

9-542

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4 - 9401

ЯМАЛЕЕВ  
Роберт Масгутович

ОДНОЧАСТИЧНЫЕ СОСТОЯНИЯ  
СФЕРИЧЕСКИХ И ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР  
И ПРЯМЫЕ РЕАКЦИИ ПЕРЕДАЧИ

Специальность: 01.04.16 - физика атомного ядра  
и космических лучей

А втореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

кандидат физико-математических наук Ф.А.ГАРЕЕВ

кандидат физико-математических наук И.В.ПУЗЫНИН

4 - 9401

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук Ю.Ф.СМИРНОВ

кандидат физико-математических наук Н.И.ПЯТОВ

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Физико-энергетический институт, Обнинск.

Автореферат разослан " " 197 год.

Зщита диссертации состоится " " 1976 год

в Лаборатории теоретической физики Объединенного института  
ядерных исследований, г. Дубна.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.АСАНОВ

ЯМАЛЕЕВ

Роберт Масгутович

ОДНОЧАСТИЧНЫЕ СОСТОЯНИЯ  
СФЕРИЧЕСКИХ И ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР  
И ПРЯМЫЕ РЕАКЦИИ ПЕРЕДАЧИ

Специальность: 01.04.16 - физика атомного ядра  
и космических лучей

А автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Исследование одночастичных состояний сферических и деформированных ядер затрагивает много важных физических и математических проблем<sup>/1/</sup>. Понятие одночастичных состояний широко применяется в ядерной физике при теоретическом описании таких физических процессов как резонансные реакции, реакции передачи,  $\alpha$ - и  $\beta$ -распад и т.д. Уровни энергий и волновые функции одночастичных состояний используются для описания возбужденных состояний сферических и деформированных ядер и определения различных характеристик структуры ядра (силовые функции, энергии связи и т.д.)<sup>/2/</sup>.

В математическом аспекте исследование одночастичных состояний сводится к решению уравнения Шредингера с определенными граничными условиями. В конкретных случаях мы имеем дело с трудной проблемой нахождения собственных решений системы связанных дифференциальных уравнений.

Важным орудием исследования одночастичных состояний в ядрах являются прямые реакции передачи<sup>/3/</sup>. Относительная простота механизма этих реакций, характерные особенности их углового распределения и энергетической зависимости позволяют сравнительно простым путем извлекать спектроскопическую информацию о конкретных уровнях ядра. Однако простота теоретического описания реакции передачи, как правило, связана с большим числом приближений как при выборе физической модели, так и при использовании математических методов решения указанной задачи. В настоящее время развиты более полные методы исследования прямых реакций (метод искаженных волн (МИВ), метод связанных канэлов (МСК))<sup>/4/</sup>.

Целью настоящей диссертации является исследование одночастичных состояний в сферических и деформированных ядрах как в об-

ласти связанных состояний, так и в непрерывном спектре (квазистационарные состояния). Предложены новые методы решения уравнений для одночастичных волновых функций (метод Штурма-Лиувилля, непрерывный аналог метода Ньютона). Полученная информация об одночастичных состояниях используется при исследовании реакций передач в сферических и деформированных ядрах в рамках методов искаженных волн и связанных каналов. Имеется хорошее согласие теоретических результатов с экспериментальными данными.

Диссертация состоит из трех глав и двух приложений.

Первая глава диссертации посвящена исследованию одночастичных состояний и прямых реакций передач в сферических ядрах /5-8/. Она начинается с обзорного изложения теории прямых реакций передач (§ I). Приближения, используемые в практических расчетах реакции передач, делятся на две группы: первая связана с механизмом реакции, вторая – со структурой начального и конечного состояния ядер. Первая группа приближений привела к возникновению метода искаженных волн и метода связанных каналов.

Исследование реакции передачи в настоящей диссертации основано на этих методах. Вторая группа приближений относится к формфактору реакции передачи, который определяется как интеграл перекрытия волновых функций состояний начального и конечного ядер и включает в себя информацию о структуре ядер.

В § 2 в рамках оболочечного гамильтониана с остаточными взаимодействиями получены уравнения на формфакторы реакции передач. В рассматриваемых вариантах в ядерный модельный гамильтониан включены остаточные силы двух типов: I) силы, обусловленные парным взаимодействием двух нуклонов над магическим ос-

тавом, 2) силы, связывающие одночастичные степени свободы валентного нуклона с коллективным движением остова. В обоих случаях остаточные силы приводят к смешиванию одночастичных оболочечных конфигураций и для радиальной части формфактора получается система связанных дифференциальных уравнений на собственное значение.

В § 3 рассматриваются различные приближенные способы решения уравнений на формфакторы. Большинство из них основано на разложении формфактора по полному набору базисных функций. В конкретных вычислениях приходится ограничиваться конечным числом членов разложения. В связи с этим точность результатов зависит от выбора базиса. В подобных подходах для каждой физической задачи существует свой наиболее оптимальный выбор базисных функций. В диссертации в качестве такого набора функций предлагается использовать базисные функции задачи Штурма-Лиувилля, которые обладают рядом преимуществ по сравнению с волновыми функциями осцилляторного потенциала и потенциала Саксона-Вудса. Главные достоинства функций Штурма-Лиувилля заключаются в том, что они образуют полный дискретный набор базисных функций, имеющий правильное асимптотическое поведение (в соответствии с требованиями физической задачи) в граничной области действия потенциала.

В качестве конкретного приложения предложенного метода решения уравнения на формфакторы рассматривается реакция

$^{42}\text{Ca}(p,d)^{41}\text{Ca}$ . Эта реакция была исследована в работе /9/, где в качестве базисных функций использовались волновые функции сферического потенциала Саксона-Вудса; при этом учитывались также состояния сплошного спектра. Однако стандартные методы диагонализации матриц невозможно непосредственно использовать для

состояния сплошного спектра. Чтобы свести задачу к обычному виду, используется приближенное разбиение интегралов на суммы по конечным интервалам энергии. Тогда приходится контролировать не только сходимость решения для различных пределов обрезания набора сверху, но и сходимость по интервалам энергии. Выбор же меньших интервалов, формально увеличивающий точность описания, приводит к одновременному уменьшению величины коэффициентов примесей, соответствующих этому интервалу, а работа с малыми коэффициентами – практически сложная задача даже для современных ЭВМ.

В диссертации показано, что, используя базис Штурма–Лиувилля, результаты работы<sup>/9/</sup> можно получить с гораздо меньшими затратами расчетного времени и более надежным способом.

Необходимо также отметить, что применение базиса Штурма–Лиувилля позволяет обобщить известную "well depth" процедуру (подгонка глубины ямы). Действительно, с одной стороны, мы можем считать параметры среднего поля фиксированными и найти собственные значения энергии. С другой стороны, можно брать экспериментальные значения энергии, тогда параметр глубины потенциала будет играть роль обобщенных собственных значений.

В качестве второго примера рассматривается реакция срыва с учетом коллективных возбуждений ядра–мишени (§ 5). Рассчитаны формфакторы и сечения реакции  $^{52}\text{Cr} (d, p) \text{Cr}^{53}$ . Показано, что сечение реакции передачи с учетом непрямых переходов (коллективных возбуждений ядра–мишени) частично выравнивается и увеличивается по абсолютной величине. Этот эффект является довольно общим, поскольку в амплитуду прямых переходов дают вклад как парциальные волны вне ядра, так и волны на его поверхности, прошедшие через эффективные барьеры, в то время как в амплитуду

непрямых переходов дают вклад только парциальные волны, дошедшие до поверхности ядра<sup>/10/</sup>.

Изложенные методы исследования одонуклонных реакций передач можно с успехом применять и для реакции передачи двух нуклонов.

В § 7 гл. I диссертации предложен метод решения двухчастичной задачи на основе базиса Штурма–Лиувилля. В рассматриваемой модели используется приближение нулевого радиуса взаимодействия между протоном и центром масс двух переданных нейтронов, что позволяет исследовать реакцию передачи в рамках кластерной модели. Формфактор реакции передачи определяется интегралом перекрытия двухчастичной волновой функции с функцией, описывающей относительное движение двух нейтронов в тритоне. При решении двухчастичной задачи оказывается важным учет принципа Паули. При этом математическая структура задачи приобретает сложный вид системы связанных интегродифференциальных уравнений. В рамках нашего подхода, основанного на использовании базиса Штурма–Лиувилля, мы имеем дело с системой алгебраических уравнений с  $N$  дополнительными условиями, где  $N$  – число занятых оболочечных состояний. В диссертации предложен простой и эффективный метод решения системы алгебраических уравнений с дополнительными условиями, соответствующими учету принципа Паули. Также на основе конкретных расчетов показано, что компоненты, соответствующие двухчастичным состояниям непрерывного спектра, сравнимы с теми, при которых одна частица находится в связанном состоянии. Учет компонент двухчастичных состояний в непрерывном спектре привел к устранению нефизического узла волновой функции, полученного в работе<sup>/9/</sup>. В качестве конкретного приложения метода в диссертации приведены расчеты форм-

факторов и сечений реакций  $^{40}\text{Ca}(t,p)^{42}\text{Ca}$  и  $^{16}\text{O}(t,p)^{18}\text{O}$ . Показано, что, хотя угловые распределения слабо чувствительны к малым коэффициентам смешивания, абсолютные сечения при этом существенно меняются (4–5 раз в сторону улучшения теоретических описаний с экспериментальными данными).

Вторая глава диссертации посвящена исследованию одночастичных состояний в деформированных ядрах/II-14/. Для описания среднего поля деформированного ядра применяется потенциал Саксона–Вудса. В § 1 данной главы вводится понятие формфактора реакции передачи на деформированных ядрах. Показано, что имеется простая связь формфактора с одночастичной волновой функцией, радиальная часть которой является решением системы связанных дифференциальных уравнений на собственное значение. Разные способы нахождения решений системы связаны (как и в случае сферических ядер) с разложением волновой функции по различного рода наборам базисных функций. Наиболее известные базисы – собственные функции осцилляторного потенциала и сферического потенциала Саксона–Вудса.

Волновые функции осцилляторного потенциала имеют неправильное (не соответствующее требованиям физической задачи) асимптотическое поведение. Дискретный набор волновых функций сферического потенциала Саксона–Вудса является неполным, а попытка включения непрерывного спектра представляет собой очень сложную задачу. В связи с указанными трудностями в настоящей диссертации для решения задачи также предлагается использовать базис Штурма–Лиувилля.

В § 2 проведен анализ реакции  $^{154}\text{Sm}(d,p)^{155}\text{Sm}$  на основе метода связанных каналов. Необходимо отметить, что он является более общим, чем метод иска-

женных волн. Метод искаженных волн претендует на описание только формы углового распределения дифференциальных сечений. В диссертации на основе конкретных расчетов, проведенных для реакции  $^{154}\text{Sm}(d,p)^{155}\text{Sm}$ , показано, что МСК совместно с методом разложения по базису Штурма–Лиувилля позволяет получить дифференциальные сечения, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными не только по форме углового распределения, но и по абсолютной величине.

Несмотря на большие достоинства базиса Штурма–Лиувилля, его использование имеет недостаток, присущий вообще методу разложения по базисным функциям. Как уже было указано выше, в конкретных расчетах приходится ограничиваться конечным числом членов разложения. Поэтому даже при самом удачном выборе базиса мы не в состоянии оценить вклад отброшенных членов разложения в результат физической задачи. В связи с этим возникает необходимость в разработке и применении более совершенных методов и алгоритмов численного решения задачи.

Непрерывный аналог метода Ньютона, успешно применяемый к решению широкого круга задач/15/, в том числе и задач на собственные значения, представляет достаточно перспективную основу для разработки требуемого алгоритма.

В реферируемой диссертации предложен метод решения системы связанных дифференциальных уравнений на собственное значение на основе непрерывного аналога метода Ньютона. Указанный метод позволяет получить формфакторы реакции передачи с высокой степенью точности во всей области действия потенциала. Это обстоятельство представляется весьма существенным при исследовании реакций подбарьерных передач. В диссертации на основе непрерывного аналога метода Ньютона вычислены формфакторы и сечения

подбарьерного срыва и подхвате на ядрах  $^{237}U$ ,  $^{238}U$ ,  $^{239}U$ . Показано, что сечения, вычисленные в рамках МСК с использованием наших формфакторов, лучше передают функциональную зависимость от энергии налетающих частиц, чем сечения, полученные с помощью МИВ.

Третья глава диссертации посвящена исследованию одночастичных квазистационарных состояний сферических и деформированных ядер/<sup>16,17/</sup>.

Известно, что исследование квазистационарных (резонансных) состояний представляет собой гораздо более сложную задачу, чем задача нахождения связанных состояний. Эти трудности объясняются тем, что квазистационарные состояния находятся в области положительных энергий (непрерывного спектра) и обладают определенной шириной.

В диссертации предлагается решение задачи определения квазистационарных состояний как задачи на собственные значения. Тогда резонансные состояния соответствуют решениям уравнения Шредингера с определенными граничными условиями.

В первом параграфе настоящей главы диссертации резонансные состояния исследуются в рамках  $R$ -матрицы/<sup>18/</sup>. В этом случае уровни энергии резонансов соответствуют полюсам  $R$ -матрицы. Предложено фазовое уравнение для  $R$ -матрицы и его решение при определенных граничных условиях, соответствующих квазистационарным состояниям, на основе непрерывного аналога метода Ньютона. Таким путем найдены уровни энергии и приведенные ширины резонансных состояний.

В следующих параграфах третьей главы диссертации предлагается решение задачи на квазистационарные состояния в рамках

$K$ -матрицы/<sup>19/</sup>. Ширины резонансов в предложенном подходе определяются интегральной формулой, близкой к известной формуле Фешбаха/<sup>20/</sup>. Показано, что эта формула идентична интегральной формуле Брейта/<sup>19/</sup>, причем выбор формулы для определения ширины зависит от нормировки волновой функции квазистационарного состояния.

В качестве конкретного примера в диссертации рассматриваются квазистационарные состояния сферических и деформированных ядер. На основании проведенных расчетов и их сравнения с аналогичными вычислениями можно сделать вывод, что предложенный в диссертации метод нахождения энергии и ширин распада подбарьерных квазистационарных состояний дает устойчивые результаты и удобен для реализации на ЭВМ. Представляется привлекательным применить развитый метод для исследования протонной радиоактивности,  $\alpha$ -распада и нейтронных силовых функций.

В приложении I к диссертации подробно изложены метод и алгоритм решения системы связанных дифференциальных уравнений

$$U_i''(x) + (\mathcal{K}_{ii}(x) - \lambda) U_i(x) = - \sum_{i \neq j} \mathcal{K}_{ij}(x) U_j(x)$$

с граничными условиями

$$U_i(0) = U_i(\infty) = 0 \quad (i=1,2,\dots,N)$$

на основе непрерывного аналога метода Ньютона. Предлагаемый алгоритм реализован в написанной на ФОРТРАНе программе, которую можно применять непосредственно, в частности, на ЭВМ БЭСМ-6 и машинах СДС. Пакет программы и описания изложены в работе/<sup>12/</sup>.

В приложении II изложены метод и алгоритм решения фазового уравнения для  $R$ -матрицы на основе непрерывного аналога метода Ньютона.

В заключении перечисляются основные результаты, полученные в диссертации:

1. Исследованы одночастичные состояния и реакции одно- и двухнуклонных передач в сферических ядрах. В рамках оболочечной модели с учетом остаточных взаимодействий показано, что радиальная часть одночастичной волновой функции является решением системы связанных дифференциальных уравнений с определенными граничными условиями на асимптотике. Предложен эффективный метод решения указанной задачи с применением базиса Штурма-Лиувилля. Применение базиса Штурма-Лиувилля позволило получить правильное асимптотическое поведение формфактора реакции передачи и решить проблему учета влияния непрерывного спектра. Предложенный метод использован также при исследовании реакции двухнуклонных передач. В качестве конкретного приложения метода вычислены формфакторы и сечения реакции однонуклонных передач  $^{42}\text{Ca}(p,d)^{44}\text{Ca}$  и  $^{53}\text{Cr}(d,p)^{52}\text{Cr}$ , а также формфакторы и сечения двухнуклонных передач  $^{40}\text{Ca}(t,p)^{42}\text{Ca}$  и  $^{16}\text{O}(t,p)^{18}\text{O}$  в рамках методов искаженных волн (МИВ) и связанных каналов (МСК).

2. Исследованы одночастичные состояния и реакции однонуклонных передач в деформированных ядрах. В рамках обобщенной модели Бора и Моттельсона показано, что радиальная часть одночастичной волновой функции деформированного ядра также является решением системы связанных дифференциальных уравнений с определенными краевыми условиями. Для решения указанной задачи также, как и в главе I, предлагается метод разложения по базису Штурма-Лиувилля. Однако в данной главе предлагается также более точный метод решения задачи – непрерывный аналог метода Ньютона. В качестве конкретных приложений рассчитаны формфакто-

ры и сечения однонуклонных реакций передач  $^{154}\text{Sm}(d,p)^{155}\text{Sm}$   $^{238}\text{U}(d,t)^{232}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}(d,p)^{239}\text{U}$  и  $^{182}\text{W}(d,p)^{183}\text{W}$  в рамках метода связанных каналов (МСК). Имеется хорошее согласие теоретических сечений с экспериментальными данными.

3. Исследованы одночастичные квазистационарные состояния сферических и деформированных ядер в рамках формализма  $R$  – и  $K$  – матриц. Задача определения квазистационарных состояний сформулирована как задача на собственное значение, которая решается с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. Таким путем получены одночастичные квазистационарные волновые функции, энергии и ширины для сферических и деформированных ядер. Приведены сравнения с результатами приближенных расчетов.

Основные результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в работах [5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 16, 17] и докладывались на Совещании по программированию и математическим методам решения физических задач (Дубна, ноябрь, 1973), Всесоюзной конференции молодых ученых (Ташкент, май, 1974 г.), а также на IV сессии Всесоюзной школы по теоретической ядерной физике (Москва, июнь, 1973 г.).

Л И Т Е Р А Т У Р А :

1. A.Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 26, No 14 (1952).
2. В.Г.Соловьев. Теория сложных ядер. "Наука", 1971.
3. Батлер С. Ядерные реакции срыва. Пер. с англ., М., Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Е.Бэнг, В.Е.Буняков, Ф.А.Гареев, Г.Шульц. ЭЧАЯ 5, 2, 263, 1974.
5. J.Bang, V.E.Bunakov, F.A.Gareev, R.M.Jamalejev and H.Schulz, Physica. Scripta. 10 (1974) 115.  
Е.Бэнг, В.Е.Буняков, Ф.А.Гареев, Г.Шульц, Р.М.Ямалеев. Препринт ОИЯИ Р4-7425, 1973.
6. F.A.Gareev, R.M.Jamalejev, H.Schulz, J.Bang. Nucl. Phys. A125 (1973) 570.  
Е.Бэнг, Ф.А.Гареев, Г.Шульц, Р.М.Ямалеев. Препринт ОИЯИ Р4-6916, 1973.
7. F.A.Gareev, J.Bang, R.M.Jamalejev. Phys. Lett., 49B, 3, 1974.  
Препринт ОИЯИ Е4-7959, 1974.
8. J.Bang, F.A.Gareev, R.M.Jamalejev.  
Препринт ОИЯИ Е4-7959, 1974.
9. R.H.Ibarra, B.F.Bayman. Phys. Rev. C, 1970, v. 1, p. 1786.
10. T.Tamura, D.R.Bes, R.A.Broglio and S.Landowne, Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 1507.
- II. F.A.Gareev, R.M.Jamalejev, M.Jaskola, J.N.Kuchtina, H.Schulz. Preprint JINR E4-7596, 1973.

12. Ф.А.Гареев, И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина, Р.М.Ямалеев. Препринт ОИЯИ II-808I, 1974.
13. Ф.А.Гареев, Г.Шульц, Р.М.Ямалеев, И.В.Пузынин, Т.П.Пузынина, И.Н.Кухтина. Препринт ОИЯИ Р4-8394, 1974.
14. Р.М.Ямалеев, Препринт ОИЯИ Р4-8723, 1975.
15. Е.П.Жидков, Г.И.Макаренко, И.В.Пузынин. ЭЧАЯ 4, I, I27, 1973.
16. Е.П.Жидков, И.В.Пузынин, Р.М.Ямалеев. Препринт ОИЯИ РII-870I, 1975.
17. Е.Бэнг, Ф.А.Гареев, И.В.Пузынин, Р.М.Ямалеев. Препринт ОИЯИ Р4-9054, 1975.
18. А.Лейн, Р.Томас, Теория ядерных реакций при низких энергиях. ИЛ, Москва, 1960.
19. Г.Брейт. Теория резонансных ядерных реакций. ИЛ, Москва, 1960.
20. H.Feschbach. Ann. Phys., 5, 357 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 декабря 1975 года.