ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

И.Т. Тодоров

469

К ТЕОРИИ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

Автореферат диссертации на соискание
ученой степени кандидата физико-
математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук А.А. Логунов

Дубна 1960 год

И.Т. Тодоров

469

К ТЕОРИИ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук А.А. Логунов

В работах[1] /1954-1957/ Н.Н.Боголюбов, исходя из общих принципов, таких как ковариантность, причинность и "спектральность", разработал метод, позволивший строго доказать дисперсионные соотношения для амплитуды упругого рассеяния мезона на нуклоне.

А.А.Логунов и др.[2,6] распространили и обобщили метод Боголюбова на ряд других упругих и неупругих процессов. Много работ было посвящено также дальнейшему развитию первоначальных результатов Боголюбова по аналитическому продолжению обобщенных функций /подчиненных определенным условиям/ - результатов, лежащих в основе доказательства дисперсионных соотношений. Наиболее законченные результаты в этом направлении получены в работе В.С.Владимирова и А.А.Логунова[3]. Авторы этой работы, сочетая метод Боголюбова с интегральным представлением Йоста-Лемана-Дайсона[4] для причинного коммутатора, доказали общую теорему об аналитическом продолжении обобщенных функций, охватывающую широкий круг физических процессов /в том числе и "виртуальных" процессов/. Некоторые следствия этой теоремы были получены независимо Оме и Тейлором[5].

Работы[6-9], включенные в диссертацию, затрагивают этот же круг вопросов.

В первой главе диссертации, основанной на работе[7], доказана теорема, являющаяся обобщением упомянутой выше теоремы Владимирова и Логунова для случая, когда все четыре массы в реакции типа $A+B \rightarrow C+D$ могут быть различными. Во второй главе /работы[6,8]/ исследованы в общем случае процессы типа $N+a \rightarrow N'+b+c$, где N - нуклон, a, b, c - бозоны. В третьей главе выведены спектральные представления для некоторых вершин распада. Такое представление[9] позволило найти в одномезонном приближении амплитуды распада K-мезона и гиперона на две сильно взаимодействующие частицы в зависимости от фаз рассеяния продуктов распада.

Перейдем к более подробному изложению результатов по главам диссертации.

Глава 1. Аналитические свойства амплитуды неупругих процессов с участием странных частиц

Рассмотрены реакции

$$\bar{K} + N \to \pi + Y, \qquad /I/$$

$$\pi + N \to K + Y, \qquad /II/$$

являющиеся типичными примерами неупругих процессов, в которых все четыре частицы /две в начале и две в конце/ имеют разные массы.

Пусть p_1 и q_1 (p_2 и q_2) – 4 импульсы бариона и мезона в начале /в конце/ реакции:

$$p_\ell^2 = M_\ell^2, \quad q_\ell^2 = m_\ell^2, \quad \ell = 1, 2, \qquad /1/$$
$$(pq = p^0 q^0 - \vec{p}\,\vec{q})$$
$$p_1 + q_1 = p_2 + q_2. \qquad /2/$$

Вводится система отсчета

$$\frac{\vec{p}_1}{M_1} + \frac{\vec{p}_2}{M_2} = 0, \qquad /3/$$

которую можно рассматривать как обобщение системы Брайта /она переходит в систему Брайта при $M_1 = M_2$ /. Все векторы в этой системе выражаются при помощи двух безразмерных инвариантов ν и t :

$$\nu = \frac{1}{2}\left(\frac{p_1}{M_1} + \frac{p_2}{M_2}\right)\frac{q_1 + q_2}{M_1 + M_2}, \qquad t^2 = -\frac{1}{4}\left(\frac{p_1}{M_1} - \frac{p_2}{M_2}\right)^2 \qquad /4/$$

в симметричной форме.

В системе отсчета /3/ выведены дисперсионные соотношения по переменной ν при мнимых значениях масс мезонов. Полюсы однобарионных состояний и границы двух ветвей непрерывного спектра выражаются линейно через t^2 .

Доказана следующая теорема, позволяющая продолжать антиэрмитову часть амплитуды в область вещественных значений масс мезонов.

__Теорема.__ Пусть $\mathcal{F}_{ij}(x_1, x_2, x_3; x_4)$; $i, j = \tau, a$ – четыре обобщенные функции четырех 4-векторов x_1, x_2, x_3, x_4, инвариантные относительно преобразований из неоднородной ортохронной группы Лоренца и удовлетворяющие обычным условиям запаздывания и опережения /3/. Пусть их фурье-образы $\tilde{\mathcal{F}}_{ij}(k_1, k_2, k_3, k_4)$ удовлетворяют условиям "спектральности" x/:

$$\tilde{\mathcal{F}}_{\tau j}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \tilde{\mathcal{F}}_{aj}(k_1, k_2, k_3, k_4) \quad \text{если} \quad k_1^2 < a_1^2 \text{ и } k_3^2 < b_1^2,$$
$$\tilde{\mathcal{F}}_{i\tau}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \tilde{\mathcal{F}}_{ia}(k_1, k_2, k_3, k_4) \quad \text{если} \quad k_2^2 < a_2^2 \text{ и } k_4^2 < b_2^2; \qquad /5/$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_{ij}(k_1, k_2, k_3, k_4) = 0, \quad \text{если} \quad (k_2 + k_4)^2 < c^2 \quad \text{или} \quad k_2^0 + k_4^0 < 0, \qquad /6/$$

где положительные числа a_ℓ , b_ℓ и c подчинены условию

$$c > a_\ell - b_\ell \geqq 0, \qquad \ell = 1, 2.$$

Пусть, далее, положительные числа M_ℓ^2 и вещественные числа $\tau_\ell^0 < b_\ell^2$ таковы, что xx/

$$\tau_\ell^0 < \min_{w \geqq c}\left\{ w^2 + M_\ell^2 - 2w\,\frac{a_\ell w + M_\ell^2 - a_\ell b_\ell}{w + a_\ell - b_\ell} \right\}. \qquad /7/$$

Тогда можно построить функцию $\Phi(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5; W)$ обобщенную относительно вещественной переменной W , обращающуюся в нуль при $W < C$ и аналитическую при $W \geqq C$ относительно совокупности пяти комплексных переменных / z_1, z_2, z_3, z_4 , z_5 / в некоторой области $D(W)$, содержащей все точки вида

---

x/ В отличие от работы Владимирова и Логунова /3/ мы рассматриваем также случай $a_1 \neq a_2$.

xx/ Отметим, что в частном случае, когда $a_1 = a_2 = M + \mu$, $M_1^2 = M_2^2 = M^2$, неравенство /7/ эквивалентно неравенству /1.5/ работы /3/ и при этом проще по форме.

$$z_1 = M_1^2,\quad z_2 = M_2^2,\quad z_3 = \tau_1,\quad z_4 = \tau_2,\quad z_5 = -4\Delta^2;$$

здесь $\tau_\ell \leqq \tau_\ell^\circ$, а "инвариантная передача импульса" $4\Delta^2 = -(\kappa_1+\kappa_2)^2$ пробегает внутренность некоторого эллипса /зависящего от M_ℓ^2, τ_ℓ и W см. формулы /4.9-12/ главы 1 диссертации/. Функция $\Phi(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5; W)$ такова, что при вещественных P_1, P_2, P_3, P_4 из подпространства $P_1+P_2+P_3+P_4=0$, для которых величины $z_1 = P_1^2$, $z_2 = P_2^2$, $z_3 = P_3^2$, $z_4 = P_4^2$, $z_5 = (P_1+P_2)^2$ принадлежат области $\mathcal{D}(\sqrt{(P_1+P_2)^2})$ имеет место представление

$$\widetilde{\widetilde{F}}_{ij}(P_1, P_2, P_3, P_4) = \Phi(P_1^2, P_2^2, P_3^2, P_4^2, (P_1+P_2)^2; \sqrt{(P_1+P_2)^2})$$

при $(P_2+P_4)^2 > c^2$ и $P_2^\circ + P_4^\circ > 0$ /.

Сформулированная теорема охватывает в принципе все процессы с двумя частицами в начале и с двумя частицами в конце реакции.

Область аналитичности антиэрмитовой части по передаче импульса не пуста, только если при $\tau_\ell^\circ = m_\ell^2$, $\ell = 1, 2$, выполняются неравенства /7/. Непосредственная проверка показывает, что в соответствии с результатами предыдущих работ[13], когда m_ℓ равно массе K -мезона, неравенство /7/ нарушается.

Глава II. Дисперсионные соотношения для процессов с переменным числом частиц

В этой главе рассмотрена в общем случае кинематика процессов типа

$$N + a \rightarrow N' + b + c, \qquad /1/$$

где a реальный или виртуальный γ -квант или π -мезон, b и c - реальные бозоны, вообще говоря, с разными массами покоя. Все 4-импульсы выражаются в системе Брайта для нуклонов при помощи пяти независимых инвариантных переменных. Найдены явные выражения этих переменных через скалярные произведения векторов.

Специально исследована амплитуда рождения двух бозонов при электрон-но-нуклонных столкновениях. Электромагнитное взаимодействие электрона с протоном учитывается в первом приближении по заряду электрона e. При таком рассмотрении рождение бозонов вызывается как бы одним виртуальным фотоном, поэтому процесс такого типа называется виртуальным фоторождением. Такой процесс сводится к частному случаю реакции /1/, когда a есть виртуальный фотон с пространственно-подобным импульсом. Квадрат этого импульса является новой /шестой/ независимой переменной. Дисперсионные соотношения выводятся сначала для некоторого фиктивного процесса, в котором импульсы выходящих бозонов пространственно-подобны. Аналитическое продолжение антиэрмитовой части амплитуды проводится на основе некоторой теоремы[10,8], выдвинутой в качестве правдоподобного обобщения аналогичной теоремы для реакций с участием четырех частиц. Отмечается непоследовательность в соответствующих рассуждениях в работе[10].

В пятом параграфе главы изучаются коэффициенты перед /однонуклонными/ полюсными членами в разложении антиэрмитовой части амплитуды процесса /1/ по полной системе состояний. Показано, что четыре из шести таких коэффициентов являются произведениями мезонного заряда на эрмитову часть $\mathcal{D}$ амплитуды соответствующего процесса с участием меньшего числа частиц. Более подробно исследована реакция $N + \pi \rightarrow N' + \pi' + \pi''$. В этом случае $\mathcal{D}$ - эрмитова часть амплитуды упругого рассеяния π -мезона на нуклоне в ненаблюдаемой области, и ее следует считать через дисперсионный интеграл.

Глава III. Спектральные представления для некоторых вершин распада

В первых двух параграфах получены и применены спектральные представления для следующих процессов распада странных частиц:

$$K \rightarrow \pi + \pi', \qquad /1/$$

$$Y \to N + \pi \qquad /2/$$

/ здесь Y - Σ или Λ - гиперон/.

В § 1 изучены аналитические свойства амплитуд процессов /1/ и /2/ по квадрату 4-импульса распадающейся частицы ω^2 и доказаны спектральные представления для этих амплитуд. Полученное представление проще для процесса /1/ /из-за отсутствия спина у K и π -мезонов/.

Пусть q 4-импульс K -мезона, а p и k - импульсы двух π -мезонов / $q = p + k$, $q^2 = \omega^2$, $p^2 = k^2 = \mu^2$ /. Тогда дисперсионное соотношение для амплитуды T процесса /1/ имеет вид:

$$T^{ret}(\omega^2) \equiv$$

$$\equiv \lim_{\varepsilon \to +0} T(\omega^2 + i\varepsilon) = \frac{\omega^2}{\pi} \lim_{\varepsilon \to +0} \int\limits_{4\mu^2}^{\infty} \frac{Jm\, T^{ret}(\omega'^2)}{\omega'^2(\omega'^2 - \omega^2 - i\varepsilon)} d\omega'^2 + T(0), \qquad /3/$$

$$Jm\, T^{ret}(\omega^2) =$$

$$= (2\pi)^{5/2} \frac{\omega^2}{2\mu} \sum_{\substack{P_n = p+k \\ M_n \geq 2\mu}} \langle p | j(0) | P_n \rangle \langle P_n | J_K(0) | 0 \rangle \, \delta(\omega^2 - M_n^2). \qquad /4/$$

Токи j и J_K в последней формуле определяются равенствами [1]

$$j(x) = i \frac{\delta S}{\delta \varphi(x)} \overset{+}{S}, \qquad J_K(x) = i \frac{\delta S}{\delta \varphi_K(x)} \overset{+}{S},$$

где $\delta\varphi(x)$ и $\delta\varphi_K(x)$ - коммутирующие добавки к операторам π- и K- -мезонного поля соответственно.

В случае процесса /2/ амплитуда характеризуется двумя скалярными функциями, являющимися операторами в изотопическом пространстве, для каждой из которых имеет место спектральное представление типа /3/, только

с наличием еще полюсного члена /см. формулу /2.22/, глава III диссертации/.

Если в разложении /4/ для мнимой части амплитуды ограничиться промежуточным состоянием с двумя π -мезонами, то /3/ обращается в линейное сингулярное интегральное уравнение, которое можно решить при помощи метода Гахова-Мусхелишвили /11/. В результате для амплитуды распада получаем:

$$T_I^{ret}(\omega^2) =$$

$$= C_I \exp\left\{ \frac{\omega^2}{\pi} P \int\limits_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\delta_I(x)}{x(x - \omega^2)} dx + i\,\delta_I(\omega^2)\, \theta(\omega^2 - 4\mu^2) \right\}, \qquad /5/$$

где $C_I = T_I(0)$ - вещественная постоянная, а $\delta_I(\omega^2)$ - S- фаза упругого рассеяния мезона на мезоне, I - изотопический спин системы двух π -мезонов. Аналогичные результаты получены и в случае распада гиперона /2/. В этом случае амплитуда распада выражается через фазы упругого рассеяния π -мезона на нуклоне /формула - /2.12/ главы III/. Обсуждается связь с работой /12/, посвященной изучению распада Λ - гиперона.

В третьем параграфе исследованы аналитические свойства амплитуды распада / $K \to 3\pi$ / по квадрату 4-импульса K- мезона. Показано, что при определенном значении двух других кинематических характеристик можно доказать спектральное представление для амплитуды этого процесса. Этот случай соответствует случаю рассеяния вперед при выводе дисперсионных соотношений для упругого рассеяния, когда ненаблюдаемая область отсутствует.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 января 1960 года.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов. Изв. АН СССР /серия физическая/, 19, /1955/, 237.

Н.Н.Боголюбов и Д. В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Москва, 1957 /глава 1Х/.

Н.Н.Боголюбов и О.С.Парасюк. ДАН СССР, 109, /1956/, 717.

Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев и М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений, Москва, 1958.

Н.Н.Боголюбов и В.С.Владимиров. Изв.АН СССР /серия математическая/, 22, /1958/, 15.

2. А.А.Логунов. ДАН СССР, 117, /1957/, 792; 120, /1958/, 501.

Научные доклады высшей школы /физ.-мат. науки/ № 4, /1958/, 207; № 5, /1958/, 108.

А.А.Логунов и А.Н.Тавхелидзе. ЖЭТФ, 32 /1957/, 1393.

ДАН СССР, 120 /1958/. 739; Nuovo Cim. 10, /1958/, 943.

Nuclear Physics 8, (1958), 374.

3. В.С.Владимиров и А.А.Логунов. Изв. АН СССР /серия математическая/, 23 /1959/, 661.

4. R.Jost and H.Lehmann. Nuovo Cimento, 5 (1957) 1598;
F.J.Dyson. Phys. Rev. 110 (1958) 1460.

5. R.Oehme and J.G.Taylor. Phys.Rev. 113, (1959) 371.

6. A.A. Logunov and I.T.Todorov. Nuclear Physics, 10 (1959) 552.

7. И.Т.Тодоров. Аналитические свойства амплитуды неупругих процессов с участием странных части. Nuclear Physics /в печати/.

8. И.Т.Тодоров. Научные доклады высшей школы /физ.-мат.науки/ № 5, /1958/, 131.

9. I.T.Todorov and O.A. Khrustalev. Nuclear Physycs 13 (1959) 675.

10. T.W.B.Kibble. Proc. Roy. Soc. 244 (1958) 355.

11. Ф.Д.Гахов. Математический сборник 2, /1957/, 673, /см.также Краевые задачи, Москва, 1958/.

Н.И.Мусхелишвили. Труды Тбил.математического института, 10, /1941/, 1; Сингулярные интегральные уравнения, Москва, 1946.

12. S.Okubo, R.E.Marshak and E.C.G. Sudarshan. Phys.Rev. 113 (1959) 944.

13. R.F.Streater. Nuovo Cimento, 13 (1959) 57.