ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4 - 7510

БЕЛЯЕВ

Владимир Борисович

ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ 3-ЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.04.16 - физика атомного ядра и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1973

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединённого института ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук	И.Ш. Вашакидзе,
доктор физико-математических наук	Ю.А. Симонов,
член-корреспондент АН УССР	А.Г. Ситенко

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Ленинградское отделение Математического института имени В.А.Стеклова.

Автореферат разослан "   " ______________ 1973 года.

Защита диссертации состоится "   " ______________ 1973 года на заседании Учёного совета Лаборатории теоретической физики, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

Р.А. АСАНОВ

4 - 7510

БЕЛЯЕВ
Владимир Борисович

ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ 3-ЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.04.16 - физика атомного ядра и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Значительная часть задач современной ядерной физики основывается на концепции одночастичного движения, принимаемой a priori. Это обстоятельство, существенно упрощая рассмотрение, может, вообще говоря, привести к исчезновению в модельном описании свойств и эффектов, присущих реальной физической системе. В качестве примеров таких ситуаций можно привести наличие в задаче 3-х тел так называемых "фазовоэквивалентных" потенциалов, а также эффекта Ефимова /1/. Действительно, потенциалы, не различимые в одночастичном движении (фазовоэквивалетные), приводят к существенно различным свойствам 3-частичных систем, а поведение уровней этих систем в области некоторых специальных значений глубины парного потенциала представляется весьма необычным с точки зрения одночастичного описания.

При рассмотрении самой задачи 3-х тел в настоящее время нет необходимости прибегать к модельным построениям. Это обусловлено тем, что здесь имеются математически корректные уравнения движения /2/ и большой набор методов решения многомерных уравнений /3/.

Данная работа посвящена развитию одного из таких методов и его практическому применению в исследовании свойств трехчастичных систем и некоторых смежных проблем. Изложенные выше соображения, дополненные кратким обсуждением нерешённых проблем количественного описания свойств 3-нуклонных систем, составляют основу раздела I. В разделе 2 даётся формулировка метода и различных его обобщений, связанных со сложным видом взаимодействия, используемого в задачах ядерной физики. В параграфе I этого раздела даётся определение метода Бейтмана для простейшего случая как интерполяционной процедуры, позволяющей представить функцию 2-х переменных $V(k,k')$ в виде ряда сепарабельных членов следующего вида:

$$\tilde{V}^{N}(k,k') = \sum_{i,j=1}^{N} V(k,s_i)\, d_{ij}^{-1}\, V(s_j,k'), \qquad (\mathrm{I})$$

где $\qquad d_{ij} = V(s_i,s_j)$.

Нетрудно убедиться/4/, что выражение (I) описывает поверхность, которая совпадает с точной поверхностью $V(k,k')$ на линиях k (или k') $= s_m$. Удобство разложения (I) состоит в том, что для сепарабельного представления потенциала $V(k,k')$ не нужно строить никаких новых функций, а достаточно иметь только фурье-образ самого потенциала в аналитическом виде. Ниже мы откажемся и от этого ограничения. Далее на примере простого потенциала типа Юкавы обсуждаются внемассовые свойства решения уравнения Липмана-Швингера для t - матрицы, полученного применением разложения (I) для этого потенциала. На этом же примере демонстрируется, что приближённая t - матрица является унитарной. Заканчивается §I параграф доказательством/5/ равномерной сходимости разложения (I). Идея доказательства состоит в том, что выражение (I) удаётся представить в виде отрезка ряда Фурье-Хаара, для которого равномерная сходимость существует/6/. В § 2 этого раздела устанавливается проекционный характер разложения (I), обсуждаются критерии, позволяющие фиксировать совокупность параметров s_i . Здесь же показывается, что для потенциалов специального вида формальное использование разложения (I) и выражения для приближённой t - матрицы

$$\hat{t}^{N}(k,k',z) = \sum_{i,j=1}^{N} \left[C^{-1}(z)\right]_{ij} V(k,s_i)\, V(s_j,k') \qquad (2)$$

позволяет получить решение уравнения Липмана-Швингера в замкнутой форме:

$$t(k,k',z) = V(k,k') + 2i\pi^2\sqrt{z}\,\frac{V(k,\sqrt{z})\,V(\sqrt{z},k')}{1-2i\pi^2\sqrt{z}\,V(\sqrt{z},\sqrt{z})} \;. \qquad (3)$$

В § 3 разложение (I) обобщается на потенциалы, содержащие, кроме центральной части, тензорное слагаемое/7/. В этом случае, как известно, вместо одного уравнения для t -матрицы возникает система зацепляющихся уравнений для внемассовых амплитуд $^{J}\tau_{\ell'\ell}$, которая и решается применением обобщённого разложения (I). Полученные "точные" выражения для амплитуд $^{J}\tau_{\ell\ell'}(k,k',z)$ позволяют развить теорию возмущений, которая основывается на наблюдаемой малости триплетного параметра смешивания ε_1 в широком интервале энергий. В четвёртом параграфе второго раздела исследуются возможности сепарабельного представления t -матрицы для потенциалов, содержащих бесконечное отталкивание на малых расстояниях/8/. Одной из таких возможностей является обобщение разложения Бейтмана для t -матрицы (2) на этот случай. Показано, что, если исходить из потенциала вида:

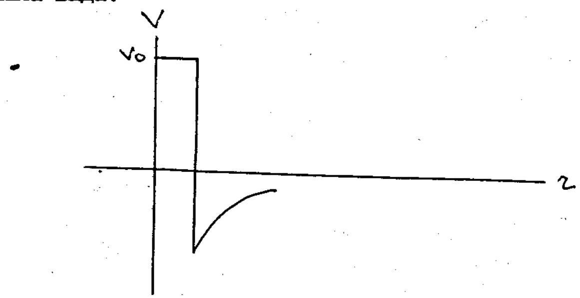

Рис. I

то выражение (2) имеет предел при $V_0 \to \infty$, который и находится в явном виде. Альтернативная возможность учёта бесконечного отталкивания состоит в замене фурье-образа конечного отталкивательного барьера сепарабельным выражением по формуле механических квадратур (а не по формуле (I)).При этом оказывается, что получающаяся предельная t – матрица на массовой поверхности совпадает с точной амплитудой рассеяния на бесконечной стенке при любом числе сепарабельных членов. В ряде работ /9/ бесконечное отталкивание вводилось при помощи потенциала вида

$$V(r) = \lambda \delta(r - r_c) \,, \quad \lambda \to \infty \tag{4}$$

Очевидно, что в импульсном представлении этот потенциал факторизован по переменным k и k' одним членом, в результате чего уравнения Фаддеева сразу сведутся к одномерным. Для "чистого" потенциала „hard core" этот результат был получен весьма сложным путём /10/. В заключение этого параграфа показывается, что потенциал (4) допускает существование так называемых внемассовых парных сил, т.е. порождает семейство "фазовоэквивалентных" потенциалов.

В § 5 обсуждаются вариационные свойства разложения Бейтмана и одного его обобщения /11/. Целью этого рассмотрения является построение достаточно простых сепарабельных потенциалов, обеспечивающих нахождение 2- сторонних оценок для энергии связи 3-частичной системы. Для отыскания энергии связи реальных ядер такая процедура представляется весьма актуальной ввиду большой сложности существующих нуклон-нуклонных потенциалов. Оказалось, что нижняя граница для энергии связи может быть получена с использованием сепарабельного потенциала вида

$$\tilde{V}^N(k,k') = V_B^N(k,k') + \sqrt{\left[V(k,k) - V_B^N(k,k)\right]\left[V(k',k') - V_B^N(k',k')\right]} \,, \tag{5}$$

где $V_B^N(k,k')$ определяется разложением (I). Для гауссовского и экспоненциального потенциалов без отталкивания границы для энергии трития оказались следующими:

$$-9{,}020 \le E_T \le -8{,}960 \text{ (Мэв) – гаусс,}$$

$$-9{,}227 \le E_T \le -9{,}220 \text{ (Мэв) – exp.}$$

§ 6 содержит обобщение метода Бейтмана на случай потенциалов произвольной формы, а также другие возможности сепарабельного представления парных потенциалов. Показывается, что обобщение может быть осуществлено двумя путями, первый из которых состоит в простом обратном преобразовании Фурье приближенного потенциала (I). В результате получаем нелокальный потенциал вида

$$\tilde{V}^N(r,r') = (4\pi)^{-2} V(r) V(r') \sum_{i,j=1}^{N} (d^{-1})_{ij}\, j_0(s_i r)\, j_0(s_j r') \,, \tag{6}$$

который и пригоден для решения уравнения Липмана-Швингера при произвольной форме исходного потенциала $V(r)$. Вторая возможность состоит в использовании различного рода интерполяционных процедур для нахождения функций $V(k, s_i)$. Эта возможность была использована для отыскания решения уравнения Л.Ш. с потенциалом Хюльтена, который, как известно, не имеет фурье-образа в аналитическом виде.

Последний, 7-й параграф 2-го раздела посвящён многомерным обобщениям метода Бейтмана и его связи с так называемым методом промежуточных задач. Здесь вводится 3-мерный аналог разложения (I) следующего вида:

$$\langle \vec{k} | \hat{V} | \vec{k}' \rangle = \sum_{i,j=1}^{N} \langle \vec{k} | V | \vec{\alpha}_i \rangle \, [d^{-1}]_{ij} \, \langle \vec{\alpha}_j | V | \vec{k}' \rangle \,. \tag{7}$$

Представление (7) позволяет подойти к решению ряда важных задач, к числу которых относится движение частицы в нецентральном (например, деформированном) потенциале и рассеяние частиц в области промежуточных энергий, когда ряд по парциальным волнам плохо сходится. Последняя задача подробно рассмотрена для гауссовского потенциала. Найденные с помощью (7) решения сравниваются с борновским и эйкональным приближением. Устанавливается достаточно быстрая сходимость для приближённой t – матрицы в широкой области переменных k, k', ε и θ. Далее обсуждается возможность применения разложения (7) к решению релятивистского уравнения задачи 2-х тел в форме Кадышевского [I2]. Операторная запись (8) разложения (7) позволяет легко установить,

$$\tilde{V}^N = \sum_{i,j=1}^{N} V|\vec{\alpha}_i\rangle A_{ij} \langle \vec{\alpha}_j| V, \tag{8}$$

соответствие этого разложения (при определенном выборе промежуточных функций $|\alpha_i\rangle$) с методом Бубнова-Галеркина, а также дает возможность интерпретировать разложение (8) при произвольных внешних состояниях $\langle\psi|$ и $|\chi\rangle$ как интерполяционное выражение в функциональном пространстве.

В разделе 3 обсуждаются свойства связанных состояний 3-барионных ядер, полученные на основе решения уравнений Фаддеева с локальными потенциалами. В начале раздела исследуется практическая сходимость метода Бейтмана при расчёте энергии связи 3-нуклонного ядра с использованием взаимодействия в виде потенциала Юкавы [I3]. Затем производится анализ зависимости энергии связи реального трития от формы локальных потенциалов без отталкивания [I4] и с различного рода отталкиванием на малых расстояниях [7,8,I5]. При этом оказывается, что энергия связи менее чувствительна к форме локального потенциала при наличии в нём отталкивания. Обна-

ружена сильная чувствительность энергии связи к значению эффективного синглетного радиуса при фиксированной форме потенциала. Для всех рассмотренных в работе потенциалов эта зависимость оказалась линейной. Обсуждаются возможные причины и следствия такого поведения.

Далее на основе полученных решений уравнений Фаддеева исследуются электромагнитные и слабые свойства ядер He^3 и T [I6,I7]. На основании соответствующих экспериментальных данных выделяется потенциал, наилучшим образом описывающий совокупность свойств связанного состояния 3-частичного ядра. Таковым среди исследованных оказался потенциал в виде суперпозиции юкавских потенциалов, описывающий $^3S_1$ и $^1S_0$ фазы нуклон-нуклонного рассеяния до 300 Мэв.

При использовании существующих экспериментальных данных по вероятности реакции

$$\mu^- + He^3 \to T + \nu \qquad (A)$$

и решений уравнений Фаддеева для ядер He^3 и T с "реалистическим" потенциалом Тйона безмодельным путём найдено значение псевдоскалярной константы для процесса (A), равное

$$g_P/g_A = 5{,}3 .$$

В этом же разделе на основе решений уравнений Фаддеева с локальными потенциалами для связанного состояния ядра гипертрития ${}_\Lambda H^3$ обсуждается возможность совмещения информации о ΛN – взаимодействии, получаемой непосредственно из Λp – рассеяния, со свойствами связанного состояния ядра ${}_\Lambda H^3$ [I8]. Завершается раздел исследованием качественных особенностей спектров экзотических систем молекулярного типа (Q^{z_1}, Q^{z_2}, e^-), где Q^{z_1} – кварк с дробным зарядом z_1 [I9].

В разделе 4 рассматривается проблема рассеяния в системе из 3-х нуклонов. При полной отрицательной энергии системы уравнения Фаддеева решаются методом Бейтмана для задачи nd – рассеяния с большим набором локальных нуклон-нуклонных потенциалов[15,20,21]. Обсуждается зависимость дублетной и квартетной длин рассеяния от функциональной формы и параметров потенциала взаимодействия между нуклонами. Сделаны выводы о предпочтительных форме и значениях параметров потенциалов. Так же как и в задаче о связанном состоянии, дублетная длина рассеяния, рассчитанная с "реалистическими" потенциалами, оказалась более чувствительной к изменению параметров при фиксированной форме, чем к изменению функциональной формы при постоянных параметрах (задаваемых в виде параметров „effective range").

В этом же разделе рассматривается проблема квартетного nd -рассеяния при полной положительной энергии системы. Движущиеся сингулярности ядер уравнений логарифмического типа устраняются в соответствии с доказанной Фаддеевым теоремой о гладкости итерированных ядер. Обсуждаются также другие подходы к этой проблеме[22].

Итерированные ядра разлагаются в ряды соответствующим образом выбранных систем ортонормированных функций[23,24]. В результате для внемассовых амплитуд получено разложение по известным функциям с коэффициентами, которые находились численным решением соответствующих алгебраических уравнений[25]. Построенная зависимость действительной части квартетной фазы от энергии по форме совпадает с результатами фазового анализа, не смотря на очень простой (δ – образный) вид используемого NN– взаимодействия.

Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на всесоюзных и международных конференциях и содержатся в работах[3е,4,5,7,8,11,13-25].

Литература

1. В.Н.Ефимов. ЯФ 12, 1080 (1970).
2. Л.Д.Фаддеев. Труды МИАН им.Стеклова, т.XIX (1963).
3. а) Ю.А.Симонов. ЯФ 3, 630 (1966); Ю.А.Симонов, А.М.Бадалян. ЯФ 5, 88 (1967).
   б) В.Н.Ефимов. Препринты ОИЯИ Р-2546, Р-2890, Дубна (1966).
   в) Л.Д.Фаддеев. Труды У межд.конф. по физике электрон. и ат.столкновений, Л-д, "Наука" (1967).
   г) А.Г.Ситенко, В.Ф.Харченко, Н.М.Петров. Phys.Lett. 28B, 308 (1968)
   д) J.S.Boll, D.Y.Wong. Phys.Rev. 196, 1362 (1968).
   е) Б.Ахмадходжаев, В.Б.Беляев, Е.Вжеционко. Препринт ИТФ-69-49, Киев (1969).
4. В.Б.Беляев, Е.Вжеционко. Препринт ОИЯИ Р4-4144, Дубна (1968).
5. В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев. ЯФ 14, вып.3, 545 (1971).
6. И.М. Соболь. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара, "Наука" (1969).
7. Б.Ахмадходжаев, В.Б.Беляев, Е.Вжеционко.ЯФ 12, вып.5, 1016 (1970).
8. В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев. Fizika 3, 77 (1971).
9. R.D.Puff. Ann. of Phys. 13, 317 (1961); J.Dobrowski, M.Dworzecka. Rep. IC/69/66; F.Tabakin. Phys.Rev. 137, B, 75 (1965).
10. В.Н.Ефимов. ЯФ 10, 107 (1969).
11. В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев. Comm.JINR E4-6095 (1971).
12. V.G.Kadyshevsky. Nucl.Phys. B6, 125 (1968).
13. Б.Ахмадходжаев, В.Б.Беляев, Е.Вжеционко. ЖЭТФ (письма) 9, 692(1969).
14. Б.Ахмадходжаев, В.Б.Беляев, А.Л.Зубарев. Сообщения ОИЯИ Р4-5318, Дубна (1970).

15. B.Akhmadkhodzaev, V.B.Belyaev, J.Wrzecionko, A.L.Zubarev. Comm.JINR, E4-5763 (1971).
16. Б.Ахмадходжаев, В.Б.Беляев, Е.Вжещионко. Acta Phys.Pol.B1,409,1970; Препринт ОИЯИ Р4-4986,Дубна (1970).
17. V.B.Belyaev, H.Schulz. Comm. JINR, E4-6353 (1972).
18. Б.Ахмадходжаев, В.Б.Беляев, Е.Вжещионко.ЖЭТФ (письма) 10,557 (1969).
19. В.Б.Беляев. Препринт ОИЯИ Р-2871 (1966).
20. В.Б.Беляев, Е.Вжещионко, А.Л.Зубарев. ЯФ 12, 923 (1970).
21. В.Б.Беляев, Е.Вжещионко. ЭЧАЯ 2, вып.2 (1971).
22. В.Б.Беляев, В.Н.Ефимов. Препринт ИТФ-71-78Р, Киев (1971).
23. В.Б.Беляев, В.Н.Ефимов, Г.Шульц. Сообщения ОИЯИ, Р4-6156 (1971).
24. В.Б.Беляев, В.Н.Ефимов, Г.Шульц, Э.Г.Ткаченко. Proc.Few body conf.,Los-Angeles, 1972.
25. В.Б.Беляев, В.Н.Ефимов, Г.Шульц, Э.Г.Ткаченко. ЯФ т.18, №10 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 октября 1973 года.