

8/iv-74

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



C-896

4 - 7643

1409/2-74

В.А.Сулейманов

ФОРМФАКТОР ПИОНА И ВОЗМОЖНОЕ ПОВЕДЕНИЕ
ФАЗЫ δ_1^1 $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ
В НАДПороГОВОЙ ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

4 - 7643

В.А.Сулейманов

ФОРМФАКТОР ПИОНА И ВОЗМОЖНОЕ ПОВЕДЕНИЕ
ФАЗЫ δ_1^1 $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ
В НАДПОРОВОЙ ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ

Направлено в ЯФ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. Вся имеющаяся в настоящее время экспериментальная информация о фазе δ_1^1 $\pi\pi$ -рассеяния в состоянии с квантовыми числами $I=J=1$, извлекаемая при анализе процессов двух типов, а именно, из K_{e4} -распадов ^{1/} и реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ^{2/}, хорошо согласуется с приближением "гладкого эффективного радиуса":

$$(t-4\mu^2)^{3/2} \operatorname{ctg} \delta_1^1(t) = \frac{4\mu^2 \sqrt{t}}{a_1 \mu^3} + f \sqrt{t} (t-4\mu^2). \quad /1/$$

В ^{1/} t - квадрат 4-импульса $\pi\pi$ -системы/мы используем метрику $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$, так что в ^{1/} $t > 4\mu^2$, μ - масса пиона, а длина рассеяния $a_1 \mu^3$ и эффективный радиус f берутся равными, соответственно, 0,05 и -2,21. Отметим, что экспериментальные данные о значениях фазы $\delta_1^1(t)$ имеются для значений $t \geq 0,25 / \text{ГэВ}^2$, а пороговое поведение фазы /т.е. при $t \geq 4\mu^2 = 0,078 / \text{ГэВ}^2$ / еще не скоро будет объектом прямого экспериментального исследования, так что точное значение длины рассеяния $a_1 \mu^3$ долго не будет определено.

В своей недавней работе ^{3/} Окубо и Левин исследовали вопрос о возможном поведении фазы $\delta_1^1(t)$ в упругой области реакции $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$, т.е. в интервале $4\mu^2 \leq t \leq 16\mu^2$, где $\delta_1^1(t)$ совпадает с фазой $\delta_r(t)$ электромагнитного формфактора пиона $F_\pi(t)$. В работе использовались данные о значениях $F_\pi(t)$ для $t < 0$, полученные при обработке результатов экспериментов по электророждению заряженных пионов на нуклонах ^{4/},

и неожиданно большое значение среднеквадратичного радиуса пиона r_π , — $r_\pi = 0,95 \pm 0,12$, извлеченное при анализе πe -рассеяния и приведенное в предварительном сообщении Шепарда^{/3/}. Опираясь на аналитические свойства формфактора $F_\pi(t)$, авторы получили строгие дисперсионные неравенства для значений $F_\pi(t)$ в пространственноподобной области значений t и для радиуса r_π в терминах фазы $\delta_1^1(t)$, берущейся в упругой области значений t , и модуля формфактора $|F_\pi(t)|$ при $t \geq 16\mu^2 = 0,312 / \text{ГэВ}^2$, непосредственно измеряемого в экспериментах на встречных пучках. Большой радиус привел к необходимости введения нерезонансного $\pi\pi$ -рассеяния при надпороговых энергиях. Для описания этого взаимодействия Окубо и Левин ввели семейство фаз с резкими максимумами, превосходящих фазу /1/ на большей части интервала $4\mu^2 \leq t \leq 16\mu^2$ и параметризованных следующим образом:

$$\delta_1^1(t) = \frac{R_B(t-4\mu^2)^{3/2}}{(t-t_B)^2 + \Gamma_B^2} \quad /2/$$

Единственное условие, налагаемое на фазу в форме /2/, это экспериментальный факт: $\delta_1^1(16\mu^2) = 11^\circ$. Авторы привели три набора параметров R_B, t_B и Γ_B из непрерывного множества возможных наборов, находящихся в согласии в пределах одного стандартного отклонения с приведенным выше значением r_π и со значениями $F_\pi(t)$ для пространственноподобных значений t из /4/:

$$t_B = 0,105 / \text{ГэВ}^2, \quad \Gamma_B = 0,065 / \text{ГэВ}^2, \\ R_B = 0,08 \text{ ГэВ} \quad /3/$$

$$t_B = 0,195 / \text{ГэВ}^2, \quad \Gamma_B = 0,05 / \text{ГэВ}^2, \\ R_B = 0,027 \text{ ГэВ} \quad /4/$$

$$t_B = 0,225 / \text{ГэВ}^2, \quad \Gamma_B = 0,03 / \text{ГэВ}^2, \\ R_B = 0,014 \text{ ГэВ} \quad /5/$$

Эти наборы, определяющие на рис. 1 формы В, С и D

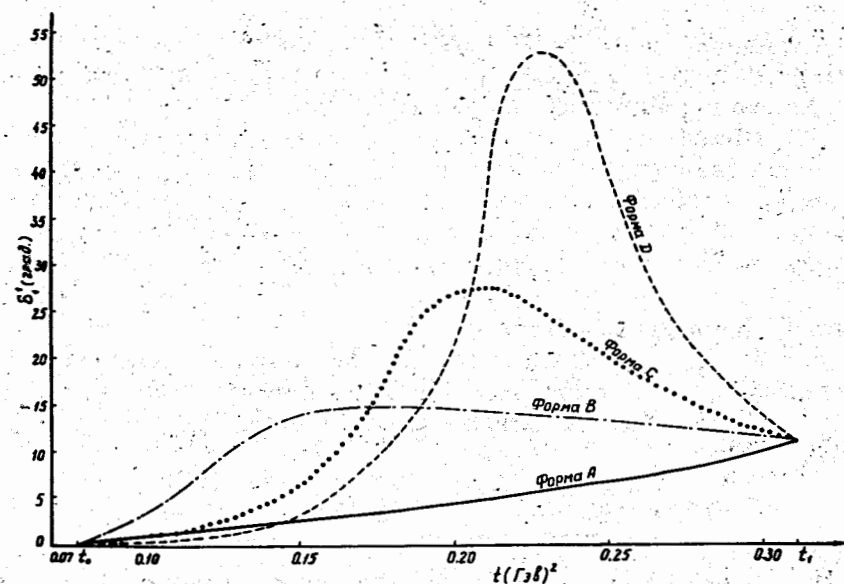


Рис. 1. Формы А, В, С и D фазы $\delta_1^1(t)$, определяемые выражениями /1/-/5/ в тексте, $t_0 = 4\mu^2$, $t_1 = 16\mu^2$.

фазы $\delta_1^1(t)$ /форма А соответствует формуле эффективного радиуса /1//, приводят к существенно отличающимся длинам рассеяния. Наибольший интерес представляет форма В, так как соответствующая ей длина рассеяния равна $(a_1\mu^3)_B = 10,6(a_1\mu^3)_{\text{С.А.}}$, где $(a_1\mu^3)_{\text{С.А.}} = 0,033$ — длина рассеяния, полученная Вайнбергом в формализме алгебры токов^{/5/}. Столь большая длина рассеяния не может не вызывать критического отношения к форме В фазы $\delta_1^1(t)$, тем более что фазы в форме /2/ не имеют простого динамического объяснения. Но, с другой стороны, никакие экспериментальные данные не запрещали подобное поведение фазы $\delta_1^1(t)$ в интервале $4\mu^2 \leq t \leq 16\mu^2$.

В настоящей работе в рамках обобщенных дисперсионных неравенств мы покажем, как новые экспериментальные данные по значениям $|F_\pi(t)|$ в точках $t = 0,067, 0,087$ и $0,112 / \text{ГэВ}^2$, полученные Неменовым и др. при анализе реакции $\pi^- p \rightarrow (e^+ e^-) p$, исследованной на

синхроциклотроне ЛЯП ОИЯИ^{/6/}, позволяют ограничить семейство фаз в форме /2/, и, как следствие, получить верхнюю границу для длины рассеяния.

2. Приведем вкратце основные результаты работы^{/3/} с единственным отличием в том, что нас будут интересовать ограничения на значения модуля формфактора пиона $|F_{\pi}(t)|$ при значениях t в интервале $0 < t \leq 16\mu^2$. Приводимые ниже дисперсионные неравенства выводятся при следующих предположениях относительно электромагнитного формфактора пиона.

I. $F_{\pi}(t)$ - аналитическая функция в комплексной плоскости (t) с разрезом, начинающимся в точке $t=4\mu^2$.

II. $F_{\pi}(t)$ - вещественная аналитическая функция в (t) , т.е.

$$F_{\pi}(t^*) = F_{\pi}^*(t).$$

III. Фаза $\delta_F(t)$ известна для вещественных t в интервале $[4\mu^2, 16\mu^2]$.

IV. Существует конечная положительно определенная функция $w(t)$, заданная на верхнем берегу разреза при $t \geq 16\mu^2$ и мажорирующая $|F_{\pi}(t)|$, т.е.

$$|F_{\pi}(t)| \leq w(t)$$

для $16\mu^2 \leq t < \infty$. Предполагается полиномиальное поведение мажоранты $w(t)$ при $t \rightarrow +\infty$, т.е.

$$w(t) \sim t^n \text{ при } t \rightarrow +\infty,$$

где n - произвольное реальное число.

Тогда справедливы следующие ограничения на возможные значения $|F_{\pi}(t)|$ для $0 \leq t \leq 16\mu^2$:

$$|F_{\pi}(t)| \leq \exp[d(t)] \left(\frac{\exp[-d(0)] - x}{1 - x \exp[-d(0)]} \right) \quad /6/$$

и

$$|F_{\pi}(t) \leq \exp[d(t)] \left(\frac{\exp[-d(0)] + x}{1 + x \exp[-d(0)]} \right),$$

где

$$x \equiv \frac{4\mu - \sqrt{16\mu^2 - t}}{4\mu + \sqrt{16\mu^2 - t}}, \quad /7/$$

$$a \quad d(t) \equiv \frac{\sqrt{16\mu^2 - t}}{2\pi} \int_{16\mu^2}^{\infty} dt' \frac{\ln w^2(t')}{(t'-t)\sqrt{t'-16\mu^2}} + \frac{\sqrt{16\mu^2 - t}}{\pi} P \int_{4\mu^2}^{16\mu^2} dt' \frac{\delta_1^1(t')}{(t'-t)\sqrt{16\mu^2 - t'}}. \quad /8/$$

Второй интеграл в /8/ при $t \geq 4\mu^2$ берется в смысле главного значения. При $t < 4\mu^2$ этот интеграл обычный, и модуль формфактора $|F_{\pi}(t)|$ в /6/ заменяется на сам формфактор.

При вычислении первого интеграла в /8/ интервал интегрирования разбивается на два: $0,312 \leq t' \leq 1/\Gamma_{\pi}^2$ и $1/\Gamma_{\pi}^2 \leq t' < \infty$.

В первом из них $w^2(t')$ берется в виде модифицированной Р-волновой кривой Брейта-Вигнера:

$$w^2(t') = \frac{0,399}{[(0,592 - t') + 1,41b(t')]^2 + 1,99k^6 t'^{-1}}, \quad /9/$$

где

$$b(t') = k^2 [h(t') - 0,504] - 0,0425(t' - 0,592),$$

$$h(t') = \frac{0,637k}{t'} \ln \left(\frac{\sqrt{t'^2 + 2k}}{0,276} \right),$$

$$k(t') = 0,5\sqrt{t' - 4\mu^2}.$$

При значениях t' из интервала $1/\Gamma_{\pi} \leq t' < \infty$ для $w^2(t')$ используется следующее феноменологическое выражение:

$$w^2(t') = \frac{2,16}{t'^2} (\Gamma_{\pi} V)^4 \quad /10/$$

Верхняя и нижняя границы для $F_{\pi}(t)$ слабо изменяются при выборе отличных от /10/ физически разумных выражений для $w^2(t')$ при больших значениях t' .

В табл. 1 приводятся верхние и нижние границы для $|F_{\pi}(t)|$ в интервале $0,065 \leq t \leq 0,115/\Gamma_{\pi} V^2$, вычисленные с помощью соотношений /6/-/8/ при выборе фазы $\delta_1^1(t')$ в форме В и функции $w^2(t')$, определенной условиями /9/ и /10/.

3. Как уже сказано выше, в работе /6/ были получены значения $|F_{\pi}(t)|$ с малыми времениподобными t при анализе реакции обратного электророжения $\pi^- p \rightarrow (e^+ e^-) n$, исследованной при малой энергии $\pi^- p$ - системы $W = 1295 \text{ МэВ}$. Анализ основывался на использовании дисперсионных соотношений для мультипольных амплитуд. Кинематические условия эксперимента позволили ограничиться лишь четырьмя амплитудами $E_{0+}, E_{2-}, L_{0+}, L_{2-}$, взятыми в полюсном приближении. В предположении $F_{\pi} = F_1^V$, где F_1^V - изовекторный дираковский формфактор нуклона, анализ оказался наиболее продуктивным и были получены следующие значения для $|F_{\pi}(t)|$:

$$\begin{aligned} t = 0,067 / \Gamma_{\pi} V^2, & \quad F_{\pi} = 1,10 \pm 0,07; \\ t = 0,087 / \Gamma_{\pi} V^2, & \quad |F_{\pi}| = 1,14 \pm 0,06; \quad /11/ \\ t = 0,112 / \Gamma_{\pi} V^2, & \quad |F_{\pi}| = 1,30 \pm 0,07. \end{aligned}$$

На рис. 2 приведены результаты /11/ в виде полосы шириной в два стандартных отклонения - область, заштрихованная горизонтальными линиями. Центральные точки для $|F_{\pi}(t)|$ из /11/ находятся в середине этой полосы. Два столбца табл. 1, определяющие границы $|F_{\pi}(t)|$, также изображаются полосой на рис. 2, - полосой возможных значений $|F_{\pi}(t)|$ при выборе фазы $\delta_1^1(t)$ в форме В - область, заштрихованная вертикальными линиями. Наличие непересекающейся части у указанных полос в районе

Таблица 1

Нижние и верхние границы для $|F_{\pi}(t)|$ при значениях t в интервале $0,065 \leq t \leq 0,112 (\Gamma_{\pi} V)^2$, определяемые соотношениями (6)-(8) при выборе фазы в форме В.

$t (\Gamma_{\pi} V)^2$	Нижняя граница для $ F_{\pi}(t) $	Верхняя граница для $ F_{\pi}(t) $
0,065	1,12	1,21
0,070	1,14	1,23
0,075	1,16	1,26
0,080	1,18	1,29
0,085	1,20	1,33
0,090	1,23	1,37
0,095	1,25	1,40
0,100	1,27	1,43
0,105	1,29	1,46
0,110	1,30	1,48
0,115	1,30	1,50

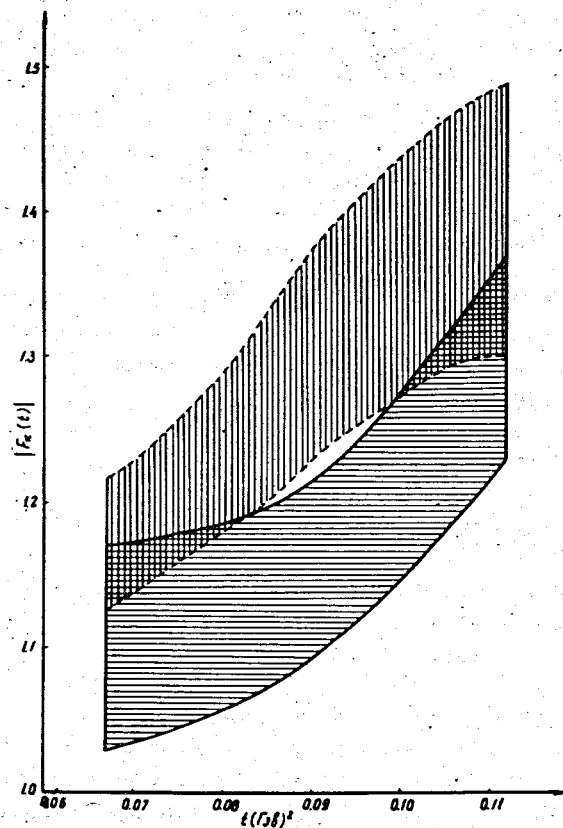


Рис. 2. Штриховка \equiv обозначает полосу экспериментальных значений из работы /6/ шириной в два стандартных отклонения /средние значения лежат в середине полосы/, а \equiv - полосу допустимых дисперсионными неравенствами значений $|F_{\pi}(t)|$ при выборе фазы $\delta_1^1(t)$ в форме В.

$t = 0,085 / \Gamma \Delta B / ^2$ означает, что в приближении одного стандартного отклонения фаза $\delta_1^1(t)$ в форме В запрещается экспериментальными данными. Этот вывод тем более не вызывает сомнений, что указанная непересекающаяся область находится как раз в окрестности одной из экспериментальных точек - $t = 0,087 / \Gamma \Delta B / ^2$. Подобное сравнение показывает, что в принятом приближении ока-

зываются запрещенными фазы из семейства /2/ с $t_B < 0,140 / \Gamma \Delta B / ^2$. Фаза с $t_B = 0,140 / \Gamma \Delta B / ^2$, $\Gamma_B = 0,061 / \Gamma \Delta B / ^2$ и $R_B = 0,058 \Gamma \Delta B$, которой соответствует длина рассеяния $4,8 (a_1 \mu^3)_{\text{С.А.}} = 0,16$, оказывается предельной для фаз в форме /2/. Что касается рассматриваемых фаз с $t_B > 0,140 / \Gamma \Delta B / ^2$, то для них подобный запрет отсутствует из-за ограниченной области значений t , в которой определялись $|F_{\pi}(t)|$. Так, для того чтобы подвергнуть аналогичной проверке формы С и D фазы $\delta_1^1(t)$, имеющие длины рассеяния $1,08 (a_1 \mu^3)_{\text{С.А.}}$ и $0,44 (a_1 \mu^3)_{\text{С.А.}}$, соответственно, необходимы измерения $|F_{\pi}(t)|$ в окрестностях точек $t = 0,17 / \Gamma \Delta B / ^2$ и $t = 0,20 / \Gamma \Delta B / ^2$, соответственно, где функции $d(t)$ из /8/ приобретают максимальные значения для этих форм фазы.

Кроме этого пожелания, адресованного экспериментаторам, хотелось бы, чтобы ошибки в значениях $|F_{\pi}(t)|$ были уменьшены по сравнению с ошибками работы /6/. Это позволило бы делать заключения о возможном поведении фазы $\delta_1^1(t)$ в упругой области с большей степенью достоверности.

4. Мы показали в разделе 3, как сравнение экспериментальных значений модуля формфактора $|F_{\pi}(t)|$ при малых времениподобных t и возможных значений $|F_{\pi}(t)|$, разрешаемых строго установленными дисперсионными неравенствами, позволяет ограничить семейство фаз с резкими максимумами в форме /2/, не запрещаемых другими экспериментальными данными. Удалось ограничить положение максимумов рассматриваемых фаз снизу, $t_B > 0,140 / \Gamma \Delta B / ^2$, и получить верхнюю границу для длины рассеяния $\pi\pi$ -взаимодействия в состоянии с квантовыми числами $I=J=1$, равную $0,16$. Ясно, что полная информация о величинах $|F_{\pi}(t)|$ в упругой области позволит в рамках рассмотренного дисперсионного неравенства существенно ограничить длину рассеяния $a_1 \mu^3$ сверху, и, быть может, снизу.

Отметим, что наши выводы сохранят свою силу в случае уменьшения экспериментального значения радиуса пиона по сравнению с приведенными выше, так как все рассмотренные фазы в форме /2/ приводят к нижней гра-

нице для радиуса пиона, получаемой аналогично границам /6/, равной 0.55Ф.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить А.М.Балдина, С.Б.Герасимова, А.Б.Говоркова, А.В.Ефремова и В.А.Мещерякова за полезные дискуссии.

Литература

1. A.Zylberztein et al. *Phys.Letters*, 38B, 457, 1972.
2. J.P.Baton et al. *Phys.Letters*, 33B, 525, 528, 1970.
3. D.N.Levin, S.Okybo. *Phys.Rev.*, D6, 3149, 1972.
4. C.N.Brown et al. *Phys.Rev.Lett.*, 26, 991, 1971.
5. S.Weinberg. *Phys.Rev.Lett.*, 17, 616, 1966.
6. С.Ф.Бережнев и др. *ОИЯИ, Р1-6934, Дубна, 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел
27 декабря 1973 года.