

p-189
ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4. - 6567

П.П.Райчев

ОБ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДАХ
ИЗУЧЕНИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ
ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

Специальность 055 - физика атомного ядра
и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1972

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук Г.Н. Афанасьев

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук В.В. Ванагас,

кандидат физико-математических наук Н.И. Пятов

Ведущее научно-исследовательское учреждение: ИТФ, Киев.

Автореферат разослан " " 1972 г.

Защита диссертации состоится " " 1972 г.
на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики
Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна,
Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

П.П.Райчев

ОБ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДАХ
ИЗУЧЕНИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ
ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

Специальность 055 - физика атомного ядра
и космических лучей

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

Обобщенная модель Бора-Моттельсона /1-3/ стала исходным пунктом для целого ряда феноменологических теорий /4-9/. Так, в работе Марти /4/ и Давыдова и Филиппова /5/ коллективные возбуждения исследовались в адиабатическом приближении, в котором принималось, что коллективные переменные β и γ не меняются при вращении ядра. На самом деле при вращении ядро испытывает растяжение, которое приводит к изменению значения β_0 , характеризующего равновесную деформацию неподвижного ядра. Этот последний эффект учитывается в работах Давыдова с сотрудниками /6,7/. В отличие от них, Феслер, Грайнер и Шелайн /8,9/ предполагают аксиальную симметричность ядра и расширяют теорию Бора-Моттельсона, вводя в рассмотрение ротационно-вибрационное взаимодействие.

Несмотря на то, что в настоящее время известно большое количество феноменологических теорий, способных описать коллективные возбужденные состояния атомных ядер, есть смысл искать и другие подходы к объяснению этих состояний. Особенно плодотворными нам кажутся подходы, основанные на соображениях симметрии. Так, например, в работе /10/ делалась попытка объяснить ротационные коллективные состояния и вероятности $E2$ - переходов между ними на основе предположения, что ротационные

состояния в деформированных четно-четных ядрах образуют расщепленный мультиплет группы $SL(3, R)$. Подобные подходы, основанные на соображениях симметрии, вероятно, являются только грубым приближением к действительности, но они, на наш взгляд, интересны тем, что позволяют выделить некоторые основные черты коллективных возбужденных состояний и глубже понять их природу.

Настоящая диссертация посвящена вопросам применения некоторых алгебраических методов для изучения коллективных возбужденных состояний деформированных четно-четных ядер. Следующие соображения позволяют считать, что методы, основанные на принципах симметрии, могут найти применение при описании коллективных возбужденных состояний в ядрах. Хорошо известно, что все состояния некоторых простых квантово-механических систем (осциллятор, ротатор и т.д.) образуют мультиплет некоторой группы G , содержащей группу инвариантностей гамильтониана G_0 в качестве подгруппы. Так, например, группой симметрии гармонического осциллятора является $SU(3)$, а все его состояния могут быть объединены в одном мультиплете $SU(3, 1)$. Группой симметрии ротатора является $O(3)$, а его состояния могут быть объединены в одном мультиплете $O(4)$ или $O(3, 1)$ (для конечной или бесконечной ротационной полосы соответственно). Гамильтониан системы, нарушая симметрию относительно группы G , расщепляет исходный мультиплет и тем самым порождает спектр системы. Поскольку коллективные возбужденные состояния ядра имеют в основном ротационный или вибрационный характер, кажется естественной идея применить подобный подход для описания коллективных состояний ядра.

Мы предполагаем, что часть коллективных состояний (например, состояния положительной четности четно-четных ядер) может быть объединена в одном мультиплете некоторой группы G (например, $SU(3)$ или $SL(3, R)$ и т.д.). Мы считаем, что эти расщепленные мультиплеты могут быть объединены в один супермультиплет некоторой более широкой группы, которую обычно называют группой динамической симметрии. Отметим, что операторы этой группы в общем случае не коммутируют с гамильтонианом. Те преобразования $g \in G$, которые не принадлежат к группе инвариантностей G_0 , "смешивают" состояния, принадлежащие разным энергетическим уровням E_n , и, следовательно, желательно (хотя и не всегда возможно), чтобы их генераторы были отождествлены с операторами, вызывающими переходы между состояниями. Если добиться этого, вероятности переходов между состояниями в принципе могут быть подсчитаны чисто алгебраическим путем.

В диссертации упомянутый подход применяется для описания приведенных вероятностей $E2$ -переходов в деформированных четно-четных ядрах. Материал диссертации основывается на работах /11-16/ и разделяется на три главы.

В первой главе рассматривается вопрос о том, какие операторные алгебры могут быть построены при помощи операторов рождения и уничтожения фермионов. При этом исключаются из рассмотрения алгебры, определяемые геометрическими размерами оболочки, или же число частиц в ядре и построенные алгебры оказываются одинаковыми для всех ядер. Показано, что при помощи операторов, не меняющих число частиц, можно построить алгебру векторных фононов, алгебру группы вращения,

а также алгебры $SU(3)$, $SL(3, R)$, $Sp(3, 3)$. Указано также, как можно построить алгебры групп, которые не являются полупростыми, таких как неоднородная группа вращения $IO(3)$, группа $O(3) \times T_5$, являющаяся прямым произведением группы вращения и абелевой группы пятимерных трансляций, порождаемых компонентами Q_m электрического квадрупольного оператора и т.д. В приложении к этой главе приведена в явном виде фермионная реализация рассматриваемых алгебр в базе гармонического осциллятора.

Далее обсуждается вопрос о том, какие алгебры могут быть построены при помощи операторов, меняющих число частиц. Показано, что таким образом возникают группа Вигнера $SU(4)$ и группа $O(8)$.

В конце главы обсуждается вопрос, имеют ли построенные операторные алгебры отношение к динамике ядерных процессов. Показано, что группой динамической симметрии, способной описать переход вибрационных мультиплетов $SU(3)$ в бесконечные ротационные полосы, является некомпактная симплектическая группа $Sp(3, 3)$. Наконец, показано, что операторы электрических квадрупольных переходов входят как в полупростую алгебру $Sp(3, 3)$, так и в неоднородные неполупростые алгебры типа $O(3) \times T_5$.

Во второй главе строятся представления группы $SU(3)$, в которых угловой момент L^2 диагонален. Базисные векторы представления находятся в виде полиномов, построенных из операторов рождения "бозонных частиц":

$$|(n, T)l, m, \alpha\rangle \sim P_n(b_\mu^{(i)+})|0\rangle, \quad b_\mu^{(i)}|0\rangle = 0.$$

Оказывается, что для построения самого общего представления $SU(3)$ достаточно располагать двумя сортами бозонов, которые

несут "изоспин" $1/2$ и проекции изоспина $+1/2$ и $-1/2$ соответственно. Мультиплеты $SU(3)$ задаются полным числом частиц n , участвующих в состояниях, и изоспином T . Состояния же внутри данного (n, T) -мультиплета различаются угловыми моментами l (третья проекция которого равна m) и дополнительным квантовым числом α , маркирующим состояния с одинаковыми l и m . К сожалению, состояния $|(n, T), l, m, \alpha\rangle$ с одинаковыми n, T, l и m и разными α оказываются неортогональными. Для ортогонализации базиса можно использовать эрмитовский оператор Ω_1 , введенный Баргманом и Мошинским. Показано, что можно ввести также эрмитовский оператор Ω_2 , который достаточно четко различает вращательные полосы.

После ортогонализации базиса дается рецепт нахождения приведенных матричных элементов генераторов $SU(3)$. Для самого симметричного представления $SU(3)$ найдены замкнутые аналитические выражения приведенных матричных элементов. В более сложных случаях, однако, таких выражений найти не удалось. Поэтому приведенные матричные элементы квадрупольного оператора $SU(3)$ были рассчитаны на ЭВМ.

В приложении ко второй главе даны численные значения приведенных матричных элементов квадрупольного оператора для мультиплета $(n, T) = (16, 6)$, который использовался в модельных расчетах следующей главы.

В третьей главе рассматривается вопрос о приведенных вероятностях $E2$ -переходов. Если $Sp(3, 3)$ действительно является динамической группой для коллективных состояний ядерных систем, то все эти состояния должны объединяться в одном мульт-

типлете $Sp(3,3)$. Нарушение симметрии относительно $Sp(3,3)$ может привести к расщеплению неприводимого представления $Sp(3,3)$ на мультиплеты $SU(3)$, которые, в свою очередь, распадаются на конечные ротационные полосы. Есть и другие возможности разложения $Sp(3,3)$ по подгруппам, такие, как, например, $Sp(3,3) \supset SL(3,R) \supset O(3)$. Ответ на вопросы о том, какая из редукций имеет физический смысл, может быть дан из анализа вероятности $E2$ -переходов и энергетических уровней ядер.

Во втором разделе этой главы приводится краткий обзор эксперимента, где предполагается, что все состояния положительной четности деформированных четно-четных ядер могут быть объединены в один или несколько мультиплетов $SU(3)$. Разумеется, такое объединение имеет смысл, только если окажется возможным удовлетворительно описать энергетический спектр и вероятности $E2$ -переходов рассматриваемого ядра.

Вопрос о приведенных вероятностях электрических квадрупольных переходов как внутри данного $SU(3)$ мультиплетта, так и между разными мультиплеттами (в случае симметричного представления) обсуждается в следующем разделе третьей главы. Поскольку Ω_1 -и Ω_2 -операторы не имеют непосредственного физического смысла и ортонормированная система состояний определена с точностью до унимодулярного преобразования, то параметры этого преобразования можно использовать для получения согласия с экспериментальными данными.

Далее для конкретности рассматривается мультиплет $(\lambda, 2)$, (λ четное), который часто встречается в спектрах. В этом случае состояния с четным l встречаются не более чем два раза, а состояния с нечетным l - один раз. Тогда для четных l мы можем ввести новые состояния

$$|n T l_k 0\rangle = \cos \theta_k |n T l_k \omega_1\rangle + \sin \theta_k |n T l_k \omega_2\rangle$$

$$|n T l_k 2\rangle = -\sin \theta_k |n T l_k \omega_1\rangle + \cos \theta_k |n T l_k \omega_2\rangle,$$

здесь $|n T l_k 0\rangle$ и $|n T l_k 2\rangle$ соответственно волновые функции основной полосы и полосы с $K^\pi = 2^+$, а $|n T l_k \omega_1\rangle$ и $|n T l_k \omega_2\rangle$ - собственные функции оператора Ω .

Таким образом, в мультиплетте $(\lambda, 2)$ для объяснения переходов между первыми уровнями с моментом до $2l_0$ включительно мы располагаем l_0 -параметрами $\theta_2, \theta_n, \dots, \theta_l$, которые можно использовать для получения согласия с экспериментом.

Теперь мы можем рассчитать отношение приведенных вероятностей $E2$ -переходов

$$\frac{B(E2; l_1 k_1 \rightarrow l_2 k_2)}{B(E2; l'_1 k'_1 \rightarrow l'_2 k'_2)} = \frac{2l'_1 + 1}{2l_1 + 1} \frac{|\langle n T l_1 k_1 || Q || n T l_2 k_2 \rangle|^2}{|\langle n T l'_1 k'_1 || Q || n T l'_2 k'_2 \rangle|^2} \quad (1)$$

как функции параметров θ_k . Функции (1) были протабулированы нами для мультиплетта $(\lambda, \mu) = (12, 2)$, который мы и сравнивали с экспериментом. Надо отметить, что для нижайших l функции слабо меняются при переходе к соседним мультиплеттам. Так, например, результаты незначительно различаются при переходе от мультиплетта $(\lambda, \mu) = (10, 2)$ к $(\lambda, \mu) = (14, 2)$. По этой причине полученные результаты об отношениях приведенных вероятностей слабо чувствительны к выбору квантового числа λ , которое как раз нечетко определяется из эксперимента.

Из всех функций (1) только одна, а именно, $\frac{2_2 \rightarrow 0}{2_2 \rightarrow 2_0} =$

$\frac{B(E_2; 22 \rightarrow 00)}{B(E_2; 22 \rightarrow 20)}$, зависит от одного угла θ_2 . Вид этой функции

показан на рис. 1. Взяв из эксперимента значение отношения $\frac{2_2 \rightarrow 0}{2_2 \rightarrow 2_0}$ для данного ядра, можно зафиксировать значение параметра θ_2 . Тогда все остальные отношения $\frac{3_2 \rightarrow 2_0}{3_2 \rightarrow 4_0}$, $\frac{4_2 \rightarrow 2_0}{4_2 \rightarrow 4_0}$, $\frac{2_2 \rightarrow 4_0}{2_2 \rightarrow 2_0}$, $\frac{2_0 \rightarrow 0}{4_0 \rightarrow 2_0}$ и т.д. будут зависеть только от параметра θ_4 . Далее мы можем подобрать параметр θ_4 так, чтобы получить наилучшее совпадение с экспериментом. Тем самым фиксируется значение θ_4 , и отношения приведенных вероятностей между состояниями с $l = 6$ и $l' \leq 6$ становятся функциями параметра θ_6 . Очевидно, эту процедуру можно продлить, и, таким образом, зафиксировать значения всех параметров.

Надо отметить, что параметр θ_2 не определяется однозначно из эксперимента. Как видно из рис. 1, правильное значение для $\frac{2_2 \rightarrow 0}{2_2 \rightarrow 2_0}$ можно получить при двух значениях θ_2 — одно в интервале $115^\circ - 125^\circ$, другое — в интервале $177^\circ - 179^\circ$. Анализ различных случаев, однако, показывает, что когда отношение $\frac{2_0 \rightarrow 0}{4_0 \rightarrow 2_0}$ меньше, чем 0,7, как предсказывает ротационная модель, применимо решение из первого интервала, и наоборот.

Зависимость отношений приведенных вероятностей $\frac{3_2 \rightarrow 2_0}{3_2 \rightarrow 4_0}$, $\frac{2_2 \rightarrow 4_0}{2_2 \rightarrow 2_0}$, $\frac{4_2 \rightarrow 2_0}{4_2 \rightarrow 4_0}$ и $\frac{2_0 \rightarrow 0}{4_0 \rightarrow 2_0}$ от параметра θ_4 показана на рис. 2-3. На рис. 2 показаны упомянутые вероятности для двух разных значений θ_2 в интервале $115^\circ - 125^\circ$, что соответст-

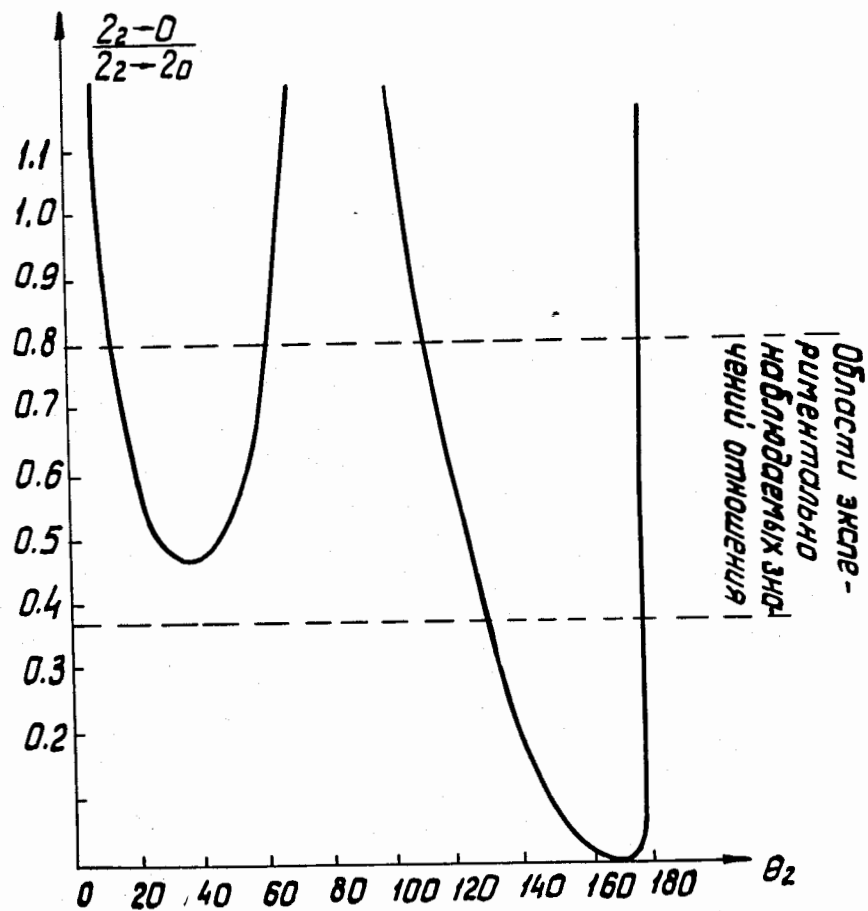


Рис. 1.

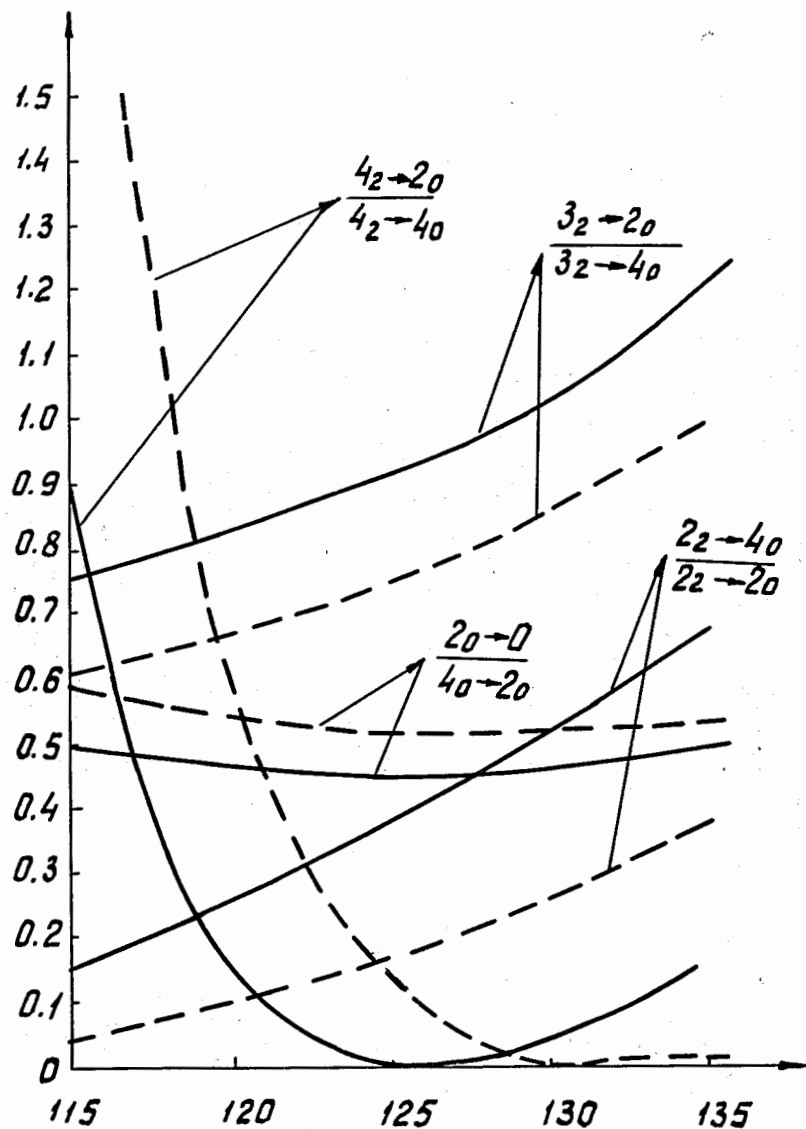


Рис. 2

вует двум различным значениям $\frac{2_2 \rightarrow 0}{2_2 \rightarrow 2_0}$, которые соответственно, равны 0,676 для сплошной кривой, и 0,423 - для пунктирной. Видно, что везде $\frac{2_0 \rightarrow 0}{4_0 \rightarrow 2_0}$ меньше 0,7.

На рис. 3 показано поведение соответствующих вероятностей для случая, когда $\frac{2_2 \rightarrow 0}{2_2 \rightarrow 2_0} = 0,5$, а θ_2 выбрано в интервале $177^\circ - 179^\circ$. Видно, что в этом случае $\frac{2_0 \rightarrow 0}{4_0 \rightarrow 0} > 0,7$; увеличивается также значение отношения $\frac{3_2 \rightarrow 2_0}{3_2 \rightarrow 4_0}$.

На наш взгляд, Q_k нельзя рассматривать как обычные подгоночные параметры. Зависимость отношения приведенных вероятностей от углов мы понимаем как параметрические уравнения, выражающие функциональную зависимость вероятностей $B(E2)$ -переходов в схеме $SU(3)$. Эти зависимости можно получить, исключая параметры из уравнения для отношений приведенных вероятностей.

При помощи этих зависимостей мы проанализировали отношения $B(E2)$ вероятности для нижайших состояний некоторых ядер. Результаты анализа показаны в таблице 1. Сопоставление с экспериментом показывает, что схема $SU(3)$ в состоянии достаточно правильно предсказать вероятности приведенных $E2$ -переходов в деформированных четно-четных ядрах. Конечно, остается открытым вопрос, насколько она способна включить в себя также и наблюдаемые энергетические соотношения между уровнями ядра.

Содержание работы докладывалось на семинарах Лаборатории теоретической физики и опубликовано в работах /11-16/.

Отношения $B(E_2)$

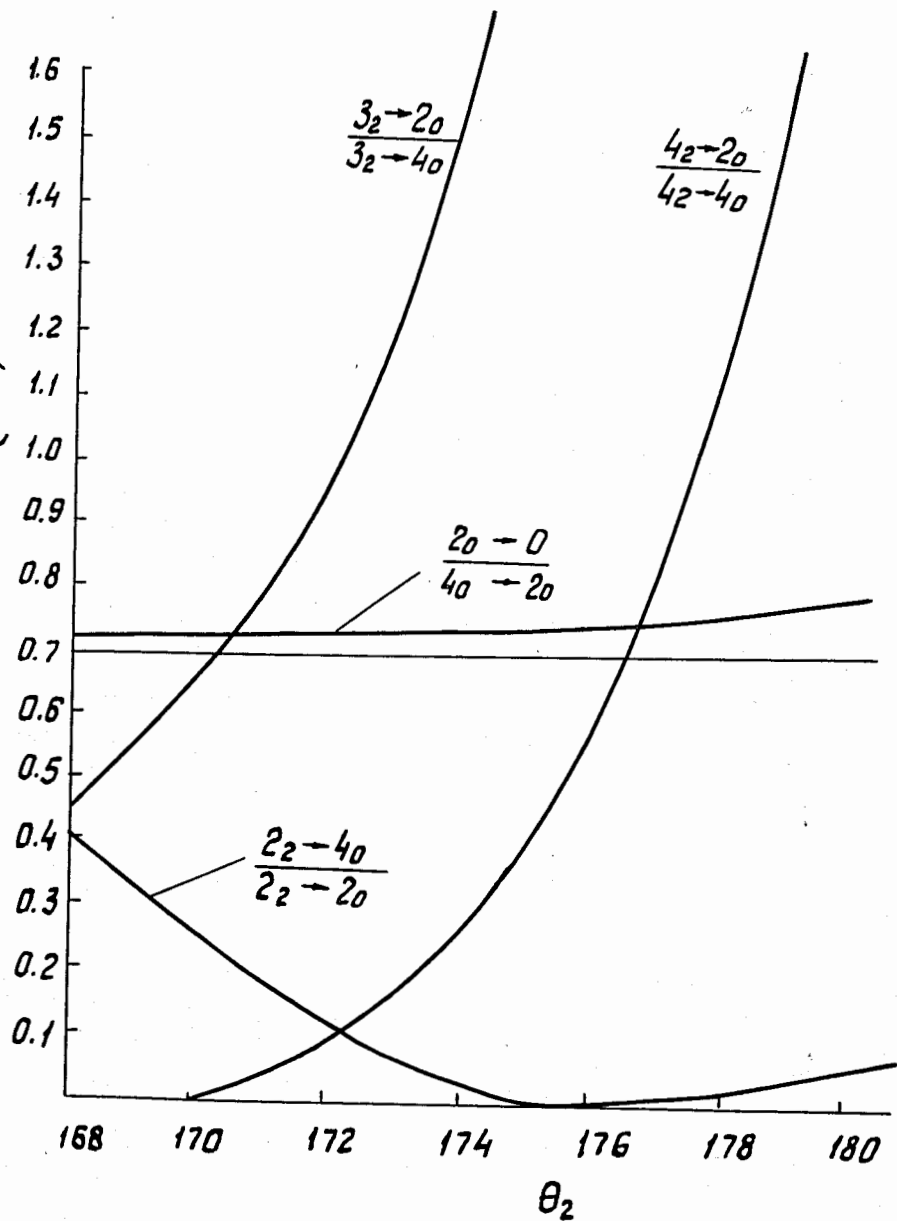


Рис. 3

Таблица I.

Переход	^{152}Sm		^{151}Gd		^{158}Dy	
	экспер.	теор.	экспер.	теор.	экспер.	теор.
$2_2 \ 0$	$0,50 \pm 0,10$	0,49	$0,464 \pm 0,011$	0,409	$0,43 \pm 0,01$	0,423
$2_2 \ 2_0$	$0,54 \pm 0,18$	(10)	0,41	(10)		
$2_2 \ 4_0$	$0,43 \pm 0,3$	(18)	$0,530 \pm 0,014$	(22)		
$2_2 \ 4_0$	0,132	(18)	$0,145 \pm 0,005$	(21)	0,1	(24)
$2_2 \ 2_0$			$0,26 \pm 0,19$	(22)		0,137
$3_2 \ 2_0$	1,07	(18)	$1,032 \pm 0,31$	(21)	0,732	
$3_2 \ 4_0$	$0,90 \pm 0,40$	(17)	$0,60 \pm 0,40$	(22)		1,72 \pm 0,45
$3_2 \ 4_0$	$1,6 \pm 0,6$	(19)				(24)
$4_2 \ 2_0$	0,16	(18)	$0,136 \pm 0,007$	(21)	0,21	(24)
$4_2 \ 4_0$	$0,25 \pm 0,15$	(17)	0,07	(10)		226
$2_0 \ 0$	0,675	(20)	0,534	(23)	0,554	(23)
$4_0 \ 2_0$			0,56			0,553

Переход	$^{166}_{66}\text{Dy}$		$^{166}_{68}\text{Er}$		$^{168}_{68}\text{Er}$	
	эксп.	теор.	эксп.	теор.	эксп.	теор.
$2_2 0$	0,52	0,520	0,56	0,56	0,56	0,551
$2_2 2_2$			0,55			
$2_2 4_0$	0,197	0,056	0,087	0,087	0,148	0,208
$2_2 2_0$						
$3_2 2_0$	1,75	1,605	1,34	1,35	1,56	0,785
$3_2 4_0$			1,43			
			1,31			
$4_2 2_0$	0,21	0,257	0,16	0,158	0,18	0,235
$4_2 4_0$			0,171±0,011			
$2_0 0$	0,715	0,732	0,734	0,735	0,62	0,51
$4_0 2_0$						
$4_2 2_2$		10,8	11,9	9,72		
$4_2 4_2$						

Литература

1. A.Bohr. Kong. Danske Vidensk. Selsk. Mat.-Fys. Medd., 26, (1952), 14.
2. A.Borh, B.Mottelson. Kong. Danske Vidensk. Selsk. Mat.-Fys. Medd. 27, (1953), 16.
3. A.Borh, B.Mottelson, "Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", Amsterdam, 1955.
4. C.Marty. Nucl. Phys., 1, (1956) 85; 3, (1957), 193.
5. А.С. Давыдов, Г.Ф. Филиппов. ЖЭТФ, 35, 40 (1958).
6. A.S.Davydov, A.A.Chaban. Nucl. Phys., 20, (1960), 449.
7. А.С. Давыдов, В.И. Овчаренко. ЯФ, 3, 1011 (1966).
8. A.Faessler, W.Greiner. Z. fur Phys., 168, (1962), 425; 170, (1962), 105; 177 (1964), 190.
9. A.Faessler, W.Greiner, R.K.Sheline. Nucl. Phys., 70, (1965), 33.
10. L.Weaver, L.C.Biedenharn. Phys. Lett., 32B, (1970), 326.
11. Г.Н. Афанасьев, П.П. Райчев. ЭЧАЯ т.3, вып. 2, 436.
12. П.П. Райчев. Сообщение ОИЯИ, P4-6452, 1972.
13. П.П. Райчев, Препринт ОИЯИ, P4-6462, Дубна, 1972.
14. Г.Н. Афанасьев, И.Н. Михайлов, П.П. Райчев. ЯФ, 14, 734 (1971).
15. Г.Н. Афанасьев, С.Р. Аврамов, П.П. Райчев. Препринт ОИЯИ, P4-6113, Дубна, 1971.
16. Г.Н. Афанасьев, С.Р. Аврамов, П.П. Райчев. Сообщение ОИЯИ, P4-6458, Дубна, 1972.
17. I.S.Greenberg, G.C.Seaman, E.V.Bishop. Phys.Rev, Lett., 11, (1963) 211.
18. A.Aguilli, R.Cesaro, N.Giovanini. Nuov. Cim., 52, (1969) 20.
19. O.Nathan. Nucl. Phys., 19, (1960) 148.

20. R.M.Diamond, F.S.Stephens, K.Nakai, R.Noedhagen. Phys.Rev., C3, (1970), 334.
21. R.A.Meyer. Phys. Rev., 170 (1968) 1089.
22. T.H.Hamilton, T.Katoh, W.H.Brantley, E.E.Zganjar. Phys. Rev. Lett., 13, (1964) 43.
23. H.Abon Leila a.o. Nucl. Phys., A175, (1971) 675.
24. А.А. Абдуразаков, Ж.Т. Желев, В.Г. Калинин, Я. Липтак, Ф. Молнар, Я. Урбанец. Изв. АН СССР, сер. физ., 32, 749 (1968).
25. B.Hormitz, T.H.Handley, J.W.Michelich. Phys.Rev., 123, (1961) 1758.
26. C.J.Gallagher, O.B.Nielsen, W.A.Sunyar. Phys. Lett., 16, (1965) 298.
27. C.Gunther, P.R.Rarsignault. Phys. Rev., 153, (1967) 1297.

Рукопись поступила в издательский отдел
5 июля 1972 года.