

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5-2001-81

На правах рукописи
УДК 51-71: 524.354.4-563

П-441

ПОДГАЙНЫЙ
Дмитрий Владимирович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕРАДИАЛЬНЫХ ГРАВИТАЦИОННО-УПРУГИХ
И МАГНИТОПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД**

Специальность: 05.13.18 — математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2001

Общая характеристика диссертации

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук, доцент

С.И. Баструков

Научные консультанты:
доктор физико-математических наук, профессор
доктор физико-математических наук, профессор

И.В. Пузынин,
Ю.Т. Тюхтяев

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор
доктор физико-математических наук, профессор

С.И. Виницкий
В.П. Цветков

Ведущая организация:
Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"

Защита состоится "___" _____ 2001 г. на заседании диссертационного совета
Д 212.26304 при Тверском государственном университете по адресу:
170000, г. Тверь, ул. Желябова, 33.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
Тверского государственного университета.

Автореферат разослан "___" _____ 2001 г.

Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.26304
Кандидат физико-математических наук, доцент

В.А. Хижняк

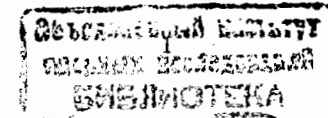
Актуальность темы

Открытие нейтронных звезд (пульсаров) предоставило в распоряжение современной физики уникальную астрофизическую лабораторию для изучения равновесных и динамических свойств макроскопической ядерной материи. Это открытие стимулировало активный поиск эффективных методов математического моделирования механических движений материального континуума, находящегося в экстремальных условиях (сверхвысокие плотности, сверхмощные давления и сверхсильные магнитные поля), недостижимых в земных условиях. Теоретические исследования последних лет, затрагивающие ядерные аспекты физики нейтронных звезд, в значительной мере углубили представления об уравнении состояния ядерной материи и кинетике фазовых переходов в звездном ядерном веществе. Разработанные к настоящему времени методы анализа звездной эволюции позволяют с высокой точностью рассчитать профили плотности, давления, температуры и других величин, определяющих глобальные равновесные параметры нейтронных звезд и позволяют сделать вывод о том, что недра этих компактных объектов имеют стратифицированную структуру.

Не смотря на значительный прогресс, который был достигнут в понимании равновесного состояния нейтронных звезд, особенности крупномасштабных движений ядерного вещества пульсаров изучены в меньшей степени. В этой связи представляется своевременным развитие математических моделей, адекватно отражающих континуальную механику самогравитирующей ядерной материи и макроскопическую электродинамику волновых процессов, способных распространяться в сильно замагниченной проводящей ядерной среде. В настоящей диссертации приводятся аргументы, свидетельствующие о том, что макроскопическая ядерная материя в нейтронных звездах обладает свойствами твердого деформируемого ферми-континуума и скомпенсированной сильно замагниченной плазмы. Упругое поведение ядерной материи моделируется на основе уравнений эластодинамики, сравнительно недавно сформулированных в макроскопической теории коллективных ядерных движений (гигантские резонансы и деление), обеспечивающих описание анизотропных упругих деформаций ядерного ферми-континуума в соответствии с законом Гука. Принимая во внимание тот факт, что присутствие сверхсильного магнитного поля в недрах нейтронной звезды придает электрон-ядерной плазме (Ае-фазе вещества пульсара) упругие свойства, выражающиеся в способности распространять возмущения альвеновскими, существенно поперечными, волнами проведено исследование нерадиальных магнитоплазменных колебаний нейтронной звезды на основе уравнений магнитогидродинамики.

Целью работы является математическое моделирование крупномасштабных флуктуаций ядерного вещества в недрах нейтронной звезды и вычисление периодов нерадиальных гравитационно-упругих и магнитоплазменных колебаний. В рамках рассмотренных моделей решены следующие задачи:

- вычислены частоты и периоды собственных глобальных гравитационно - упругих сфероидальных и торсионных нерадиальных пульсаций нейтронной звезды
- рассчитаны периоды поверхностных сфероидальных и торсионных колебаний



периферийной оболочки нейтронной звезды

- дана классификация, аналитическое представление и численные оценки частот и периодов собственных мод нерадиальных альвеновских колебаний нейтронной звезды
- проведено сравнение эластодинамического и гидродинамического подходов к описанию самогравитирующей ядерной материи

Научная новизна и практическая ценность

В представленной диссертации впервые разработаны математические модели гравитационных и магнитоплазменных нерадиальных колебаний нейтронных звезд, основанных на представлении о ядерном веществе нейтронной звезды как упругом ферми-континууме, обладающем свойствами скомпенсированной магнитоактивной плазмы.

Одним из главных следствий развитого эластодинамического подхода к проблеме собственных нерадиальных пульсаций нейтронной звезды является предсказание двух ветвей нерадиальных гравитационно-упругих колебаний - сфероидальной и торсионной, обусловленных исключительно динамической упругостью вырожденного нейтронного ферми-континуума.

На основе энергетического вариационного принципа разработан метод вычисления периодов этих колебаний.

В рамках магнитной гидродинамики проведено детальное изучение длинноволновых магнитоплазменных пульсаций нейтронной звезды, предположительно индуцируемых в Ae-фазе вспышки сверхновой при рождении пульсара или компаньоном в двойной системе. Впервые рассчитаны спектры альвеновских нерадиальных полоидальных и тороидальных мод.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах ЛВТА, ЛТФ (ОИЯИ, Дубна) LBL (Berkeley, USA), APCTP (Seoul, Korea), Саратовском и Ереванском университетах, были представлены и докладывались на международных конференциях: "Методы симметрии в физике" (Дубна, 1996); "Физика компактных звезд" (Pusan, Korea, 1999); 19-ый Техасский симпозиум по релятивистской астрофизике и космологии (Paris, France, 1998).

Публикации

По результатам диссертации опубликовано восемь работ.

Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложений. Список литературы содержит 115 наименований. Полный объем диссертации - 100 страниц машинописного текста, включая шесть таблиц и четырнадцать рисунков.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность работы, дано краткое описание свойств нейтронных звезд, сформулированы цели диссертации и кратко изложено ее содержание.

В первой главе вводятся замкнутая система нелинейных уравнений эластодинамики, дополненная уравнением Пуассона для гравитационного потенциала и исследуются нуль-температурные колебания нейтронного ферми-континуума. Система эластодинамических уравнений самогравитирующей ядерной материи имеет следующий вид:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{dV_i}{dt} + \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{dP_{ij}}{dt} + P_{ik} \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + P_{ij} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (3)$$

$$\Delta U = -4\pi G\rho \quad (4)$$

где ρ - плотность ядерной среды, V_i - компоненты поля скорости упругих смещений и P_{ij} - тензор упругих напряжений (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование), G - гравитационная постоянная. Первое из уравнений, (1), представляет собой уравнение непрерывности. Уравнение (2) описывает движение потока ядерного вещества. Уравнение (3) контролирует динамику внутренних напряжений. Эффекты гравитации рассматриваются в ньютоновском приближении - уравнение (4).

В первом параграфе рассматриваются нуль-температурные волны в изотропной ядерной среде на основе эластодинамических уравнений. Используя стандартный вариационный подход показано, что при возмущениях, сопровождающимися локальными анизотропными искажениями ферми-распределения в импульсном пространстве (деформациями ферми-сферы), колебательный отклик нейтронного ферми-континуума обнаруживает свойства типичные для твердой деформируемой среды и характеризуется двумя волнами упругих смещений - продольной распространяющейся с фазовой скоростью $c_l = \sqrt{3/5}v_F$ и поперечной с фазовой скоростью $c_t = v_F/\sqrt{5}$, v_F - граничная скорость Ферми.

Во втором параграфе рассматривается задача о распространении возмущений, сохраняющих изотропию равновесного ферми-распределения. Показано, что в этом случае колебательный отклик нейтронной материи проявляет свойства осцилляторного поведения вырожденной ферми-жидкости, которое характеризуется способностью распространять возмущения исключительно продольными нуль-температурными волнами плотности со скоростью $c_L = v_F/\sqrt{3}$ - нулевой звук Ландау.

Во второй главе строится стандартная однородная модель нейтронной звезды, физическая ценность которой заключается в том, что она позволяет в аналитической форме получить оценки равновесных параметров звезд. В стандартной модели нейтронная звезда идеализируется сферической однородной массой несжимаемого

вещества, обладающего свойствами нерелятивистского вырожденного нейтронного ферми-континуума, сконденсированного силами собственного тяготения до плотностей, близкой к нормальной ядерной плотности. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\nabla P_0 = \rho_0 \nabla U_0 \quad (5)$$

$$\Delta U_0 = -4\pi G \rho_0, \quad (6)$$

где P_0 , U_0 и ρ_0 - распределения давления, ньютоновского гравитационного потенциала и плотности соответственно, индексом "0" помечены равновесные распределения. Вследствии однородности распределения плотности ядерного вещества нейтронной звезды, задача нахождения равновесных распределений давления и гравитационного потенциала обладает сферической симметрией, поэтому все дальнейшие вычисления производились в сферической системе координат. Распределение гравитационного потенциала, являющегося решением уравнения Пуассона со стандартными граничными условиями, отражающими непрерывность гравитационного потенциала и его первой производной на границе шара радиуса R , даются соотношениями:

$$U_0^{in} = -\frac{2\pi}{3} G \rho_0 (r^2 - 3R^2), \quad r \leq R, \quad (7)$$

$$U_0^{ex} = \frac{4\pi R^3}{3r} G \rho_0, \quad r > R,$$

где U_0^{in} и U_0^{ex} гравитационный потенциал внутри и вне звезды соответственно. Решение (5) для P_0 с учетом (7) и граничным условием $P_0 = P_N$, $r = 0$ определяется выражением:

$$P_0(r) = P_N(\rho_0) - (2\pi/3) G \rho_0^2 r^2. \quad (8)$$

Величина P_N имеет смысл давления ядерной материи в центре звезды и является основной характеристикой, несущей информацию об уравнении состояния ядерной материи и, таким образом, связывающая ядерную физику с физикой нейтронных звезд. Из условия свободной от напряжения поверхности $P_0(R) = 0$ и при заданной плотности из (8) определяются радиус и масса нейтронной звезды в стандартной модели:

$$R = \sqrt{\frac{3P_N}{2\pi G \rho_0^2}}, \quad M = (4\pi/3) \rho_0 R^3. \quad (9)$$

Во втором параграфе описывается метод получения спектра собственных частот нерадиальных колебаний несжимаемой массы самогравитирующего нейтронного ферми-континуума, основанном на энергетическом вариационном принципе. Суть этого метода заключается в следующем. Первым этапом система эластодинамических уравнений лианеризуется подстановкой вида:

$$\rho \rightarrow \rho_0 + \delta\rho (= 0), \quad V_i \rightarrow V_i^0 (= 0) + \delta V_i, \quad P_{ij} \rightarrow \delta_{ij} P_0 + \delta P_{ij}, \quad U \rightarrow U_0 + \delta U,$$

Вторым этапом уравнение на эволюцию флуктуаций скорости потока скалярно умножается на δV и после интегрирования по объему звезды приводится к уравнению энергетического баланса:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{1}{2} \rho_0 \delta V^2 d\tau - \int_V \delta P_{ij} \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} d\tau - \oint_S [\rho_0 \delta U \delta V_i - \delta P_{ij} \delta V_j] d\sigma_i = 0, \quad (10)$$

контролирующего сохранение энергии в процессе колебаний. Третьим этапом производится разделение пространственных и временных переменных заменой $\delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \xi^L(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_L(t)$, $\delta U(\mathbf{r}, t) = \phi^L(\mathbf{r}) \alpha(t)_L$, здесь $\xi(\mathbf{r})$ - векторное поле мгновенных смещений, $\phi(\mathbf{r})$ - пространственная часть флуктуаций гравитационного потенциала, $\alpha(t)$ - нормальная координата, определяющая зависимость от времени флуктуирующих переменных, L - мультипольный порядок колебаний. Третье уравнение эластодинамической системы после этих преобразований приводится к виду:

$$\delta P_{ij} \sim 2P(r) U_{ij}, \quad U_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right) \alpha_L(t) \quad (11)$$

Линейная зависимость величин δP_{ij} от тензора упругих деформаций U_{ij} говорит о том, что линейные возмущения, распространяющиеся в ядерной среде нейтронных звезд, подчиняются закону Гука. Последним этапом в уравнение энергетического баланса подставляется выражение для δP_{ij} и система эластодинамических уравнений сводится к гамильтониану нормальных колебаний:

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = 0, \quad \mathcal{H} = \frac{\mathcal{M}_L \dot{\alpha}_L^2}{2} + \frac{\mathcal{K}_L \alpha_L^2}{2}, \quad (12)$$

где \mathcal{H} - гамильтониан нерадиальных колебаний, а параметры инерции \mathcal{M}_L и жесткости \mathcal{K}_L определены следующим образом:

$$\mathcal{M}_L = \int_V \rho_0 \xi_i^L \xi_i^L d\tau, \quad \mathcal{K}_L = \frac{1}{2} \int_V P_0 \left(\frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau. \quad (13)$$

Частоты собственных нерадиальных пульсаций определяются как $\omega_L = \sqrt{\mathcal{K}_L/\mathcal{M}_L}$. При выводе выражения для жесткости \mathcal{K}_L мы пренебрегли поверхностными эффектами. Данное приближение можно трактовать как эластодинамический аналог гидродинамического приближения Каулинга. Векторные поля мгновенных смещений ξ_i , входящие в определение параметров жесткости и инерции, являются решениями уравнения Лапласа, дополненным условием несжимаемости. Собственные моды нерадиальных колебаний классифицируются как сфероидальные (S -мода), описываемые полюидальным решением и торсионные (T -мода), описываемые тороидальным решением.

В третьем параграфе выводится спектр частот нерадиальных сфероидальных гравитационно-упругих колебаний и обсуждается условие стабильности S -моды. Для нахождения спектра необходимо знать векторное поле мгновенных смещений и пространственное распределение гравитационного потенциала. Сфероидальные нерадиальные пульсации описываются полюидальным решением уравнения Лапласа для поля мгновенных смещений

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{N_p}{L+1} \text{rot rot } \mathbf{r} r^L P_L(\mu) = N_p \text{grad } r^L P_L(\mu), \quad \mu = \cos \theta, \quad (14)$$

где P_L -полином Лежандра степени L . Произвольная константа в выражении для поля упругих полюидальных смещений определяется из условия Каулинга:

$$\left[\rho \phi^L - \xi_r^L \frac{\partial P_0}{\partial r} \right]_{r=R_0} = 0 \quad \rightarrow \quad N_p = \frac{3}{L(2L+1)R^{L-2}}. \quad (15)$$

Вариация гравитационного потенциала является решением уравнения Лапласа со стандартными граничными условиями. Схематическое представление движений вещества в случае нерадиальных колебаний для полоидального и тороидального полей смещений представлено на рисунках 1 и 2.

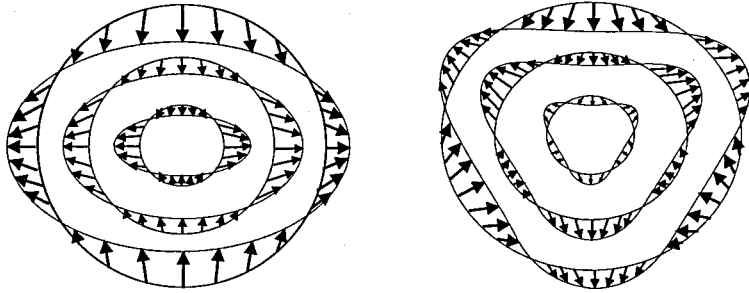


Рис. 1 Схематическая иллюстрация нерадиальных сфероидальных квадрупольных (слева) и октупольных (справа) колебаний.

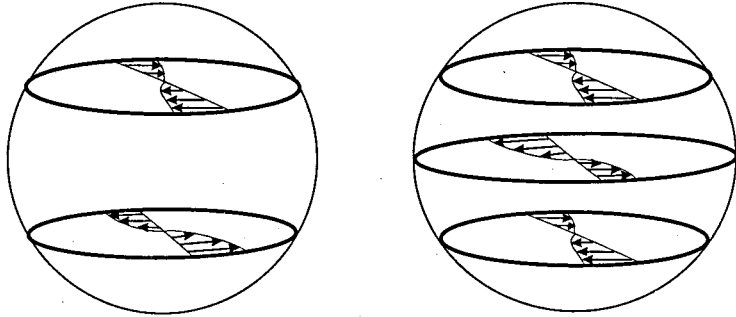


Рис. 2 Схематическая иллюстрация нерадиальных торсионных колебаний: слева - квадрупольных и октупольных справа.

Вычисление коэффициента жесткости и массового параметра приводит к следующему спектру собственных частот сфероидальных колебаний:

$$\omega_s^2 = \omega_0^2(2L+1)(L-1) \left[1 - \Gamma \frac{5(2L-1)}{4(2L+1)} \right],$$

где $\omega_0^2 = 3E_N/4MR^2$, $\Gamma = E_G/E_N$; E_G и E_N - полные гравитационная и ядерная энергии нейтронной звезды соответственно. Из приведенной формулы видно, что нижней модой является квадрупольная. Стабильность колебаний определяется условием $\omega^2 \leq 0$ из которого следует что сфероидальные колебания нейтронной звезды теряют устойчивость при $\Gamma \leq 4/3$.

В четвертом параграфе дается вывод частот торсионных нерадиальных гравитационно-упругих колебаний и обсуждается их стабильность. Геометрический смысл торсионных колебаний проясняет следующее представление тороидального поля скорости упругих смещений:

$$\delta \mathbf{V} = N_t \text{rot } \mathbf{r} r^L P_L(\cos \theta) \dot{\alpha}_L(t) = [\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{r}], \quad (16)$$

где

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{r}, t) = N_t \text{grad } r^L P_L(\cos \theta) \dot{\alpha}_L(t)$$

— поле угловой частоты дифференциально-вращательных колебаний. Константа N_t находится из граничного условия:

$$\delta \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \Big|_{r=R} = [\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{r}] \quad , \quad \boldsymbol{\Omega}_0 = \dot{\alpha}_L(t) \text{grad } P_L(\mu) \quad \rightarrow \quad N_t = \frac{1}{R^{L-1}}. \quad (17)$$

С учетом выражения поля скорости (17) для спектра частот нерадиальных торсионных колебаний получим:

$$\omega_t^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2 (2L+3)(L-1) \left[1 - \Gamma \frac{5(2L+1)}{4(2L+3)} \right], \quad (18)$$

где ω_0 и Γ были определены выше. Из этой формулы следует, что нижней устойчивой модой является квадрупольная, теряющей свою стабильность при условии $\Gamma \leq 1.15$.

На рисунке 3 приведено сравнение периодов сфероидальных и торсионных пульсаций вычисленные в стандартной модели звезды с параметрами $M = 0.3M_\odot$ и $R = 12$ км. Видно, что периоды торсионных пульсаций несколько выше чем периоды сфероидальных.

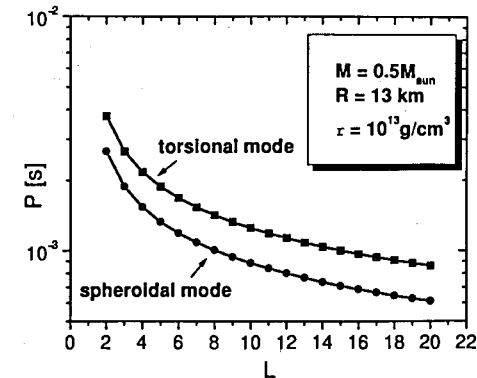


Рис.3 Периоды сфероидальных и торсионных мод колебаний вычисленные в рамках стандартной модели для нейтронной звезды с массой $M = 0.5M_\odot$ и радиусом $R = 13$ км.

Во второй части этой главы рассматриваются нерадиальные пульсации стандартной модели нейтронной звезды на основе уравнений гидродинамики и проводится сравнительный анализ эластодинамического и гидродинамического подходов.

Равновесные параметры нейтронной звезды в гидродинамическом подходе определяются аналогично эластодинамическому. Пользуясь методом, описанным выше и учитывая, что возмущения давления в случае гидродинамики распространяются изотропно, $\delta P_{ij} = \delta P \delta_{ij}$, гидродинамические уравнения можно свести к уравнению нормальных колебаний. Массовый параметр и коэффициент жесткости в данном случае имеют вид:

$$M_L = \int_V \rho_0 \xi_i^L \xi_i^L d\tau, \quad K_L = \int_S (p^L + \rho_0 \phi^L) \xi_i^L d\sigma_i. \quad (19)$$

Поле мгновенных смещений в гидродинамическом подходе определяется через потенциальную функцию $\xi = \nabla \psi$. Такое представление является следствием того, что незатухающие возмущения в жидкости распространяются в виде продольных звуковых волн. Учитывая условие несжимаемости, для ψ получим уравнение $\Delta \psi = 0$. Решая это уравнение с граничными условиями $\psi \leq \infty$, $r = 0$; $\delta V_r(r) = \dot{r}|_{r=R}$ для поля мгновенных смещений имеем:

$$\xi^L = \frac{1}{LR^{L-2}} \nabla r^L P_L(\mu). \quad (20)$$

Вычисление интегралов (19) приводят к хорошо известной формуле Кельвина для спектра собственных нерадиальных колебаний:

$$(\omega_L^K)^2 = \omega_G^2 \frac{2L(L-1)}{2L+1}, \quad \omega_G^2 = GM/R^3, \quad (21)$$

из которой следует, что нижней модой является квадрупольная. Наличие нижней квадрупольной моды как в эластодинамическом подходе так и в гидродинамическом является общим свойством стандартной модели.

В заключении второй главы проведено сравнение эластодинамического и гидродинамического подходов в рамках стандартной модели. Найдено, что частоты рассчитанные полученные в рамках эластодинамики в 1.5-2 раза превышают гидродинамические. Отметим так же, что основным отличием эластодинамического подхода является наличие новой моды колебаний (T -моды), которая не возникает в гидродинамическом случае.

В третьей главе излагается стратифицированная модель нейтронной звезды. Необходимость построения данной модели связано с тем, что современные эволюционные расчеты предсказывают неоднородность распределения адронного вещества: более плотное ядро (кор), имеющего радиус R_c и менее плотную периферийную оболочку (краст). В основе стратифицированной модели лежит предположение, что равновесное распределение плотности имеет вид ступеньки, $\rho = \rho_c$, $r \leq R_c$; $\rho = \rho$, $R_c < r \leq R$, а все возмущения, индуцированные, на пример, остаточными флуктуациями вещества после взрыва сверхновой, сохраняться только в периферийном слое.

В первом параграфе первой части рассматривается задача нахождения равновесных распределений гравитационного потенциала и давления. Для решения этой задачи исследуются три области: внутренний массивный кор, периферийная оболочка

Таблица 1. Периоды P_L [в микросекундах] нерадиальных гравитационно-упругих сферических (s -мода) и торсионных (t -мода) колебаний, вычисленные в рамках однородной и стратифицированной моделях нейтронной звезды. $M_\odot = 1.98E+33$ г- масса солнца, R - радиус нейтронной звезды, $h = R - R_c$ - толщина периферийной оболочки, $\rho_n = 2.8E+14$ г/см³- средняя ядерная плотность, ρ_c и ρ - плотность кора и периферийной оболочки нейтронной звезды соответственно. R и h даны в километрах, а ρ имеет размерность $[10^{13}$ г/см³].

Параметры звезды					S-мода			T-мода		
M/M_\odot	R	h	ρ_c/ρ_n	ρ	P_2	P_3	P_4	P_1	P_2	P_3
1.67		0.60			1.19	1.56	2.20	5.56	3.00	2.02
1.57	10.6	0.80	2.8	2.24	1.31	1.58	1.87	5.01	2.74	1.87
1.48		1.00			1.40	1.60	1.76	4.66	2.59	1.79
0.99		0.60			1.19	1.51	1.93	5.04	2.74	1.85
0.94	10.0	0.78	2.0	1.40	1.30	1.53	1.73	4.65	2.56	1.75
0.88		0.98			1.39	1.55	1.65	4.33	2.41	1.67
0.52		0.62			0.63	0.76	0.88	2.37	1.30	0.88
0.50	9.0	0.76	1.5	0.28	0.68	0.77	0.83	2.21	1.23	0.84
0.46		0.96			0.73	0.78	0.80	2.07	1.16	0.81

и внешняя область. Для нахождения гравитационного потенциала в каждой из этих областей решалось уравнение Пуассона с граничными условиями, отражающими непрерывность потенциала и его первой производной на границе данных областей. Давление находилось из уравнений гидродинамического равновесия, записанных для ядра и периферийной оболочки с условием непрерывности на границе кор-краст и конечности в центре.

Во втором параграфе рассматриваются нерадиальные колебания периферийного слоя нейтронной звезды в эластодинамическом подходе. Пользуясь методом, описанным во второй главе, уравнения эластодинамики, определенные для периферийной оболочки сводятся к гамильтониану нормальных колебаний. При этом, коэффициент жесткости и массовый параметр имеют тот же вид, что и для стандартной модели.

В третьем и четвертом параграфах вычисляются спектры сферических и торсионных колебаний. Процедура нахождения спектров в стратифицированной модели аналогична процедуре введенной в стандартной модели. Условие невозмущенности кора выражается в граничном условии непроницаемости для скорости потока вещества:

$$\xi_r^L = 0, \quad \xi_\phi^L = 0, \quad r = R_c,$$

для полоидального и тороидального полей смещений соответственно. Эти формулы здесь не приводятся из-за своей громоздкости. Полученные в рамках стратифицированной модели спектры сферической и торсионной ветвей колебаний содержат дипольную моду, являющуюся нижней стабильной модой (эти формулы здесь не приводятся из-за своей громоздкости). Этот результат является основным отличительным признаком данной модели от стандартной. В предельном случае, когда

радиус кора стремится к нулю полученные спектры переходят в соответствующие спектры стандартной модели, а частоты дипольных мод стремятся к нулю. Отметим, что в отличие от однородной модели в которой единственным параметром является плотность, в стратифицированной модели независимыми являются три параметра: ρ_c — плотность ядра нейтронной звезды; ρ — плотность периферийной оболочки и $h = R - R_c$ — толщина периферийной оболочки нейтронной звезды. Результат расчета сферидальных и торсионных периодов в зависимости от этих параметров представлен в таблице 1.

Во второй части третьей главы рассматриваются приливные колебания нейтронной звезды в рамках гидродинамического подхода. Равновесные распределения давления и ньютоновского гравитационного потенциала имеют тот же вид, что и в эластодинамическом подходе. Поле мгновенных смещений находится путем решения уравнения Лапласа с граничным условием непроницаемости

$$\xi_r = 0, \quad r = R_c; \quad \delta V_r(r) = \dot{r}|_{r=R}.$$

Полученный спектр, как и в эластодинамическом подходе, содержит низжайшую дипольную моду, стремящуюся к нулю при $R_c \rightarrow 0$, а сам спектр в этом случае соответствует спектру колебания полной массы звезды, полученному в стандартной модели.

В заключении третьей главы сравниваются эластодинамический и гидродинамический подходы в рамках стратифицированной модели, а также сравниваются предсказания стандартной и стратифицированной модели.

В четвертой главе описываются электромагнитные свойства ядерного вещества нейтронной звезды. Существует множество свидетельств в пользу того, что вещество недр нейтронной звезды сильно замагничено. Однородная модель, учитывающая сильную замагниченность ядерного вещества основана на предположении, что недра нейтронной звезды находятся (хотя бы частично) в ионизированном состоянии, т.е. обладает свойствами скомпенсированной плазмы (Ае-фаза). Отличительной особенностью последней является возможность поддерживать незатухающие магнитогидродинамические колебания Альвена. Математическим базисом модели служат магнитогидродинамические (МГД) уравнения:

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla W + \frac{1}{4\pi}(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}, \quad W = P + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (22)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}], \quad (23)$$

где ρ — плотность, \mathbf{V} — скорость среды, \mathbf{B} — напряженность магнитного поля и W — магнитогидростатическое давление (d/dt — субстанциональная производная). При этом так же предполагается, что магнитное поле постоянно и направлено вдоль полярной оси, а магнитные силовые линии полностью вморожены в вещество звезды.

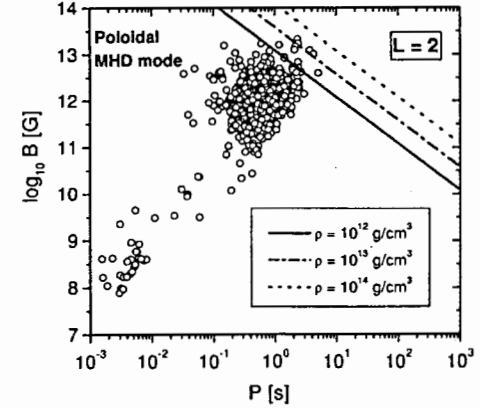


Рис. 4 Диаграмма $P - B$ показывающая пределы изменения магнитной индукции B и периодов P для известных на сегодняшний день пульсаров (отмечены кружками). Прямые линии соответствуют расчетам квадрупольных периодов выполненных в рамках однородной модели для конкретных значений плотности ρ .

В первом параграфе показано как на основе метода изложенного во второй главе и при условии, что гравитационная степень свободы заморожена, $\delta W = 0$, а магнитоплазменные осцилляции являются единственной степенью активности плазменной среды, МГД-уравнения сводятся к гамильтониану нормальных колебаний:

$$M_L \ddot{\alpha} + K_L \alpha = 0, \quad (24)$$

где M_L — инерция и K_L — жесткость гидромагнитных колебаний:

$$M_L = \int_V \rho \xi_i \xi_i d\tau, \quad K_L = \frac{\mu}{4\pi} \int_V h_i h_i d\tau, \quad (25)$$

здесь h_i — пространственная часть вариации магнитного поля, которая определяется выражением:

$$h_i = B_k \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k}. \quad (26)$$

Во втором параграфе приведены аргументы в пользу эластодинамического характера МГД-колебаний.

В третьем параграфе вычисляется спектр частот нерадиальных полоидальных МГД-колебаний. При получении аналитического вида частот МГД-колебаний и численных расчетов использовалось решение для поля мгновенных смещений, полученного в рамках стандартной модели. Вычисленный спектр собственных частот полоидальной МГД-моды имеет вид:

$$\omega_p^2 = \Omega_A^2 L(L-1) \frac{2L+1}{2L-1}, \quad \Omega_A^2 = \frac{V_A^2}{R^2} = \frac{B^2}{4\pi \rho R^2}, \quad (27)$$

где Ω_A — естественная единица частоты альвеновских магнитоплазменных осцилляций. Из этой формулы видно, что дипольная мода не является собственной для гамильтониана полоидальных магнитоплазменных колебаний. Отметим, что численные значения периодов соответствующие частотам полученных спектров попадают в интервал основных периодов пульсаций известных на сегодняшний день пульсаров. Последнее утверждение демонстрируется для сфероидальных колебаний на рисунке 4, где показана диаграмма $P - B$, кружками отмечены известные пульсары.

В четвертом параграфе выводится спектр тороидальных альвеновских колебаний. С учетом выражения тороидального поля мгновенных смещений стандартной модели спектр колебаний имеет вид:

$$\omega_i^2 = \Omega_A^2 (L^2 - 1) \frac{2L + 3}{2L - 1}. \quad (28)$$

При этом нижеуказанной устойчивой модой является квадрупольная. В таблице 2 приведены периоды полоидальной и тороидальной мод альвеновских нерадиальных пульсаций нейтронной звезды, вычисленные в однородной модели.

Таблица 2. Периоды P_L глобальных нерадиальных полоидальных и тороидальных магнитогидродинамических (МГД) колебаний, вычисленные в приближении постоянного поля для семейства однородных моделей нейтронных звезд с параметрами, указанными в первых четырех колонках таблицы

Параметры модели			Полоидальная МГД-мода			Тороидальная МГД-мода		
M/M_\odot	R , км	B , 10^{13} Гс	P_2 , с	P_3 , с	P_4 , с	P_2 , с	P_3 , с	P_4 , с
0,9	10,6	2,0	1,93	1,18	0,86	1,27	0,90	0,70
		4,0	0,99	0,61	0,44	0,65	0,46	0,36
		6,0	0,67	0,41	0,30	0,44	0,31	0,24
1,1	10,6	2,0	2,19	1,34	0,98	1,43	1,01	0,79
		4,0	1,12	0,69	0,50	0,74	0,52	0,41
		6,0	0,75	0,46	0,34	0,49	0,35	0,27
1,4	10,2	2,0	2,53	1,55	1,13	1,66	1,17	0,92
		4,0	1,30	0,80	0,58	0,85	0,60	0,47
		6,0	0,87	0,53	0,39	0,57	0,40	0,32

Во второй части, аналогично построениям третьей главы, частоты альвеновских МГД - колебаний рассчитываются в рамках стратифицированной модели.

По аналогии с однородной моделью альвеновских осцилляций в первом параграфе получен спектр полоидальных, а во втором тороидальных магнитолазменных частот. В обоих случаях спектры содержат дипольную моду, а в предельном случае $R_c = 0$ воспроизводятся спектры однородной модели.

В заключении четвертой главы сравниваются предсказания стандартной и стратифицированной моделей.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

В приложениях А, Б и С приведены формулы и интегралы, используемые в вычислениях.

На защиту выдвигаются следующие результаты

1. Сформулирован эластодинамический подход, в рамках которого было показано, что ядерный ферми-континуум допускает распространение двух типов упругих волн - продольной, распространяющейся с фазовой скоростью $c_l = \sqrt{3/5}v_F$ и поперечной со скоростью $c_t = \sqrt{1/5}v_F$, где v_F - есть граничная скорость Ферми.
2. Развита вариационный метод, позволяющий с единых позиций получать собственные спектры частот сфероидальных и торсионных гравитационно-упругих, а так же собственные частоты нерадиальных магнитолазменных мод.
3. Впервые рассчитаны собственные частоты глобальных сфероидальных и торсионных нерадиальных гравитационно-упругих пульсаций нейтронной звезды и исследована ее устойчивость относительно упругих деформаций. На основе численных значений периодов, соответствующих частотам полученных спектров сделан вывод о том, что нерадиальные колебания не имеют отношения к пульсирующему радиоизлучению нейтронных звезд, но вполне вероятно, что именно эти колебания проявляются в периодической последовательности микроимпульсов длительностью 10^{-4} с.
4. В рамках стратифицированной модели нейтронной звезды исследованы собственные сфероидальные и торсионные нерадиальные колебания периферийной оболочки пульсара. Показано, что нижеуказанной устойчивой модой этих колебаний является дипольная, в отличие от глобальных колебаний нейтронной звезды, в спектре которых нижеуказанной модой является квадрупольная. Дипольная мода появляется благодаря неоднородности распределения плотности в недрах нейтронной звезды. Подчеркивается, что стратифицированная модель может оказываться эффективным средством изучения проблем астросейсмологии и сбоев пульсаций нейтронных звезд.
5. Проведено сравнение эластодинамического и гидродинамического подходов к проблеме нерадиальных пульсаций нейтронных звезд в стандартной и стратифицированной моделях. Подчеркивается, что главным отличием развитого эластодинамического подхода является способность нейтронной звезды совершать нерадиальные торсионные колебания, существование которых запрещено гидродинамикой несжимаемой вязкой жидкости. Различная природа восстанавливающих сил сфероидальных колебаний в эластодинамике и гидродинамике проявляется в том, что частоты, полученные на основе эластодинамического подхода оказываются в 1.5 - 2 раза выше гидродинамических.
6. В рамках однородной и стратифицированной моделей изучены нерадиальные магнитолазменные альвеновские колебания нейтронной звезды и впервые получены спектры частот нерадиальных полоидальных и тороидальной альвеновских мод. Показано, что МГД - колебания имеют существенно эластодинамический характер.

7. Получены численные оценки периодов нерадиальных альвеновских колебаний и найдено, что магнитоплазменные пульсации могут оказывать влияние на электромагнитную активность пульсаров и возможно наблюдаться как 10-100 секундные модуляции радиоизлучения пульсара.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. С.И. Баструков, В.В. Папоян, Д.В. Подгайный: *Альвеновские колебания электрон-ядерной плазмы в периферийном слое нейтронной звезды как остаточный эффект взрыва сверхновой*
Письма в ЖЭТФ **64** No.9 (1996) с.637.
2. Bastrukov S.I. and Podgainsy D.V.: *Low-frequency hydromagnetic modes of uniformly magnetized liquid star*
Phys. Rev. E **54** No.4 (1996) p.4465-4468.
3. Д.В. Подгайный, С.И. Баструков, И.В. Молодцова, В.В. Папоян: *Нерадиальные колебания нейтронной звезды в неоднородной гидродинамической модели*
Астрофизика **39** No.3 (1996) p.475.
4. С.И. Баструков и Д.В. Подгайный: *Гидромагнитные колебания невращающейся нейтронной звезды в однородной модели*
Астрономический Журнал **74** No.4 (1997) с.910-912.
5. С.И. Баструков, И.В. Молодцова, В.В. Папоян, Д.В. Подгайный: *О собственных МГД колебаниях нейтронной звезды*
Астрофизика **40** No.1 (1997) с.77.
6. С.И. Баструков, В.В. Папоян Д.В. Подгайный: *Стратифицированная модель нейтронной звезды*
Астрофизика **42** No.2 (1999) p.236.
7. S.I. Bastrukov, F. Weber and D.V. Podgainsy: *On the stability of global non-radial pulsations of neutron stars*
J. Phys. G (Nucl. Phys.) **25** No.1 (1999) p.107.
8. С.И. Баструков, Ф. Вебер, И.В. Молодцова, В.В. Папоян, Д.В. Подгайный: *Эластодинамические свойства ядерной материи из наблюдаемой активности нейтронных звезд.*
ЭЧАЯ **30** No.4 (1999) с. 425.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 апреля 2001 года.