

K - 903

98549

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5 - 12329

КУЛИЕВ

Вагиф Юсиф оглы

СВОЙСТВА СПЕКТРА И ОПЕРАТОРА РАССЕЯНИЯ  
ВО ВТОРИЧНО-КВАНТОВАННЫХ СИСТЕМАХ  
С ГЛАДКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Специальность: 01.04.02 - теоретическая  
и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Институте физики Академии наук  
Азербайджанской ССР

Научный руководитель  
кандидат физико-математических наук  
старший научный сотрудник

Л.А. ДАДАШЕВ

Официальные оппоненты:  
доктор физико-математических наук  
профессор

М.К. ПОЛИВАНОВ

доктор физико-математических наук  
профессор

Г. ЛАССНЕР

Ведущее научно-исследовательское учреждение:  
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Автореферат разослан " " 1979 года.  
Защита диссертации состоится " " 1979 года  
на заседании Специализированного ученого совета К047.01.01  
Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядер-  
ных исследований, г. Дубна, Московской области

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИИ

Ученый секретарь Совета  
кандидат физико-математических наук

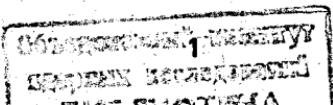
В.И. КУРАВЛЕВ

## Общая характеристика работы

Актуальность проблемы. Исследование вторично-квантованных систем с бесконечным числом степеней свободы является одним из центральных пунктов программы строгого рассмотрения проблем квантовой теории поля (КТП) и квантовой статистики, осуществляемой в последние два десятилетия. Эти системы возникают, например, из локальных и инвариантных моделей КТП при введении в них регуляризаций, делающих взаимодействие достаточно гладким: не приводящим к пространственным и ультрафиолетовым расходимостям и допускающим существование таких важных величин, как асимптотические поля и оператор рассеяния.

Фундаментальное значение для описания динамики систем вторичного квантования имеет вопрос о построении теории рассеяния в них<sup>1/</sup>; оно было начато в работах<sup>2,3/</sup>, где было указано существование асимптотических полей  $a_{\pm}^{\#}(f)$ , задающих в гильбертовом пространстве  $\mathcal{H}$  состояний при  $t \rightarrow \pm\infty$  два, вообще говоря, приводимых представления канонических коммутационных (антикоммутационных) соотношений (КК(А)С с неодномерными анниуляторами  $\mathcal{F}_{0\pm}$ . В связи с этим оказывается весьма важным изучение структуры  $W^*$ -алгебр  $\mathfrak{U}_{\pm}$  таких представлений, называемых на-ми квазифоковыми; получаемые нами результаты об алгебрах  $\mathfrak{U}_{\pm}$  являются, в частности, основой для введения оператора рассеяния

$S$  и исследования его общих свойств в изучаемом классе вторично-квантованных систем. В рамках развивающегося подхода становятся важными некоторые общие вопросы, например, -I) вопрос о совпадении  $\mathfrak{U}_+ = \mathfrak{U}_-$ ,  $\mathcal{F}_{0+} = \mathcal{F}_{0-}$ , 2) о зависимости явления Хаага (дизъюнктности представлений КК(А)С, задаваемых  $a_{\pm}^{\#}(f)$ ) и начальными операторами  $a_{\pm}^{\#}(f)$  от глобальных симметрий и локальности, используемых обычно при доказательстве теоремы



Хаага в КПИ, - и другие (см, § 2.1 диссертации); заметим, что вопросы I) были сформулированы ранее в лекциях<sup>/4,5/</sup> и оставались открытыми до настоящего времени.

Решение этих вопросов можно, оказывается, получить из детального анализа билинейных вторично-квантованных моделей, которые весьма интересны также в связи с задачами квантовой статистики<sup>/6/</sup>. Таким образом, становится необходимым проведение следующих исследований:

1) изучение квазифоковых представлений  $\text{KK}(A)C$ , порожденных из фокова представления линейным каноническим (необратимым) преобразованием; 2) изучение спектра билинейных гамильтонианов  $H$  с помощью их диагонализации; 3) применение полученных результатов для решения вышеупомянутых вопросов общей теории рассеяния квантово-полевых систем. Пункт 1) этой программы означает обобщение теории линейных канонических преобразований, являющейся существенной частью метода вторичного квантования<sup>/7/</sup>; пункт 2), после фундаментальных работ Н.Н. Боголюбова<sup>/8/</sup>, привлек к себе внимание различных авторов (см., например, <sup>/9,7,10,II/</sup>), однако до сих пор общая теория диагонализации  $H$  с помощью автоморфизма Боголюбова не была построена, это сделано в главе 4 представляемой диссертации.

Основные цели работы: 1) нахождение условий существования оператора рассеяния  $S$  и исследование его свойств для класса вторично-квантованных систем с гладкими взаимодействиями; 2) детальный анализ динамики билинейных вторично-квантованных систем; 3) получение ответов на ряд общих вопросов теории рассеяния квантово-полевых систем, остававшихся ранее открытыми.

Научная новизна работы. Впервые получены результаты о

структуре  $W^*$ -алгебр квазифоковых представлений  $\text{KK}(A)C$  и соотношениях между двумя такими алгебрами  $\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2$  и их аннуляторами  $\mathcal{F}_{01}, \mathcal{F}_{02}$ .

На основании этих результатов впервые доказаны теоремы о необходимых и достаточных условиях (н.и д.у.) существования оператора рассеяния  $S$  и его основных свойствах во вторично-квантованных системах с гладкими взаимодействиями.

Найдены новые утверждения о линейных канонических преобразованиях, в частности, теорема о н.и д.у. квазифоковости представления  $\text{KK}(A)C$ , линейно порожденного из фокова, и таким образом произведено обобщение формализма метода вторичного квантования.

Впервые доказаны теоремы о н.и д.у. диагонализуемости билинейных гамильтонианов с помощью автоморфизмов Боголюбова в общем случае. Впервые полностью исследованы условия диагонализации вещественных билинейных гамильтонианов и асимптотическое поведение порожденных ими гейзенберговых полей, обнаружено новое явление роста этих полей.

Впервые получены ответы на ряд остававшихся ранее открытыми вопросов о свойствах рассеяния в квантово-полевых системах.

Практическая ценность работы. Результаты проведенных в диссертации исследований позволяют глубже понять динамическое поведение вторично-квантованных систем. Алгебраическое описание свойств квазифоковых асимптотических полей и  $S$ -оператора может явиться исходным пунктом для дальнейшего теоретического анализа систем вторичного квантования, в частности, для развития нового квантово-полевого подхода к теории многоканального рассеяния.

Теоремы о диагонализации билинейных гамильтонианов, доказанные в работе конструктивно, могут эффективно применяться во

всех случаях аппроксимации рассматриваемых моделей билинейными, см., например, /6/. Развитый формализм описания билинейных моделей применим к задачам вторично-квантованных систем с внешним полем /12/.

Следующие результаты выдвигаются для защиты

- 1) Получение утверждений о структуре  $W^*$ -алгебр квазифоковых представлений КК(А)С и соотношений между парой таких алгебр и их аннуляторов.
- 2) Введение оператора рассеяния  $S$  вторично-квантованных систем и исследование условий его существования и общих свойств.
- 3) Обобщение теории линейных канонических преобразований.
- 4) Построение общей теории диагонализации билинейных ферми- и бозе - гамильтонианов с помощью автоморфизма Боголюбова.
- 5) Решение ряда открытых вопросов теории рассеяния кванто-полевых систем на основе детального анализа динамики билинейных вторично-квантованных систем.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Отделов квантовой теории поля и математической физики МИАН СССР им. В.А. Стеклова, Международных школах ОИЯИ по физике элементарных частиц.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано пять статей.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и шести приложений, содержит 145 страниц, включая библиографический список из 60 названий. В начале каждой главы приводится ее аннотация.

#### Содержание работы

Во введении. дается мотивировка и постановка основных задач диссертации и комментируется ее содержание.

В первой главе вводится важное для дальнейшего понятие квазифокова представления КК(А)С и изучаются его алгебраические свойства.

В § I.1 формулируются некоторые используемые далее определения и обозначения, в частности, тщательно описываются свойства основополагающей конструкции операторов рождения-уничтожения  $a^\#(f)$ , канонически реализованных в пространстве Фока  $\mathcal{F}^{(1)}(\mathcal{L})$  над гильбертовым пространством  $\mathcal{L}$  с инволюцией  $C: f \mapsto \bar{f} \in \mathcal{L}$ .

В I.2 вводится определение: представление  $\pi$  КК(А)С над  $\mathcal{L}$  в пространстве  $\mathcal{H}$  называется квазифоковым, если для соответствующих операторов  $a^\#(f)$ ,  $W^*$ -алгебры  $\mathfrak{U}$  и некоторого подпространства  $\mathcal{F}_0 \subset \mathcal{D}_a \subset \mathcal{H}$ , называемого аннулятором, выполняются условия

$$1) a(f)\mathcal{F}_0 = \{0\} \quad \forall f \in \mathcal{L}, \quad 2) \mathfrak{U}\mathcal{F}_0 = \mathcal{H}. \quad (I)$$

В частном случае  $\dim \mathcal{F}_0 = 1$ ,  $\mathcal{F}_0 = C\Omega_0$ ,  $\Omega_0 \in \mathcal{H}$ , представление  $\pi$  фоково и неприводимо,  $\mathfrak{U}' = C1$ .

Для  $W^*$ -алгебры  $\mathfrak{U}$  квазифокова представления КК(А)С, ее коммутанта  $\mathfrak{U}'$  и пространств  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{F}_0$  доказывается ряд утверждений, в частности:

$$\mathcal{H} \stackrel{W}{\approx} \mathcal{F}^{(1)}(\mathcal{L}) \otimes \mathcal{F}_0, \quad (2)$$

$$\mathfrak{U} \stackrel{W}{\approx} \mathcal{B}(\mathcal{F}^{(1)}(\mathcal{L})) \otimes 1, \quad (3)$$

$$\mathfrak{U}' \stackrel{W}{\approx} 1 \otimes \mathcal{B}(\mathcal{F}_0), \quad (4)$$

где  $W$  - изометрия  $\mathcal{H}$  на  $\mathcal{F}^{(1)}(\mathcal{L}) \otimes \mathcal{F}_0$ ,  $\mathcal{B}(\mathcal{H})$  - алгебра всех ограниченных операторов над  $\mathcal{H}$ . Из (3.4) следует, что  $\mathfrak{U}'\mathfrak{U} = 1$ , то есть квазифоковы алгебры являются факторами (типа  $I_\infty$ ,  $\mathfrak{U}'$ -типа  $I_{\dim \mathcal{F}_0}$ ).

В § I.3 рассматриваются соотношения, существующие между двумя различными представлениями  $a_i^\#(f), f \in \mathcal{L}$  КК(А)С, их  $W^*$ -алгебрами  $\mathfrak{U}_i \subset \mathcal{B}(\mathcal{H})$  и аннуляторами  $\mathcal{F}_{0i} \subset \mathcal{H}, i=1,2$ . В частности, доказывается, что I) и.и д.у. унитарной эквивалентности  $\mathfrak{U}_1 \sim \mathfrak{U}_2$ .

$$a_1^\#(f) = S a_2^\# S^*, \quad S^* = S^{-1} \quad (5)$$

является  $\dim \mathcal{F}_{01} = \dim \mathcal{F}_{02}$ ;

2) из  $\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{U}_2 = \mathfrak{U}$  следует  $\dim \mathcal{F}_{01} = \dim \mathcal{F}_{02}$  и (5), причем любой оператор  $S$ , осуществляющий связь (5), имеет вид

$$S = S_0 T, \quad S_0 = S_0^{*-1} \in \mathfrak{U}, \quad T = T^{*-1} \in \mathfrak{U}! \quad (6)$$

Во второй главе вводится общее описание рассеяния в кванто-во-полевой системе, которая определяется пространством состояний  $\mathcal{H}$ , в котором действует представление КК(А)С  $a^\#(f)$  "начальных полей",  $f \in \mathcal{L}$  гамильтонианом  $H = H^* \in \mathcal{C}(\mathcal{L})$  и "законом дисперсии" свободных частиц  $\omega = \omega^* \in \mathcal{C}(\mathcal{L})$ ;  $\mathcal{C}(\mathfrak{U})$  – множество замкнутых операторов над  $\mathfrak{U}$ .

В § 2.1 изучаются свойства автоморфизмов

$$\mu_t: a^\#(f) \mapsto e^{iHt} a^\#(f) e^{-iHt} = a_{(H)}^\#(f, t), \quad (7)$$

$$\hat{\mu}_t: a^\#(f) \mapsto a^\#(e^{\mp i\omega t} f) = a_{(0)}^\#(f, t), \quad (8)$$

формулируются асимптотические условия (все приводимые здесь формулировки справедливы, строго говоря, для Ферми-случаев; в случае бозе-статистики необходимо соблюдение дополнительных технических условий, см. § 2.1 диссертации):

$$\exists a_\pm^\#(f) = \text{norm-lim}_{t \rightarrow \pm\infty} \mu_t^{-1} \mu_t(a^\#(f)) = \mu_\pm(a^\#(f)); \quad (9)$$

указывается<sup>/3/</sup>, что при  $H \geq E_0 \cdot 1, \omega \geq m \cdot 1 > 0, a_\pm^\#(f)$ ,

если выполнено (9), задают два квазифоковых представления КК(А)С. Далее приводится ряд общих вопросов о свойствах введенных величин, в частности, вопросы о совпадении  $\mathfrak{U}_+ = \mathfrak{U}_-, \mathcal{F}_{0+} = \mathcal{F}_{0-}$  /4,5/  $W^*$ -алгебр и аннуляторов полей  $a_\pm^\#(f)$ , о "явление Хаага" – возможности существования фоковых  $a_\pm^\#(f)$  при небоковых  $a^\#(f)$ , и т.д.

В § 2.2. дается краткий обзор результатов работ<sup>/3,4,13/</sup>, используемых в дальнейшем.

В § 2.3 решается наиболее важная задача главы 2: устанавливаются и.и д.у. существования оператора рассеяния, осуществляющего связь  $S a^\#(f) S^* = a_\pm^\#(f)$ , – ими оказываются условия вещественности  $H = \bar{H}$ ,  $\omega = \bar{\omega}$  – и затем осуществляется программа исследования свойств  $S$ . Доказывается, что при  $\mathfrak{U}_+ = \mathfrak{U}_- = \mathfrak{U}$  гамильтониан  $H$  имеет единственное асимптотическое разложение

$$H = H_{0\pm} + h_\pm, \quad H_{0+} = H_{0-}, \quad h_+ = h_-, \quad (10)$$

где  $H_{0\pm} \in \mathfrak{U}$ ,  $h_\pm \in \mathfrak{U}'$  ( $A \eta \mathfrak{U}$  означает, что неограниченный оператор  $A$  ассоциирован с алгеброй  $\mathfrak{U}$ ), и при этом существует единственный оператор рассеяния  $S_0 \in \mathfrak{U}$ , который обладает свойством  $[S_0, H] = 0$ .

Затем при  $\mathfrak{U}_+ = \mathfrak{U}_-$  вводится автоморфизм  $\sigma_1 = \mu_+^{-1} \circ \mu_-$  и доказывается, что для фоковых  $a_\pm^\#(f)$   $\sigma_1$  унитарно-представим,  $\sigma_1(A) = S_1 A S_1^*$ ,  $A \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ ;  $S_1 = S_1^{*-1}$  обладает свойствами оператора рассеяния в потенциальной теории рассеяния, в частности,  $[S_1, H_0] = 0$ , где  $H_0 = a^* \omega a$  ( $\int \omega(k) a_k^* a_k dk$  для  $\mathcal{L} \approx \mathcal{L}_2(\mathbb{R}^3)$ ,  $\omega \leftrightarrow \omega(k)$ ); выводятся выражения для амплитуд рассеяния через  $S$  и  $S_1$ .

Завершает § 2.3 последовательность утверждений о свойствах меллеровских операторов (если они существуют) или их более общих

аналогов для рассматриваемого класса вторично-квантованных систем.

В третьей главе приводится обобщение теории линейных канонических преобразований (ЛКП).

В § 3.1, вслед за<sup>77</sup>, вводится оператор  $\mathcal{A} \in \mathcal{B}(\mathcal{L} \oplus \mathcal{L})$ , задающий ЛКП  $\lambda : a^\# \mapsto b^\#$ . Показывается, что множества  $\mathcal{M}_\pm$  операторов  $\mathcal{A}$ , задающих ЛКП в ферми- и бозе-случаях, имеют вид:

$$\mathcal{M}_+ = \{\mathcal{A} \in \mathcal{B}(\mathcal{L} \oplus \mathcal{L}) \mid \mathcal{A} = I_1 \bar{\mathcal{A}} I_1, \mathcal{A}^2 = \mathcal{A}^* \}, \quad (II)$$

$$\mathcal{M}_- = \{\mathcal{A} \in \mathcal{B}(\mathcal{L} \oplus \mathcal{L}) \mid \mathcal{A} = I_1 \bar{\mathcal{A}} I_1, \mathcal{A}^2 = I_3 \mathcal{A}^* I_3 \}, \quad (II)$$

где

$$I_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (III)$$

и  $\mathcal{A}^2$  - правый обратный к  $\mathcal{A}$  оператор:

$$\mathcal{A} \mathcal{A}^2 = 1, \quad \mathcal{A}^2 \mathcal{A} = \mathcal{P}, \quad (IV)$$

проектор  $\mathcal{P}$  является ортогональным,  $\mathcal{P} = \mathcal{P}^*$ , в ферми-случае, и псевдо- $I_3$ -ортогональным,  $\mathcal{P} = I_3 \mathcal{P}^* I_3$ , в бозе-случае.

Если ЛКП, задаваемое  $\mathcal{A}$ , обратимо, то  $\mathcal{A}^2 = \mathcal{A}^{-1}$ ; в таком случае оно называется автоморфизмом Боголюбова. Операторы

$\mathcal{A}$ , порождающие автоморфизмы Боголюбова, образуют группы  $\mathcal{G}_\pm \subset \mathcal{M}_\pm$ . Доказывается, что если  $a^\#(f)$  неприводимы,  $\mathcal{A}$  задает ЛКП, то н.и д.у. неприводимости  $b^\#(f)$ , где  $b^\# = \mathcal{A} a^\#$ , является  $\mathcal{A} \in \mathcal{G}_\pm$ . Автоморфизм Боголюбова, порожденный  $\mathcal{A} \in \mathcal{G}_\pm$ , называется собственным, если он унитарно-представим. Для произвольного  $\mathcal{A} \in \mathcal{G}_+$  доказывается существование такого представления КАС  $a^\#(f)$ , что  $\lambda : a^\# \mapsto \mathcal{A} a^\#$  - собственный автоморфизм Боголюбова.

В § 3.2 доказывается важная теорема: н.и д.у. квазифоковости представления КАС  $b^\#(f)$ , получаемого из фоковых  $a^\#(f)$  в результате ЛКП,  $b^\# = \mathcal{A} a^\#$ ,  $\mathcal{A} \in \mathcal{M}_-$  является  $[\mathcal{A}, I_3] \in \mathcal{S}_2(\mathcal{L} \oplus \mathcal{L})$  (здесь и далее  $\mathcal{S}_i(\xi)$  означает класс операторов Гильберта-Шмидта, при  $i = 2$ , или ядерных, при  $i = 1$ , над  $\xi$ ).<sup>78</sup>

В § 3.3 рассматривается пара ЛКП  $c^\# \mapsto a_i^\# = \mathcal{A}_i c^\#$ , где  $c^\#(f)$  - фоковы,  $\mathcal{A}_i \in \mathcal{M}_-$ ,  $i = 1, 2$  и изучаются соотношения между  $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ ;  $\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2$ ;  $\mathcal{F}_{01}, \mathcal{F}_{02}$ , где  $\mathcal{U}_i$  -  $W^*$ -алгебры представлений  $a_i^\#(f)$  КАС,  $\mathcal{F}_{0i}$  - их аннуляторы (в случае, если  $a_i^\#(f)$  - квазифоковы). Доказывается, что н.и д.у.

$\mathcal{U}_1 = \mathcal{U}_2$  является существование "блочно-диагонального" оператора  $\mathcal{V}_d \in \mathcal{G}_-$  со свойствами  $\mathcal{A}_1 = \mathcal{V}_d \mathcal{A}_2$ ,  $[I_3, \mathcal{V}_d] = 0$ ; н.и д.у.

$\mathcal{U}_1 = \mathcal{U}_2$  является  $\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2$ , причем из  $\mathcal{F}_{01} = \mathcal{F}_{02}$  следует  $\mathcal{U}_1 = \mathcal{U}_2$  (в общем случае пары квазифоковых представлений это не так, соответствующий контрпример приведен в § 1.3).

Четвертая глава диссертации посвящена общей теории диагонализации билинейных ферми- и бозе-гамильтонианов

$$H = \frac{1}{2}(a^* T a^* \pm a \bar{T} a + a^* S_i a \pm a S_i a^*), \quad (V)$$

$$T = \pm T', \quad S_i = S_i^*, \quad i = 1, 2, \quad (VI)$$

с помощью автоморфизмов Боголюбова  $a^\# = \mathcal{A} b^\#$ , - то есть приведению (V) подстановкой  $a^\# = \mathcal{A} b^\#$  к виду

$$H = b^* \Omega b + k, \quad \Omega = \Omega^*, \quad |k| < \infty, \quad (VII)$$

где  $b^\#(f)$  - фоковы; постановка задачи детально анализируется в § 4.1.

В § 4.2. устанавливается, что в ферми-случае (нижние знаки в (V), (VI)) гамильтониан  $H$  (V) всегда может быть алгебраичес-

ки диагонализован, то есть приведен к виду  $H = \beta^* \Omega \beta - \beta \Omega_2 \beta^*$ , близкому к (I7), но с нефоковыми  $\beta^*(f)$ ; однако удается построить контрпример, показывающий, что собственная диагонализуемость  $H$  не всегда имеет место. Вместе с теоремой 4.3 из § 4.3, где параллельно для ферми-и бозе-случаев приводятся весьма общие достаточные условия для собственной диагонализуемости  $H$ , эти результаты являются существенным усилением результатов /10/.

Что касается бозе-случаев, то в 4.3 доказывается, что н.и.д.у. алгебраической диагонализуемости  $H$  является скалярность оператора  $\mathcal{K} = \begin{pmatrix} S & T \\ -T & -S \end{pmatrix} \in \mathcal{C}(\mathcal{L} \oplus \mathcal{L})$ , где  $S = \frac{S_1 + S_2}{2}$ , и затем доказывается упомянутая выше теорема §4.3 о собственной диагонализуемости  $H$ .

Наконец, в § 4.4 детально рассматривается класс вещественных билинейных бозе-гамильтонианов  $H = \bar{H}$ ,  $T = \bar{T}$ ,  $S = \bar{S}$ . Доказывается, что диагонализуемость  $H$  эквивалентна разрешимости уравнения

$$Z\alpha Z = \beta, \quad \alpha \equiv S+T, \quad \beta \equiv S-T \quad (18)$$

в классе операторов  $Z = \bar{Z} > 0$ ,  $Z^{-1} \in \mathfrak{S}_2(\mathcal{L})$  (при слабом дополнительном предположении  $\exists \alpha^{-1}, \beta^{-1} \in \mathcal{B}(\mathcal{L})$ ). Далее устанавливается, что н.и.д.у. разрешимости этой задачи являются скалярность оператора  $\delta = \alpha\beta$  (и выполнение слабого дополнительного предположения, приведенного в формулировке теоремы 4.5); таким образом, получается обобщение результатов /7, II/. Теорема 4.7 устанавливает диагонализуемость полуограниченных бозе-гамильтонианов  $H = \bar{H}$  (15). § 4.4 заканчивается рассмотрением некоторых классов недиагонализуемых бозе-гамильтонианов, приведением их к более общей, чем (I7), "канонической форме" и утверждениями об их спектре.

В пятой главе результаты предыдущих глав используются для детального исследования динамики билинейных вторично-квантованных систем.

В § 5.1 приведена переформулировка задачи рассеяния асимптотических условий, выражений для  $S$ -матрицы в терминах операторов над  $\mathcal{L} \oplus \mathcal{L}$ . Для  $H$  вида (15) получается

$$\mu_t(a^*(f)) = (e^{-i\mathcal{K}_0 t} a^*)(f), \quad (19)$$

где

$$\mathcal{K} = \begin{pmatrix} S & T \\ -T & -S \end{pmatrix}, \quad \mathcal{K}_0 = \begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & -\bar{\omega} \end{pmatrix}, \quad S = \frac{S_1 + S_2}{2}; \quad (20)$$

асимптотические условия (9) переходят в

$$\exists a_{\pm}^*(f) = \mu_{\pm}(a^*(f)), \quad a_{\pm}^* = V_{\pm} a^*, \quad (21)$$

где

$$V_{\pm}^2 = W_{\pm} = s \lim_{t \rightarrow \pm\infty} e^{i\mathcal{K}t} e^{-i\mathcal{K}_0 t}, \quad (22)$$

и при  $\mathcal{U}_+ = \mathcal{U}_- = \mathcal{U}$ ,

$$S a_{-}^*(f) S^* = a_{+}^*(f) = (\mathcal{J} a_{-}^*)(f), \quad (23)$$

где

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & \bar{S} \end{pmatrix}, \quad s = s^{*-1} \in \mathcal{B}(\mathcal{L}). \quad (24)$$

В § 5.2 строятся билинейные модели, на примере которых получаются ответы на вопросы из § 2.1. В частности, показывается, что н.и.д.у. ограниченности гейзенберговых полей  $\mu_t(a^*(f))$  (19) является скалярность  $\mathcal{K}$  (20), а в случае  $H = \bar{H}$  — скалярность  $\delta = \alpha\beta$ ; "явление Хаага" не зависит от наличия в системе глобальных симметрий, используемых при доказательстве теоремы Хаага в КПП, и может возникать даже в случае  $S = 1$  тривиального

рассеяния; условия  $\mathcal{U}_+ = \mathcal{U}_-, \mathcal{F}_{0+} = \mathcal{F}_{0-}$  могут быть выполнены.

В качестве иллюстрации к развитому формализму в § 5.3 рассматривается билинейная модель Вентцеля, позволяющая явно проследить за некоторыми характерными особенностями рассеяния в квантово-полевых системах, в частности, неаналитичности по константе связи  $\lambda$ , зависимости от  $\lambda$  представлений асимптотических полей, их существования, роста гейзенберговых полей и т.д.

В Заключении кратко сформулированы некоторые основные результаты диссертации.

В приложениях собраны некоторые леммы технического характера, используемые в тексте.

#### Основные результаты, полученные в диссертации

1. Установлены общие свойства  $W^*$ -алгебр квазифоковых представлений КК(А)С и соответствующих операторов  $a^\#(f)$ . Для двух различных таких представлений получены необходимые и достаточные условия (н.и д.у.) унитарной эквивалентности соответствующих  $W^*$ -алгебр  $\mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2$ , их совпадения,  $\mathcal{U}_1 = \mathcal{U}_2$  и совпадения их аннуляторов  $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2$ .

2. Найдены н.и д.у. существования оператора рассеяния  $S$  вторично-квантованных систем и исследованы его основные свойства.

3. Доказаны н.и д.у. квазифоковости представления ККС, получаемого линейным каноническим (необратимым) преобразованием из фокова. Получены н.и д.у. совпадения аннуляторов и  $W^*$ -алгебр двух таких квазифоковых представлений.

4. Установлены в общем случае н.и д.у. алгебраической диагонализуемости билинейных ферми- и бозе- гамильтонианов с помощью автоморфизмов Боголюбова. Получены общие достаточные условия для их собственной диагонализуемости .

5. Найдены н.и д.у. диагонализуемости вещественных билинейных гамильтонианов, доказана диагонализуемость полуограниченных вещественных билинейных гамильтонианов. Изучена антидиагональная и более общая "каноническая форма" билинейных гамильтонианов.

6. Детально исследована динамика билинейных вторично-квантованных систем, и на этой основе построены контрпримеры, дающие ответ на ряд вопросов общей теории рассеяния в квантово-полевых системах.

#### Результаты диссертации опубликованы в работах:

Л.А. Дадашев, В.Ю. Кулиев, в кн. "Физика элементарных частиц" (Школа-семинар молодых ученых, Сочи, 1974), 159, Изд. ОИИ, РГ, 2-8529, Дубна, 1975.

Л.А. Дадашев, В.Ю. Кулиев, ТМФ, 27, 297, 1976.

Л.А. Дадашев, В.Ю. Кулиев, препринт ИФАН Азерб. ССР, № 52, Баку, 1977.

Л.А. Дадашев, В.Ю. Кулиев, Изв. АН Азерб. ССР, № 4, 3, 1977.

Л.А. Дадашев, В.Ю. Кулиев, ДАН СССР, 244, 320, 1979.

#### Литература:

1. К.О. Фридрихс, Возмущение спектра операторов в гильбертовом пространстве, Мир, М., 1969.
2. Y.Kato, N.Mugibayashi, Progr.Theor.Phys., 30, 103, 1963.
3. R.Hoegh-Krohn, Journ.Math.Phys., 9, 2075, 1968; Comm.Math. Phys., 12, 216, 1969.
4. S.Albeverio, in Scattering Theory in Math.Phys., ed. by J.A.Lavita and J.P.Marchand, D.Reidel Publ.Company, 1973.
5. B.Simon, in Statistical Mechanics and Field Theory, ed. by R.N.Sen and C.Weil, N.Y.-Jerusalem-London, 1972.

6. N.N.Bogolubov (Jr.), *Physica*, 32, 933, 1966;  
Метод исследования модельных гамильтонианов, М., 1974.
7. Ф.А. Березин, Метод вторичного квантования, "Наука", М., 1965.
8. Н.Н. Боголюбов, УФН, 67, 549, 1959.
9. K.O.Friedrichs, *Mathematical Aspects of the Quantum Theory of Fields*, N.Y., 1953.
10. H.Araki, *Publications of the Research Inst. for Math. Science*, Kyoto Univ., ser. A, 4, 387, 1968.
11. Y.Kato, N.Mugibayashi, *Progr.Theor.Phys.*, 38, 813, 1967.
12. R.Seiler, *Comm.Math.Phys.*, 36, 59, 1974.
13. E.Prugovečki, *Journ.Math.Phys.*, 13, 969, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 марта 1979 года.