1} + \int_0^{\Delta s_i} \sin \left[ \beta_{i-1} + a_0 f_{i-1} \left(1 + \frac{1}{2} G_{i-1} t\right) \right] dt + \left( \eta_i + \frac{\delta_i}{2} \Delta s_i \right) \cos \beta_i.$$

Вводя измерительные ошибки  $\varepsilon_i$ , выполним указанное интегрирование, считая, что  $|\Delta \beta_i| \ll 1$

$$y_i = y_{i-1} + \Delta s_i \left[ 1 - \frac{a_0^2 f_{i-1}^2}{6} (\Delta s_i)^2 \left( 1 + \frac{3}{4} G_{i-1} \Delta s_i + \frac{3}{20} G_{i-1}^2 \Delta s_i^2 \right) \sin^2 \beta_{i-1} + \frac{a_0 f_{i-1} (\Delta s_i)^2}{2} \left[ 1 + \frac{1}{3} G_{i-1} \Delta s_i \right] \cos \beta_{i-1} + \left( \frac{\delta_i}{2} \Delta s_i + \eta_i \right) \cos \beta_i + \varepsilon_i - \varepsilon_{i-1} \right]. \quad (14)$$

Если рассматривать (12) как рекуррентную формулу, то получим:

$$\beta_i = \beta_0 + a_0 \sum_{j=1}^i [f_j \Delta s_j \left(1 + \frac{1}{2} G_{j-1} \Delta s_j\right)] + \sum_{j=1}^i \delta_j, \quad (15)$$

где  $\sum_{j=1}^i \delta_j$  - вклад в угол  $\beta$ , накопленный на пути от начальной до  $i$ -той точки.

Пусть в результате расчетов на первом этапе \*) получены оценки  $a^*$  и  $\beta^*$  неизвестных величин  $a_0$  и  $\beta_0$ . Введем отклонения  $A$  и  $B$ :

$$a_0 - a^* = A, \quad \beta_0 - \beta^* = B.$$

и запишем (15) в виде:

\*) Определение начальных оценок с учетом ионизационных потерь и неоднородности магнитного поля рассмотрено в [1].

$$\beta_i^* = \beta^* + a^* \sum_{j=1}^i [f_{j-1} \left(1 + \frac{1}{2} G_{j-1} \Delta s_j\right) \Delta s_j]. \quad (16)$$

Считая, что  $|A| \ll |a^*|$ ,  $|B| \ll 1$ ,  $|\sum_{j=1}^i \delta_j| \ll 1$

и линеаризуем по этим величинам, получаем выражение для смещения в виде:

$$y_i = y_{i-1} + \Phi_i \Delta s_i + A \Delta s_i C_i \cos \beta_{i-1}^* + B \Delta s_i \cos \beta_{i-1}^* + \Delta s_i \cos \beta_{i-1}^* \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j + \frac{1}{2} \Delta s_i \delta_i \cos \beta_{i-1}^* + \varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}, \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (17)$$

$$\Phi_i = \left\{ 1 - \frac{a^{*2} f_{i-1}^2}{6} (\Delta s_i)^2 \left[ 1 + \frac{3}{4} G_{i-1} \Delta s_i + \frac{3}{20} G_{i-1}^2 (\Delta s_i)^2 \right] \right\} \sin \beta_{i-1}^* + \frac{a^2 f_{i-1}}{2} \left( 1 + \frac{\Delta s_i}{3} G_{i-1} \right) \Delta s_i \cos \beta_{i-1}^*,$$

$$C_i = \sum_{j=1}^i \left[ q_{j-1} \frac{f_{j-1}}{f_{j-1}} \Delta s_j \left( 1 + \frac{1}{2} G_{j-1} \Delta s_j \right) \right] + \frac{1}{2} f_{i-1} q_{i-1} \Delta s_i \left( 1 + \frac{1}{3} G_{i-1} \Delta s_i \right),$$

$$q_i = \frac{P_0}{P_i} \frac{\partial P_i}{\partial P_0}, \quad (\text{см. [1]}).$$

Рассматривая (17) как рекуррентную формулу, получим уравнение связи:

$$\varepsilon_i = y_i - (y_0 - \varepsilon_0) - \sum_{j=1}^i \Phi_j \Delta s_j - A \sum_{j=1}^i C_j (X_j - X_{j-1}) - B X_i + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \delta_j (X_{j-1} + X_j - 2X_i), \quad (18)$$

$$\text{где } X_i = \sum_{m=1}^i \Delta s_m \cos \beta_{m-1}^*.$$

У. Как было показано выше, стохастические переменные  $\varepsilon$  и  $\delta$  являются статистически независимыми и нормально распределенными. Поэтому функцию правдоподобия можно записать в виде:

$$L = \text{const.} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \sum_{i=0}^N \frac{\varepsilon_i^2}{\sigma_\varepsilon^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i^2}{\sigma_\delta^2} \right] \right\}. \quad (19)$$

Потребовав обращения  $L$  в максимум, с учетом выполнения уравнений связи, можно решать задачу на условный экстремум. В силу того, что уравнения связи разрешены в явном виде относительно  $\varepsilon_i$ , задача сводится к задаче на безусловный экстремум, и мы получаем систему уравнений, линейных относительно величин  $A, B, T_0, \delta_i$  и измеренных координат  $y_i$ :

\*) В выражениях (17) и далее величина  $f_i$  имеет вид (13), но вычислена, исходя из результатов имеющегося приближения искомых величин, т.к. в принятых предположениях  $f_i \approx 1$ , т.е. слабо меняющаяся величина.

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \varepsilon_i \sum_{j=1}^i C_j (X_j - X_{j-1}) \right\} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i X_i = 0, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i = 0,$$

$$\frac{1}{\Delta \varepsilon} \sum_{j=1}^N \varepsilon_j (X_{j-1} + X_j - 2X_i) + \frac{2\delta_i}{2\delta_i} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, N).$$

Это обстоятельство позволяет относительно просто решать систему и находить матрицу ошибок.

VI. Работы [5] и [6] по смыслу совпадают с данной работой в той части, в которой рассматривается эффект кулоновского рассеяния. Однако в [5] и [6] остается открытым вопрос об одновременном учете как эффекта кулоновского рассеяния, так и уравнений движения заряженной частицы в тормозящей среде и неоднородном магнитном поле. К тому же изложенная методика позволит учесть и случаи кратного или ядерного рассеяния, особенно важные для пропановой камеры, т.к. она дает возможность получить отдельные  $\delta_K$ . Если в результате расчетов некоторые  $\delta_K$  получатся аномально большими, то это может указывать на наличие ядерного рассеяния на  $K$ -том интервале. Можно либо оборвать трек на этом интервале, либо (что является более точным) задать на указанном интервале весьма большую дисперсию  $\Delta \delta_K$ , что позволяет сохранить всю измеренную длину трека (за исключением  $K$ -того интервала) для определения импульса частицы.

Авторы признательны А.Ф. Лукьянцеву, С.Н. Соколову и Г.Н. Тентиковой за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Г.А. Емельяненко, К.П. Ломов, Г.И. Макаренко, В.И. Мороз, И.С. Саитов, А.П. Стельмах. Препринт ОИЯИ, Р-2829, Дубна, 1965.
2. Н.П. Клепиков, С.Н. Соколов. Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия. Изд-во "Наука", Москва, 1964.
3. Б. Росси, К. Грейзен. Взаимодействие космических лучей с веществом. ИЛ, Москва, 1948.
4. Н.Н. Говорун, И.В. Попова, Л.А. Смирнова и др. Препринт ОИЯИ, 2036, Дубна, 1965.
5. И.М. Граменицкий, Л.А. Тихонова, П.В. Шляпников. Препринт ОИЯИ, Р-2146, Дубна, 1965.
6. Ю.А. Будагов, В.П. Желепов, Р.В. Малышев и др. Препринт ОИЯИ, 2668, Дубна, 1966.

#### ОБРАБОТКА НЕЙТРОННЫХ СПЕКТРОВ

ВЦ - ЛНФ ОИЯИ

И.И. Шелонцев, Н.Ю. Ширикова

#### Аннотация

Описывается комплекс программ обработки на машине М-20 нейтронных спектров, поступающих из Лаборатории нейтронной физики по кабельной связи через машину "Минск-2". Комплекс включает в себя:

1. Вспомогательные программы, обеспечивающие удобный поиск нужных массивов данных на магнитных лентах.
2. Программы предварительной обработки (суммирование однотипных измерений, введение поправки на "мертвое время", получение кривой пропускания).
3. Программы окончательной обработки (метод формы и метод площадей).

В данном докладе описываются программы обработки нейтронных спектров на ЭВМ М-20.

Нейтронные спектры образуются в анализаторах в Лаборатории нейтронной физики, и имеют длину от 256 до 2048 и более 16-разрядных двоичных чисел.

Спектры передаются по кабелю на ЭВМ - "Минск", а затем - на М-20. О программном обслуживании каналов связи ЛНФ - "Минск" и "Минск" - М-20 подробно упоминается в [6]

На М-20 спектры хранятся на магнитной ленте, причем для экономии ленты два числа хранятся в одной ячейке.

Часть спектров, не прошедшая по техническим и организационным причинам через канал ЛНФ - "Минск" - М-20, пробивается на перфокарты, вводится на М-20 и также записывается на

магнитную ленту.

Для отличия спектров друг от друга и для быстрого их нахождения вводится признак — четыре десятичные цифры — 16 двоичных разрядов. Признак спектра является самым первым числом в массиве и несет в себе информацию о длине спектра и типе эксперимента. На каждой ленте М-20 в первой зоне имеется паспорт ленты, в котором указаны признаки и местонахождение спектров, соответствующих этим признакам.

Одновременно могут обрабатываться до четырех магнитных лент. Для первичной обработки используются некоторые простые программы, облегчающие работу со спектрами и производящие простейшие операции. К ним относятся: составление сводного паспорта лент и запись его на МБ; выборка спектра по признаку и представления его чисел в машинном коде; получения суммы нескольких спектров; введение просчетов на "мертвое время", получение пропускания.

Путем дальнейшей обработки получаются параметры нейтронных спектров методом наименьших квадратов, см [1], [5].

Для спектров типа пропускания используется программа "метод формы" [3]. Спектр пропускания может быть записан как

$$T(E) = \int_{-\infty}^{\infty} R(E, E') \Phi(E', \vec{\alpha}) dE',$$

где  $\vec{\alpha}$  — искомые параметры спектра,  $R(E, E')$  — функция разрешения аппаратуры (искажение истинного спектра),  $E$  — переменная. Методом наименьших квадратов находятся параметры по одному или нескольким однотипным спектрам.

При этом учитывается Допплер — эффект и интерференция между потенциальным и резонансным рассеяниями.

Для спектров типа пропускания и самодетектирования используется "метод площадей" [4]

Как известно, функция разрешения, искажая форму спектра, не меняет площадей пиков и резонансов спектра.

В частности, для спектра пропускания площадь резонансного провала можно описать формулой

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - \Phi(E, \vec{\alpha})] dE.$$

Задавая значения площадей для разных толщин образцов методом наименьших квадратов определяются параметры  $\vec{\alpha}$ .

Оба метода взаимно дополняют друг друга. К достоинствам "метода формы" следует от-

нести: одновременный обсчет нескольких (до шести) и даже плохо разрешенных резонансов, возможность получения параметров по одному образцу, получение значения потенциального рассеяния, получение параметров с меньшими ошибками.

Достоинства "метода площадей" — не нужно знать функцию разрешения и требуется меньшее машинное время.

Для получения параметров одного резонанса требуется по первому методу от 5 до 20, по второму — от 2 до 6 минут времени на М-20 в зависимости от количества образцов и точности начального приближения. Некоторые физические результаты, полученные при помощи этих программ, приведены в [2].

Следует отметить, что в настоящее время существует слишком большой разрыв по времени между окончанием эксперимента и выдачей результатов. Это связано с применением двух вычислительных машин, из которых одна только принимает информацию, а другая — М-20 — обрабатывает. Поскольку М-20 в основном считает другие задачи и время на ней расписано на неделю вперед, то для передачи с "Минска" на М-20 и обсчета нужно несколько дней. О получении же результатов во время эксперимента для контроля в данной системе не может быть и речи.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. J. A. Hazvey, S. E. Atta. Neutron Time-of-Flight Methods. Brussels. European Atomic Energy Community. 1961, p. 555-561.
2. Ван Най Янь и др. ЖЭТФ 45, 1743 (1963).
3. Каржавина Э.Н. и др. Р-2593, Дубна.
4. Каржавина Э.Н. и др. Р-2198, Дубна.
5. S. E. Atta and J. A. Hazvey ORNL-3205.
6. Иванченко и др. Р-2914, Дубна.

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЫБРОСА "ПЛОХИХ" ТОЧЕК

ВЦ СМЯИ

Н.Д.Дикусар, В.Н.Шигаев

При измерениях координат треков на полуавтоматах (п/а), работающих „on line“ с ЭВМ, могут быть допущены ошибки, вызванные различными причинами: помехи в канале связи п/а с ЭВМ; сбой в отсчетной системе прибора; конечная точность прибора; невнимательность оператора, работающего на п/а; нечеткое изображение трека и его дискретная структура и др. Все это приводит к грубым ошибкам при обработке события в целом. Поэтому одним из обязательных этапов обработки событий на ЭВМ является очистка входной информации от всевозможных случайных ошибок. Этот процесс получил название "выброс" плохих" точек".

В дальнейшем будем предполагать, что грубые систематические ошибки измерений имеют малую вероятность, т.е. считаем, что вероятность допустить две грубые ошибки при измерении двух точек подряд будет порядка  $p^2 \ll 1$ . Считаем также, что  $X$  -ые координаты точек измерены точно, а  $Y$  -ые - с погрешностями  $\Delta i$ , причем  $\Delta i \in \mathcal{N}(0, \sigma)$ . Порядок среднеквадратической ошибки предполагается известным.

Заданное дискретное множество точек  $\{P_i\} (i=1 \div N)$  последовательно разбиваем на группы по  $n$  ( $n \leq N$ ) точек так, чтобы последняя "хорошая" точка предыдущей группы была первой точкой последующей, за исключением последней группы, которая может содержать несколько "хороших" точек предпоследней. Схематически процесс деления точек трека на группы показан на рис.1. Такое деление трека на группы позволяет избежать неоднозначности, в случае когда трек имеет, например, форму спирали. Выброс "плохих" точек делаем в каждой группе. Ниже приводится алгоритм выброса "плохих" точек. Описание стандартной программы (СП), составленной по этому алгоритму, приводится в конце данной работы.

## I. Алгоритм выброса

В дальнейшем будем пользоваться следующими обозначениями:

- $P_i$  -  $i$ -я точка группы трека;
- $x_i, y_i$  - координаты  $i$ -й точки;
- $m$  - порядок аппроксимирующей кривой;
- $n$  - число точек в группе.

Весь алгоритм "выброса" разбит на несколько этапов. На первом этапе приближенно определяем наклон  $\ell$ -го сегмента трека. Угол  $\phi$  этого наклона определяется с помощью формул (I)

$$[\sin \phi]_{\ell} = \frac{y_{\beta} - y_{\alpha}}{R_{\alpha\beta}} \quad (I)$$

$$[\cos \phi]_{\ell} = \frac{x_{\beta} - x_{\alpha}}{R_{\alpha\beta}}$$

где  $R_{\alpha\beta} = \sqrt{(x_{\beta} - x_{\alpha})^2 + (y_{\beta} - y_{\alpha})^2}$ , а  $\ell$  - индекс группы.

Точки  $P_{\alpha}$  и  $P_{\beta}$  выбираются из условия (2):

$$\text{для } \rho_{\alpha\alpha'} = \min_{\alpha < \alpha'} \rho(P_{\alpha}, P_{\alpha'}) \quad \text{выбирается точка } P_{\alpha} \quad (\alpha, \alpha' = 1, 2, 3) \quad (2)$$

$$\text{для } \rho_{\beta\beta'} = \min_{\beta > \beta'} \rho(P_{\beta}, P_{\beta'}) \quad \text{выбирается точка } P_{\beta} \quad (\beta, \beta' = n-2, n-1, n)$$

где  $\rho_{ii'} = \rho(P_i, P_{i'})$  - расстояние между точками  $P_i$  и  $P_{i'}$ .

Условия (2) позволяют избежать грубой ошибки при определении угла  $\phi$ , когда крайние точки сегмента трека окажутся плохими. Вслед за этим делаем преобразование  $T_{\phi}$  группы точек, т.е. требуем, чтобы направление оси  $X$ -ов совпадало с направлением прямой

$P_{\alpha} P_{\beta}$ :

$$P'_i = T_{\phi} P_i, \quad i = 1 + n \quad (3)$$

где  $T_{\phi}$  - оператор поворота на угол  $\phi$ .

На следующем этапе происходит выявление так называемых "изолированных" точек. "Изолированной" считается та точка  $P_i$ , для которой выполнено неравенство

$$k_{\alpha} \bar{\rho}_{\alpha\phi}^2 \leq \rho_i^2 \quad (4)$$



где  $\kappa_1$  - постоянная, а  $\bar{p}_\varphi^2$  и  $p_3^2$  определяются формулами 4(а) и 4(в).

$$\bar{p}_\varphi^2 = \left\{ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} p(P_i', P_{i+1}') \right\}^2 \quad 4(a)$$

$$p_3^2 = \min_{i \neq j} \{ p(P_i', P_j') \}^2, \quad i, j = 1 \div n \quad 4(b)$$

Относительно формулы 4(а) заметим, что точки  $P_i$  предварительно упорядочиваются по координате  $X_i$ , т.е.  $X_i \leq X_{i+1}$ ,  $i = 1 \div n$ .

После этого получаем вспомогательное множество точек  $\{P_i''\} = \{P_i'\} - \{P_3'\}$ , где  $\{P_3'\}$  - множество изолированных точек ( $\kappa = 1 \div n_1, n_2 \leq n$ ). Затем делаем перенос системы координат на величину  $\Delta x = \frac{X_1' + X_{n_1}'}{2}$ , т.е. делаем второе преобразование системы  $\Delta x$ :

$$P_i'' = P_i' + \Delta x, \quad 3(a)$$

где  $\Delta x = \begin{pmatrix} \Delta x \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $P_i'' = \begin{pmatrix} x_i'' \\ y_i'' \end{pmatrix}$  и  $x_i'' = x_i' + \Delta x$ ,  $y_i'' = y_i'$ ,  $i = 1 \div n$ .

На дальнейшем этапе выбрасываем те "изолированные" точки, которые лежат далеко от трека. Это - точки типа  $P_i''$  на рис. I. Для этого применяем метод "маски", заключающийся в следующем: через вспомогательное множество точек  $\{P_i''\}$  проводим кривую порядка  $m_2$  по МНК и находим величины

$$\delta_i^2 = (y_i'' - y_i^{(m)})^2 \quad (5)$$

где  $y_i^{(m)}$  - значение проведенной кривой в точке  $x_i''$ . "Маска" представляет собой множество тех точек, для которых выполнено неравенство:

$$\kappa_2 \bar{p}_{cp}^2 > \delta_i^2, \quad i = 1 \div n \quad (6)$$

где  $\kappa_2$  - постоянная, а  $\bar{p}_{cp}^2$  - определено формулой 4(а). Порядок  $m_2$  аппроксимирующей кривой определяем из условия (?)

$$m_2 = \max \{ \min [m; n-2]; 1 \} \quad (7)$$

где  $m$  - заданный порядок кривой.

После этого производим сглаживание трека. Для этого через множество точек "маски"  $\{P_j''\}$ , ( $j = 1 \div n_2, n_2 \leq n_1 \leq n$ ) методом МНК проводим кривую порядка  $m_2$ .  $m_2$  - определяется формулой типа (7). Сглаживание производим итеративным методом. Аппроксимирующую кривую вытираем в виде линейной комбинации ортогональной на множестве точек "маски" системы полиномов Чебышева -  $\varphi_0(x)$ ,  $\varphi_1(x)$ , ...,  $\varphi_{m_2}(x)$ , т.е.

$$y^{(m_2)}(x) = \sum_{\alpha=0}^{m_2} C_{\alpha} \varphi_{\alpha}(x) \quad (8)$$

где  $\varphi_{\alpha}(x)$  - ортогональны и линейно-независимы на множестве  $\{x_j\}$ ,  $j=1 \div n_2$ . Это приводит к большому упрощению системы нормальных уравнений для определения коэффициентов  $C_{\alpha}$ , которая в этом случае имеет вид:

$$C_{\alpha} = \frac{[\varphi_{\alpha}(x), y^*]}{[\varphi_{\alpha}(x), \varphi_{\alpha}(x)]}, \quad \alpha = 0 \div m_2, \quad (9)$$

где скобки [ ] - есть гауссовские скобки.

Матрица системы (9) - диагональна и определитель ее всегда отличен от 0. Функции  $\varphi_{\alpha}(x)$  легко получаем известным методом ортогонализации функций  $1, x, x^2, \dots, x^{m_2}$ . Расчетная формула для получения значений  $y^{(m_2)}(x)$  при этом запишется в следующем виде:

$$y^{(m_2)}(x_j) = \sum_{\alpha=0}^{m_2} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{n_2} y_j^* \varphi_{\alpha j}}{\sum_{j=1}^{n_2} \varphi_{\alpha j}^2} \left( x_j^{\alpha} - \sum_{q=0}^{\alpha-1} \frac{\sum_{j=1}^{n_2} x_j^q \varphi_{qj}}{\sum_{j=1}^{n_2} \varphi_{qj}^2} \cdot \varphi_{qj} \right) \right\}, \quad (j = 1 \div n_2). \quad (10)$$

Здесь:  $\varphi_{\alpha j} = \varphi_{\alpha}(x_j)$ .

Среднеквадратичную ошибку измерений  $\sigma$  определяем по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Phi_0}{n_2 - (m_2 + 1)}},$$

где  $\Phi_0$  - значение минимизирующего функционала.

Для выброса наиболее удаленной точки "маски" используем правило  $2\sigma$ , т.е. выбрасывается та точка, для которой неравенство  $\forall \sigma^2 - \delta_0^2 \geq 0$  не выполнено,

где  $\delta_0^2 = \max_j \delta_j^2$ .

В случае выброса наиболее удаленной точки, снова определяется порядок аппроксимирующей кривой  $m_2$  для оставшихся  $n_2 - 1$  точек и процесс проведения кривой повторяется.

Заметим, что условия (7) для определения порядка кривой вносит в программу данной задачи некоторый элемент самонастройки, т.к. порядок кривой выбирается с учетом количества оставшихся точек  $n_2$ .

Если наиболее удаленной точки в "маске" не оказалось, то все оставшиеся точки считаются хорошими. Их подвергаем обратным преобразованиям:

$$P = T_{\varphi}^{-1} P' - T_{\varphi}^{-1} \Delta_2 \quad (11)$$

Координаты оставшихся точек формируются в массив хороших точек и процесс повторяется сначала для новой группы.

В процессе обработки всего трека определяется величина

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_t \Phi_{t,l}}{\sum_l [n_{\text{ост}}(m_{\text{ост}})]_l} \quad (12)$$

где  $l$  - индекс группы, а  $t$  - индекс, на котором прекратился выброс точек по правилу  $2\sigma$ . Эта величина сравнивается с  $\sigma_{\text{гт}}$  - заданным  $\sigma$ . Если  $\sigma_{\text{гт}} \geq \sigma_{\text{ост}}^2$ , то точки трека померены в пределах допустимых ошибок, в противном случае измерения бракуются по признаку  $\sigma$ .

Заключительная часть алгоритма связана с проверкой определенных признаков, формированием ответов в алфавитно-цифровом коде по этим признакам и засылкой этих ответов в указанное место оперативной памяти ЭВМ.

## 2. Описание программы

Обращение к СП задается в следующем виде:

| Ж         | I6                                   | Ж+I              | 750I                       | 7610 |
|-----------|--------------------------------------|------------------|----------------------------|------|
| Ж+1 П КОП | $\alpha_1$                           | ЖСП              | $\alpha_{\text{отв}}$      |      |
| Ж+2 П КОП | $\alpha_x^{(1)}$                     | $\alpha_y^{(1)}$ | $\alpha_{\text{шт}}^{(1)}$ |      |
| Ж+3 П КОП | $\alpha_x^{(2)}$                     | $\alpha_y^{(2)}$ | $\alpha_{\text{шт}}^{(2)}$ |      |
| Ж+4 П КОП | $\langle \sigma_{\text{гт}} \rangle$ | C-1              |                            |      |

Здесь:  $\alpha_1$  - адрес ячейки, в которой необходимо записать следующий код:

$$0 \text{ П}_2 \text{ П}_3 \ 00 \ m_{(s)} \ n_{(s)} \ n_{(s)}^*$$

где  $m_{(s)}$  - заданный порядок кривой;

$n_{(s)}$  - количество точек в группе;

$n_{(s)}^*$  - максимально-допустимое число выброшенных точек со всего трека;

$\text{П}_2, \text{П}_3$  - признаки в 44 и 43 разрядах, по которым идет проверка на выброс крайних точек трека;

$\alpha_{\text{отв}}$  - начальный адрес массива, куда нужно заслать алфавитно-цифровую информацию -

ответ о качестве измерения трека;

$\alpha_x^{(1)}, \alpha_y^{(1)}$  - начало заданных таблиц X-вых и Y-вых координат;

$\alpha_{\text{шт}}^{(1)}, \alpha_{\text{шт}}^{(2)}$  - начало массивов хороших точек;

$\alpha_{\text{шт}}^{(1)}, \alpha_{\text{шт}}^{(2)}$  - адрес ячейки со служебной информацией, а именно:  $00 \ N_{\text{ст}} \ N_{\text{г}}$   $N_{\text{г}}$

$\alpha_{\text{шт}}^{(1)}$  - адрес ячейки, куда запишется служебная информация в виде:

$$00 \ N_{\text{ст}} \ L_{(1)} \ N_{\text{гп}} \ , \text{ где}$$

$N_{\text{ст}}$  - номер объектива;  $N_{\text{гп}}$  - номер трека;

$N_{(1)}$  - общее заданное число точек на треке;

$L_{(1)}$  - общее число оставшихся "хороших" точек;

$\langle \sigma_{\text{гт}} \rangle$  - ячейка, в которой задано  $\sigma_{\text{гт}}$

C-1 - начало массива рабочих ячеек. Длина этого массива

$$l = (m+1) \times n \quad , \text{ где}$$

$m$  - максимальный порядок полиномов;

$n$  - число точек в группе.

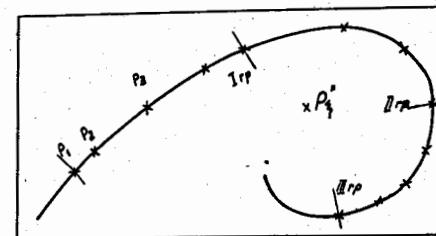


Рис.1 Схематическое деление трека на группы ( $n=13$ ,  $p=5$ )

M. Pósch - A. Sebestyén - F. Telbisz

Central Research Institute for Physics, Budapest.

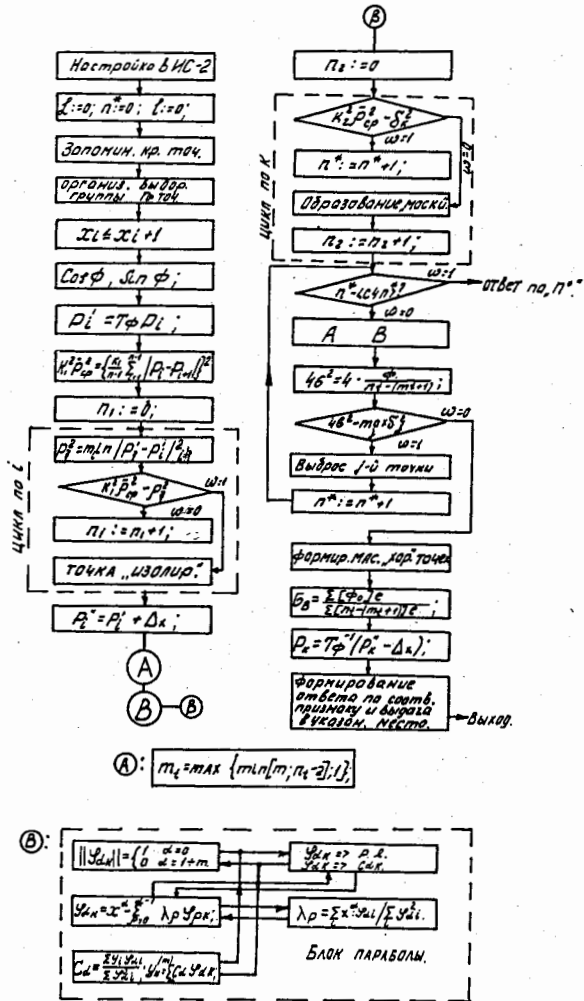


Рис. 2. Общая блок-схема программы.

As is well known the positions of the cameras can be determined by measuring the coordinates of the fiducials on the films. This was first done by R. Böck in CERN [1]. The present method is a generalized and at the same time simplified version of the original iterative procedure.

We assume the following geometrical conditions: the optical axis of each camera is perpendicular to the planparallel refractive media and the fiducial marks (FM) are situated in two planes perpendicular to the optical axes. [Fig. 1.]. The space coordinates of all fiducials are known. A pin-hole optics is assumed. The origine of the coordinate system is fixed at the back side of the front glass of the bubbler chamber, and the axis is parallel to the optical axes. Let F, G, H, be the coordinates of the fiducials, and P, Q, R, these of the cameras, P and Q are to be determined.

We shall define the apparent fiducials being at the reduced optical distance from the lenses:

$$D = \sum_i d_i / n_i$$

Let us denote their x, y, coordinates by F', G'. The following relations hold:

$$\begin{aligned} F' &= \rho F + (1 - \rho) P \\ G' &= \rho G + (1 - \rho) Q \end{aligned} \quad /1/$$

where

$$\rho = \frac{\sum d_i / n_i}{\sum d_i / \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - 1) \tan^2 \phi}} \approx 1$$

We denote the coordinate measurements of the fiducials on the film by X, Y. We can transform these coordinates to the "reduced front glass" (X'Y') by applying a linear transformation, which takes into consideration even the anisotropic distortion of the films: (According to previous experiences in Budapest, this is not a negligible effect)

$$\begin{aligned} X' &= aX + bY + X_0 \\ Y' &= cX + dY + Y_0 \end{aligned} \quad /2/$$

The relation between the X'Y' coordinates and the apparent fiducials is very simple:

$$\begin{aligned} X' - P &= \beta (F' - P) \\ Y' - Q &= \beta (G' - Q) \end{aligned} \quad /3/$$

where  $\beta = \frac{n_0 D}{n_0 D + H}$  ( $n_0$  is the refractive index of the liquid in the chamber).

By using eq.s. /1/, /2/, /3/ one can obtain the following two over determined system of linear equations:

$$aX_k + bY_k + X_0 + (\beta_k \rho_k - 1)P - \beta_k \rho_k F_k = 0 \quad /4a/$$

$$cX_k + dY_k + Y_0 + (\beta_k \rho_k - 1)Q - \beta_k \rho_k G_k = 0 \quad /4b/$$

These equations can be solved by the method of the least squares and can be solved simultaneously. The procedure must be iterated because of the non-linearity of  $\rho$  in P and Q.

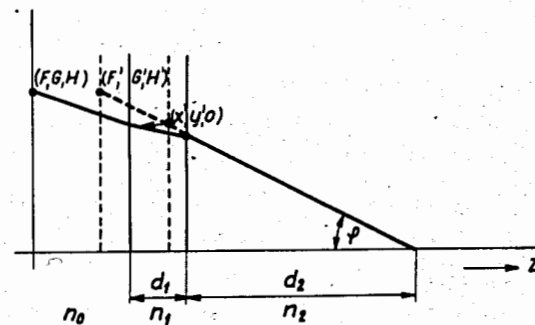
The whole method is rather independent of the uncertainties in the data of the refractive media. This can be immediately seen from the power expansion of  $\rho$  :

$$\rho \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\sum \frac{d_i}{n_i} (1 - \frac{1}{n_i^2}) \text{tg}^2 \psi}{\sum d_i / n_i}$$

As  $\text{tg} \psi \lesssim 0.2$  in most cases and for the most part of the optical pathes  $n_i \approx 1$ , the positions of the apparent fiducials are practically free from the errors in the thicknesses and refractive indices.

We have determined the position of the optical axes for the small CERN  $H_2$  bubble chamber. The iteration is well converging. Even with very bad starting values for P and Q three steps are sufficient, but generally only two steps are needed. Using the coordinates of 10 fiducials measured on about 100 pictures an accuracy of about 0.1 mm can be obtained in the position of the optical axes.

[1]. R. Böök . CERN preprint 60-7.



$n_i$ : index of refraction

Fig. 1.

РАБОТЫ ПО ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ И АВТОМАТИЗАЦИИ  
ПРОГРАММИРОВАНИЯ, ПРОВОДИМЫЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОТДЕЛЕ ВЦ СИАИ

ВЦ ОИЯИ

Говорун Н.Н.

Работы, проводимые в математическом отделе ВЦ СИАИ, в основном являются развитием тех тем и идей, которые были изложены на нашем первом совещании [1]. В своем докладе я коснусь только работ по обработке экспериментальных данных и постановке автоматизации программирования в ВЦ СИАИ.

За последние два года дальнейшее развитие произошло в области обработки данных, в автоматизации программирования. Большое развитие получает тематика, связанная с работами по управлению физическими измерительно-регистрирующими приборами, соединенными *on-line* с электронными машинами (работы по *on-line* полуавтоматам, катодной лучевой трубке, НРД). В связи с предстоящей поставкой для СИАИ большой электронной машины БЭСМ-6 в математическом отделе начаты большие работы по созданию системы математического обеспечения с языком ФОРТРАН, а также развернуты работы по созданию системы программ обработки данных на языке ФОРТРАН. По отдельным работам на этом совещании будут представлены специальные доклады, я же коснусь взаимосвязи отдельных работ.

§ I. Обработка данных

Обработка данных занимает существенное место в работах математического отдела ВЦ. Мы уже привыкли подразделять обработку данных на обработку по физике высоких энергий и физике низких энергий или спектрометрии. В свою очередь, обработка данных для физики высоких энергий подразделяется на обработку फिल्मовой и бесфильмовой информации.

## п. I. Обработка фильмовой информации

Общая схема обработки данных фильмовой информации за последние два года существенно не изменилась [2]. Однако подготовлены и готовятся программы, которые должны улучшить эксплуатационные качества системы обработки данных с фильмов путем более широкого использования магнитной ленты в качестве промежуточного носителя информации, а также путем усовершенствования алгоритмов программ.

### Измерение и накопление данных на ЭВМ

Основным источником информации для программ обработки данных, по-прежнему, являются данные на бумажной ленте, поступающие с измерительных полуавтоматов и накапливаемые затем на магнитной ленте машины "Минск-2". Начата эксплуатация одного полуавтомата, соединенного кабелем с ЭВМ "Минск-2", с накоплением данных измерения на магнитной ленте в том же формате, что и при вводе данных с бумажной ленты. Подготавливаются программы для работы групп полуавтоматов, соединенных кабелем с машинами "Минск-2" и БЭСМ-3М.

Машина "Минск-2" при измерениях будет полностью занята этой работой и прерываться будет только для приема данных из Лаборатории нейтронной физики. На машине БЭСМ-3М для собственно измерения будет использоваться только часть рабочего времени (30-50%), а остальное время в режиме распределения времени будет использоваться для обчета полученных данных по геометрическим программам или просто для счета других задач.

### Обработка по геометрическим программам

Эксплуатируются и совершенствуются геометрические программы для счета данных с водородной, пропановой камер, с камер Вильсона с двухобъективными системами фотографирования [3-5], а также программа для метровой пропановой камеры [6] с шести-объективной системой фотографирования. Исходные данные предварительно накопленные при сеансе связи с "Минск-2" эти программы берут с магнитной ленты на М-20. Выход из программ в виде данных об импульсе трека его направляющих косинусах, корреляционной матрицы этих величин, координат первой и последней точки осуществляется на перфокарты и печать. Затем перфокарты используются для обработки треков по программам идентификации.

Усовершенствование программ шло в основном по пути улучшения их эксплуатационных качеств путем выявления и устранения причин, вызывающих отказы при счете, введения более совершенных методов поиска начального приближения для горизонтальных и коротких следов, выброса точек и т.д.

Были сделаны варианты геометрических программ для выдачи результатов счета на магнитную ленту. Создается новая программа для больших камер со многими объективами (до 6). Эта программа создается как универсальная для обработки пленки с многообъективных камер. Настройка программы на конкретную камеру будет производиться просто путем задания других констант, характеризующих оптическую систему. В программе используется весь предыдущий опыт работы в ОИЯИ по созданию программ обработки данных. Будет использована универсальная программа обработки крестов, более совершенная программа выброса плохих точек, будет учтена переменность магнитного поля, ионизационные потери, многократное рассеяние. Будет учитываться величина массы при подборе параметров трека. По этой программе планируется вести обработку данных с метровой пропановой камеры, с метровой водородной камеры, а в будущем с двухметровых пропановой и водородной камер, которые должны быть установлены на ускорителе в г.Серпухове.

### Программы идентификации

Эксплуатируется ряд программ, позволяющих производить идентификацию типов реакции для одновершинных взаимодействий. Среди них:

1. Программа идентификации  $V^0$ -событий.
2. Программа идентификации  $\lambda p$ -рассеяния.
3. Программа для обработки  $\gamma$ -квантов.
4. Программа идентификации каналов реакций для произвольных одновершинных взаимодействий.
5. Программа счета эффективных масс.

Для проведения идентификации многовершинного взаимодействия производится сначала идентификация вторичных взаимодействий по выше перечисленным программам, а затем, используя результаты идентификации вторичных взаимодействий, производится идентификация первичного взаимодействия по программе идентификации каналов реакции.

Я не останавливаюсь подробно на характеристике программ идентификации, отсылая к [2,7,8]. Отмечу только, что в программу идентификации каналов реакции внесены значительные изменения, заключающиеся во введении учета корреляционной матрицы для величин, характеризующих отдельный трек, а также в добавлении дополнительной проверки  $\chi^2$ , вычисляемого по методу Лагранжа, на допустимость гипотезы для дальнейшего обсчета.

Проверяется условие  $\chi^2 < \chi_0^2$ , где

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{3n} \left( \frac{a_i - a_{ix}}{\Delta a_{ix}} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i t_i,$$



$a_i$  - значение параметров треков после одной итерации, сделанной по Лагранжу,  
 $a_{i, \kappa}$  - экспериментальное значение параметра трека,  $f_i$  - уравнение связи,  $n$  - число треков,  $m$  - число уравнений связи. При выполнении этого условия производится нахождение минимума функционала

$$\chi^2 = \sum_i^{3n} \left( \frac{P_i - P_{i, \kappa}}{\Delta P_i} \right)^2 + T \sum_i^m \left( \frac{f_i}{\Delta f_i} \right)^2$$

по стандартной программе минимизации нелинейных функционалов [9]. После нахождения минимума на последнем этапе вводятся корреляции между величинами трека и считаются ошибки выдаваемых величин.

### Работа с магнитной лентой

Геометрические программы накапливают результаты своего счета на так называемой "грязной" магнитной ленте (№ 1). С этой магнитной лентой работают программы "проверки критериев" и "выборки событий", которые находят "плохие" или непосчитанные треки и выдают информацию для их перемера. Перемерянные и заново обчисленные треки записываются на "грязную" ленту № 1 в соответствующие места. События, удовлетворяющие критериям ("хорошие" события) переписываются в нечетные зоны "чистой" ленты № 2. Далее программы идентификации вилки и  $\gamma$ -квантов записывают на эту ленту в четные зоны результаты своей работы. В первой зоне ленты № 2 хранится характеристика результатов счета информации о событиях, имеющихся на этой ленте.

Программа идентификации каналов реакции использует "чистую" ленту № 2 в качестве исходной информации. Результаты своей работы она записывает на магнитную ленту № 3. Используя отборочные перфокарты, "хорошие" события переписываются с ленты № 3 на ленту № 4, которая является библиотекой идентифицированных событий по данному эксперименту.

В цепи программ для работы с информацией на магнитной ленте у нас пока еще нет универсальных программ обработки данных по всему эксперименту в целом. Первой недостающей программой является программа типа *SLICE* в ЦЕРНе [10], которая позволяет физику путем задания управляющей информации для стандартных критериев отбора, а также путем добавления новых блоков для отбора наиболее вероятных гипотез, комплектовать библиотеку идентифицированных событий с оставлением на ленте по одной гипотезе на одно событие, а также позволяет производить досчет нестандартных величин, нужных для конкретного эксперимента.

Второй недостающей программой для обработки всего эксперимента в целом является программа типа *SLIMX* в ЦЕРНе [10]. Она позволяет физику путем задания управляющей информации с описанием критериев отбора и описанием гистограмм получать интересующие физика

различные гистограммы на основании библиотеки идентифицированных событий. Эта программа может быть использована для построения гистограмм и по любой другой информации, накопленной в виде отдельных событий на магнитной ленте по одному событию на одной зоне. Такие программы планируется запустить в эксплуатацию в следующем году после оборудования машины БЭСМ-3М широкой алфавитно-цифровой печатью.

п.2. Бесфильмовые методы обработки экспериментальных данных

Обработка спектрометрических данных

Как уже отмечалось в начале доклада, производилась эксплуатация системы бесфильмовой обработки экспериментальных спектрометрических данных, поступающих по кабелю на ЭВМ "Минск-2" с измерительного центра ЛНФ. Развитие этого канала обработки данных идет по пути создания на ЭВМ "Минск-2" библиотеки стандартных программ для предварительной обработки принятой из измерительного центра информации. Предварительная обработка экспериментальных данных в ходе эксперимента и посылка результатов обработки в измерительный центр позволит физикам контролировать ход проведения экспериментов и знать предварительные результаты, не дожидаясь окончательной обработки данных на ЭВМ "Минск-2".

Организация эксплуатации ЭВМ "Минск-2"

На предыдущем нашем совещании [2] довольно подробно рассказывалось о предполагаемом режиме эксплуатации ЭВМ "Минск-2". В настоящее время этот режим реализован на практике. "Минск-2" является связывающим звеном в системе машин для обработки данных, состоящей из двух машин М-20 и "Минска-2", соединенных кабелем между собой и с внешними объектами. Одним из внешних объектов является измерительный полуавтомат (скоро их будет пять) в измерительном центре ЛЯП, другим - упомянутый выше измерительный центр ЛНФ.

Основными задачами на ЭВМ "Минск-2" является либо программа накопления данных от измерительных полуавтоматов, либо программа накопления данных с бумажной ленты, либо идущая на ЭВМ задача физика или математика. Периодически вклинивается в работу программа, обслуживающая связь с ЛНФ или же связь с М-20. Для облегчения работы по смене работающей программы и переключения с одной программы на другую создана специальная программа "Диспетчер", позволяющая автоматически переходить с одной программы на другую в соответствии с установленным приоритетом, а также возвращаться на счет по прерванной программе. Для обеспечения невозможности испортить программу "Диспетчер" она помещена на охраняемый схемой участок памяти во втором кубе памяти. "Диспетчер" позволяет считать на машине до восьми задач одновременно. Наряду с усовершенствованием системы ЭВМ на базе М-20 и "Минск-2" для

обработки данных в ВЦ ОИЯИ проводятся предварительные работы по созданию более мощной системы ЭВМ для обработки данных в ОИЯИ.

Обработка данных о искровых камерах

Мы пока не можем сказать, что уже обрабатываются данные с искровых камер, соединенных *on-line* с ЭВМ. Однако разрабатываются программы и планируется провести первый такой эксперимент в ОИЯИ по изучению упругого рассеяния  $\pi^-$ -мезонов на протонах к конференции в Беркли. Программа будет состоять из двух главных частей: часть *on-line*, которая будет производить накопление экспериментальных данных на магнитной ленте с предварительной их обработкой и контролем правильности работы аппаратуры, а также части *of-line* которая будет производить окончательную обработку накопленных на магнитной ленте данных. Одновременно с подготовкой программ для этого эксперимента проводятся также большие работы по модернизации ЭВМ БЭСМ-3М для обеспечения возможности ее работы с внешними каналами связи и, в частности, с искровыми камерами.

§ 2. Система автоматизации программирования,  
используемая в ОИЯИ

Использование библиотеки стандартных программ

В ОИЯИ для программирования на ЭВМ типа М-20 до последнего времени в основном использовалось программирование в машинных кодах с широким применением в программах стандартных программ, написанных в кодах машины для интерпретирующей системы ИС-2 [11]. Многие типовые для ОИЯИ задачи и процедуры запрограммированы в системе ИС-2 и включены в состав библиотеки программ, хранящейся постоянно на барабане М-20 или на магнитной ленте. Сюда входят не только подпрограммы общего назначения (взятие интегралов, интерполяции, минимизации нелинейных функционалов и др.), но также и подпрограммы для обработки данных. Среди них программы выброса плохо измеренных точек, поиска соответственных точек и восстановления пространственных координат, проведения по методу наименьших квадратов винтовой линии, программы зачеркивания плохих событий, треков и крестов по признакам, нахождения расстояний между системами точек, счета корреляционной матрицы и др. Набор стандартных программ для обработки данных нами все время пополняется. Всего в библиотеке программ (на барабане, магнитной ленте, на перфокартах) имеется примерно 250 подпрограмм.

Использование языка АЛГОЛ

Для решения различных задач (обычно не для обработки данных) в ОИЯИ все более широко используется алгоритмический язык АЛГОЛ [12]. На машинах М-20 запущен в эксплуатацию транслятор ТА-2 для перевода программ, записанных на входном языке (сокращенный язык от

АЛГОЛ-60), на внутренний язык машины М-20 (программа в кодах машины М-20). Программа, записанная на входном языке, набивается на перфокарты с помощью системы "телетайп-перфоратор". Составленная транслятором программа и массивы исходной информации должны помещаться в оперативной памяти машины (примерно 3700<sub>10</sub> чисел и команд). Массивы в блоках одного и того же уровня размещаются на одном и том же месте. Если в информации есть описания процедур, то при выполнении некоторых требований к ним программы для них будут составляться в виде подпрограмм и храниться во внешней памяти. При обращении к таким процедурам они будут вызываться в оперативную память через систему ИС-2, после же выполнения их эта часть оперативной памяти будет использоваться для других целей.

В трансляторе ТА-1 рекурсивные обращения к процедурам не разрешаются. Не рассматривается побочный эффект (краснота). Описатель *OML* в описаниях типов и массивов не применяется. Транслятор находится в эксплуатации с октября 1965 г. В среднем на машинах пропускается через ТА-1 примерно 20 задач в день.

#### Язык для символического программирования

В ВЦ СИАИ создана И.Н.Силиным и В.Загинайко программа (Ассемблер) для перевода на язык машины М-20 программ, записанных в символических обозначениях. Эта программа дает программистам возможность использовать при программировании идентификаторы для величин и меток вместо восьмиричных адресов этих величин. Вследствие большой наглядности такой программы (используются идентификаторы, несущие смысл величины, которую они обозначают), возможности легкого ее изменения (можно вставлять и удалять команды или группы их), использование символического языка получает широкое распространение в ВЦ СИАИ. При условии модернизации Ассемблера и включения его в состав мониторной системы с загрузчиком, обеспечивающим загрузку в память ЭВМ стандартных массивов, написанных на символическом языке и ранее транслированных Ассемблером, символический язык может стать основным языком, который будет использоваться для создания программ обработки данных на ЭВМ типа М-20. Аналогичные системы автоматизации программирования имеются на всех больших и малых электронных машинах, используемых на Западе и в Америке (см., например, [13-17]). В состав этих систем обычно входят также трансляторы с ФОРТРАНа, КОБОЛа, результатом работы которых являются стандартные массивы, загружаемые в память ЭВМ и компануемые в одну рабочую программу тем же самым загрузчиком.

Как я уже упоминал в начале доклада, в ВЦ СИАИ начаты работы по созданию системы математического обеспечения с транслятором с языка ЦЕРН-ФОРТРАНа на машину БЭСМ-6. Выбор ЦЕРН-ФОРТРАНа в качестве входного языка обусловлен тем, что предполагается в максимальной степени использовать для создания системы программ обработки данных на ФОРТРАНе на

БЭСМ-6 систему программ ( TRESH, GRIND, SLICE, SLIMX , программы НАЗЕ для НРД), используемую в ЦЕРНе. Кроме того, весьма полезно для развития сотрудничества с ЦЕРНОм иметь одинаковую с ним систему программирования.

#### ЛИТЕРАТУРА :

1. Материалы совещания по математическим методам решения задач ядерной физики. Дубна, 17-20 ноября 1964 г. Препринт СИАИ, 2005, 1965.
2. Н.Н.Говорун. Препринт СИАИ, 2005, стр. 57-71, 1965.
3. О.В.Благодирова и др. Препринт СИАИ, 2005, стр. 75-79, 1965.
4. Н.Н.Говорун и др. Препринт СИАИ, 2036, 1965.
5. Р.В.Мальшев. Препринт СИАИ, Р-2371, 1965.
6. Н.А.Буздавина и др. Препринт СИАИ, 2095, 1965.
7. З.М.Иванченко и др. Препринт СИАИ, 2005, стр. 80-84, 1965.
8. Т.Хофмокл. Препринт СИАИ, 796. 1961.
9. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт СИАИ, Д-810, 1961.
10. CERN, TC PROGRAMM LIBRARY, I-2
11. В.Я.Ляшенко. Программирование для электронной цифровой вычислительной машины М-20. Издательство "Советское радио". Москва, 1963.
12. М.И.Агеев. Основы алгоритмического языка АЛГОЛ-60. М., ВЦ АН СССР, 1964.
13. Control Data I604/I604-A. CODAP-I/Reference Manual, 1963.
14. IBM 7090/7094 Programming Systems FORTRAN II Assembly (FAP) o.28-6235-I
15. Control Data 6600. Ascent Manual.
16. Control Data I604/I604-A. CO-OP Monitor/Programmer's Guide, 1964.
17. IBM 7090/7094. IBSYS Operating System: System Monitor Form. o.28-6248

Материалы Совещания, не вошедшие в настоящий сборник

1. А.Пазман (ВЦ ОИЯИ)

Планирование экспериментов по уточнению одного фазового сдвига в фазовом анализе  $\mathcal{N}\mathcal{N}$  - рассеяния. Препринт ОИЯИ, 2921, Дубна 1966.

2. А.А.Корнейчук, Н.Ю.Широкова (ВЦ ОИЯИ)

О равномерных полиномиальных приближениях функций одной переменной. Препринт ОИЯИ, 5-2947, Дубна 1966.

3. Л.С.Нефедьева, В.Н.Тарасова (ВЦ ОИЯИ).

Система интерпретации и библиотека стандартных программ для ЭВМ "Минск-2". Препринт ОИЯИ, 2452, Дубна 1965, Препринт ОИЯИ, 2453, Дубна 1965.

4. Ю.А.Будагов, В.Г.Володько, Л.И.Лепилова, Ю.Ф.Ломакин, И.Паточка (ЛЯП-ВЦ ОИЯИ)

Программа выборки и суммирования результатов вычислений для построения гистограмм. Препринт ОИЯИ, 10-3052, Дубна 1966.

5. Р.В.Малышев, А.А.Карлов (ВЦ ОИЯИ).

Графическое устройство на базе двухкоординатного регистрирующего прибора и программа подготовки числового материала. Препринт ОИЯИ, 10-3055, Дубна 1966.

Доклады, не вошедшие в настоящий сборник и не перечисленные выше, не были представлены в оргкомитет.