ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

481

П.С. Исаев

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
А.А. Логунов

Дубна 1960 год

481

П.С. Исаев

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
А.А. Логунов

Темой диссертации является получение дисперсионных соотношений для процессов тормозного излучения электронов и рождения электронно-позитронных пар фотонами на нуклонах и применение их для проверки квантовой электродинамики на малых расстояниях.

В первой главе методом Н.Н.Боголюбова получены дисперсионные соотношения для виртуального комптон-эффекта, объединяющего в себе оба выше названных процесса. Для процесса тормозного излучения электрона на нуклоне $e+N \to e+N+\gamma$ матричный элемент S-матрицы, соответствующий диаграмме 1, может быть записан в виде:

$$\langle f|S|i\rangle = -ie^3 \frac{m}{\sqrt{2K_0\mathcal{E}_0\mathcal{E}}} \cdot \frac{(2\pi)^4}{\varkappa^2} \cdot \delta\left(k+p-\varkappa-p_0\right) e^n \varepsilon^\ell \, T^c_{n\ell}\left(\frac{k+\varkappa}{2}\right), \qquad /1/$$

где $k(k_0,\vec{k})$ и $\varkappa(\varkappa_0,\vec{\varkappa})$ - 4х импульсы реального и виртуального фотонов, p и p_0 - 4-х импульсы нуклона в конечном и начальном состояниях, $\mathcal{E}_0$ и $\mathcal{E}$ - энергия электрона в начальном и конечном состояниях, m - масса электрона, e^n - вектор поляризации реального фотона, ε^ℓ - вектор "поляризации" виртуального фотона. Матричный элемент процесса рождения пар фотоном на нуклоне получится из /1/ заменой $k \to \varkappa$.

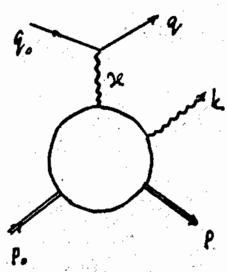


Диаграмма 1.

Амплитуда виртуального комптон-эффекта T^c определяется следующим образом:

$$T^{c} = \ell^{n} \varepsilon^{\ell} T^{c}_{n\ell} . \qquad /2/$$

Исследование аналитических свойств амплитуд процессов T^{c} /и тем самым, доказательство существования дисперсионных соотношений/ дано в работах А.А.Логунова[1/] и В.С Владимирова и А.А.Логунова[2/].

В первых параграфах диссертации /§§ 1-4/ получены дисперсионные соотношения /в брайтовской системе координат/, связывающие реальную и мнимую части амплитуды виртуального комптон-эффекта. В дальнейшем рассмотрение проведено для процесса тормозного излучения, так как переход к процессу рождения пар получается простой заменой импульсов реального и виртуального γ -квантов. Показано, что для исследуемых процессов ненаблюдаемая область отсутствует для интервала импульсов $|\vec{p}|$, определяемого из неравенства

$$(1-\Delta)|\vec{p}| < \frac{2Mm_{\pi} + m_{\pi}^{2} - 2(1-\Delta)|\vec{p}|}{2\sqrt{M^{2}+\vec{p}^{2}}} , \qquad /3/$$

где $\Delta = -\frac{\varkappa^{2}}{4\vec{p}^{2}}$, $\vec{p}$ - импульс отдачи нуклона, M -масса нуклона, m_{π} -масса π -мезона. В случае реального комптон-эффекта $(\varkappa^{2}=0)$ выражение /3/ переходит в выражение следующего вида:

$$|\vec{p}| < \frac{2Mm_{\pi} + m_{\pi}^{2}}{2(M+m_{\pi})} ,$$

что согласуется с результатами Н.Н.Боголюбова и Д.В.Ширкова[3/]. Доказано, /см. 4/ что неоднородный член рассматриваемых дисперсионных соотношений содержит формфакторы, зависящие лишь от одной переменной. Такие формфакторы для отрицательных значений аргумента /это соответствует процессу тормозного излучения/ были исследованы в работах Хофстадтера[4/].

В § 5 получена структура амплитуды виртуального комптон-эффекта T^{c}. Амплитуду T^{c} можно представить в виде:

$$T^{c} = \ell^{n} \varepsilon^{\ell} T^{c}_{n\ell} = \bar{W}(p)\, \ell^{n} \varepsilon^{\ell} \sum_{\substack{s=1,2 \\ t=1,\dots 7}} \Omega'_{st} \Lambda^{(s)} \mathcal{Y}_{n\alpha} \mathcal{Y}_{\ell\beta} R^{(t)}_{\alpha\beta}\, W(p_{0}), \qquad /4/$$

где $\bar{W}(p)$ и $W(p_{0})$ - спиноры, описывающие нуклон, Ω'_{st} - некоторые скалярные функции, зависящие только от скалярных произведений 4-х импульсов,

$$\Lambda^{(1)} = 1, \quad \Lambda^{(2)} = \hat{k} ; \qquad \mathcal{Y}_{n\alpha} \text{ и } \mathcal{Y}_{n\beta}$$ факторы,

автоматически учитывающие условия градиентиой инвариатности,

$$R^{(1)}_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha}\gamma_{\beta} ; \qquad R^{(5)}_{\alpha\beta} = \varkappa_{\alpha}\gamma_{\beta} ;$$
$$R^{(2)}_{\alpha\beta} = \gamma_{\beta}\gamma_{\alpha} ; \qquad R^{(6)}_{\alpha\beta} = \varkappa_{\alpha}k_{\beta} ;$$
$$R^{(3)}_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha}k_{\beta} ; \qquad R^{(7)}_{\alpha\beta} = \varkappa_{\alpha}\varkappa_{\beta} .$$
$$R^{(4)}_{\alpha\beta} = \gamma_{\alpha}\varkappa_{\beta} ;$$

Из четырнадцати структур /4/ две оказываются линейно-зависимыми. Таким образом, амплитуда виртуального комптон-эффекта T^{c} содержит двенадцать независимых структур R_{i} , удовлетворяющих требованиям релятивистской инвариантности, градиентной инвариантности и условиям типа теоремы ' crossing symmetry ':

$$T^{c} = \sum_{i=1}^{12} \Omega_{i} R_{i} . \qquad /5/$$

При переходе к реальному комптон-эффекту /$\varkappa^{2}=0$/ четыре структуры обращаются в нули и для реального комптон-эффекта остается восемь независимых структур. Этот результат согласуется с результатом работы Ритуса[5/].

В последних параграфах первой главы /§§ 6-7/ исследованы аналитические свойства лоренц-инвариантных коэффициентов Ω_{i} и получены дисперсионные соотношения для физических амплитуд M_{K} в системе центра масс.

Предполагается , что амплитуда T^{c} убывает на бесконечности не медленнее чем $\frac{1}{k_{0}}$. Анализируя поведение коэффициентов Ω_{i} в плоскости комплексных k_{0} , получим, что все они являются аналитическими функциями переменной k_{0} .

Таким образом, дисперсионные соотношения могут быть написаны для всех релятивистски-инвариантных коэффициентов Ω_i /для одного из двенадцати коэффициентов Ω_i дисперсионные соотношения пишутся с одним вычитанием/. Переход от брайтовской системы к системе центра масс совершается теперь простым переходом от переменных в одной системе координат к переменным в другой системе координат. Переход от дисперсионных соотношений для коэффициентов Ω_i в системе центра масс к дисперсионным соотношениям для физических амплитуд M_K в той же системе можно осуществить, используя следующие разложения:

$$T^c = \sum_{i=1}^{12} \Omega_i R_i = \sum_{k=1}^{12} M_k \rho_k , \qquad /6/$$

где ρ_k - независимые трехмерные структуры в системе центра масс.

Из соотношения /6/ получаем, что $R_i = \sum_k b_{ik} \rho_k$; b_{ik} - известные функции переменных: W - полной энергии и $\cos\theta$ - угла рассеяния реального γ-кванта относительно первичного направления падения электрона.

Матрица $\|C_{ik}\| = \|b_{ik}\|^{-1}$, нужная для получения дисперсионных соотношений находится из решения системы $M_K = \sum_i \Omega_i b_{ik}$. Используя далее соотношение

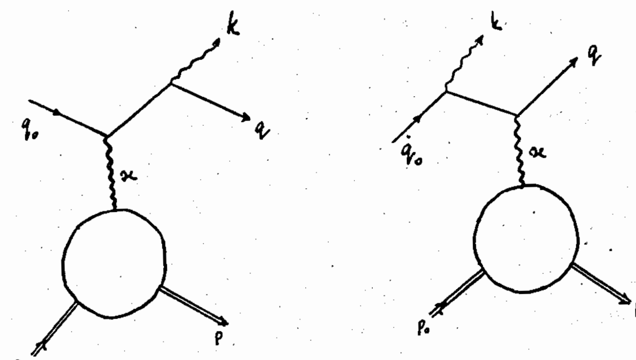
$$\sum_K b_{ik} C_{kj} = \delta_{ij} ,$$

получаем из дисперсионных соотношений для Ω_i дисперсионные соотношения для физических амплитуд M_K в системе центра масс. Эти соотношения могут быть использованы для дальнейших практических приложений.

Основные результаты, содержащиеся в первой главе, опубликованы в работе[6/].

В главе II заново проведен расчет известных Бете-Гайтлеровских сечений тормозного излучения и рождения пар, но уже с учетом формфакторов, аномального магнитного момента и отдачи нуклонов [7,8/]. Дифференциальное сечение тормозного излучения, полученное в диссертации, условимся обозначать $d\sigma_T$ в отличие от бете-гайтлеровского сечения $d\sigma_{Б.-Г.}$. В низ-

шем по электрическому заряду e приближении метод дисперсионных соотношений, примененный к бете-гайтлеровским диаграммам - см. диаграммы 2а и 2б - тривиальным образом приводит к матричным элементам соответствующих процессов, записанных по теории возмущений с учетом формфакторов. Совершая в $d\sigma_T$ предельный переход: а/ $M \to \infty$, б/ считая нуклон точечным /т.е. полагая форм-факторы равными единице/ и в/ полагая аномальный магнитный момент нуклона равным нулю, можно из полученных в работе формул дифференциального сечения получить бете-гайтлеровские формулы.



2а 2б

Влияние структуры нуклона на процессы тормозного излучения и рождения пар было рассмотрено также Дятловым[9/]. Однако его рассмотрение проведено для углов θ_0, удовлетворяющих условиям

$$\theta_0^2 \ll \frac{M}{|\vec{q}|} , \qquad |\vec{q}| \gg M , \qquad /7/$$

где $|\vec{q}|$ импульс электрона, θ_0 - угол между γ-квантом и падающим электроном. Условия /7/ ограничивают рассмотрение вопроса энергиями частиц $\gtrsim 10$ Бэв и углами $\theta_0 \lesssim 5^o$ /в этом случае оказывается достаточным ограничиться ~~одной~~ диаграммой 2а/. В § 9 исследовано влияние формфакторов, аномального магнитного момента и отдачи нуклона на сечение рассматриваемых процессов. Если форм-факторы F_i, соответствующие распределению электрического заряда (F_1) и распределению аномального магнитного момента (F_2), равны, то полное выражение, например, для дифференциального сечения тормозного излучения может быть записано в виде:

$$d\sigma_{T.} = F^2(ME-M^2)\left[d\sigma_I(1+\mu)^2 + M^2 d\sigma_{\bar{I}}\left(1+2\mu^2\,\frac{ME-M^2}{M^2}\right)\right], \qquad /8/$$

где $d\sigma_I$ и $d\sigma_{\bar{I}}$ соответствуют некоторым частям дифференциального сечения, μ – аномальный магнитный момент нуклона, выраженный в ядерных единицах, а E – энергия нуклона в конечном состоянии.

F^2 изменяется в пределах $[0,1]$. Поэтому формфактор уменьшает сечение тормозного излучения /конечно, кроме случая $F^2 = 1$/. Присутствие магнитного момента увеличивает дифференциальное сечение тормозного излучения. Влияние отдачи нуклона на сечение можно определить путем сравнения $d\sigma_{T.}$ с $d\sigma_{Б.-Г.}$, предварительно полагая $\mu = 0$ и $F_1 = F_2 = 1$ в $d\sigma_{T.}$. Оказалось, что отдача перераспределяет сечение, т.е. в одной области углов увеличивает, а в другой – уменьшает сечение $d\sigma_{T.}$ по сравнению с Бете-Гайтлеровским /сравнение проведено при энергии падающего электрона ≈ 500 Мэв и энергии фотона ≈ 250 Мэв/. В области малых передач импульса и в области малых углов величина $ME-M^2 \to 0$ и выражение /8/ переходит в следующее:

$$d\sigma_T \approx F^2 \cdot d\sigma_{Б.-Г.}$$

/при этом $F^2 \to 1$/. Вклады, пропорциональные μ, оказываются малыми.

При увеличении углов и энергий падающих частиц /что соответствует, вообще говоря, увеличению передач импульсов/ вклад, пропорциональный аномальному магнитному моменту, возрастает, а при больших углах $(\gtrsim 120^\circ)$ и большой энергии падающих электронов / $\gtrsim 500$ Мэв/ он становится главным.

В диссертации исследован ход изменения сечения $d\sigma_{T.}$ с уменьшением энергии тормозного γ-кванта.

В § 10 проведено интегрирование дифференциального сечения $d\sigma_{T.}$, полученного в § 3, по двум углам φ и θ из трех $(\varphi,\theta,\theta_0)$ / θ_0 – угол между векторами $\vec{q}_0$ и $\vec{k}$; θ – угол между векторами $\vec{q}$ и $\vec{k}$, φ – угол между векторами $[\vec{k}\times\vec{q}_0]$ и $[\vec{k}\times\vec{q}]$ /. Такое интегрирование приводит к формуле, содержащей зависимость только от одного угла, что значительно упрощает сравнение с экспериментом. Интегрирование, проведенное после замены $|\vec{q}_0| \to \varepsilon_0$ и $|\vec{q}| \to \varepsilon - \frac{m^2}{2(\varepsilon_0 - k_0)}$ и для случая $F_1 = F_2$, оказалось технически весьма сложной операцией, а выражение $\sigma(\theta_0) = \int d\sigma_T\, d\varphi\, d\theta$ очень громоздким[10]. Аналогичное приближенное интегрирование формулы Бете-Гайтлера провел Хоуг [11] в 1948 г.

Совершая в $\sigma(\theta_0)$ предельный переход $(M \to \infty,\ \mu = 0,\ F_1 = F_2 = 1)$ и сравнивая полученную при этом формулу с формулой Хоуга, можно оценить погрешность в последней, получающуюся из-за приближенного интегрирования по θ. Она оказалась довольно малой.

Для оценки влияния формфакторов, аномального магнитного момента и отдачи на интегральное сечение было проведено сравнение сечения $\sigma(\theta_0)$ с сечением $\sigma_{Б.-Г.}(\theta_0) = \int d\sigma_{Б.-Г.}\, d\varphi\, d\theta$, полученным Хоугом.

При этом отношение $\frac{\sigma(\theta_0)}{\sigma_{Б.-Г.}(\theta_0)}$ как функция угла θ_0 меняется следующим образом /для $\varepsilon_0 = 0{,}54$ и $k_0 = 0{,}25$ – в единицах $\hbar = c = M = 1$ /:

θ_0	$\frac{\sigma(\theta_0)}{\sigma_{Б.-Г.}(\theta_0)}$	θ_0	$\frac{\sigma(\theta_0)}{\sigma_{Б.-Г.}(\theta_0)}$
10°	1.3930	90°	0.4040
20°	1.5092	120°	0.4770
30°	1.2474	150°	0.9505
60°	0.6057		

В интервале углов $0 \le \theta^\circ \le 10^\circ$ величина $\sigma(\theta_0) \to \sigma_{Б.-Г.}(\theta_0)$, так что уже при $\theta_0 = 5^\circ$ разница между ними не превышает 3%. Таким образом, для экспериментального обнаружения влияния формфактора при энергиях электронов ~ 500 Мэв необходимо мерять сечение $\sigma(\theta_0)$ как функцию θ_0 для углов $> 5^\circ$.

В главе III методом дисперсионных соотношений, в однонуклонном приближении, вычислены поправки к дифференциальному сечению $d\sigma_T$ с учетом формфакторов нуклона и приведены оценки поправок в одномезонном приближении и оценки поправок высшего по e порядка [12,13].

Поправки к $d\sigma_T$, вычисленные в диссертации, складываются из трех частей: первая часть соответствует дифференциальному сечению $d\sigma_N$, происходящему от диаграммы 1 и взятому в однонуклонном приближении; вторая часть соответствует интерференционному дифференциальному сечению $d\sigma_J$; третья часть соответствует однопионному вкладу.

Расчеты поправок $d\sigma_N$ и $d\sigma_J$ были проведены также Бергом и Линднером [14]. Однако авторы необоснованно ввели хофстадтеровские формфакторы в фейнмановские диаграммы и интересовались лишь приближенным интегральным вкладом тормозного излучения в конкурирующий процесс рождения π-мезона $e+N \to e+N+\pi$. В § 11 детально исследован вклад однонуклонного приближения. Дифференциальное сечение в однонуклонном приближении может быть записано в виде:

$$d\sigma_N = A_0 + \mu A_1 + \mu^2 A_2 + \mu^3 A_3 + \mu^4 A_4 .$$

Для углов $\leq 90^\circ$ вклад $\sum_{i=1}^{4} \mu^i A_i$ оказывается малым по сравнению с вкладом A_0 и составляет $\leq 2\%$ от суммы вкладов $d\sigma_T + d\sigma_N + d\sigma_J$. В области углов $\varphi \approx 0$ и $\theta \approx \theta_0$ вклад A_0 имеет острый максимум, превышающий $d\sigma_T$ при $\theta \approx \theta_0 \approx 30^\circ$, примерно, на пять порядков. С увеличением φ максимум довольно быстро убывает. Появление этого острого максимума связано с тем, что $A_0 \sim \frac{1}{|\theta_0 - \theta|^4}$, а отдача $|\theta_0 - \theta|^4$ является быстроменяющейся функцией углов в области $\varphi \approx 0$ и $\theta \approx \theta_0$. Детальное рассмотрение максимума показывает, что он состоит из двух максимумов. При уменьшении начальной энергии электрона вклад однонуклонного члена уменьшается, уменьшается и высота максимума. Это подтверждено расчетами, проведенными для энергии падающего электрона ε_0=0,54 /0.14/ и энергии фотона k_0=0,25 /0.07/. Было исследовано поведение максимума с изменением энергии γ-кванта. Из расчетов, проведенных для случая ε_0 = 0,54 и k_0 = 0,25; 0.15; 0,05 следует, что максимум сначала убывает /при k_0 = 0,15/, а затем начинает возрастать / k_0 = 0,025/.

Однако при всех энергиях двойной максимум имеет симметричную форму. Для детального исследования вклада $d\sigma_N$ были получены кривые дифференциальных сечений для случая ε_0 = 0.54 и k_0 = 0,25.

При этом, как и предполагалось, вклад $d\sigma_N$ оказался малым по сравнению с $d\sigma_T$ в области малых углов и сравнимым с $d\sigma_T$ в области больших углов.

В области углов $>$ 90° вклад $\sum_{i=1}^{4} \mu^i A_i$ становится значительным и им пренебрегать нельзя.

В максимуме оценка погрешности, приведенная выше / $\leq$ 2% /, не годится.

В § 12 рассчитан вклад $d\sigma_J$. Дифференциальное сечение $d\sigma_J$ может быть представлено в виде:

$$d\sigma_J = B_0 + \mu B_1 + \mu^2 B_2 + \mu^3 B_3 .$$

В интерференционном члене нельзя ограничиться вкладом B_0, а необходимо учесть и вклад μB_1. Величина B_1, вообще говоря, оказывается значительной и, например, для углов $\varphi = 0$, $\theta = 30^\circ$ и $\theta_0 = 60^\circ$ достигает 20% от $d\sigma_{S.T.}$. Вклад μB_1 примерно на порядок меньше вклада B_0 /за исключением точек максимума/. При больших углах вклады B_0 и μB_1 становятся сравнимыми. Ошибка, вносимая в сумму сечений $d\sigma_T + d\sigma_N + d\sigma_J$, если в $d\sigma_J$ отбросить члены, пропорциональные второй и третьей степеням аномального магнитного момента, оказывается $<$ 1% /исключая точки максимума/. Таким образом, величина $d\sigma_T + d\sigma_J + d\sigma_N$ рассчитана для углов $\leq 90^\circ$ и энергий электронов $\sim$ 500 Мэв с ошибкой $\leq$ 3%.

В § 13 дана приближенная оценка однопионного вклада. Если условие унитарности $S^+S = 1$ записать в одномезонном приближении, то антиэрмитову часть амплитуды виртуального комптон-эффекта можно выразить через амплитуды реального и виртуального фоторождения π-мезонов. В пределе малых значений $\mathscr{K}^2$ виртуальный комптон-эффект можно рассматривать близким к реальному. Сравнивая затем величину сечения однонуклонного вклада при $\theta = \theta_0$ $(\varphi = 0)$ со значениями сечения комптоновского рассеяния γ-квантов на нуклонах, вычисленного в однопионном приближении для тех же углов θ, можно получить требуемую оценку.

Для угла $\theta_0 = \theta = 30^\circ$ вклад однопионного состояния меньше вклада однонуклонного члена. Для угла $\theta_0 = \theta = 60^\circ$ вклад однопионного состояния приблизительно в 5-6 раз больше вклада однонуклонного состояния.

Для угла $\theta_0 = \theta = 90^\circ$ вклад однопионного состояния приблизительно в 15 раз больше вклада однонуклонного члена.

Предполагается, что полученные оценки, относящиеся к реальному комптон-эффекту, справедливы и для виртуального комптон-эффекта, когда $|\theta - \theta_0| \leq 5^\circ$ /тогда $\varkappa^2$ достаточно мало/.

В § 14 приведены оценки радиационных поправок к тормозному излучению и поправки на двойное тормозное излучение, взятые из работ Фомина[15]. Суммарный вклад этих поправок для рассматриваемых в диссертации энергий не превышает нескольких процентов.

В "Заключении" рассматривается вопрос о проверке квантовой электродинамики на малых расстояниях в духе идей Дрелла[16] в рассматриваемых процессах[12,13]. Метод дисперсионных соотношений позволил рассчитать поправки $d\sigma_N$, $d\sigma_\gamma$ и оценить вклад однопионного состояния в $d\sigma_T$. В результате теоретическое выражение для сечения подсчитано с достаточной степенью точности для решения вопроса о проверке квантовой электродинамики. Расчет показывает, что для случая $\varepsilon_0 = 0.54$, $k_0 = 0{,}25$, $\theta = 36^\circ$ и $\theta_0 = 26^\circ$ и в предположении, что общая погрешность /погрешность в расчете теоретических формул и экспериментальные ошибки/ равна 20% квантовая электродинамика проверяется до расстояний $\geq 0{,}3 \cdot 10^{-13}$ см.

С ростом энергии падающего электрона до 1 Бэв и энергии тормозного γ-кванта до 500 Мэв под теми же углами и с той же ошибкой, что и в приведенном выше примере, квантовую электродинамику можно проверить до расстояний $\geq 0{,}7 \cdot 10^{-14}$ см. Однако, в этом случае требуется более точный расчет однопионного состояния и поправок высшего по e порядка.

Основные результаты, содержащиеся в диссертации, опубликованы в работах[6,7,8,10,12,13] и частично доложены на Всесоюзной межвузовской конференции по квантовой теории полей и теории элементарных частиц /2-6 октября 1958 г., Ужгород/ и Международной Киевской конференции по физике высоких энергий, июль 1959 г.

Литература

1. А.А.Логунов. Докторская диссертация, 1959.
2. В.С.Владимиров и А.А.Логунов. Известия АН СССР /серия математическая/, 23, 661 /1959/.
3. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков. ДАН, 113, 529 /1957/.
4. R. Hofstadter, Rev.Mod.Phys., 28, 214, (1956).
5. В.И.Ритус. ЖЭТФ, 35, 1985 /1958/.
6. И.С.Златев, П.С.Исаев. ЖЭТФ, 37, 728 /1959/.
7. И.С.Златев, П.С.Исаев. ЖЭТФ, 35, 309 /1958/.
8. P.S. Isaev, I.S. Zlate. Nuovo Cim., XIII, 1, (1959);
   см.так же "Проблемы современной теории элементарных частиц", 2
   /Труды Всесоюзной межвузовской конференции по квантовой теории полей и теории элементарных частиц, 2-6 октября 1958г./. Ужгород, издание университета 1959 г., стр.165.
9. И.Т.Дятлов. ЖЭТФ, 35, 155 /1958/.
10. И.С.Златев, П.С.Исаев. Препринт ОИЯИ, Р-264 /1959/.
11. P.V.C. Hough. Phys.Rev., 74, 80, (1948).
12. И.С.Златев, П.С.Исаев. ЖЭТФ, 37, 1161 /1959/.
13. P.S. Isaev, I.S. Zlatev. Nuclear Physics,
14. R.A. Berg, S.N. Lindner. Phys.Rev. 112, 2072, (1958).
15. П.И.Фомин. ЖЭТФ, 35, 707 /1958/.
16. S.D. Drell. Annals of Physics, 4, 75, (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
8 февраля 1960 года.