ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

4-81-526

МУСАБАЕВ
Кадырхан Камзинович

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ И АНТИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ В МЕТОДЕ ФАЗОВЫХ ФУНКЦИЙ

Специальность: 01.04.16 - физика атомного ядра и элементарных частиц

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1981

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
старший научный сотрудник

Р.М.Мир-Касимов,

кандидат физико-математических наук
старший научный сотрудник

А.А.Серегин.

Ведущая организация:

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова (физический факультет).

Защита диссертации состоится "___"__________ 1981 года на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (Московская область, г. Дубна).

Автореферат разослан "___"__________ 1981 года.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико-математических наук

В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. При решении многих конкретных задач атомной и ядерной физики оказался весьма эффективным метод фазовых функций [1]. Он отличается формальной простотой и физической ясностью своих уравнений, которые формулируются для таких величин, как, например, фазы и амплитуды рассеяния, функция отражения, длины рассеяния. Сравнительно недавно было показано, что метод фазовых функций может быть с успехом применен к релятивистской задаче двух тел [2], а также к квантовомеханической задаче рассеяния трех и четырех тел [3].

Метод фазовых функций открывает новые возможности для решения квазиклассических задач в теории потенциального рассеяния, интерес к которым в последнее время существенно возрос. Например, квазиклассика нашла эффективное применение при анализе взаимодействий тяжелых ионов [4], в задаче о делении ядер [5] и в ряде других. Известно, что математическая структура теории квазиклассического приближения весьма сложна [6]. Особую трудность представляет проблема нахождения поправок к главному члену асимптотического разложения для коэффициента отражения (прохождения). Поэтому представляется актуальным рассмотреть эту задачу в рамках метода фазовых функций. В этом формализме вопрос о квазиклассическом приближении был сформулирован в работе [1]. Здесь было получено уравнение для так называемой функции отражения, которая непосредственно связана с коэффициентом отражения. Однако, как показал дальнейший анализ, на основе этого уравнения не удается последовательным образом построить алгоритм вычисления квазиклассического коэффициента отражения. Аналогичные трудности имеют место и в задаче о нахождении методом фазовых функций квазиклассического сдвига фазы [1,7]. В этой связи возникла проблема разработки в рамках метода фазовых функций таких подходов, которые позволили бы более просто и последовательно провести исследование квазиклассических задач рассеяния.

Основная цель работы состоит в исследовании методом фазовых функций квазиклассических задач рассеяния в одномерном потенциальном поле и в поле центрально-симметричных потенциалов. Главным здесь является вывод адекватных квазиклассике уравнений соответственно для функции отражения и фазы парциальной волны и разработка аналитических методов их решения.

В диссертации ставится также задача сформулировать и разработать в методе фазовых функций так называемое антиклассическое приближение [8] для одномерного отражения. Этот метод применим в условиях малости размера области существенного изменения потенциала по сравнению с характерной длиной волны.

<u>Научная новизна и практическая ценность</u>. В диссертации разработан ряд теоретических вопросов метода фазовых функций, связанных с решением задач рассеяния в условиях, когда оказываются применимыми квазиклассическое и антиклассическое приближения.

I. Впервые в методе фазовых функций получено адекватное квазиклассике уравнение на одномерную функцию отражения. Разработан метод его решения, позволяющий построить для коэффициента отражения квазиклассическое сходящееся разложение по степеням характерной экспоненциально малой величины. Предложено приближенное решение уравнения для случая энергий, достаточно близких к вершине барьера, где квазиклассика неприменима. Развит метод последовательного получения так называемого множителя Кембла (см. в [9]), при учете которого получают более точные результаты, чем соответствующие ВКБ-выражения.

2. Впервые в методе фазовых функций получено адекватное квазиклассике уравнение на фазу парциальной волны. Разработан метод его решения, позволяющий получить квазиклассический сдвиг фазы с точностью до первой поправки включительно. Предложен метод получения аналитического выражения для сдвига фазы, которое содержит интегралы с регулярными всюду подынтегральными функциями. Это позволяет избежать сложной процедуры регуляризации.

3. Сформулирован и разработан простой и эффективный метод исследования одномерного движения в условиях применимости антиклассического приближения. Получено приближенное аналитическое выражение для коэффициента надбарьерного отражения с точностью до $O(\hbar^{-6})$-членов. Найден его явный вид для ряда потенциалов.

Полученные результаты могут быть использованы при решении соответствующих квазиклассических и антиклассических задач одномерного движения и при анализе рассеяния в поле центрально-симметричных потенциалов. Разработанные подходы могут служить основой для построения алгоритмов вычисления соответствующих параметров рассеяния в более сложных задачах типа прохождения частицы через систему барьеров, как, например, в задаче о делении ядер и задаче резонансного рассеяния в поле центрально-симметричного потенциала.

<u>Апробация работы</u>. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, на семинаре кафедры ядерной физики Ленинградского государственного университета им. А.А.Жданова и на семинаре кафедры теоретической физики Ташкентского госуниверситета им. В.И.Ленина. Они представлялись и докладывались на I конференции молодых ученых НИИЯФ МГУ им. М.В.Ломоносова (Москва, 1971 г.) и на XI Всесоюзном совещании по "Теории систем с сильным взаимодействием" (Ташкент, 1979 г.).

<u>Публикации</u>. По результатам диссертации опубликовано семь работ.

<u>Объем работы</u>. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и двух приложений; содержит 104 страницы машинописного текста, 5 рисунков и библиографический список литературы из 61 наименования.

<u>СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ</u>

<u>Во введении</u> сформулированы основные проблемы, исследованные в диссертации методом фазовых функций.

<u>В первой главе</u> диссертации исследуется квазиклассическая задача одномерного отражения. Сформулированы уравнения подхода, разработаны методы их решения.

В §I установлены критерии, которым должен удовлетворять основной член квазиклассического разложения для коэффициента надбарьерного отражения (КНО). Формулируется задача получения в методе фазовых функций адекватного квазиклассике одномерного уравнения на функцию отражения.

В §2 разработаны два подхода к выводу адекватных квазиклассике уравнений на локальные амплитуды падающей – $A(x)$ и отраженной – $C(x)$ волн и искомую функцию отражения – $B(x) = C(x)/A(x)$. Уравнение на $B(x)$, полученное в первом подходе, является более простым и в дальнейшем (§ 3,5) будет браться за исходное:

$$\frac{d}{dx}B(x;\hbar) = i\hbar\,\varepsilon(x)\left\{\exp[i\theta(x)] + B(x;\hbar)\cdot\exp[-i\theta(x)]\right\}^2. \qquad (1)$$

Отсутствие отраженной волны в области $x \to +\infty$ дает начальное условие $B(+\infty;\hbar) = 0$. Здесь

$$\varepsilon(x) = \frac{2p(x)\cdot p''(x) - 3[p'(x)]^2}{8p^3(x)}; \quad \theta(x) = \frac{1}{\hbar}\int_{x_0}^{x} p(x_1)\,dx_1, \qquad (2)$$

где $p(x)$ – классический локальный импульс и x_0 – произвольная точка на вещественной оси.

Коэффициент отражения равен $R = |B(-\infty)|^2$. Доказывается, что уравнение (I) при $\hbar = 0$ принимает вид $B'(x;0) \equiv 0$. Отсюда в соответствии с классической механикой следует, что надбарьерное отражение отсутствует, т.е. уравнение (I) имеет необходимый предельный по $\hbar$ вид. Уравнение с подобным свойством мы называем адекватным квазиклассике.

В §3 разработаны три (a, b, c) метода решения уравнения (I). В методе (a), основанном на линеаризации уравнения, получено ВКБ-выражение для КНО. Метод (b) основан на исследовании квазиклассических свойств уравнения на комплексной плоскости z и учете лишь непосредственной окрестности точек поворота z_i $(p(z_i)=0)$. Для задачи с двумя такими точками (как комплексными, так и действительными) получено квазиклассическое сходящееся разложение по степеням характерной экспоненциально малой величины. Результат имеет вид: $R^{(кв.кл)} = R_к + \Delta$, где $R_к$ - известный коэффициент отражения, получаемый в методе Цваана-Кембла (см.[9]), а $\Delta \ll R_к$. Таким образом, получается более общий результат, чем в обычном стандартном подходе. Показано, что вклад полюса потенциала в данном методе определяется тем же способом, что и вклад нуля импульса. Методом (c), основанным на разложении экспонент в уравнении (I), получено приближенное решение, описывающее отражение при энергиях, достаточно близких к вершине барьера, где квазиклассика неприменима. Оно имеет вид

$$\widetilde{B}^{(1)}(x;\hbar) = i\mu(x)\left\{1 - i\mu(x)\right\}^{-1}; \quad \mu(x) = \hbar\int_{+\infty}^{x} \varepsilon(x_1)\,dx_1. \quad (3)$$

В частном случае отражения от потенциальной ступеньки Эккарта частицы с энергией,равной высоте ступеньки,соотношение (3) приводит к точному значению для КНО.

В §4 последовательно получен множитель Кембла (см. [9]), учет которого дает более точный результат, чем ВКБ-приближение. С этой целью уравнения на величины $A(x)$ и $C(x)$ решаются методом итераций. Первая приводит к множителю Кембла, последующие позволяют произвести его уточнение.

В §5 методом теории возмущений найдено абсолютно и равномерно сходящееся решение уравнения (I) в виде ряда по степеням безразмерного квазиклассически малого параметра. Показано, что из частичной суммы (по всем степеням малого параметра) этого ряда следует ВКБ-выражение для КНО.

<u>В главе II</u> методом фазовых функций исследуется квазиклассическая задача рассеяния в поле центрально-симметричных потенциалов. Сформулированы адекватные квазиклассике уравнения на фазу парциальной волны, разработаны методы их решения.

Показано (§ 6,7), что исходное уравнение в[I,7] на фазу волны не адекватно квазиклассике. В этой связи ставится вопрос о формулировке адекватного квазиклассике уравнения на фазу волны. Предложен и разработан новый подход, позволяющий, в частности, получить адекватное квазиклассике уравнение на фазу волны, имеющее вид

$$\frac{d}{dr}\alpha_\ell(r) = \frac{1}{\hbar}p_\ell(r) - 2\hbar\,\varepsilon_\ell(r)\cdot\sin^2\alpha_\ell(r), \quad (4)$$

с начальным условием $\alpha_\ell(r_t) = 0$, где r_t - точка поворота. Здесь $p_\ell(r) = [2m(E - V(r)) - \hbar^2\ell(\ell+1)/r^2]^{1/2}$ - локальный радиальный импульс, $\varepsilon_\ell(r)$ - радиальный аналог одномерной величины $\varepsilon(x)$ (см. (2)).

Сформулирован модифицированный аналог уравнения (4)

$$\frac{d}{dr}\widetilde{\alpha}_\ell(r) = \frac{1}{\hbar}\widetilde{p}_\ell(r) + \hbar\left\{[4r^2\widetilde{p}_\ell(r)]^{-1} - 2\widetilde{\varepsilon}_\ell(r)\right\}\sin^2\widetilde{\alpha}_\ell(r), \quad (5)$$

где

$$\widetilde{p}_\ell(r) = [2m(E - V(r)) - \hbar^2(\ell+1/2)^2/r^2]^{1/2}$$

- модифицированный импульс. Оказывается, что для потенциалов, более сингулярных, чем r^{-2}, удобнее использовать уравнение (4), для менее сингулярных - уравнение (5) $(r \to 0)$.

Сдвиг фазы определяется как

$$\delta_\ell(k) = \lim_{r\to\infty}\left\{\alpha_\ell(r) - \beta_\ell(r)\right\}, \quad \text{где } \beta_\ell(r) -$$

фаза свободной радиальной волны, удовлетворяющая (4) или (5) при $V(r) \equiv 0$.

На основе (4),(5) получены соответственно немодифицированный и модифицированный сдвиги фазы с первой поправкой к ВКБ-выражению (§8).

В §9 предложен и разработан метод учета окрестности точки поворота, вне которой предполагается справедливой квазиклассика. С его помощью получено следующее соотношение для сдвига фаз:

$$\bar{\delta}_\ell(k) = \sigma_\ell + \hbar\lim_{r\to\infty}\left\{\int_{\rho_r}^{r}\varepsilon_{\ell 0}(r_1)\,dr_1 - \int_{r_r}^{r}\varepsilon_\ell(r_1)\,dr_1\right\}. \quad (6)$$

Здесь величина $\sigma_\ell = \delta_\ell^{ВКБ}(r_r;k) + \sigma_\ell(r_t, r_r)$, где $\sigma_\ell(r_t, r_r)$ учитывает вклад окрестности точки поворота r_t; r_r - граница окрестности, определяемая из условия сшивания решений для окрестности и вне ее.

<u>В главе Ш</u> методом фазовых функций исследуется одномерное движе-

ние, когда характерная длина волны много больше расстояния существенного изменения потенциала (условие антиклассики).

В §§ I0,II показано, что уравнение $(q(y) = p(y)/P_c\,;\ B(+\infty;\beta^{-1})=0)$

$$\frac{d}{dy}B(y;\beta^{-1}) = \frac{dp(y)/dy}{2p(y)}\left\{e^{2i\beta^{-1}\int_{y_0}^{y} q(y_1)dy_1} - B^2(y;\beta^{-1})e^{2i\beta^{-1}\int_{y_0}^{y} q_1 dy_1}\right\} \qquad (7)$$

(где $y=x/a;\ \beta=\hbar/aP_c$, a – постоянная длина, P_c – характерный импульс), полученное в книге /I/, в предельном случае $a=0$ $(\beta^{-1}=0)$ (условно $\hbar=\infty$) имеет определенный смысл. Это свойство уравнения дает основание для поиска приближенного решения уравнения (7) в условиях $\beta^{-1} \ll 1$. Найдено решение уравнения (7) в виде ряда по степеням β^{-1}. На его основе получено выражение для КНО с точностью до $O(\beta^{-6})$. Для ряда потенциалов, для которых известно точное решение, найден явный вид этого выражения, который сравнивается с антиклассическим разложением соответствующих точных решений.

<u>В заключении</u> приведены основные результаты, полученные в диссертации и выносимые на защиту:

I. Формулировка квазиклассической задачи одномерного и радиального рассеяния в методе фазовых функций и методы получения адекватных квазиклассике уравнений на соответствующие величины.

2. Вывод уравнения на одномерную функцию отражения и уравнения на фазу парциальной волны в поле центральных потенциалов.

3.Развитие методов решения уравнения на функцию отражения в условиях квазиклассичности задачи. Разработка метода приближенного решения уравнения при энергиях, достаточно близких к вершине барьера, где квазиклассика неприменима.

4. Последовательное получение множителя Кембла.

5. Построение на основе специально разработанного метода аналитического выражения для сдвига фазы, где явно учтен вклад окрестности точки поворота.

6. Разработка антиклассического приближения в методе фазовых функций.

<u>В Приложения I-2</u> вынесены вычисления ряда интегралов, используемых в диссертации.

<u>Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:</u>

I. Мусабаев К.К. О новом одномерном уравнении метода фазовых функций. I.- Изв. ВУЗов СССР, физика, 1978, вып.2, с.87-9I.

2. Мусабаев К.К. О свойствах фазовых уравнений, допускающих предельные переходы по постоянной Планка. – Дубна, 1980. – 6 с. (Сообщения/.Объединенный институт ядерных исследований: Р4-80-200).

3. Мусабаев К.К. Получение методом фазовых функций квазиклассического фактора Кембла. – Дубна, 1980 – 8с. (Сообщения/Объединенный институт ядерных исследований: Р4-80-I99).

4. Мусабаев К.К. К теории надбарьерного отражения частиц. – Изв. АН Каз ССР, 1977, вып.6, с.73-76.

5. Мусабаев К.К., Жирнов Н.И. К получению из фазовых уравнений квазиклассического приближения для фаз рассеяния. – Изв. ВУЗов СССР, физика,вып.8, с.64-69, 1978.

6. Мусабаев К.К. Антиклассическое приближение в теории надбарьерного отражения. – Труды I Конференции молодых ученых НИИЯФ МГУ им. М.В.Ломоносова (20-22 декабря 197I). – М., издат. МГУ, 1974.

7. Бабиков В.В., Мусабаев К.К. К теории антиклассического приближения для коэффициента надбарьерного отражения. – Дубна, 1972 – I0 с.(Препринт/ Объединенный институт ядерных исследований: Р4-6330); то же см. в Дополнении I монографии: В.В.Бабиков. Метод фазовых функций в квантовой механике. – Изд. второе. – М.:«Наука» 1976, с.228-233.

<u>Литература</u>

I. Бабиков В.В. Метод фазовых функций в квантовой механике. – М.: Наука, 1968. – 224 с.

2. Бабиков В.В., Груша Г.В., Мир-Касимов Р.М., Шульгина Н.Б. Конечно-разностные фазовые уравнения в релятивистской теории потенциального рассеяния. – Дубна, 1972. – 36 с. (Препринт/ Объединенный институт ядерных исследований: Р2-6828).

3. Джибути Р.Н., Сигуа К.И. Метод фазовых функций в квантовой механике трех и четырех тел. – Тбилиси, 1977 – I4 с. (Препринт/Институт ядерной физики: 3I-ЯФ).

4. Mermas M.C. Phase-Shift analysis of the backward rise of the elastic scattering angular distributions.– Phys. Rev., C, 198I, v. 23, N 2, p. 755-759.

5. Мастеров В.С., Серегин А.А. Проницаемость двугорбого барьера в квазиклассическом приближении. – ЯФ, 1978, т.27, с.1464–1471.
6. Маслов В.П., Федорюк М.В. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. – М.: Издат.«Наука», 1976: – 296 с.
7. Dashen R.F. Some Extensions of the Born Approximation for Phase Shifts.– Nuovo Cimento, 1963, v. XXVIII, N 2, p. 1775–1785.
8. Колкунов В.А. Проблемы S-матрицы.-ЖТМФ, 1970, т.2, с.169–180.
9. Пономарев Л.И. Лекции по квазиклассике. – Киев, 1968. – 77 с. (Препринт/ Институт теоретической физики: ИТФ 67–53).

Рукопись поступила в издательский отдел
31 июля 1981 года.