

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

---

**П - 888**

**4-83-216**

**ПУПЫШЕВ  
Василий Вениаминович**

**КОНЕЧНОМЕРНЫЕ АППРОКСИМАЦИИ  
ГАМИЛЬТОНИАНОВ ПОДСИСТЕМ  
В ПРОБЛЕМЕ НЕСКОЛЬКИХ ТЕЛ**

**Специальность: 01.04.16 – физика атомного ядра  
и элементарных частиц**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики  
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
старший научный сотрудник

В.Б.Беляев.

Официальные оппоненты:  
доктор физико-математических наук  
доцент

А.Л.Зубарев.

кандидат физико-математических наук  
старший научный сотрудник

Д.В.Орлов.

Ведущее научно-исследовательское учреждение:  
Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова, г.Москва.

Автореферат разослан " " 1983 года.

Защита диссертации состоится " " 1983 года на  
заседании Специализированного совета К 047.01.01 Лаборатории  
теоретической физики Объединенного института ядерных исследований,  
г.Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета  
кандидат физико-математических наук

В.И.Журавлев.

#### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Несмотря на большие успехи, достигнутые в области ядерной физики на основе модельных представлений, до сих пор не существует удовлетворительной микроскопической теории многочастичных систем, исходящей из элементарных взаимодействий между частицами.

Основная трудность, возникающая при практическом решении многочастичных задач, заключается в многомерном характере динамических уравнений. Стандартные методы, например импульсное приближение, различные вариационные подходы, как правило, мало эффективны для решения задачи нескольких тел. Действительно, их применимость обусловлена либо наличием малых параметров, либо априорным знанием структуры пробных варьируемых функций.

Вместе с тем, начиная с решения двух- и трехчастичных задач, стали развиваться методы конечномерной аппроксимации парных операторов (потенциала, свободной функции Грина,  $t$ -матрицы). Применение таких методов не связано с малостью каких-либо физических параметров и позволяет существенно уменьшить размерность многочастичных интегральных уравнений.

В связи с этим представляет интерес разработка конечномерной аппроксимации многочастичных операторов, например полных гамильтонианов связанных подсистем частиц, и получения на основе этой аппроксимации практически решаемых и математически корректных уравнений. С другой стороны, известные данные о взаимодействии нуклонов, антипротонов и  $\Lambda$ -гиперонов с ядрами предъявляют все более высокие требования к надежности и однозначности теоретического анализа и их интерпретации. В настоящее время существует много теоретических схем, в рамках которых исследуются те или иные аспекты взаимодействия барионов с ядрами при низких энергиях. Однако представляет интерес решение подобных задач на основе математически и физически обоснованных приближений к точным уравнениям проблемы нескольких тел.

Один из таких методов, основанный на конечномерной аппрок-

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

БИБЛИОТЕКА

симации гамильтонианов связанных подсистем, позволил получить достаточно простые интегральные уравнения для амплитуд упругого рассеяния сильно взаимодействующей частицы на ядре, учитывающие непрерывный спектр ядерной подсистемы. На основе этих уравнений и полученных достаточных условий их применимости появляется возможность достаточно точного исследования взаимодействия барионов с ядрами при низких энергиях (до ближайшего порога раз渲а или перестройки).

Цель работы – формулировка метода конечномерной аппроксимации гамильтонианов связанных подсистем; вывод уравнений для амплитуд упругого рассеяния частицы на ядре, учитывающих тождественность (в случае рассеяния нуклонов на ядрах) и непрерывный спектр ядерной подсистемы; получение достаточных условий применимости приближенных уравнений; исследование взаимодействия антипротонов с ядрами дейтерия, нуклонов и  $\Lambda$ -гиперонов с ядрами дейтерия, трития и гелия-3 при низких энергиях с помощью полученных уравнений; решение динамической задачи рассеяния нуклонов в нерелятивистской модели шести кварков на основе уравнений, полученных конечномерной аппроксимацией трехкварковых гамильтонианов.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации впервые в ядерно-физических исследованиях предложен метод конечномерной аппроксимации гамильтонианов связанных подсистем, учитывающий тождественность частиц и непрерывный спектр ядра. Преимущество предложенного метода заключается в его надежности, простоте, математической корректности и в наличии достаточных условий применимости. Эффективность метода конечномерной аппроксимации гамильтонианов связанных подсистем была продемонстрирована вычислением: длин рассеяния в модельной задаче трех тел, в задачах рассеяния антипротонов на ядрах  $H^2$ , нуклонов и  $\Lambda$ -гиперонов на ядрах  $H^2, H^3, He^3$ ; энергий связи легчайших гиперядер  $^3H, ^4H, ^4He$ ,  $S$ -фазы нуклон-нуклонного рассеяния в рамках задачи шести тел. На основе полученных уравнений впервые была сделана попытка вычисления комплексных длин  $n^3He$ -рассеяния в рамках задачи четырех тел, оценено полное сечение  $\Lambda^3H(^3He)$ -рассеяния, исследовано влияние формы  $NN$ -потенциала и разности энергий связи ядер  $^3H$  и  $^3He$  на разность энергий отделения  $\Lambda$ -частицы в основных состояниях гиперядер  $^4H, ^4He$ .

Выполненные исследования весьма актуальны в связи с экспериментами по взаимодействию медленных нейтронов с легчайшими ядрами (ЛНФ ОИЯИ) и с экспериментами по  $\gamma$ -спектроскопии легчайших ядер (ФИАН СССР). Полученные уравнения вполне надежны и применимы для микроскопического вычисления волновых функций рассеяния тепловых нейтронов на ядрах  $H^2, He^3$ , столь необходимых для исследования роли обменных токов в ядрах, а также для исследования взаимодействий антипротонов с легчайшими ядрами, актуального в связи с пуском накопительного комплекса медленных антипротонов  $LEAR$  в ЦЕРНе в 1983 г.

Следующие результаты выдвигаются для защиты:

1. Дано формулировка метода конечномерной аппроксимации многочастичных гамильтонианов связанных подсистем.

2. На основе метода конечномерной аппроксимации получены приближенные многочастичные уравнения для амплитуд взаимодействия частиц с легчайшими ядрами при низких энергиях (до порога раз渲а).

3. Получены уравнения, учитывающие тождественность частиц, непрерывный спектр ядра и достаточные условия применимости конечномерной аппроксимации.

4. Исследовано взаимодействие антипротонов и  $\Lambda$ -гиперонов с ядрами  $H^2$ .

5. Исследовано влияние формы  $NN$ -потенциала, структурных особенностей волновых функций и разности энергии связи ядер  $^3H$  и  $^3He$  на разность энергий отделения  $\Lambda$ -гиперонов в основных состояниях гиперядер  $^4H, ^4He$ .

6. Получены и решены уравнения для амплитуд рассеяния тепловых нейтронов на легчайших ядрах, вычислены реальные и минимумы части длин  $n^2H, n^3H, n^3He$  - рассеяния в различных спиновых состояниях.

7. Вычисление  $S$ -фазы  $NN$ -рассеяния в нерелятивистской кварковой модели выполнено в рамках задачи шести тел.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на семинаре НИИЯ МГУ, на семинарах ЛТФ ОИЯИ, на Международном симпозиуме по проблемам нескольких тел в ядерной физике (Дубна, 1979 г.), на XIII Совещании по теории квантовых систем нескольких частиц с сильным взаимодействием

(Тбилиси), 1981 г.), были представлены на Международном симпозиуме "Мезон-ядерные взаимодействия при средних энергиях" (Либенце, Чехословакия, 1981 г.).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано шесть работ.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и одного приложения, содержит 139 страниц машинописного текста, 6 рисунков, 13 таблиц. Библиографический список включает III наименования.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит краткое обсуждение современного состояния проблем описания малонуклонных систем и исследования взаимодействия антипротонов, нуклонов и  $\Lambda$ -гиперонов с легчайшими ядрами при низких энергиях, которым посвящена настоящая диссертация. Рассмотрена общая структура диссертации.

Первая глава посвящена формулировке метода конечномерной аппроксимации гамильтонианов связанных подсистем и его применению к задаче рассеяния частиц на ядрах при энергиях, меньших энергии ближайшего порога перестройки или раз渲а.

В §1 многочастичное уравнение Липпмана-Шингера для оператора упругого рассеяния  $T$  записывается в специальной форме, удобной для последующих аппроксимаций. Ядро полученного уравнения

$$T = T^0 + T^0(G_0 - G_c)T$$

содержит вспомогательный оператор  $T^0$ , являющийся  $\ell$ -матрицей задачи рассеяния частицы на системе частиц (нуклонах ядра), относительные координаты которых не меняются в процессе взаимодействия, оператор Грина свободного движения частицы  $G_0$  и канальный оператор Грина

$$G_c(z) = (h_0 + h_c - z)^{-1}.$$

Метод конечномерных аппроксимаций применяется к полному гамильтониану ядра  $h_c$ , одной из таких аппроксимаций является замена

$$h_c \approx \epsilon_0 |x_0\rangle\langle x_0|,$$

где  $\epsilon_0$  и  $x_0$  – соответственно энергия и волновая функция основного состояния ядра. Доказывается, что такая формулировка гарантирует единственность решения и дает методы практического решения, основанные на том, что аппроксимируемый оператор действует в пространстве квадратично-интегрируемых по координатам ядерной подсистемы функций. Последнее имеет место при отрицательной полной энергии всей системы частиц. В этом случае удается получить уравнения, учитывающие непрерывный спектр ядра и достаточные условия применимости конечномерных аппроксимаций, непрерывный спектр ядра и различные достаточные условия применимости конечномерных аппроксимаций. Неравенство  $\|T^0\| < |\epsilon_0|$  является одним из таких условий. Один из вариантов учета непрерывного спектра демонстрируется на примере вычисления длин рассеяния в модельной задаче трех тел.

В §2 получены уравнения для амплитуд рассеяния нуклонов на легчайших ядрах, учитывающие принцип Паули.

В §§3,4 исследуется уравнение для вспомогательного оператора  $T^0$

$$T^0 = V - VG_0T^0 = V - T^0G_0V,$$

где  $V$  – сумма всех потенциалов взаимодействия частицы с нуклонами ядра. В случае сепарабельных парных взаимодействий это уравнение имеет аналитическое решение. Используется редукционная схема, оптимальная для численных расчетов и позволяющая вычислить  $N$ -частичный оператор  $T_N^0$  по известному оператору  $T_{N-1}^0$  для системы  $N-1$  частиц.

Вторая глава посвящена исследованию взаимодействия медленных антипротонов с ядрами  $^2H$  и  $\Lambda$ -гиперонов с ядрами  $^2H$ ,  $^3H$ ,  $^3He$ .

В §1 исследуется зависимость длин  $\bar{p}$ - $^2H$ -рассеяния от параметров  $NN$ -потенциала и структурных особенностей волновой функции дейтерия.

В §2 рассматривается зависимость дублетных длин  $\Lambda^2H$ -рассеяния и энергии связи ядра гипертрития от параметров  $\Lambda N$ -взаимодействия.

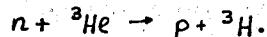
В §3 изучается зависимость длин рассеяния  $\Lambda^3He(^3H)$  и разности  $\Delta B_\Lambda$  энергий отделения  $\Lambda$ -гиперона в основных и возбужденных состояниях гиперядер  $^4_\Lambda H$ ,  $^4_\Lambda He$  от параметров  $\Lambda N$ -

взаимодействия, структурных особенностей волновых функций и кулоновской разности энергий связи ядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ . Вычисленное значение  $\Delta B_\Lambda = 0,336$  МэВ близко к экспериментальному  $\Delta B_\Lambda = 0,34 \pm 0,07$  МэВ.

В третьей главе делается попытка решения задачи рассеяния тепловых нейтронов на ядрах  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$  на основе уравнений, учитывающих тождественность нуклонов.

В §1 получены уравнения для амплитуд упругого  $n - {}^2\text{H}$ -рассеяния. На примере вычисления квартетной длины  $n - {}^2\text{H}$ -рассеяния демонстрируется способ устранения возможных сингулярностей оператора  $T'$ , обусловленных спецификой  $NN$ -взаимодействия.

В §2 получены уравнения для амплитуд рассеяния нуклонов на ядрах  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ , учитывающие тождественность нуклонов и наличие неупругого канала



Вычислены длины рассеяния нуклонов на ядрах  ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$  в различных спиновых состояниях. Реальные части синглетной и триплетной длины  ${}^3\text{He}$ -рассеяния, соответственно равные 6,05 и 4,25 фм, хорошо согласуются с экспериментальными: (6,1±0,6) и (4,0±0,2) фм. Согласия мнимых частей длины  $n - {}^3\text{He}$ -рассеяния с экспериментальными данными получить не удалось, что указывает на необходимость более точного учета кулоновских сил в данной задаче и использования более реалистических волновых функций трехнуклонных ядер.

В четвертой главе исследуется нуклон-нуклонное рассеяние в нерелятивистской кварковой модели.

В §1 на основе аппроксимации полных трехкварковых гамильтонианов операторами первого ранга, что при гипотезе невылетания кварков из нуклонов является вполне разумным, получены и решены приближенные уравнения для амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния. Вычислена  $S$ -фаза нуклон-нуклонного рассеяния.

В заключении приведены основные результаты, полученные в диссертации.

В приложении I приводятся асимптотические волновые функции рассеяния барионов на ядрах  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ .

Основные результаты, полученные в диссертации

1. На основе метода конечномерной аппроксимации гамильтонианов связанных подсистем получены уравнения для амплитуд упругого рассеяния частиц на ядрах при низких энергиях.

2. Предложены несколько вариантов учета вклада непрерывного спектра ядерной подсистемы в амплитуду упругого рассеяния частиц на ядрах. Полученные достаточные условия для применимости метода конечномерной аппроксимации продемонстрированы на примерах вычисления: длии рассеяния в модельной задаче трех тел, в задачах рассеяния антипротонов на ядрах нуклонов и  $\Lambda$ -гиперонов на ядрах  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ ; энергий связи основных состояний гиперядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^4\text{H}$ ,  ${}^4\text{He}$ .

3. На основе полученных приближенных уравнений обнаружена сильная зависимость длии  $p - {}^2\text{H}$ -рассеяния от параметров  $NN$ -взаимодействия и отсутствие таковой зависимости от структурных особенностей волновой функции дейтерия.

Исследована зависимость длии  $\Lambda - {}^2\text{H}$ ,  $\Lambda - {}^3\text{H}$ ,  $\Lambda - {}^3\text{He}$ -рассеяния и энергий отделения  $\Lambda$ -гиперона в основных состояниях гиперядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^4\text{H}$ ,  ${}^4\text{He}$  от параметров  $NN$ -взаимодействия и структурных особенностей волновых функций ядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ . Показано, что учет разности энергий связи ядер  ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$  уменьшает разность энергий отделения  $\Lambda$ -гиперона в основных состояниях гиперядер  ${}^4\text{H}$ ,  ${}^4\text{He}$  на 0,1-0,3 МэВ.

4. Полученные уравнения обобщены на случай рассеяния нуклонов на ядрах, что позволило вычислить реальные и мнимые части длии  $n - {}^2\text{H}$ ,  $n - {}^3\text{H}$ ,  $n - {}^3\text{He}$ -рассеяния. Действительные части длины, в отличие от мнимых, находятся в удовлетворительном согласии с результатами расчетов, выполненных другими методами, и с экспериментальными данными. Мнимые части длины  $n - {}^3\text{He}$ -рассеяния оказались весьма чувствительными к параметрам  $NN$ -взаимодействия и вариациям волновых функций ядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ .

5. На основе конечномерной аппроксимации нуклонных (трехкварковых) гамильтонианов была решена динамическая задача шести тел и вычислена  $S$ -фаза  $NN$ -рассеяния.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. В.Б.Беляев, В.В.Пупышев.  $NN$ -рассеяние в нерелятивистской кварковой модели. ЯФ, 1980, т.31, с.1324-1331; Препринт ОИЯИ, Р4-12648, Дубна, 1979.
2. В.Б.Беляев, В.В.Пупышев. Приближенные уравнения для амплитуд упругого  $Nd$ -рассеяния. Сообщение ОИЯИ, Р4-81-143, Дубна, 1981.

3. В.Б.Беляев, В.В.Пузышев. Описание взаимодействия нуклонов и  $\Lambda$ -частиц с легчайшими ядрами при низких энергиях, ЯФ, 1982, т.35, с.905-911; Preprint JINR E4-81-677, Dubna, 1981.
4. V.B.Belyaev, V.V.Pupyshev, O.P.Solovtsova. Interaction of antiprotons with deuterons at low energies. Czech.J.Phys. 1982, v.B32, p.294-296.
5. В.Б.Беляев, В.В.Пузышев. Описание взаимодействия  $\Lambda$ -частиц с трехнуклонными ядрами при низких энергиях, Препринт ОИЯИ, Р4-82-815, Дубна, 1982.
6. В.Б.Беляев, В.В.Пузышев. Уравнения для амплитуд упругого рассеяния частиц на ядрах при низких энергиях. Препринт ОИЯИ, Р4-83-173 , Дубна, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 апреля 1983 года.